

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Kátia Maier dos Santos

**MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE UTILIZANDO O FILTRO  
DE KALMAN PARA A MISSÃO SPORT**

Santa Maria, RS  
2019

**Kátia Maier dos Santos**

**MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE UTILIZANDO O FILTRO DE KALMAN  
PARA A MISSÃO SPORT**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

ORIENTADOR: Prof. André Luís da Silva

COORIENTADOR: Prof. Willer Gomes dos Santos (ITA)

Santa Maria, RS  
2019

**Kátia Maier dos Santos**

**MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE UTILIZANDO O FILTRO DE KALMAN  
PARA A MISSÃO SPORT**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

**Aprovado em 9 de julho de 2019:**

---

**André Luís da Silva, Dr. (UFSM)**  
(Presidente/Orientador)

---

**Willer Gomes dos Santos (ITA), Dr. (ITA)**  
(Coorientador)

---

**Eduardo Escobar Bürger, Dr. (UFSM)**

Santa Maria, RS  
2019

## AGRADECIMENTOS

*Gostaria de agradecer à minha família por sempre me dar o apoio necessário e fazer tudo o que fosse possível para eu atingir meus sonhos e objetivos. A presença de vocês foi essencial para a minha motivação e força para eu chegar onde estou hoje.*

*Aos meus professores orientadores que serviram de modelo para mim: obrigada pelo apoio, dedicação, entusiasmo e paixão pelo conhecimento e pela arte de ensinar. O acolhimento e orientação de vocês foi fundamental tanto para o meu desenvolvimento pessoal quando profissional.*

*Além disso, agradeço à todos os professores que já passaram pela minha vida, desde o ensino básico até a graduação, por ajudarem a construir todos os degraus de conhecimento que possuo hoje.*

*Agradeço também aos meus colegas e amigos que me acompanharam durante toda a graduação com muito companheirismo tanto nos momentos difíceis quanto nos de alegria. Os dias ao lado de vocês se tornaram mais alegres e o peso da graduação se tornou mais leve.*

*Aos meus amigos agradeço pelo apoio incondicional, pelas risadas, pelos lanches entre aulas, conversas no sol após o almoço, pelos puxões de orelha quando necessário e todos os conselhos.*

*Por fim, agradeço à Universidade Federal de Santa Maria, que foi minha casa nos últimos 5 anos, por proporcionar a melhor graduação possível ao lado de grandes professores e colegas.*

*Per aspera ad astra*

*(Provérbio latino)*

## RESUMO

### MÉTODO DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE UTILIZANDO O FILTRO DE KALMAN PARA A MISSÃO SPORT

AUTORA: Kátia Maier dos Santos

ORIENTADOR: André Luís da Silva

COORIENTADOR: Willer Gomes dos Santos (ITA)

Neste Trabalho de Graduação foi desenvolvido um algoritmo de determinação de atitude aplicado ao satélite da classe CubeSat 6U da missão *Scintillation Prediction Observations Research Task* (SPORT). O projeto é uma cooperação da Agência Espacial Norte Americana (NASA), universidades americanas, o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais e o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). O trabalho inclui a obtenção de dados a partir de sensores de estrela, solar, magnetômetro e giroscópio e, com isso, a estimação da atitude. Um dos requisitos da missão é a acurácia da determinação de atitude, que apenas o sensor de estrelas satisfaz. Porém, existem períodos nos quais o sensor de estrelas não apresenta medidas válidas, por isso, surgiu a necessidade de estudar métodos de tornar mais precisa a atitude dada pelo sensor solar e magnetômetro. Assim, foram analisados o Filtro de Kalman juntamente com os algoritmos TRIAD e ESOQ-2, para alcançar o resultado mais preciso dentro do requisito estabelecido. Também, foi feito um TRIAD adaptativo, que a cada iteração do programa calcula o TRIAD com menor erro para ser utilizado. Concluiu-se que quando o sensor de estrelas não apresenta medidas válidas, o caso analisado que atende os requisitos foi o Filtro de Kalman em conjunto como algoritmo TRIAD 3, que faz uma média entre as medidas do sensor solar e magnetômetro.

**Palavras-chave:** Satélite. Atitude. TRIAD. SPORT. Filtro de Kalman.

## **ABSTRACT**

### **ATTITUDE DETERMINATION METHOD USING THE KALMAN FILTER FOR THE SPORT MISSION**

**AUTHOR:** Kátia Maier dos Santos

**ADVISOR:** André Luís da Silva

**CO-ADVISOR:** Willer Gomes dos Santos (ITA)

In this work, an attitude determination algorithm was developed for the 6U CubeSat satellite model of the Scintillation Prediction Observations Research Task (SPORT). The project is a cooperation of the US Space Agency (NASA), American universities, the National Institute of Space Research (INPE) and the Aeronautics Institute of Technology (ITA). The work includes obtaining data from star, solar, magnetometer and gyro sensors and, with it, the attitude estimation. One of the mission requirements is the accuracy of attitude determination, which is only satisfied by the star sensor. However, there are periods in which the star sensor does not have valid measures, therefore, there is a need to study methods to make the attitude given by the solar sensor and magnetometer more accurate. Thus, the Kalman Filter, along with the TRIAD and ESOQ-2 algorithms, were analyzed to achieve the most accurate result within the established requirement. Also, an adaptive TRIAD was implemented, which at each iteration of the program calculates the TRIAD with less error to be used. It was concluded that when the star sensor does not present valid measurements, the analyzed case that meets the requirements was the Kalman Filter together as TRIAD 3 algorithm, which makes an average between the measurements of the solar sensor and magnetometer.

**Keywords:** Satellite. Attitude. TRIAD. SPORT. Kalman Filter

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – CubeSats e sua estrutura de liberação no espaço. ....	19
Figura 1.2 – Estrutura atual da lógica de determinação de atitude. ....	21
Figura 1.3 – Estrutura proposta da lógica de determinação de atitude. ....	22
Figura 1.4 – Diagrama de Gantt para 2018/2. ....	23
Figura 1.5 – Diagrama de Gantt para 2019/1. ....	23
Figura 2.1 – Orientação dos ângulos de Euler, $(\psi)_3$ , $(\theta)_2$ , $(\phi)_1$ . ....	26
Figura 2.2 – Sistema geocêntrico inercial e geocêntrico terrestre. ....	30
Figura 2.3 – Sistema geocêntrico inercial e orbital terrestre. ....	31
Figura 2.4 – Ângulos de medição do sensor solar. ....	33
Figura 2.5 – Geometria considerada na modelagem do sensor de estrelas. ....	37
Figura 2.6 – Atitude de referência para o CubeSat SPORT. ....	42
Figura 2.7 – Diagrama dos modos de operação do ADCS. ....	45
Figura 3.1 – Sensores. ....	56
Figura 3.2 – Estrutura proposta do TRIAD adaptativo. ....	58
Figura 4.1 – Atitude simulada. ....	60
Figura 4.2 – Atitude estimada pelo sensor de estrelas em comparação com a atitude simulada. ....	61
Figura 4.3 – Erro do sensor de estrelas. ....	62
Figura 4.4 – Comparação da velocidade angular simulada e estimada do sensor de estrela. ....	63
Figura 4.5 – Erro da velocidade angular dada pelo sensor de estrelas. ....	64
Figura 4.6 – Comparação da velocidade angular simulada e estimada pelo giroscópio. ....	65
Figura 4.7 – Erro da velocidade angular dada pelo giroscópio. ....	66
Figura 4.8 – Bias estimado do giroscópio em comparação com o simulado. ....	67
Figura 4.9 – Erro do bias do giroscópio. ....	68
Figura 4.10 – Atitude estimada pelo giroscópio. ....	69
Figura 4.11 – Atitude Estimada pelo sensor de estrela e ESOQ-2. ....	72
Figura 4.12 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 1. ....	75
Figura 4.13 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 1 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 1. ....	76
Figura 4.14 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 2. ....	77
Figura 4.15 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 2 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 2. ....	78
Figura 4.16 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 3. ....	79
Figura 4.17 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 3 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 3. ....	80
Figura 4.18 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD adaptativo. ....	81
Figura 4.19 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD adaptativo e do Filtro de Kalman com o TRIAD adaptativo. ....	82
Figura A.1 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 1. ....	88
Figura A.2 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 2. ....	89
Figura A.3 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 3. ....	90
Figura A.4 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD adaptativo. ....	91
Figura A.5 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 1. .	92
Figura A.6 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 2. .	93



Figura A.7 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 3. .	94
Figura A.8 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD adaptativo. ....	95
Figura A.9 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + ESOQ-2. .	96

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Elementos orbitais. ....	43
Tabela 3.1 – Características dos sensores. ....	56
Tabela 4.1 – Erro da estimação de atitude dada pelo sensor de estrelas. ....	62
Tabela 4.2 – Erro da velocidade angular dada pelo sensor de estrelas. ....	64
Tabela 4.3 – Erro da velocidade angular dada pelo giroscópio. ....	66
Tabela 4.4 – Erro da estimação do bias do giroscópio. ....	68
Tabela 4.5 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 1. ...	70
Tabela 4.6 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 2. ...	70
Tabela 4.7 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 3. ...	70
Tabela 4.8 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD adaptativo. ....	70
Tabela 4.9 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 1. ....	73
Tabela 4.10 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 2. ....	73
Tabela 4.11 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 3. ....	73
Tabela 4.12 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD adaptativo. ....	73
Tabela 4.13 – Comparação do erro entre TRIAD 1 e Filtro de Kalman + TRIAD 1. ....	83
Tabela 4.14 – Comparação do erro entre TRIAD 2 e Filtro de Kalman + TRIAD 2. ....	83
Tabela 4.15 – Comparação do erro entre TRIAD 3 e Filtro de Kalman + TRIAD 3. ....	83
Tabela 4.16 – Comparação do erro entre TRIAD adaptativo e Filtro de Kalman + TRIAD adaptativo. ....	83

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>AAM</i>	<i>Attitude Aquisition Mode</i>
<i>AAS</i>	<i>American Astronautical Society</i>
<i>ACS</i>	<i>Attitude Control System</i>
<i>ADCS</i>	<i>Attitude Determination and Control System</i>
<i>AEB</i>	<i>Agência Espacial Brasileira</i>
<i>AIAA</i>	<i>American Institute of Aeronautics and Astronautics</i>
<i>AMAS</i>	<i>Anomalia Magnética do Atlântico Sul</i>
<i>DM</i>	<i>Detumbling Mode</i>
<i>ECI</i>	<i>Earth-Centered Inertial Frame</i>
<i>ECEF</i>	<i>Earth-Centred Earth-Fixed Frame</i>
<i>ECO</i>	<i>Earth-Centred Orbit Frame</i>
<i>EKF</i>	<i>Extended Kalman Filter</i>
<i>ESQ</i>	<i>Second Estimator of the Optimal Quaternion</i>
<i>FOV</i>	<i>Field of View</i>
<i>IGRF</i>	<i>International Geomagnetic Reference Field</i>
<i>INPE</i>	<i>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais</i>
<i>ISS</i>	<i>International Space Station</i>
<i>ITA</i>	<i>Instituto Tecnológico de Aeronáutica</i>
<i>LEO</i>	<i>Low Earth Orbit</i>
<i>LVLH</i>	<i>Local-Vertical-Local-Horizontal</i>
<i>MEMS</i>	<i>Micro Electro Mechanical Systems</i>
<i>MICM</i>	<i>Magnetometer Instrument Calibration Mode</i>
<i>NASA</i>	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
<i>NM</i>	<i>Nominal Mode</i>
<i>POD</i>	<i>Picosatellite Orbital Deployer</i>
<i>RBLE</i>	<i>Radiation Belt Loss Experiment</i>
<i>SM</i>	<i>Safe and Diagnosis Mode</i>

*SPORT*

*Scintillation Prediction Observation Research Task*

*TRIAD*

*Three Axis Attitude Determination*

*UFSM*

Universidade Federal de Santa Maria

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Semi-eixo maior orbital
$A_1$	Matriz de atitude calculada pelo TRIAD 1
$A_2$	Matriz de atitude calculada pelo TRIAD 2
$A_3$	Matriz de atitude calculada pelo TRIAD 3
$b$	Matriz com medidas do sensor solar e magnetômetro no sistema do corpo
$b_g$	Vetor de vieses do giroscópio
$\dot{b}_g$	Viés do giroscópio
$b_m$	Viés do magnetômetro
$\dot{b}_m$	Instabilidade do viés do magnetômetro
$b_1$	Vetor do sistema do corpo do sensor solar
$b_2$	Vetor do sistema do corpo do magnetômetro
$b_3$	Vetor construído pelo TRIAD a partir de $b_1$ e $b_2$ ou $b_+$ e $b_-$ , no caso do TRIAD 3
$b_+$	Vetor construído a partir de $b_1$ e $b_2$
$b_-$	Vetor construído a partir de $b_1$ e $b_2$
$B_{mag}$	Medida do campo magnético terrestre feita pelo magnetômetro
$B$	Matriz multiplicação do ESOQ-2
$B_m$	Medida do campo magnético terrestre com viés e ruído
$c$	Função cosseno
$(C_d^{ss})^T$	Matriz que reflete o desalinhamento dos eixos e os erros no fator de escala do sensor solar
$C_i^b$	Matriz de rotação do sistema inercial para o fixo no corpo
$C_i^e$	Matriz estimada da atitude
$C_i^o$	Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico inercial e o orbital
$C_i^s$	Matriz de atitude verdadeira simulada
$C_i^t$	Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico inercial e o terrestre
$C_k^b$	Matriz de rotação que relaciona o sistema de referência dos sensores e o sistema do corpo

$C_s^e$	Matriz de erro de atitude
$(C_{ss}^b)^T$	Matriz de transformação do sistema do sensor para o sistema do corpo
$C_1(\phi)$	Matriz de rotação de ângulo $\phi$
$C_2(\theta)$	Matriz de rotação de ângulo $\theta$
$C_3(\psi)$	Matriz de rotação de ângulo $\psi$
$e$	Excentricidade
$\hat{e}$	Eixo de Euler
$\hat{e}_{se}$	Versor direção do centro da Terra em função da posição do satélite no sistema referencial
$F_k$	Linearização da função $f$
$G$	Matriz de distribuição de ruído do Filtro de Kalman
$G_{ESOQ}$	Matriz calculada pelo ESOQ-2 que leva em conta $B$ e $S$
$h$	Altitude em relação à superfície da Terra
$h(x_{k+1}^-)$	Valor aproximado pela predição
$H_k$	Linearização da função $h$
$i$	Inclinação
$I$	Matriz identidade
$I_{inercia}$	Matriz de inércia do satélite SPORT
$K$	Matriz simétrica 4x4 do ESOQ-2
$\bar{K}$	Ganho de Kalman
$m_r$	Momento magnético residual adotado
$M$	Anomalia média
$M$	Matriz calculada pelo ESOQ-2 que leva em conta $B$ , $G$ e $Z$
$p$	Vetor que representa a direção do eixo óptico do sensor de estrela
$\dot{P}$	Matriz de covariância do erro
$P_k^-$	Predição da matriz de covariância do erro de estimação no tempo $t_k$
$P_k^+$	Correção da matriz de covariância do erro de estimação no tempo $t_k$
$q$	Quatérnio
$\dot{q}$	Velocidade angular calculada pelo sensor de estrela

$q_{otimo}$	Quatérnio resultado do ESOQ-2
$q_v$	Parte imaginária do quatérnio
$q_0$	Parte real do quatérnio
$Q$	Matriz de variância do ruído do giroscópio
$r, t, n$	Versores do sistema fixados no sensor solar
$r$	Matriz com medidas do sensor solar e magnetômetro no sistema de referência
$r_i$	Posição do satélite no sistema referencial inercial
$r_1$	Vetor do sistema de referência do sensor solar
$r_1$	Vetor do sistema de referência do magnetômetro
$r_3$	Vetor construído pelo TRIAD a partir de $r_1$ e $r_2$ ou $r_+$ e $r_-$ , no caso do TRIAD 3
$r_+$	Vetor construído a partir de $r_1$ e $r_2$
$r_-$	Vetor construído a partir de $r_1$ e $r_2$
$R$	Raio da Terra
$R$	Matriz de variância do ruído do resultado do TRIAD ou ESOQ-2
$R_o^b$	Matriz de atitude do corpo com respeito ao referencial orbital
$s$	Função seno
$s$	Vetor simulado do Sol no sistema do corpo
$s_d$	Vetor do Sol visto pelos detectores
$s_{ilum}$	Variável para presença do Sol no campo de visada do sensor de estrela
$s_{se}$	Vetor direção do Sol no sistema de coordenadas geocêntrico inercial
$s_{ss}$	Vetor de direção do Sol no sistema do sensor
$S$	Matriz calculada pelo ESOQ-2 que considera $B$
$S_b$	Matriz dos desvios padrão associados à instabilidade do viés
$S_\omega$	Matriz de desvios padrão dos ruídos associados às medidas angulares do giroscópio
$t_k$	Instante de amostragem do Filtro de Kalman
$T_s$	Tempo de amostragem do Filtro de Kalman
$u$	Velocidade angular de entrada no Filtro de Kalman
$v$	Ruído do resultado do TRIAD ou ESOQ-2
$v_e$	Presença da Terra no FOV do sensor de estrelas

$v_s$	Presença do Sol na zona de exclusão do sensor de estrela
$v_\omega$	Variável que informe se as medidas realizadas pelo sensor de estrela são válidas
$w$	Variável aleatória gaussiana
$\mathbf{x}$	Quatérnio estado do sistema do Filtro de Kalman
$\hat{\mathbf{x}}_k^+$	Estado estimado no instante $t_k$ no Filtro de Kalman
$\hat{\mathbf{x}}_k^-$	Estado predito no instante $t_k$ no Filtro de Kalman
$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$	Estado predito no instante $t_{k+1}$ no Filtro de Kalman
$\mathbf{y}$	Vetor de máxima norma entre as colunas que compõem $\mathbf{M}$
$\mathbf{z}$	Quatérnio calculado pelo TRIAD ou ESOQ-2 no Filtro de Kalman
$\mathbf{z}_k$	Valor lido pelo TRIAD ou ESOQ-2
$\mathbf{Z}$	Matriz calculada pelo ESOQ-2 com valores de $\mathbf{B}$
$\alpha, \beta$	Ângulos de medição do sensor solar
$\alpha_{se}$	Campo de visada do sensor de estrelas
$\beta_{fov}$	Ângulo de meio cone de visada do sensor
$\beta_{se}$	Ângulo entre o vetor do centro da Terra e a tangente à linha do horizonte
$\gamma$	Ângulo entre a direção do eixo óptico do sensor de estrela e a direção do centro da Terra no local onde o satélite está
$\eta$	Ângulo de meio cone de exclusão do sensor de estrela
$\eta_g$	Variável aleatório de média nula e desvio padrão unitário da medida do giroscópio
$\eta_m$	Ruído branco associado a instabilidade do viés do magnetômetro
$\eta_{ss}$	Desvio padrão do sensor solar
$\eta_0, \eta_{fov}$	Desvios padrão das medidas do sensor solar
$\theta$	Ângulo de arfagem
$\theta_G$	Ângulo dado pelo tempo sideral de Greenwich
$\theta_1, \theta_2, \theta_3$	Variáveis aleatórias gaussianas de média nula do sensor de estrela
$\lambda$	Autovalor associada ao autovetor $\mathbf{q}_{otimo}$
$\mu_g$	Variável aleatório de média nula e desvio padrão unitário do viés do giroscópio
$\sigma_{mb}$	Desvio padrão associado ao ruído branco da instabilidade do viés do magnetômetro



$\sigma_{mg}$	Desvio padrão do magnetômetro
$\phi$	Ângulo de guinada
$\psi$	Ângulo de rolagem
$\Omega$	Ascensão reta do nodo ascendente
$\mathbf{\Omega}$	Matriz anti-simétrica função da velocidade angular do sensor de estrela
$\omega_p$	Argumento do perigeu
$\omega$	Vetor velocidade angular do sensor de estrela
$\omega_{fk}$	Ruído do giroscópio $\mathbf{q}_{otimo}$
$\omega_{gyr}$	Ruído do giroscópio
$\omega_{ib}^b$	Velocidade angular do corpo com respeito ao ECI escrita no sistema do corpo
$\omega_{io}^o$	Velocidade angular do sistema orbital com respeito ao inercial escrita no orbital
$\omega_o$	Velocidade angular do sistema orbital em torno de seu vetor quantidade de movimento angular
$\omega_o^b$	Velocidade angular do sistema orbital com respeito ao inercial escrita no sistema do corpo
$\omega_{ob}^b$	Velocidade angular do corpo com respeito ao orbital escrita no sistema do corpo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
1.1	MOTIVAÇÃO .....	19
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA .....	20
1.3	OBJETIVOS .....	21
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	24
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>25</b>
2.1	REPRESENTAÇÃO DA ATITUDE .....	25
2.1.1	Ângulos de Euler .....	25
2.1.2	Eixo de Euler e Ângulo Principal .....	27
2.1.3	Quatérnios .....	27
2.2	SISTEMAS DE REFERÊNCIA .....	29
2.2.1	Sistema de Coordenadas Geocêntrico Inercial .....	29
2.2.2	Sistema Geocêntrico Terrestre .....	29
2.2.3	Sistema de Coordenadas Orbital .....	30
2.2.4	Sistema de Referência dos Sensores .....	31
2.2.5	Sistema de Referência para a Atitude .....	32
2.3	SENSORES .....	32
2.3.1	Sensor Solar .....	32
2.3.2	Magnetômetro .....	35
2.3.3	Sensor de Estrela .....	35
2.3.4	Giroscópio .....	40
2.4	MISSÃO SPORT .....	42
2.4.1	Características do Satélite .....	42
2.4.2	Sistema de Coordenadas Geométrico do Satélite .....	43
2.4.3	Requisitos do Subsistema de Determinação de Atitude .....	44
2.4.4	Modos de Operação .....	44
2.5	ALGORITMOS DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE .....	46
2.5.1	TRIAD .....	46
2.5.2	ESOQ-2 .....	47
2.5.3	Filtro de Kalman .....	48
2.6	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	53
2.6.1	CubeSats e sensores .....	53
2.6.2	Algoritmos de determinação de atitude .....	55
<b>3</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE .....</b>	<b>56</b>
3.1	ALGORITMOS .....	58
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>60</b>
4.1	SENSOR DE ESTRELAS .....	61
4.2	GIROSCÓPIO .....	65
4.3	TRIAD .....	69
4.4	ESOQ-2 .....	71
4.5	FILTRO DE KALMAN .....	72
4.6	COMPARAÇÕES DE RESULTADOS .....	74
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>84</b>
5.1	CONTRIBUIÇÕES .....	85
5.2	LIMITAÇÕES .....	85

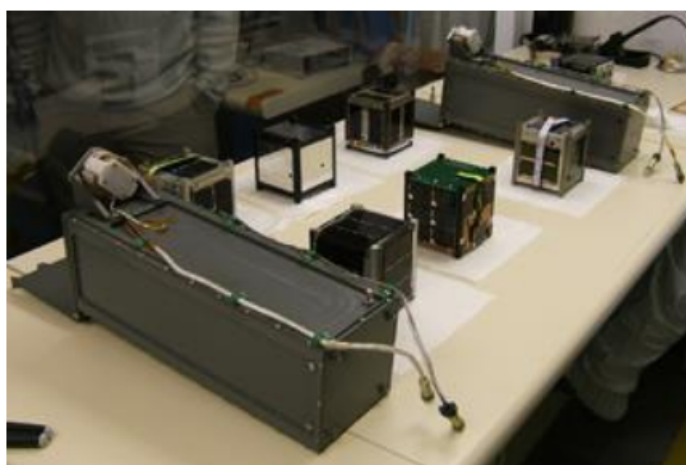
5.3	TRABALHOS FUTUROS .....	85
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>86</b>
	<b>APÊNDICE A – FIGURAS DA DETERMINAÇÃO DE ATITUDE .....</b>	<b>88</b>
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGOS EM MATLAB .....</b>	<b>97</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Com o avanço das tecnologias, a complexidade de missões espaciais aumentou nos últimos anos. Entretanto, na mesma medida, a sua eficiência se tornou um grande problema no atual cenário de exploração espacial. Altos custos e longos períodos de desenvolvimento levaram à miniaturização dos satélites, de maneira a solucionar tais problemas (HO, 2012). Com isso, pequenos satélites vêm ganhando espaço dentro das universidades, sendo utilizados principalmente para fins educativos, demonstração e desenvolvimento de tecnologia. De acordo com Bouwmeester e Guo (2010), satélites de pequeno porte podem ser divididos em picossatélites, entre 0,1 e 1 kg e nanossatélites, entre 1 e 10 kg. O padrão CubeSat foi introduzido em 1999 pela *California Polytechnic State University* e *Stanford University*. Um CubeSat é um satélite com o formato de um cubo com dimensões de 10x10x10 cm, tendo até 1,33 kg. Ele é liberado no espaço através do POD (*Picosatellite Orbital Deployer*), que serve como interface entre o nanossatélite e o veículo de lançamento, conforme descrito em Mehrparvar et al. (2014). A grande maioria desses satélites é equipada com painéis solares montados no corpo a fim de carregar a bateria, que é usada nos momentos em que o satélite não recebe luz solar diretamente, momento denominado eclipse. A Figura 1.1 demonstra exemplos de CubeSat e PODs.

Figura 1.1 – CubeSats e sua estrutura de liberação no espaço.



Fonte: (MEHRPARVAR et al., 2014).

Tendo vista esse cenário, Universidades brasileiras estão investindo nesse padrão de satélite, tanto para desenvolvimento de tecnologia quanto capacitação de recursos humanos para a área espacial. Assim, a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em

parceria com o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) permitiu o lançamento, em 2014, do primeiro CubeSat brasileiro, o NanosatC-BR1. Segundo INPE (2014), os dados dos subsistemas e carga úteis são utilizados em pesquisas sobre clima espacial e fenômenos que impactam a Terra, como a Anomalia Magnética do Atlântico Sul (AMAS).

O sucesso do NanosatC-Br1 impulsionou outras missões brasileiras com CubeSats. Assim, o Instituto Tecnológico da Aeronáutica (ITA) está participando do Programa de Pesquisa de Observação e Previsão da Cintilação - *Scintillation Prediction Observation Research Task* (SPORT) (SPANN et al., 2017), em uma missão de colaboração internacional que irá avançar a compreensão da natureza e evolução das estruturas ionosféricas em torno do pôr do sol para melhorar as previsões dos distúrbios que afetam a propagação de sinais de rádio e de telecomunicação. Os instrumentos propostos serão integrados a uma plataforma 6U em desenvolvimento pelo ITA (baseada no nanossatélite ITASAT) que será lançada da Estação Espacial Internacional (ISS).

A proposta da missão SPORT cobrirá o projeto, fabricação, montagem, integração e testes da plataforma 6U, além do suporte a atividades conjuntas para atender os componentes desenvolvidos pelo contingente americano da NASA (*Marshall Space Flight Center*), Universidade Estadual de Utah (USU) e Universidade do Alabama em Huntsville (UAH). Essas duas últimas sendo responsáveis pelas cargas úteis da missão. Assim como do INPE, o qual incluirá a operação da missão, a integração e testes das cargas úteis em conjunto com o ITA e a coleta, redução e disseminação dos dados coletados.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Devido aos requisitos de determinação de atitude impostos pelo projeto da missão, é necessário uma alta precisão desse subsistema. O sensor de estrelas é o mais preciso que se pode utilizar, conforme define Ley, Wittmann e Hallmann (2009). Porém, quando o Sol ou a Terra estão em seu campo de visada, suas medidas se tornam imprecisas e, conseqüentemente, não devem ser utilizadas. Então, é necessário fazer o uso de outros sensores em conjunto de modo a respeitar a acurácia na determinação de atitude, atendendo o requisito imposto. Dito isso, os problemas que este trabalho visa analisar são:

- Seria possível melhorar a precisão da determinação de atitude do projeto SPORT por meio de filtragem?

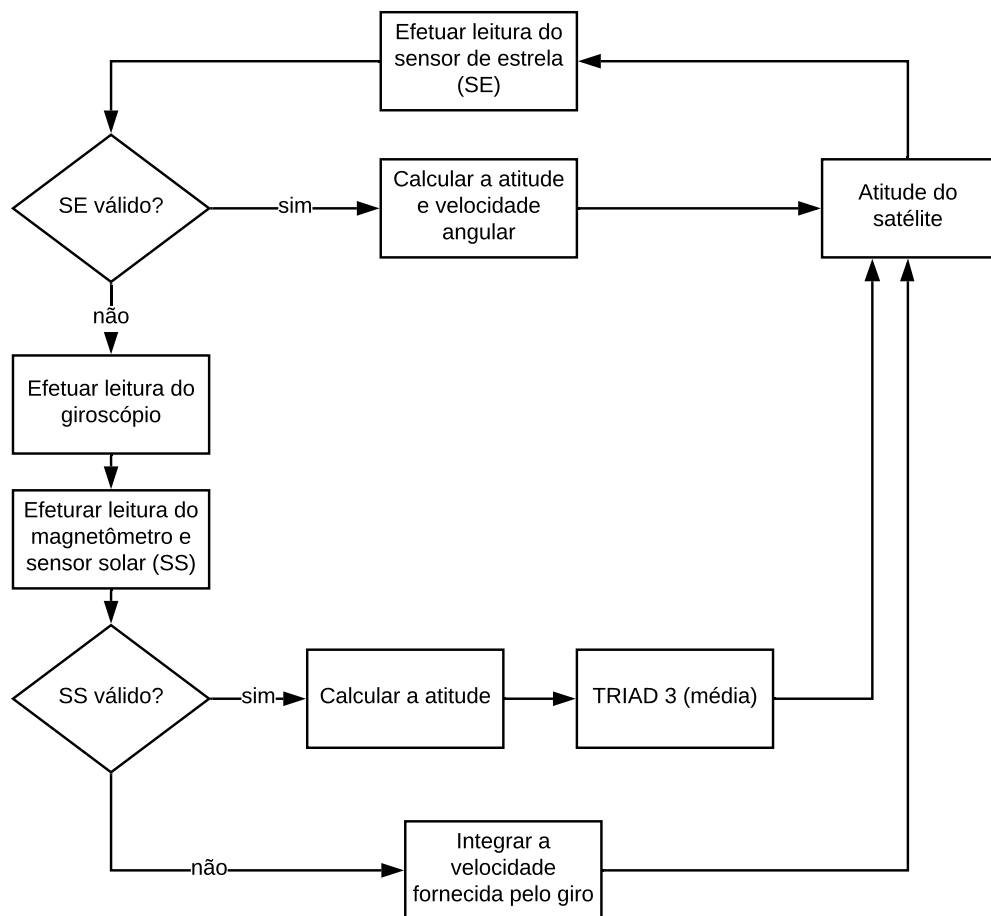
### 1.3 OBJETIVOS

No contexto do projeto do *Attitude Determination and Control System* (ADCS) da missão SPORT, o objetivo geral é avaliar o desempenho do sistema de determinação de atitude do projeto SPORT considerando técnicas de filtragem e estimação. Os objetivos específicos são:

- Implementar o método ESOQ-2;
- Implementar os diferentes tipos do algoritmo TRIAD;
- Implementar o Filtro de Kalman;
- Propor um método para a determinação de atitude que respeite os requisitos de erro;
- Avaliar o desempenho do sistema de determinação de atitude.

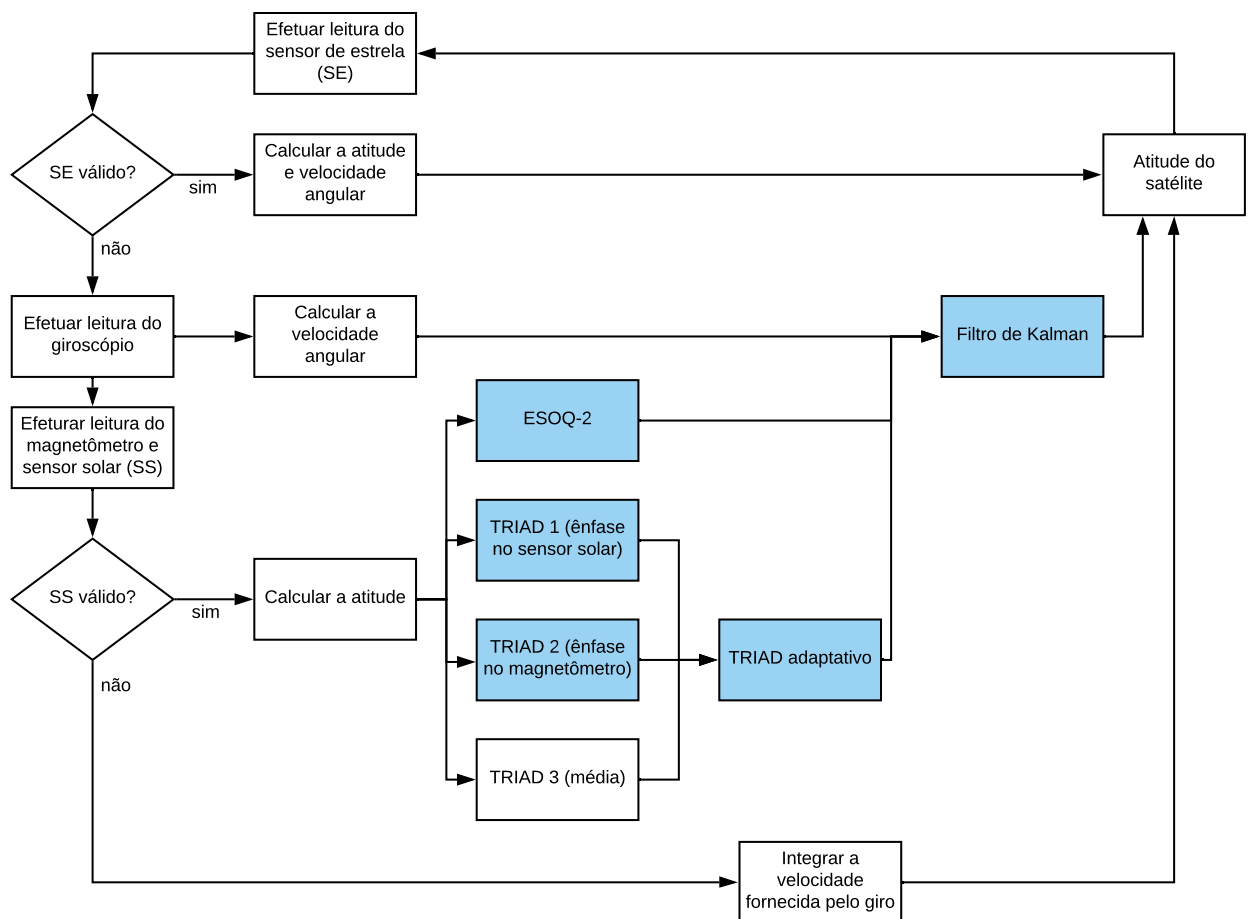
Nesse sentido, a estrutura atual para o sistema ADCS é dada conforme a Figura 1.2.

Figura 1.2 – Estrutura atual da lógica de determinação de atitude.



Em primeiro lugar, na estrutura atual, a leitura do sensor de estrela é realizada. Caso suas medidas sejam válidas, o programa em MATLAB calcula a sua atitude e velocidade angular, obtendo assim, a atitude do satélite. Caso suas medidas não sejam válidas, a leitura do giroscópio, magnetômetro e sensor solar é feita. Caso as medidas do sensor solar estejam válidas, o programa calcula a atitude do satélite através do algoritmo TRIAD, que faz uma média entre as medidas do sensor solar e magnetômetro. Se as suas medidas não forem válidas, a velocidade do giroscópio é integrada de maneira a fornecer a atitude do satélite. Tal estrutura não atende os requisitos impostos para o ADCS quando o sensor de estrela não apresenta medidas válidas. Para esses casos, é necessário uma estrutura diferente de maneira a atender os requisitos. Para isso, este trabalho propõe a estrutura dada na Figura 1.3.

Figura 1.3 – Estrutura proposta da lógica de determinação de atitude.



Fonte: Própria autora.

A parte inicial da estrutura proposta é semelhante a estrutura atual. Se as medidas do sensor de estrela estiverem válidas, o programa obtém a atitude do satélite através delas. A diferença está quando as medidas do sensor de estrela não são válidas. Neste caso, a velocidade angular do satélite é obtida a partir da leitura do giroscópio e, se as





## 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está organizado da seguinte maneira:

No Capítulo 1, é feita uma breve introdução a respeito do tema deste trabalho, contando com motivação, definição do problema, objetivos e revisão bibliográfica.

No Capítulo 2.1, os métodos de representação de atitude utilizados como ângulos de Euler e quatérnions são apresentados.

No Capítulo 2.2, as definições dos sistemas de referência e suas transformações são apresentadas.

No Capítulo 2.3, os sensores assim como os seus modelos matemáticos são expostos.

No Capítulo 2.4, é feita a descrição da missão SPORT, assim como seus dados, requisitos e modos de operação.

No Capítulo 2.5, os algoritmos implementados são descritos: TRIAD, ESOQ-2 e Filtro de Kalman.

No Capítulo 3 define-se os sensores que foram utilizados e explica-se a implementação dos algoritmos apresentados anteriormente.

No Capítulo 4 os resultados da implementação são apresentados para vários casos.

No Capítulo 5 ressalta-se as contribuições, além dos resultados obtidos e sugestões de trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 REPRESENTAÇÃO DA ATITUDE

De acordo com Arantes (2005), a atitude de um corpo é a orientação de um sistema de eixos coordenados com respeito a outro, enquanto o movimento de atitude é o movimento de rotação de um corpo em torno do seu centro de massa.

A determinação dessa atitude pode ser definida como processo de cálculo da orientação de um satélite em relação ao sistema de referência inercial, através da utilização de diversos sensores. A orientação do satélite pode ser prevista usando modelos que permitam extrapolar sua atitude, sendo necessário conhecer as forças perturbadoras que agem sobre o veículo e ser capaz de moldá-las matematicamente e dinamicamente. Assim que a atitude é determinada, a parte de controle é utilizada com a finalidade de orientar o satélite para que esse adquira ou mantenha a atitude pré-fixada pela missão.

Matematicamente, no caso de um satélite, sabendo-se a atitude do corpo, as coordenadas de um vetor no espaço inercial podem ser representadas no conjunto de coordenadas fixas no satélite. Segundo Tewari (2007), a orientação geral de um corpo no espaço pode ser obtida através de sucessivas rotações no sistema de referência. O maior número dessas rotações que é necessário para especificar tal orientação, chamado de graus de liberdade rotacionais, é três. Assim, é possível empregar três ângulos, um sobre cada eixo coordenado, conhecidos como ângulos de Euler.

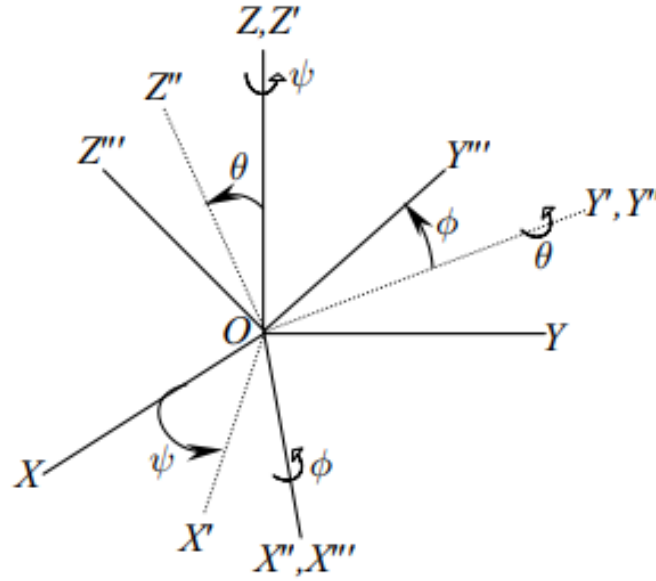
#### 2.1.1 Ângulos de Euler

Nessa representação da atitude, a sequência de rotação é de extrema importância.

Os ângulos de Euler podem ser especificados utilizando a notação  $(\psi)_3$ ,  $(\theta)_2$  e  $(\phi)_1$ , que denota as seguintes rotações:

1. Rotação  $(OXYZ)$  de ângulo  $\psi$  no eixo  $OZ$ , resultando em uma orientação intermediária  $(OX'Y'Z')$
2. Rotação de ângulo  $\theta$  no eixo  $OY'$ , resultando em  $(OX''Y''Z'')$
3. Rotação de ângulo  $\phi$  no eixo  $OX''$ , resultando em  $(OX'''Y'''Z''')$

Figura 2.1 – Orientação dos ângulos de Euler,  $(\psi)_3$ ,  $(\theta)_2$ ,  $(\phi)_1$ .



Fonte: (TEWARI, 2007).

Essa orientação descreve a atitude do satélite em relação ao local horizontal utilizando os ângulos de guinada ( $\psi$ ), arfagem ( $\theta$ ) e rolagem ( $\phi$ ) representados na Figura 2.1.

A matriz de rotação que leva do sistema inercial para o fixo no corpo de acordo com a sequência de rotações exposta acima é

$$C_i^b = C_1(\phi)C_2(\theta)C_3(\psi) \quad (2.1)$$

Essa matriz de rotação é composta por outras três matrizes elementares, cada uma com respeito a um eixo. Dessa forma, a matriz de rotação de ângulo  $\phi$  em torno do eixo  $X$  é

$$C_1(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Assim, para os outros ângulos tem-se:

$$C_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$C_3(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Finalmente, segundo descrito em Tewari (2007),

$$\mathbf{C}_i^b = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde  $s$  e  $c$  denotam  $\sin$  e  $\cos$  respectivamente.

### 2.1.2 Eixo de Euler e Ângulo Principal

O Teorema de Rotação do Eixo de Euler, dado em Wie (2008), afirma que a orientação relativa é determinada por uma rotação  $\phi$  sob um eixo fixo na origem, chamado de eixo de Euler, representado por um vetor unitário  $\hat{e}$ .

$$\hat{e} = e_1 \hat{x}_i + e_2 \hat{y}_i + e_3 \hat{z}_i \quad (2.6)$$

A matriz de rotação para esse caso é

$$\mathbf{R}_i^b = \begin{bmatrix} c\phi + e_1^2(1 - c\phi) & e_1 e_2(1 - c\phi) + e_3 s\phi & e_1 e_3(1 - c\phi) - e_2 s\phi \\ e_2 e_1(1 - c\phi) - e_3 s\phi & c\phi + e_2^2(1 - c\phi) & e_2 e_3(1 - c\phi) + e_1 s\phi \\ e_3 e_1(1 - c\phi) + e_2 s\phi & e_3 e_2(1 - c\phi) - e_1 s\phi & c\phi + e_3^2(1 - c\phi) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde  $s$  e  $c$  denotam  $\sin$  e  $\cos$  respectivamente. Tal matriz pode ser resumida da seguinte maneira (TEWARI, 2007):

$$\mathbf{R}_i^b = \mathbf{I} \cos(\phi) + (1 - \cos(\phi))\mathbf{e}\mathbf{e}^T - \sin(\phi)\mathbf{S}(\mathbf{e}), \quad (2.8)$$

na qual

$$\mathbf{S}(\mathbf{e}) = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 2.1.3 Quatérnios

Também chamados de parâmetros simétricos de Euler, os quatérnios são compostos por quatro parâmetros mutuamente dependentes  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ . Neste trabalho, os três

últimos valores formam a parte imaginária e o primeiro,  $q_0$  a parte real.

$$\mathbf{q} \doteq \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{q}_v \doteq \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k} \quad (2.11)$$

A representação da atitude através dos quatérnios pode ser derivada do Teorema de Rotação do Eixo de Euler descrito na Seção 2.1.2.

Portanto, com o eixo de Euler  $\hat{e}$  e a rotação principal de ângulo  $\phi$ , a parte imaginária é definida como, de acordo com Wie (2008):

$$\mathbf{q}_v \doteq \mathbf{e} \sin \left[ \frac{\phi}{2} \right] \quad (2.12)$$

e a parte real:

$$q_0 \doteq \cos \left[ \frac{\phi}{2} \right] \quad (2.13)$$

Desse jeito,  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  devem satisfazer

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (2.14)$$

Essa condição implica que o quatérnio fornece três parâmetros escalares independentes. Já que os quatro elementos satisfazem a Equação 2.14, pode-se dizer que a atitude varia sob a superfície de uma esfera unitária quadri-dimensional sem nenhuma singularidade.

A vantagem do uso de quatérnio é que ele não requer um grande esforço computacional como a resolução de funções trigonométricas, por exemplo.

A matriz de rotação é, então, dada pelo resultado obtido a partir da Equação 2.8, conforme Wie (2008).

$$\mathbf{C} = (q_0^2 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) \mathbf{I} + 2\mathbf{q} \mathbf{q}^T - 2q_0 \mathbf{S}(\mathbf{q}) \quad (2.15)$$

Na qual

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Finalmente, se o quartérnio representa a rotação do sistema inercial para o sistema

do corpo, a matriz de mudança do sistema inercial para o corpo é dada por:

$$\mathbf{C}_i^b = \begin{bmatrix} q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_0^2 & 2(q_1q_2 + q_3q_0) & 2(q_1q_3 - q_2q_0) \\ 2(q_1q_2 - q_3q_0) & -q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 & 2(q_2q_3 + q_1q_0) \\ 2(q_1q_3 + q_2q_0) & 2(q_2q_3 - q_1q_0) & -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_0^2 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

## 2.2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

Neste trabalho, a convenção utilizada segue a regra da mão direita e está de acordo com ITA (2018).

### 2.2.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico Inercial

Sua origem é no centro de massa da Terra, do inglês *Earth-Centred Inertial Frame* (ECI).

Segue a notação  $\{x_i, y_i, z_i\}$  sendo que

- $x_i$ : coincide com a interseção do plano do Equador terrestre com o plano da eclíptica, com sentido positivo no equinócio de primavera;
- $z_i$ : coincide com o eixo de rotação da Terra, com sentido positivo em direção ao polo norte;
- $y_i$ : completa o sistema a partir da regra da mão direita.

### 2.2.2 Sistema Geocêntrico Terrestre

É o sistema fixo na Terra com sua origem no seu centro de massa, do inglês *Earth-Centred Earth-Fixed Frame* (ECEF). Segue a notação  $\{x_t, y_t, z_t\}$  da seguinte maneira:

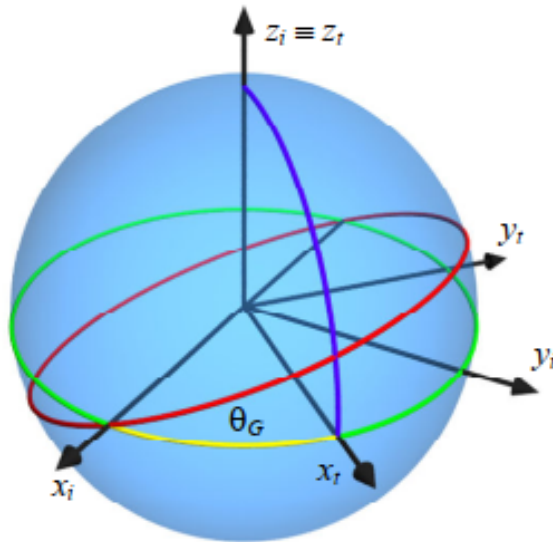
- $x_t$ : contido no plano do Equador e passa pelo meridiano de Greenwich;
- $z_t$ : coincide com o eixo de rotação da Terra, com sentido positivo em direção ao polo norte;
- $y_t$ : completa o sistema a partir da regra da mão direita.

Este sistema está relacionado com o sistema geocêntrico inercial por meio da matriz  $C_i^t$ , obtida por uma rotação ao redor do eixo  $z$  de um ângulo dado pelo tempo sideral de Greenwich, que é calculado baseado na data e horário do dia. Este sistema é utilizado pois fornece uma referência de campo magnético para a determinação de atitude através do magnetômetro, visto que o campo magnético é conhecido no sistema geocêntrico terrestre. A matriz  $C_i^t$  é dada por:

$$C_i^t = C_3(\theta_G) \quad (2.18)$$

A Figura 2.2 representa essa transformação.

Figura 2.2 – Sistema geocêntrico inercial e geocêntrico terrestre.



Fonte: (ITA, 2018).

### 2.2.3 Sistema de Coordenadas Orbital

Vem do inglês *Earth-Centred Orbit Frame* (ECO).

Segue a notação  $\{x_o, y_o, z_o\}$  da seguinte maneira:

- $x_o$ : passa pelo centro de massa do satélite, e sentido positivo em direção ao zênite local;
- $z_o$ : perpendicular ao plano da órbita do satélite, com mesmo sentido do momento angular orbital;
- $y_o$ : completa o sistema seguindo a regra da mão direita, com direção próxima do vetor de velocidade do satélite em sua órbita.

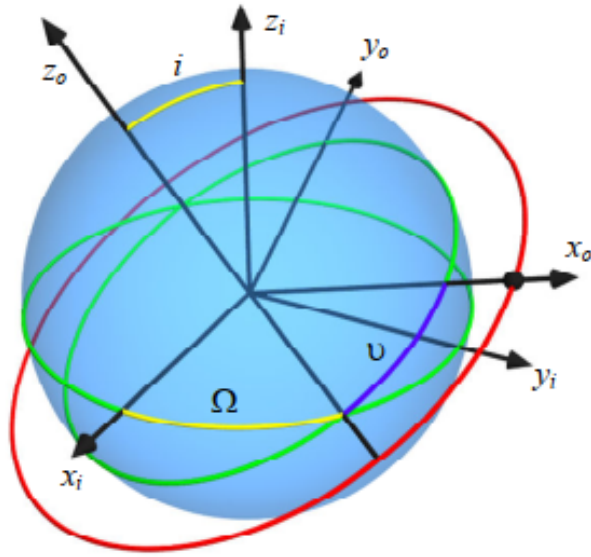
Este sistema se relaciona com o sistema geocêntrico inercial por meio da matriz  $C_o^i$ , que depende dos elementos keplerianos: ascensão reta do nodo ascendente  $\Omega$ , inclinação  $i$ , argumento do perigeu  $\omega$  e anomalia verdadeira  $f$ . A matriz  $C_o^i$ , conforme descrito em ITA (2018), é:

$$C_o^i = C_3(-\Omega)C_1(-i)C_3(-v) \quad (2.19)$$

sendo  $v = \omega + f$  e as matrizes  $C_1$  e  $C_3$ , definidas conforme a Seção 2.1.1.

A Figura 2.3 representa essa transformação.

Figura 2.3 – Sistema geocêntrico inercial e orbital terrestre.



Fonte: (ITA, 2018).

#### 2.2.4 Sistema de Referência dos Sensores

Segue a notação  $\mathcal{F}_k$ . Os sensores são rigidamente fixados em relação ao corpo, o qual também é assumido rígido. Assim, cada sensor possui um sistema de referência com orientação constante com respeito ao sistema de referência do corpo. Este sistema se relaciona com o sistema de coordenadas do satélite por meio de trocas de eixos ou de sentidos dos eixos, com a matriz  $C_k^b$ .



### 2.2.5 Sistema de Referência para a Atitude

Segue a notação  $\mathcal{F}_r$ . Na realidade, não constitui um sistema novo, apenas viabiliza duas ou mais formas de controle de atitude por meio de um controlador único. Para o caso de um apontamento terrestre, como é o caso da atitude nominal adotado, este sistema coincide com o orbital. Caso seja necessário assumir outra atitude como uma atitude inercial, por exemplo, este sistema poderá coincidir com o sistema inercial. A matriz de referência para o controle é dada por  $C_r^b$ , sendo

$$C_r^b = C_i^b \quad (2.20)$$

para um estabilização inercial, ou

$$C_r^b = C_i^b C_o^i \quad (2.21)$$

para uma estabilização com apontamento terrestre.

## 2.3 SENSORES

A determinação da atitude absoluta é baseada na direção de dois vetores linearmente independentes que correspondem a um sistema de referência.

De acordo com Macdonald e Badescu (2014), existem dois tipos de sensores:

- Sensores vetoriais: fornecem a direção de um objeto como o sol, um planeta ou uma estrela. Essa direção pode ser obtida de maneira direta, como em um sensor de estrelas, ou indireta, no caso dos magnetômetros e sensores solares.
- Sensores inerciais: fornecem uma leitura contínua da atitude e independente de fontes externas, mas devido a erros, requerem correções dos sensores de referência para que os erros permaneçam em uma tolerância aceitável. Um exemplo é o giroscópio.

Os sensores utilizados na missão SPORT são: sensor solar, magnetômetro, sensor de estrela e giroscópio. Assim, esses sensores serão descritos nessa seção.

### 2.3.1 Sensor Solar

Detecta a presença e orientação do Sol em relação ao satélite e é importante na grande maioria das missões espaciais. Sensores solares medem o ângulo da luz solar incidente com relação ao referencial do corpo e a direção até o sol e, portanto, fornecem a determinação de atitude em dois eixos.

Podem ser classificados em três categorias: detector de presença do Sol, sensores analógicos e digitais. Nesse trabalho será considerado o sensor solar digital de 2 eixos. Esses sensores são caracterizados por alta confiabilidade e pela capacidade de fornecer medidas estáveis mesmo com altas rotações. As medidas do sensor solar são válidas apenas se a direção do Sol estiver dentro do campo de visada do sensor.

O vetor de direção do Sol no sistema do sensor é dado por ITA (2018) da seguinte forma:

$$\mathbf{s}_{ss} = (\mathbf{C}_{ss}^b)^T \mathbf{s}, \quad (2.22)$$

na qual  $\mathbf{s}$  é o vetor simulado do Sol no sistema do corpo e  $(\mathbf{C}_{ss}^b)^T$  a matriz de transformação do sistema do sensor para o sistema do corpo.

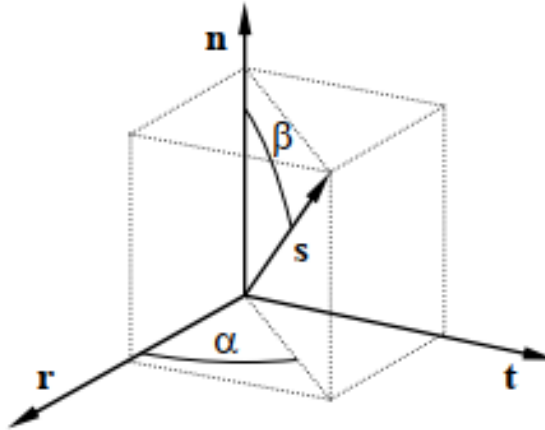
Por causa do desalinhamento dos eixos dos detectores e defeitos no fator de escala, é necessário calcular o vetor do Sol visto pelos detectores, que é:

$$\mathbf{s}_d = (\mathbf{C}_d^{ss})^T \mathbf{s}_{ss} = (\mathbf{C}_d^{ss})^T (\mathbf{C}_{ss}^b)^T \mathbf{s}, \quad (2.23)$$

onde  $(\mathbf{C}_d^{ss})^T$  é a matriz que reflete esse desalinhamento e os erros no fator de escala, que geralmente é próxima da matriz identidade.

A Figura 2.4 mostra os versores do sistema fixados no sensor  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{t}$  e  $\mathbf{n}$  além dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$ , que são as medições feitas pelo sensor.

Figura 2.4 – Ângulos de medição do sensor solar.



Fonte: (ITA, 2018).

Os ângulos são definidos da seguinte maneira:

$$\alpha = \tan^{-1} \left[ \frac{s_{dy}}{s_{dx}} \right] + w \quad (2.24)$$

e

$$\beta = \cos^{-1}(s_{dz}) + w, \quad (2.25)$$

na qual  $s_d = (s_{dx} \ s_{dy} \ s_{dz})^t$  é a medida nos 3 eixos dos detectores e  $w$  é uma variável aleatória gaussiana com média nula e desvio padrão  $\eta_{ss}$ .

O desvio padrão depende de  $\eta_0$  e  $\eta_{fov}$ , que são os desvios padrão das medições quando  $\beta$  é nulo e quando é próximo ao seu valor máximo, no limite do campo de visada. Supondo uma variação linear entre esses extremos,

$$\eta_{ss} = \eta_0 + \frac{\beta}{\beta_{fov}}(\eta_{fov} - \eta_0). \quad (2.26)$$

A modelagem do erro apresentada é apenas um resumo, visto que esse não é o objetivo deste trabalho. Esse resultado é proveniente de (ITA, 2018).

Se esses versores forem conhecidos em relação ao sistema do satélite, é possível obter a matriz de transformação entre os sistemas, que é dada por:

$$\mathbf{C}_b^{ss} = (\mathbf{r} \ \mathbf{t} \ \mathbf{n}). \quad (2.27)$$

Para que as medidas do sensor solar sejam válidas, é necessário que a direção do Sol esteja dentro do campo de visada do sensor. Isso acontece se o ângulo  $\beta$  for menor do que um determinado valor que é uma característica do sensor e, no caso desse trabalho, o seu valor é  $60^\circ$ . Este ângulo é denominado campo de visada (FOV, do inglês *field of view*)  $\beta_{fov}$ .

Então, o algoritmo se torna

$$s_b = \begin{cases} \mathbf{C}_{ss}^b \mathbf{C}_d^{ss} s_d, & \text{se } \beta \leq \beta_{fov} \\ \text{indefinido, caso contrário.} \end{cases} \quad (2.28)$$

Para simular as medições do sensor, é necessário ter os seguintes dados:

- A matriz de alinhamento dos eixos,  $\mathbf{C}_{ss}^b$ , em relação ao sistema de coordenadas do satélite;
- A direção simulada do Sol,  $s$ , neste mesmo sistema;
- Ângulo de meio cone de visada do sensor,  $\beta_{fov}$ ;
- Os desvios padrão das medidas,  $\eta_0$  e  $\eta_{fov}$ ;
- A matriz de desalinhamento e fator de escala do sensor,  $\mathbf{C}_d^{ss}$ .

Conhecendo  $\alpha$  e  $\beta$ , o vetor de direção do Sol medido pelo sensor é:

$$\mathbf{s}_{ss} = \begin{bmatrix} \sin(\beta) \cos(\alpha) \\ \sin(\beta) \sin(\alpha) \\ \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

### 2.3.2 Magnetômetro

Os magnetômetros podem ser usados como sensores de atitude vetoriais e seu objetivo é fornecer a direção e intensidade do campo magnético local. Um magnetômetro de determinação de atitude, em geral, possui 3 eixos de medição. Cada eixo de medição mede a intensidade do campo magnético local ao longo do mesmo. Cada eixo é montado fixo ao corpo, geralmente em estrutura ortogonal que acompanha os eixos de referência do corpo. O resultado é a medição do campo magnético local em relação aos eixos do sistema do corpo. Quando essa informação é comparada com um modelo do campo magnético terrestre, como o campo geomagnético de referência internacional - *International Geomagnetic Reference Field* (IGRF), a atitude do satélite pode ser determinada. Visto que o campo magnético terrestre não é totalmente mapeado e possui diversas anomalias, os magnetômetros geralmente são combinados com outros sensores.

Esses sensores são úteis para fornecer dados ao sistema de controle que reduz a velocidade angular do satélite após entrar em órbita, da mesma maneira que é feito com o sensor de estrelas. É um dos sensores mais comuns para determinação de atitude para satélites em órbita baixa (LEO). Isso é devido à sua simplicidade, robustez, baixo custo e massa. Além disso, são confiáveis, leves, têm baixos requisitos de potência e operam sob larga faixa de temperatura. Suas medidas podem ser afetadas por variações em outros componentes do satélite devido a impactos da temperatura e campo magnético residual do próprio satélite.

De acordo com ITA (2018), as curvas do magnetômetro foram ajustadas com um modelo que considera ruído nas medidas e instabilidade no viés da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_m = \mathbf{B}_{mag} + \mathbf{b}_m + \boldsymbol{\eta}_m, \quad (2.30)$$

onde  $\mathbf{B}_m$  é a medida do campo magnético terrestre  $\mathbf{B}_{mag}$  feita pelo magnetômetro,  $\mathbf{b}_m$  é o viés e  $\boldsymbol{\eta}_m$  é um ruído branco de média nula e desvio padrão  $\sigma_{mg}$ . A instabilidade do viés pode ser modelada também a partir de uma dinâmica constituída de um ruído branco  $\boldsymbol{\mu}_m$  de média nula e desvio padrão  $\sigma_{mb}$ :

$$\dot{\mathbf{b}}_m = \boldsymbol{\mu}_m. \quad (2.31)$$

### 2.3.3 Sensor de Estrela

Os sensores de estrela medem as coordenadas de estrelas no sistema fixo no satélite. São os sensores mais precisos, apesar de inoperantes quando o Sol ou a Terra estão no seu campo de visada. De acordo com Ley, Wittmann e Hallmann (2009), o sensor fornece a atitude quando as coordenadas observadas são comparadas com direções

conhecidas de estrelas (catálogo) e determina a atitude inercial através da identificação de padrões de estrela. Para obter a atitude em 3 eixos, a identificação de duas estrelas é suficiente.

Seu maior problema é a quantidade de luz que atinge o detector que tem um comprimento de onda diferente do desejado, conhecida como luz espúria (*stray light*). A correção é feita por um sombreador solar (*baffle*). Partículas de radiação normalmente danificam *pixels* no sensor, reduzindo progressivamente as suas capacidades de detecção de estrela. A luz de objetos brilhantes como o Sol ou a Terra podem influenciar as capacidades de detecção, mesmo se eles não aparecem no FOV do sensor de estrela.

Para que o sensor de estrela forneça uma medida de atitude válida, a Terra e o Sol devem estar fora do campo de visada do sensor. Isso se dá visto que os reflexos da luz solar no sistema óptico do sensor produzem efeitos que podem ser confundidos com estrelas. Por isso, estabelece-se uma zona de exclusão ao redor do Sol, fazendo com que as medidas não sejam utilizadas. A presença da Lua no campo de visada do satélite também pode criar medidas inválidas porém, essa zona é significativamente menor do que a zona de exclusão do Sol. Assim, esse efeito não é considerado na modelagem do sensor.

Considerando um satélite com altitude  $h$  em relação à superfície da Terra,  $\beta_{se}$  é o ângulo entre o vetor do centro da Terra e a tangente à linha do horizonte, como mostra a Figura 2.5. Este é calculado através das seguintes relações:

$$\sin(\beta_{se}) = \frac{R}{R + h}, \quad (2.32)$$

$$\cos(\beta_{se}) = \sqrt{1 - \sin^2(\beta_{se})}, \quad (2.33)$$

obtidas por geometria, onde  $R$  é o raio da Terra. A condição para que a Terra não esteja dentro do cone de visada do sensor é

$$\gamma \geq \alpha_{se} + \beta_{se}, \quad (2.34)$$

em que  $\gamma$  é o ângulo entre a direção do eixo óptico do sensor e a direção do centro da Terra no local onde o satélite está,  $\alpha_{se}$  é o campo de visada ou *field of view* (FOV) do sensor de estrelas.

Considerando o versor direção do centro da Terra em função da posição do satélite no sistema referencial inercial  $\mathbf{r}_i$

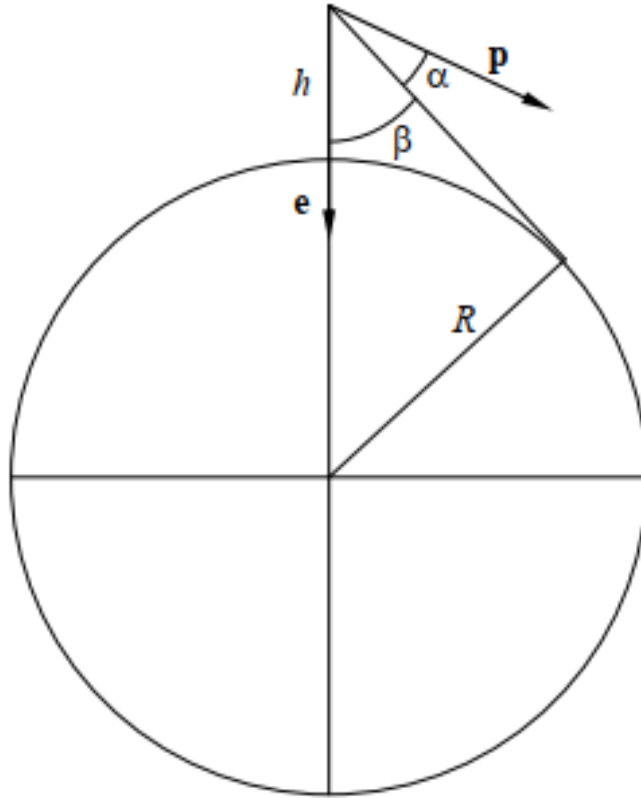
$$\hat{\mathbf{e}}_{se} = -\frac{\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_i|} \quad (2.35)$$

e tomando  $\mathbf{p}$  como o vetor que representa a direção do eixo óptico do sensor de estrela,

se tira da Equação 2.34, segundo ITA (2018), que

$$\cos(\gamma) = \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{se} < \cos(\alpha_{se} + \beta_{se}) = \cos(\alpha_{se}) \cos(\beta_{se}) - \sin(\alpha_{se}) \sin(\beta_{se}) = d. \quad (2.36)$$

Figura 2.5 – Geometria considerada na modelagem do sensor de estrelas.



Fonte: (ITA, 2018).

É preciso notar que tanto o vetor  $\mathbf{p}$  quanto o vetor  $\mathbf{e}$  precisam ser transformados para o sistema geocêntrico inercial para a efetuação do cálculo. De maneira resumida, a presença da Terra no FOV do sensor é descrita a partir da variável  $v_E$ , que caso valha 1 indica que o sensor foi bem sucedido na determinação da atitude e caso valha zero, não foi.

$$v_E = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{p} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{se} < \cos(\alpha_{se}) \cos(\beta_{se}) - \sin(\alpha_{se}) \sin(\beta_{se}), \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.37)$$

Além disso, o Sol também não pode estar no FOV do satélite para que o mesmo apresente uma medida válida de atitude. Isso é analisado a partir da seguinte equação:

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{s}_{se} < \cos(\eta), \quad (2.38)$$

na qual  $\eta$  é o ângulo de meio cone de exclusão e  $\mathbf{s}$  é o vetor direção do Sol no sistema de

coordenadas geocêntrico inercial.

O satélite estará iluminado sempre que  $\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{s}_{se} \geq 0$  ou  $|\mathbf{r}_i \times \mathbf{s}_{se}| \geq R$ . Caso uma dessas condições seja satisfeitas, a variável  $s_{ilum}$  vale 1, caso contrário o satélite não está iluminado e  $s_{ilum} = 0$ .

Dessa forma, a condição de presença do Sol na zona de exclusão do sensor se torna

$$v_s = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{p} \cdot \mathbf{s}_{se} < \cos(\eta) \text{ ou se } s_{ilum} = 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.39)$$

A matriz de erro de atitude é considerada neste trabalho, e pode ser obtida a partir da seguinte forma:

$$\mathbf{C}_s^e = \mathbf{C}_i^e (\mathbf{C}_i^s)^T, \quad (2.40)$$

onde  $\mathbf{C}_i^e$  é a matriz estimada da atitude feita pelo sensor e  $\mathbf{C}_i^s$  é a matriz de atitude verdadeira simulada.

Considerando uma rotação 1-2-3 nos eixos  $x - y - z$  do sistema de coordenadas do sensor, com ângulos  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ , respectivamente. Utilizando o método disposto na Subseção 2.1.1, a matriz atitude decomposta nos ângulos de Euler é

$$\mathbf{C}_s^e = \mathbf{C}_3(\theta_3)\mathbf{C}_2(\theta_2)\mathbf{C}_1(\theta_1) \quad (2.41)$$

$$\mathbf{C}_s^e = \begin{bmatrix} c\theta_3 c\theta_2 & s\theta_3 c\theta_1 + c\theta_3 s\theta_2 s\theta_1 & s\theta_3 s\theta_1 - c\theta_3 s\theta_2 c\theta_1 \\ -s\theta_3 c\theta_2 & c\theta_3 c\theta_1 - s\theta_3 s\theta_2 s\theta_1 & c\theta_3 s\theta_1 + s\theta_3 s\theta_2 c\theta_1 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 s\theta_1 & c\theta_2 c\theta_1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Como o erro do sensor é muito pequeno, os ângulos  $\theta$  também são pequenos. Então, é possível aplicar a aproximação  $\sin(\theta) = \theta$  e  $\cos(\theta) = 1$ . Assim,  $\mathbf{C}_s^e$ , se torna

$$\mathbf{C}_s^e = \begin{bmatrix} 1 & \theta_3 & -\theta_2 \\ -\theta_3 & 1 & \theta_1 \\ \theta_2 & -\theta_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Os ângulos  $\theta$ , conforme ITA (2018), são variáveis gaussianas de média nula e desvios padrão dados por  $\sigma_i$  não correlacionados entre si.

Admitindo o vetor unitário  $\hat{\mathbf{n}}$  que representa a direção do eixo óptico no sentido do plano focal em direção à óptica do sensor. Assim, a direção do eixo óptico no sistema do satélite é dada por ITA (2018):

$$\mathbf{p} = \mathbf{C}_s^b \hat{\mathbf{n}}. \quad (2.44)$$

Os elementos do quatérnio estimado pelo sensor de estrelas são calculados base-

ado na matriz  $C_i^e$ , tomando  $q_i^e = (\varepsilon^T \ \eta)^T$ , sendo que

$$\eta = \pm \frac{1}{2} \sqrt{1 + \sigma} \quad (2.45)$$

e

$$\varepsilon = \frac{1}{4\eta} \begin{bmatrix} c_{23} - c_{32} \\ c_{31} - c_{13} \\ c_{12} - c_{21} \end{bmatrix}, \quad (2.46)$$

na qual  $\sigma = c_{11} + c_{22} + c_{33}$  é o traço da matriz  $C_i^e$ . Nota-se que o quatérnio deve ser normalizado, visto que a matriz  $C_i^e$  não é ortogonal própria, pois depende de  $C_s^e$ . Também, por convenção, é necessário que a parte real do quatérnio seja positiva, caso contrário, o sinal de todos os elementos do vetor devem ser trocados.

É possível calcular a velocidade angular a partir das medidas do sensor de estrelas utilizando o seguinte equacionamento matemático disposto em ITA (2018):

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(\omega) q, \quad (2.47)$$

na qual a matriz anti-simétrica  $\Omega$  é função do vetor velocidade angular  $\omega$  e é dada por:

$$\Omega = \begin{bmatrix} -\omega^x & \omega \\ -\omega^T & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

com  $\omega = (\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3)^T$ . A cinemática pode ser dada por:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Xi(q) \omega \quad (2.49)$$

tal que

$$\Xi(q) = \begin{bmatrix} \eta \mathbf{I}_{3 \times 3} + \varepsilon^x \\ -\varepsilon^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & \eta & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \eta \\ -\varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_3 \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

A Equação 2.49 pode ser invertida, visto que  $\Xi^T(q) \Xi(q) = 1$ , que resulta em

$$\omega = 2\Xi^T(q)\dot{q}. \quad (2.51)$$

A derivada do quatérnio  $q$  pode ser aproximada a partir de uma diferença finita, resultando na seguinte aproximação da velocidade angular:

$$\omega = 2\Xi^T(q) \frac{q(t_k) - q(t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}. \quad (2.52)$$



Isso permite que a velocidade angular do satélite seja dada a partir do quatérnio da atitude em dois instantes de tempo próximos. Para garantir que as duas medições feitas pelo sensor são sequenciais, é feito o seguinte algoritmo:

$$v_{\omega} = \begin{cases} 1, & \text{se } v_E \text{ e } v_s \text{ nos instantes } t_k \text{ e } t_{k-1} \text{ são iguais a } 1 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.53)$$

Dessa forma, a variável  $v_{\omega}$  informa se o cálculo da velocidade angular realizado pelo sensor de estrelas é válido ou não.

### 2.3.4 Giroscópio

O giroscópio é utilizado para medir a velocidade angular, isto é, a rotação do corpo. Ele pode ser empregado tanto como sensor para medir a velocidade angular do corpo quanto atuador de atitude que exerce torque de controle para alterar ou manter a orientação da nave espacial.

De acordo com Pilchowski (2011), giroscópios mecânicos são mecanismos que contém uma roda que gira rapidamente, ou seja, um volante cuja rotação é mantida por um motor de torque, e cujo eixo está preso por acoplamentos especiais, do tipo balanceiro (gimbal). Esses *gimbais* permitem certa liberdade de movimento aos eixos e, quando acoplados aos sensores detectam informações sobre a atitude. Esse tipo de sensor está baseado no fato de que um volante com grande velocidade angular sempre mantém a mesma orientação no espaço inercial, mesmo que o veículo onde ele esteja contido mude constantemente de atitude, contanto que seu eixo de rotação tenha liberdade de movimento em todas as direções.

Atualmente, os giroscópios são baseados na tecnologia *Micro Electro Mechanical Systems* (MEMS). O sensor utilizado neste trabalho é de 3 eixos, ou seja, capta rotações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Quando o giroscópio é rotacionado em qualquer um desses eixos, o efeito de Coriolis causa uma deflexão que é detectada a partir de um circuito capacitivo, de acordo com Kempe (2011). O sinal resultante é amplificado, demodulado e filtrado para produzir uma tensão proporcional à taxa angular. Essa tensão é digitalizada usando chips *Analog-to-Digital-Converters* (ADCs) que convertem do sinal analógico para digital.

As medidas do giroscópio são afetadas por uma variação (*drift*) que pode ser descrita como uma aproximação dos seguintes erros:

- *Bias* ou viés: De acordo com Woodman (2007), é um *offset* do próprio sensor. É a saída média do giroscópio quando não está passando por nenhuma rotação. Sua medida é em  $^{\circ}/s$ . O erro constante do bias, quando integrado causa um erro angular que cresce linearmente com o tempo. Possui uma componente quasi-estática que varia ao longo de dias, com ciclos liga-desliga e com influências externas (campo

magnético, acelerações, etc). A temperatura é o que mais influencia esse fator, por isso, os giroscópios necessitam de regulação de temperatura interna, além de serem posicionados em um lugar com baixo gradiente de temperatura. A estabilidade do *bias* é o maior critério de qualidade de um giroscópio (MACDONALD; BADESCU, 2014).

- Ruído: O ruído randômico é geralmente muito baixo, porém, é importante visto que seu valor irá aumentar no processo de integração. A soma desses erros é chamada de *random walk* e varia proporcionalmente com a raiz quadrada do número de medidas.

O seu modelo matemático, segundo ITA (2018), é composto de um acréscimo de um ruído gaussiano de média nula e desvio padrão  $\sigma$  e de um viés  $\mathbf{b}$ , dado por:

$$\mathbf{u}_g = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{b}_g + \mathbf{S}_\omega \boldsymbol{\eta}_g, \quad (2.54)$$

onde  $\boldsymbol{\omega}$  é a velocidade angular do satélite no instante medido,  $\mathbf{b}_g$  é o vetor de vieses,  $\boldsymbol{\eta}_g$  é uma variável aleatória de média nula e desvio padrão unitário e  $\mathbf{S}_\omega$  é a matriz de desvios padrão dos ruídos associados às medidas angulares. Essa matriz é dada por:

$$\mathbf{S}_\omega = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{bmatrix}. \quad (2.55)$$

O viés do giroscópio não é constante e pode ser modelado a partir de um processo estocástico dado a seguir:

$$\dot{\mathbf{b}}_g = \mathbf{S}_b \boldsymbol{\mu}_g, \quad (2.56)$$

na qual  $\boldsymbol{\mu}_g$  é uma variável aleatória de média nula e desvio padrão unitário e  $\mathbf{S}_b$  é a matriz dos desvios padrão associados à instabilidade do viés, dada por:

$$\mathbf{S}_b = \begin{bmatrix} \vartheta_x & 0 & 0 \\ 0 & \vartheta_y & 0 \\ 0 & 0 & \vartheta_z \end{bmatrix}. \quad (2.57)$$

Dessa maneira, a dinâmica da instabilidade pode ser descrita de maneira discreta ou recursiva, na forma:

$$\mathbf{b}_g(t_k) = \mathbf{b}_g(t_{k-1}) + \Delta t \mathbf{S}_b \boldsymbol{\mu}_g, \quad (2.58)$$

para  $k = 1, 2, \dots$  de maneira que  $\mathbf{b}_g(t_0) = \mathbf{b}_g$  seja o viés do giroscópio e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo entre  $t_{k-1}$  e  $t_k$ .

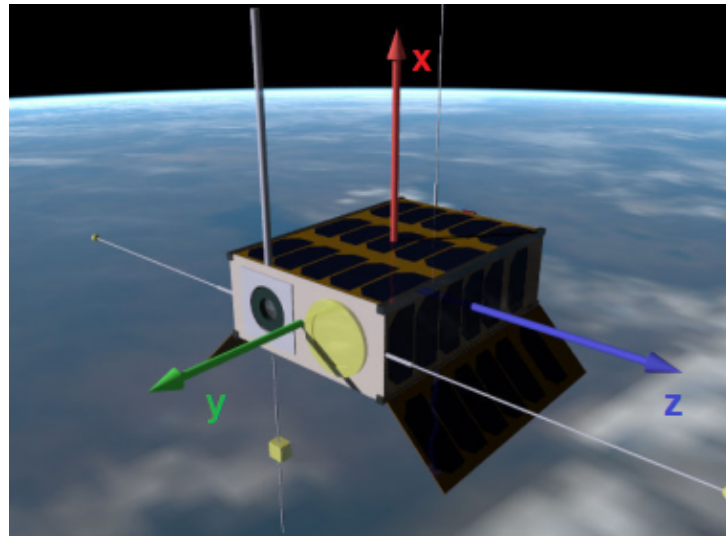
## 2.4 MISSÃO SPORT

A missão SPORT é a primeira após um acordo de cooperação entre Estados Unidos e Brasil. O INPE fará o processamento, armazenamento e distribuição dos dados científicos. As informações da rede de sensores de solo na região da Anomalia Magnética do Atlântico Sul, combinadas com os dados obtidos pelo CubeSat, conferem características pioneiras à missão. Seu principal objetivo é estudar os possíveis fatores que dão origem às bolhas ionosféricas, conforme INPE (2019). O lançamento do satélite está previsto para o segundo semestre de 2020, a partir da Estação Espacial Internacional (ISS).

### 2.4.1 Características do Satélite

O SPORT consiste de um CubeSat 6U formando um arranjo de 3x2 unidades (U). A atitude de referência adotada será com apontamento geocêntrico, com a face 2U na direção da velocidade orbital e normal à face 6U orientada na vertical. A Figura 2.6 mostra o satélite na atitude nominal, com os eixos x (guinada), y (rolamento) e z (arfagem).

Figura 2.6 – Atitude de referência para o CubeSat SPORT.



Fonte: Adaptado de (ITA, 2018).

A matriz de inércia foi obtida a partir do modelo em CAD e é dada por ITA (2018):

$$\mathbf{I}_{\text{inercia}} = \begin{bmatrix} 0,0469 & -0,0003 & 0,0002 \\ -0,0003 & 0,0180 & -0,0001 \\ 0,0002 & -0,0001 & 0,0361 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

As perturbações consideradas são o torque de gradiente de gravidade e o torque magnético residual, cujo momento magnético residual adotado foi de  $m_r = (0,0010, 0010, 0005)^T$

Am<sup>2</sup>.

Um dos requisitos estabelecidos ao projeto do subsistema de controle de atitude, conforme ITA (2018), é que o satélite seja colocado em órbita a bordo da Estação Espacial Internacional - *International Space Station* (ISS). Assim, a órbita simulada neste trabalho foi referida à data de 22 de agosto de 2017, às 10 horas e 20 minutos. Todos os elementos são idênticos aos da estação espacial, exceto a ascensão reta do nodo ascendente  $\Omega$ , que originalmente, era de  $251,8874^\circ$ , mas foi alterada para que a zona cega do sensor de estrelas durante a órbita fosse mais evidente. Dessa maneira, os elementos orbitais estão descritos na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Elementos orbitais.

Elemento	Valor
Semi-eixo maior orbital ( $a$ )	6781655 m
Excentricidade ( $e$ )	0,0006382
Inclinação ( $i$ )	$51,6379^\circ$
Ascensão reta do nodo ascendente ( $\Omega$ )	$161,8874^\circ$
Argumento do perigeu ( $\omega_p$ )	$221,3419^\circ$
Anomalia Média ( $M$ )	$138,7252^\circ$

Fonte: (ITA, 2018).

## 2.4.2 Sistema de Coordenadas Geométrico do Satélite

Segue a notação  $b$  subscrito, do inglês *body frame*.

Possui origem no centro de massa do satélite e seus eixos são denotados por  $\{x_b, y_b, z_b\}$  coincidentes em direção e sentido com eixos do sistema orbital quando o satélite se encontra na atitude nominal de operação. São descritos da seguinte maneira:

- $x_b$ : perpendicular à face 6U, com direção do nadir;
- $z_b$ : perpendicular ao plano orbital, com sentido do momento angular da órbita;
- $y_b$ : completa o sistema seguindo a regra da mão direita, com sentido da velocidade orbital.

O sistema do corpo se relaciona com o sistema inercial a partir da determinação de atitude, o que permite obter a matriz de atitude  $C_i^b$ . Esta relação é proporcionada pelo sensor de estrelas por meio de quatérnios no sistema geocêntrico inercial. Considerando  $q_i^b = (\eta, \varepsilon)$  o quatérnio de atitude formado pelo escalar  $\eta$  e pelo vetor  $\varepsilon$ , a matriz  $C_i^b$  é, conforme descrito em ITA (2018):

$$C_i^b = (\eta^2 - \varepsilon^T \varepsilon) \mathbf{1} + 2\varepsilon \varepsilon^T - 2\eta \varepsilon^\times \quad (2.60)$$

na qual o sobrescrito  $x$  indica a matriz do produto vetorial dado a seguir.

$$\mathbf{v}^x = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

### 2.4.3 Requisitos do Subsistema de Determinação de Atitude

Os requisitos da missão SPORT do subsistema de determinação e controle de atitude relevantes à esse trabalho são:

- A atitude nominal com face 6U direcionada para o centro da Terra deve ter um erro menor que  $0,1^\circ$ ;
- A atitude deverá ser determinada a bordo com erro menor do que  $0,02^\circ$  ( $2\sigma$ ) por pelo menos 70% do período orbital e por pelo menos 95% do período de operação das cargas úteis;
- A saúde do satélite não deverá ser afetada por perda momentânea da determinação de atitude.

O requisito de acurácia na determinação de atitude pode ser atendido integralmente por um sensor de estrelas, visto que a acurácia do sensor é tão alta que permite a estimação da velocidade angular. Porém, quando a Terra ou o Sol estão no campo de visada do sensor, suas medidas se tornam inválidas, por motivos que foram demonstrados na Seção 2.3. Por isso, é necessário que hajam outros sensores capazes de prover medidas válidas nesses momentos.

Assim, também são utilizados um magnetômetro de 3 eixos, um sensor solar e um giroscópio.

### 2.4.4 Modos de Operação

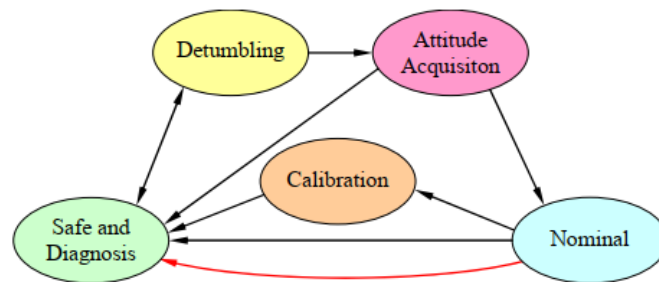
O ADCS da missão SPORT funciona com cinco modos de operação. São eles:

1. Modo de segurança e diagnóstico - *Safe and Diagnosis Mode* (SM): Modo de diagnóstico de falhas. O ADCS está inoperante com todos os equipamentos, exceto o computador, desligados;
2. Modo de estabilização de atitude - *Detumbling Mode* (DM): Primeiro estágio da missão. Seu objetivo é reduzir as rotações do corpo com a finalidade de estabilizar o

satélite. Isso é feito a partir das bobinas de torque magnético por meio da técnica *B-dot*;

3. Modo de aquisição de atitude - *Attitude Acquisition Mode* (AAM): O ADCS comanda a atitude do satélite para o apontamento geocêntrico;
4. Modo nominal - *Nominal Mode* (NM): O ADCS controla a atitude em apontamento geocêntrico para permitir a operação das cargas úteis.
5. Modo de manobra de rotação para calibração da carga útil do magnetômetro - *Magnetometer Instrument Calibration Mode* (MICM): O ADCS irá girar o satélite para permitir a calibração da carga útil do instrumento de magnetômetro.

Figura 2.7 – Diagrama dos modos de operação do ADCS.



Fonte: (ITA, 2018).

Nesse trabalho, será considerado o modo nominal e que o satélite está orientado corretamente durante toda a simulação. Este modo permite a operação das cargas úteis bem como a utilização de todos os sensores para a determinação de atitude. Nesta atitude, a face 2U aponta na direção da velocidade do satélite e a face 6U aponta na direção vertical. Conforme ITA (2018), o modo nominal tem como objetivo apontar o eixo x (gui-nada) do satélite para o zênite, ou seja, para o sentido contrário ao centro da Terra. O eixo z (arfagem) deve ser perpendicular ao plano orbital, com sentido do momento angular orbital e o eixo y (rolamento) completa o triedro, com direção e sentido próximos do vetor de velocidade do satélite.

## 2.5 ALGORITMOS DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

### 2.5.1 TRIAD

O algoritmo TRIAD utiliza a medida de dois sensores, cada um com dois vetores de observação: um no sistema do corpo,  $\mathbf{b}$ , e um no sistema de referência,  $\mathbf{r}$ .

Dessa maneira, seu funcionamento se dá com a entrada de dois vetores no sistema do corpo,  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$ , e dois vetores no sistema inercial,  $\mathbf{r}_1$  e  $\mathbf{r}_2$ .

Segundo Markley (1998), a partir deles, é possível construir outros dois vetores,  $\mathbf{b}_3$  e  $\mathbf{r}_3$ , da seguinte maneira:

$$\mathbf{b}_3 = \frac{(\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2)}{|\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2|} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{r}_3 = \frac{(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2|} \quad (2.63)$$

Com isso, a matriz de atitude  $\mathbf{A}$  pode ser calculada de três maneiras distintas.

$$\mathbf{A}_1 \doteq \mathbf{b}_1 \mathbf{r}_1^T + \mathbf{b}_3 \mathbf{r}_3^T + (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_3)(\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_3)^T \quad (2.64)$$

$$\mathbf{A}_2 \doteq \mathbf{b}_2 \mathbf{r}_2^T + \mathbf{b}_3 \mathbf{r}_3^T + (\mathbf{b}_2 \times \mathbf{b}_3)(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3)^T \quad (2.65)$$

As duas primeiras maneiras são assimétricas, ou seja, dão mais valor à medida de um dos sensores. No caso,  $\mathbf{A}_1$  valoriza a medida do primeiro sensor, pois considera  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{r}_1$ , e  $\mathbf{A}_2$  enfatiza as medidas do segundo sensor.

A terceira forma de calcular o TRIAD trata as duas medidas de forma simétrica. Para isso, define-se os vetores unitários como

$$\mathbf{r}_+ \doteq \frac{(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1|} = \frac{(\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1)}{\sqrt{2(1 + \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)}} \quad (2.66)$$

$$\mathbf{r}_- \doteq \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|} = \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{\sqrt{2(1 - \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2)}} \quad (2.67)$$

E  $\mathbf{b}_+$  e  $\mathbf{b}_-$  de maneira similar. Assim, tem-se que  $\mathbf{r}_+$  e  $\mathbf{r}_-$  são perpendiculares um ao outro da mesma forma que  $\mathbf{b}_+$  e  $\mathbf{b}_-$ . Dessa maneira,

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_+ \times \mathbf{r}_- \quad (2.68)$$

$$\mathbf{b}_3 = \mathbf{b}_+ \times \mathbf{b}_- \quad (2.69)$$

E, finalmente,

$$\mathbf{A}_3 \doteq \mathbf{b}_+ \mathbf{r}_+^T + (\mathbf{b}_+ \times \mathbf{b}_-)(\mathbf{r}_+ \times \mathbf{r}_-)^T \quad (2.70)$$

### 2.5.2 ESOQ-2

Esse algoritmo, dado por Mortari (1997), tenta estabelecer um valor estimado do quatérnio ótimo para solucionar o problema de Wahba, disposto em Wahba (1965). Seu objetivo é demonstrar que o quatérnio ótimo  $\mathbf{q}_{\text{otimo}}$  é o autovetor associado com o maior autovalor da matriz simétrica 4x4  $\mathbf{K}$ , ou seja,

$$\mathbf{K} \mathbf{q}_{\text{otimo}} = \lambda \mathbf{q}_{\text{otimo}}, \quad (2.71)$$

na qual

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} + \mathbf{B}^T - \text{tr}(\mathbf{B})\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{Z} \\ \mathbf{Z}^T & \text{tr}(\mathbf{B}) \end{bmatrix}, \quad (2.72)$$

$\mathbf{I}_{3 \times 3}$  é a matriz identidade 3x3,  $\mathbf{B} = \mathbf{b} \mathbf{r}^T$  onde  $\mathbf{b}$  é uma matriz com medidas no sistema do corpo onde cada coluna é a medida de um sensor e  $\mathbf{r}$  é uma matriz com medidas no sistema de referência onde cada coluna é a medida de um sensor,  $\text{tr}(\mathbf{B})$  é a função traço da matriz  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{Z} = \{B(2, 3) - B(3, 2), B(3, 1) - B(1, 3), B(1, 2) - B(2, 1)\}^T$ .

Assim, segundo a metodologia exposta em Albuquerque (2017), após o cálculo das matrizes  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{Z}$ , calcula-se  $\mathbf{G}_{\text{ESOQ}}$  e  $\mathbf{M}$  da seguinte maneira:

$$\mathbf{G}_{\text{ESOQ}} = \mathbf{S} - (\text{tr}(\mathbf{B}) + \lambda)\mathbf{I}, \quad (2.73)$$

$$\mathbf{M} = (\text{tr}(\mathbf{B}) + \lambda)\mathbf{G}_{\text{ESOQ}} - \mathbf{Z}\mathbf{Z}^T. \quad (2.74)$$

Sendo que  $\mathbf{S} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^T$ , e  $\lambda$  é o autovalor associado ao autovetor  $\mathbf{q}_{\text{otimo}}$ , que é a saída ótima desejada. Constata-se que a matriz  $\mathbf{M}$  é simétrica e as suas colunas são vetores paralelos entre si e perpendiculares ao eixo de rotação de Euler. O vetor  $\mathbf{y}$  é o de máxima norma entre as colunas que compõem a matriz  $\mathbf{M}$  (ALBUQUERQUE, 2017).

Finalmente, chega-se no quatérnio ótimo dado por:

$$\mathbf{q}_{\text{otimo}} = \frac{1}{\sqrt{|\lambda - \text{tr}(\mathbf{B})|^2 + (\mathbf{Z}\mathbf{y})^2}} \begin{bmatrix} (\lambda - \text{tr}(\mathbf{B}))\mathbf{y} \\ \mathbf{Z}\mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$



### 2.5.3 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman tem sua origem na área de controle de sistemas. Ele utiliza um processo recursivo de estimação para a solução de problemas lineares relacionados à filtragem de dados discretos. Segundo Carrasco e Silva (2016), o filtro faz uma média entre medidas de sensores diferentes. Por um lado, limita o erro acumulado de um sensor cuja leitura é integrada ao tempo evitando o aumento progressivo do mesmo. Por outro lado, evita variações instantâneas muito bruscas das medidas de um sensor cujos dados instantâneos são considerados. Assim, ele melhora a estimativa de um dado a partir de leituras de sensores complementares:

- Um sensor que estima a variável um passo à frente a partir de uma observação total;
- Um sensor que determina variáveis a partir de uma observação atual.

Na estimação de atitude um sensor fornece a velocidade angular pela qual estima-se a atitude um passo à frente pela integração da função cinemática de atitude. Enquanto isso, os sensores vetoriais fornecem dados para um algoritmo determinar a atitude atual.

O filtro de Kalman possui duas etapas:

1. Predição: calcula o vetor de estado do sistema um passo à frente;
2. Correção: corrige a predição por uma leitura atual de outro sensor.

Dessa maneira, a cinemática de atitude calcula a predição a partir das leituras de velocidade angular do giroscópio e o método TRIAD ou ESOQ-2, por exemplo, fornece uma leitura atual de variáveis a qual é usada na correção da predição.

O valor de predição corrigido é chamado de estimação, que é o resultado do filtro. Prova-se que a estimação é a melhor medida possível quando os erros de todos os sensores são do tipo branco Gaussiano com média zero não correlacionados e o modelo dinâmico é linear. Embora a maior parte dos casos reais não sejam exatamente o caso ideal, o Filtro de Kalman ainda fornece um resultado melhor do que aquele que se teria para os sensores em separado. Para amenizar a questão da não linearidade, usa-se o Filtro de Kalman Extendido (EKF), que realiza aproximações não lineares.

A ideia geral do filtro é minimizar a variância do erro de estimação a partir do conhecimento das variâncias dos ruídos de processo e medida. Para esse caso, o ruído de processo é o do giroscópio e o de medida é o do TRIAD ou do ESOQ-2. O filtro irá fazer uma média ponderada dos resultados, ou seja, quanto maior o erro do TRIAD ou do ESOQ-2, maior será a preferência dada para o resultado do giroscópio e vice-versa. As matrizes de variância são os parâmetros de projeto do filtro para escolher qual sensor terá prioridade no resultado.

Etapas matemáticas dadas em Rohde (2007):

### 1. Equação da dinâmica de predição

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \boldsymbol{\omega}(t), \quad (2.76)$$

na qual  $\mathbf{x}$  é o estado do sistema (quatérnio),  $\mathbf{u}$  é a variável de entrada (velocidade angular),  $\mathbf{G}$  é a matriz de distribuição de ruído,  $\boldsymbol{\omega}$  é o ruído do giroscópio que possui matriz de variância  $\mathbf{Q}$  - 3x3.

### 2. Equação da medida (TRIAD ou ESOQ-2)

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}(t), \quad (2.77)$$

onde  $\mathbf{z}$  é a medida (próprio quatérnio calculado pelo TRIAD ou ESOQ-2),  $\mathbf{v}$  é o ruído do resultado do TRIAD ou do ESOQ-2 que possui matriz de variância  $\mathbf{R}$  - 4x4.

Assim,  $\boldsymbol{\omega}$  é o ruído de processo e  $\mathbf{v}$  é o ruído de medida.

Convenções do filtro de Kalman:

- $T_s$ : tempo de amostragem;
- $t_k = k T_s$ : instante de amostragem,  $k = 0, 1, 2, \dots$ ;
- $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ : estado predito no instante  $t_k$ ;
- $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ : estado corrigido (estimado) no instante  $t_k$ ;
- $\mathbf{P}_k^-$ : predição da matriz de covariância do erro de estimação no tempo  $t_k$ ;
- $\mathbf{P}_k^+$ : correção da matriz de covariância do erro de estimação no tempo  $t_k$ .

## Predição

Cálculo do estado um passo à frente.

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- = \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt, \quad (2.78)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F}_k \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}'_k; \quad (2.79)$$

Sendo que, a Equação 2.79 é conhecida como Equação de Riccati.

Linearizando a função  $f$ ,

$$\mathbf{F}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^+}, \quad (2.80)$$

$$\mathbf{Q}'_k = \mathbf{G}(\hat{\mathbf{x}}_k^+, t_k) \mathbf{Q} \mathbf{G}^T(\hat{\mathbf{x}}_k^+, t_k), \quad (2.81)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = \mathbf{P}_k^+ + \int_{t_k-1}^{t_k} \dot{\mathbf{P}} dt. \quad (2.82)$$

### Correção

O ganho de Kalman  $\bar{\mathbf{K}}$  é dado por

$$\bar{\mathbf{K}}_k = \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k+1}^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}, \quad (2.83)$$

onde  $\mathbf{H}_k$  é a linearização da seguinte função:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{k+1}^-}. \quad (2.84)$$

A correção, então, é

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{x}_{k+1}^- + \bar{\mathbf{K}}_k [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}^-)], \quad (2.85)$$

na qual  $\mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}^-)$  é o valor aproximado pela predição (giroscópio) e  $\mathbf{z}_k$  é o valor lido pelo TRIAD ou pelo ESOQ-2.

O último passo é a correção da matriz de covariância estimada do erro:

$$\mathbf{P}_{k+1}^+ = \mathbf{P}_{k+1}^- - \bar{\mathbf{K}}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k+1}^-. \quad (2.86)$$

Para esse caso, a predição da atitude do CubeSat é feita com o giroscópio e a correção com os métodos TRIAD ou ESOQ-2, que consideram as medidas do sensor solar e magnetômetro.

Segundo Grewal, Weill e Andrews (2007), o estado é dado por

$$\mathbf{x} = \mathbf{q},$$

a entrada (processo):

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b,$$

e a medida (saída):

$$\mathbf{z} = \mathbf{q},$$

onde  $\mathbf{q}$  é o quatérnio de atitude do corpo em respeito ao LVLH,  $\mathbf{u}$  é a velocidade inercial do corpo e  $\mathbf{z}$  é o quatérnio medido pelo TRIAD ou ESOQ-2.

O modelo do giroscópio é dado por:

$$\boldsymbol{\omega}_g = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \boldsymbol{\omega}_{gyr}, \quad (2.87)$$

na qual  $\boldsymbol{\omega}_{gyr}$  é o ruído do giroscópio e  $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$  é a velocidade angular do corpo com respeito ao ECI escrita no sistema do corpo.

A função  $f$  é definida como:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_0 \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_v = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_{ob}^b \times \mathbf{q}_v + \frac{1}{2}q_0\boldsymbol{\omega}_{ob}^b, \quad (2.89)$$

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2}\mathbf{q}_v^T \cdot \boldsymbol{\omega}_{ob}^b, \quad (2.90)$$

onde  $\boldsymbol{\omega}_{ob}^b$  é a velocidade angular do corpo com respeito ao orbital, escrita no corpo.

$$\boldsymbol{\omega}_{ob}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \boldsymbol{\omega}_o^b, \quad (2.91)$$

$\boldsymbol{\omega}_o^b$  é a velocidade angular do sistema orbital com respeito ao inercial, escrita no corpo.

$$\boldsymbol{\omega}_o^b = \mathbf{R}_o^b \boldsymbol{\omega}_{io}^o, \quad (2.92)$$

$\boldsymbol{\omega}_{io}^o$  é a velocidade angular do sistema orbital com respeito ao inercial, escrita no orbital.

$$\boldsymbol{\omega}_{io}^o = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_o \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.93)$$

na qual  $\omega_o$  é a velocidade angular do sistema orbital em torno de seu vetor quantidade de movimento angular (normal à órbita) e

$$\mathbf{R}_o^b = \mathbf{R}(\mathbf{q}), \quad (2.94)$$

que é dita como a matriz de atitude do corpo com respeito ao referencial orbital a qual é função do quatérnio.

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{q}}{dt} &= \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\mathbf{q}}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\mathbf{q}_v^T \cdot \boldsymbol{\omega}_{ob}^b \\ -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_{ob}^b \times \mathbf{q}_v + \frac{1}{2}q_0\boldsymbol{\omega}_{ob}^b \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v^T \cdot \boldsymbol{\omega}_{ob}^b \\ \boldsymbol{\omega}_{ob}^b \times \mathbf{q}_v - q_0\boldsymbol{\omega}_{ob}^b \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & (\boldsymbol{\omega}_{ob}^b)^T \\ -\boldsymbol{\omega}_{ob}^b & \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_{ob}^b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ \mathbf{q}_v \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.95)$$

onde

$$\mathbf{Q}(\omega_{ob}^b) = \begin{bmatrix} 0 & (\omega_{ob}^b)^T \\ -\omega_{ob}^b & \mathbf{S}(\omega_{ob}^b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (\omega_{ob}^b)_x & (\omega_{ob}^b)_y & (\omega_{ob}^b)_z \\ -(\omega_{ob}^b)_x & 0 & -(\omega_{ob}^b)_z & (\omega_{ob}^b)_y \\ -(\omega_{ob}^b)_y & (\omega_{ob}^b)_z & 0 & -(\omega_{ob}^b)_x \\ -(\omega_{ob}^b)_z & -(\omega_{ob}^b)_y & (\omega_{ob}^b)_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Assim,

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = -\frac{1}{2}\mathbf{Q}(\omega_{ob}^b)\mathbf{q} \quad (2.96)$$

De maneira semelhante,

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\mathbf{q}}_v \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v^T \omega_{ob}^b \\ -\mathbf{S}(\mathbf{q}_v) \omega_{ob}^b - q_0 \omega_{ob}^b \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v^T \\ -\mathbf{S}(\mathbf{q}_v) - q_0 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{ob}^b \end{bmatrix}, \quad (2.97)$$

na qual,

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_v^T \\ -\mathbf{S}(\mathbf{q}_v) - q_0 \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ -q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & -q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & -q_0 \end{bmatrix}.$$

Então,

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = -\frac{1}{2}\mathbf{Q}(\mathbf{q})\omega_{ob}^b. \quad (2.98)$$

Colocando a Equação 2.98 em função de  $\omega_{ib}^b$ , existem duas possibilidades que resultam em equações diferentes. A primeira possibilidade é utilizando a Equação 2.96 e substituir conforme:

$$\omega_{ob}^b = \omega_{ib}^b - \mathbf{R}(\mathbf{q})\omega_{io}^o. \quad (2.99)$$

Enquanto a segunda possibilidade é substituir na Equação 2.98:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{q}} &= -\frac{1}{2}\mathbf{Q}(\mathbf{q})\omega_{ob}^b = -\frac{1}{2}\mathbf{Q}(\mathbf{q})[\omega_{ib}^b - \mathbf{R}(\mathbf{q})\omega_{io}^o], \\ \dot{\mathbf{q}} &= \frac{1}{2}\mathbf{Q}(\mathbf{q})\mathbf{R}(\mathbf{q})\omega_{io}^o - \frac{1}{2}\mathbf{Q}(\mathbf{q})\omega_{ib}^b. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Utilizando a primeira possibilidade,

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left( -\frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b) \mathbf{q} \right) = -\frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b) \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{q}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} [\mathbf{Q}(\omega_{ob}^b)] \mathbf{q},$$

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b) \mathbf{I} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} [\mathbf{Q}(\omega_{ob}^b)] \mathbf{q}. \quad (2.101)$$

Se  $\omega_{ob}^b$  não fosse função de  $\mathbf{q}$ , a equação se tornaria

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b), \quad (2.102)$$

o que não é verdade, de acordo com a Equação 2.99.

Obtém-se a expressão algébrica de  $\mathbf{f}' = \frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b) \mathbf{q}$  e deriva-se em relação a  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{F}'_{ij} = \frac{\partial \mathbf{f}'_i}{\partial \mathbf{q}_j}, \quad (2.103)$$

onde  $i = 1, 2, 3, 4, \dots$  e  $j = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\mathbf{F} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}'_1}{\partial q_0} & \frac{\partial \mathbf{f}'_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \mathbf{f}'_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \mathbf{f}'_1}{\partial q_3} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial \mathbf{f}'_4}{\partial q_0} & \frac{\partial \mathbf{f}'_4}{\partial q_1} & \frac{\partial \mathbf{f}'_4}{\partial q_2} & \frac{\partial \mathbf{f}'_4}{\partial q_3} \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathbf{Q}(\omega_{ob}^b). \quad (2.104)$$

## 2.6 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, é apresentada uma revisão bibliográfica das principais referências utilizadas neste Trabalho de Conclusão de Curso.

### 2.6.1 CubeSats e sensores

Os requisitos e especificações para o projeto de um satélite da classe CubeSat são dados em Mehrparvar et al. (2014). Neste documento, a classe de satélites é especificada, assim como os requisitos que o projeto deve atender para a sua realização.

Em Bouwmeester e Guo (2010), é feita uma pesquisa das missões de nano e pico satélites existentes até agosto de 2009. Seu objetivo era obter uma melhor compreensão do nível atual de tecnologias e aplicações de nanosatélites, além de identificar tendências no desenvolvimento e crescimento globais destes projetos.

A missão Dellinger é muito parecida a missão SPORT. O CubeSat, também 6U, foi lançado no segundo semestre de 2017. Segundo eoPortal Directory (2018), anteriormente era conhecido como *Radiation Belt Loss Experiment* (RBLE) e é uma missão desenvolvida pela NASA com objetivo fornecer cortes radiais para restringir quantitativamente a perda global de partículas energéticas. O ADCS da missão conta com a implementação do Filtro de Kalman e utiliza um magnetômetro montado em um *boom* e um espectômetro de massa. Poucos segundos depois de seu lançamento da ISS, o satélite experienciou anomalias, conforme Kepko et al. (2018). Uma das antenas e o *boom* do magnetômetro foram instantaneamente estendidos, não obedecendo o atraso de 30 minutos. Após 1 mês de missão, o GPS apresentou falhas e parou de funcionar. Além disso, o satélite apresentou problema no *Attitude Control System* (ACS), que não estava controlando o satélite. Apesar das diversas anomalias e falhas, o satélite continua em órbita.

O programa NanosatC-BR, como comentado na Seção 1, está vinculada ao INPE. Esse programa já lançou o NanosatC-BR1 em 2014 e está com o projeto do NanosatC-BR2. O primeiro satélite é um CubeSat 1U, enquanto o segundo é 2U. Para o NCBR-2, todo o *software* de bordo da plataforma foi desenvolvido no Brasil e conta com uma sonda de Langmuir, um experimento de comunicação de pacotes e uma placa com 3 experimentos (INPE, 2018).

O trabalho Santos, Silva e Coelho (2017) trata de uma proposta semelhante à deste trabalho. Lá, o algoritmo TRIAD e o Filtro de Kalman são implementados para o satélite SERPENS-2, que é desenvolvido pela Agência Espacial Brasileira (AEB) em conjunto com universidades brasileiras. Tal missão se trata de um CubeSat 3U que conta com 3 sensores solar, um magnetômetro de 3 eixos e um giroscópio também de 3 eixos. O primeiro satélite do programa, SERPENS-1, foi colocado em órbita em setembro de 2015, sendo aposentado em março de 2016.

O documento ITA (2018) foi a principal bibliografia deste trabalho como base para os dados da missão SPORT. Neste trabalho, os sensores utilizados são definidos, bem como sua modelagem matemática. Além disso, seus modos de operação e requisitos estabelecidos pelos engenheiros responsáveis pelo ADCS da missão.

Um conjunto de sensores é necessário para determinar a atitude de satélites e foguetes, incluindo as suas taxas e posição angular e restrições, como eclipses. A informação de atitude precisa para ser fornecido continuamente com precisão suficiente, conforme Macdonald e Badescu (2014). Cada sensor possui suas próprias aplicações restrições. Dessa maneira, o ideal é utilizar uma combinação de sensores para obter o melhor equilíbrio entre desempenho, massa, custo e consumo de energia.

Para a explicação teórica dos sensores utilizados, tomou-se como base principalmente Macdonald e Badescu (2014) e Ley, Wittmann e Hallmann (2009), por serem livros conceituados na área espacial que apresentam uma visão global de tecnologias espaciais.

### 2.6.2 Algoritmos de determinação de atitude

Para a implementação do algoritmo TRIAD, seguiu-se a metodologia disposta em Markley (1998), que define três métodos distintos para a aplicação do método. Dois desses métodos são assimétricos, ou seja, dão ênfase a medida de um sensor, enquanto o terceiro método é simétrico, fazendo uma média entre essas medidas sem enfatizar nenhuma.

Nos trabalhos analisados como Santos, Silva e Coelho (2017), Markley (1998), Carrasco e Silva (2016) e Albuquerque (2017) a utilização do TRIAD foi da maneira comum, com os três métodos distintos. Em nenhum destes trabalhos, foi encontrada menção a um algoritmo semelhante ao TRIAD adaptativo proposto. Em Bar-Itzhack e Harman (1997) é proposto o TRIAD otimizado, que utiliza o desvio padrão das medidas para atribuir pesos a elas, semelhante ao filtro de Kalman. Neste trabalho, o resultado do TRIAD otimizado é mais preciso do que a maneira convencional do algoritmo.

No Trabalho de Graduação de Albuquerque (2017), foi desenvolvido um algoritmo de identificação estelar e determinação de atitude aplicável a pequenos satélites. O trabalho apresenta a metodologia de implementação dos algoritmos ESOQ-2 e QUEST com os dados de um sensor de estrelas. Naquele caso, utilizou-se a medida de 5 estrelas para a determinação de atitude. Além de Albuquerque (2017), Mortari (1997) foi utilizado como base para a implementação do ESOQ-2.

Já para o filtro de Kalman, o artigo Carrasco e Silva (2016) foi tomado como base. O trabalho trata da implementação de um método para identificação dos erros associados aos sensores utilizados em um algoritmo para determinação de atitude implementado em Arduino. Também, o livro Grewal, Weill e Andrews (2007) foi utilizado, no qual toda a matemática do método é apresentada.



### 3 IMPLEMENTAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

Nesse trabalho, os sensores considerados estão demonstrados na Tabela 3.1.

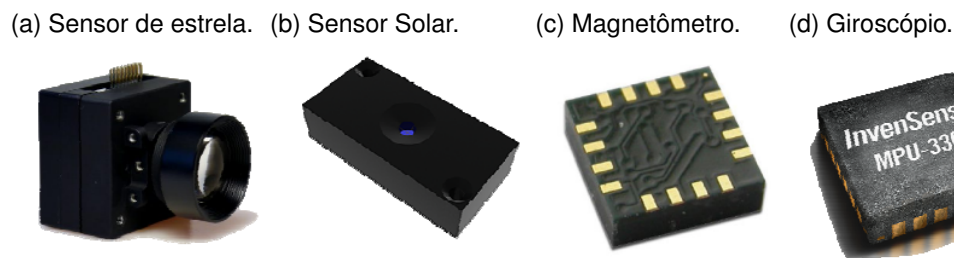
Tabela 3.1 – Características dos sensores.

Componente	Modelo	Acurácia
Sensor de Estrela	Sinclair: ST-16RT2	0,01 - 0,1°
Sensor Solar	GOMSpace: FSS	0,5°
Magnetômetro	Honeywell: HMC5883L	0,2 $\mu$ T
Giroscópio	Invensense: MPU3300	15°/h

Fonte: (ITA, 2018).

As Figuras 3.1a, 3.1b, 3.1c e 3.1d demonstram esses componentes.

Figura 3.1 – Sensores.



Fonte: (ITA, 2018).

A caracterização do magnetômetro Honeywell HMC5883 foi feita com sucesso no CubeSat ITASAT, o que permitiu a construção de um modelo fiel. A taxa de amostragem utilizada foi a maior permitida pelo sensor, 4 Hz, durante um tempo de 50 minutos. Os desvios padrão das medidas são obtidas através da curva de variância de Allan, que mostra o desvio padrão de médias do sinal em função do número de amostras. Levando em conta as Equações 2.30 e 2.31 dispostas na Seção 2.3.2, que consideram eventuais instabilidades, foi criado um conjunto de medições simuladas do magnetômetro, cuja curva de variância de Allan foi comparada com a curva das medições (ITA, 2018). Assim, foi possível ajustar os desvios padrões associadas às medições e à instabilidade do viés.

Com o ajuste dessas curvas, pode-se obter os seguintes valores para os desvios padrão:  $\sigma_{mg} = (2,6 \ 2,8 \ 3,0)^T$  mili Gauss (mGauss) e  $\sigma_{mb} = (0,27 \ 0,31 \ 0,12)^T$  mili Gauss por segundo (mGauss/s) a partir da variância de Allan. Além disso, foi considerado um erro de quantificação na conversão analógico-digital feita pelo sensor, cujo ganho foi fornecido pelo fabricante de  $g_m = 1,37$  LSB/mGauss (magnitude do bit menos significativo

em mGauss). Assim, essa conversão, segundo ITA (2018), é dada por:

$$\mathbf{B}_{mag} = g_m \text{int} \left[ \frac{\mathbf{B}_m}{g_m} \right], \quad (3.1)$$

em que  $\text{int}$  é a função que obtém o maior número inteiro menor do que o argumento. Esses valores obtidos no ajuste do modelo, foram utilizados para simular as leituras do magnetômetro. De acordo com (ITA, 2018), houve uma grande concordância entre o modelo e o sensor real. O valor do campo magnético terrestre  $\mathbf{B}$  utilizado na simulação foi igual ao valor médio das medições, que é de  $\mathbf{B} = (395,3119 \ 147,3824 \ 0,1242)^T$  e viés  $\mathbf{b}_m = 0$ .

Para o giroscópio, as coletas de medições forneceram os seguintes resultados para o viés:

$$\mathbf{b}_g = \begin{bmatrix} -2455,5 \\ -1050,1 \\ -173,0 \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

em mili graus por segundo (mdps). Da mesma forma, para as matrizes  $\mathbf{S}_\omega$  e  $\mathbf{S}_b$  realizou-se uma análise para a sua determinação, ajustando empiricamente os valores dos desvios padrão  $\sigma_i$  e  $\vartheta_i$  para que as curvas ficassem próximas das reais. Assim,

$$\mathbf{S}_\omega = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 \\ 0 & 117 & 0 \\ 0 & 0 & 130 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

em mdps e

$$\mathbf{S}_b = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

em mili graus por segundo ao quadrado (mdpss).

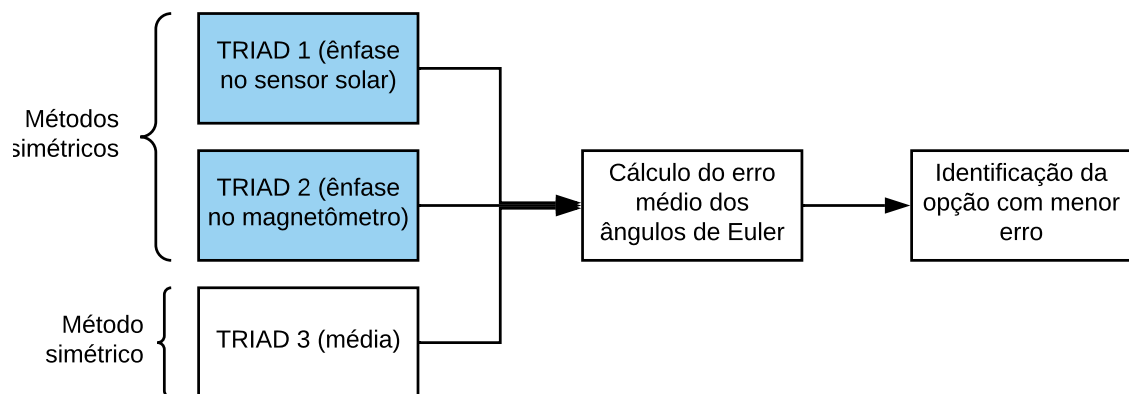
Para o sensor solar, os desvios padrões considerados foram  $\eta_0 = 0.5^\circ$  e  $\eta_{fov} = 2^\circ$ , de acordo com os valores fornecidos em ITA (2018) pelo *datasheet* do sensor Nanosense FSS da GOMSpace. Também foi realizada uma simulação variando  $\beta$  de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  para  $\alpha = 50^\circ$ . Dessa maneira, foi possível concluir que o desvio padrão das medições aumenta proporcionalmente ao valor de  $\beta$  e que este se torna indefinido quando o Sol sai do campo de visada do sensor. Além disso, em ITA (2018), foi feita uma variação de  $\alpha$  entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$  com  $\beta = 50^\circ$ . Com isso, concluiu-se que o modelo do sensor está condizente com as características descritas no *datasheet* do sensor solar digital.

### 3.1 ALGORITMOS

Tanto para o TRIAD quanto para o ESOQ-2 as entradas foram as medidas obtidas pelo sensor solar e pelo magnetômetro. Essas medidas consistem em um vetor com valores no sistema de referência do corpo, denotado por  $b$ , e um vetor no sistema de referência, denotado por  $r$  para cada sensor. Conforme descrito na Seção 2.5.1, as duas primeiras maneiras de calcular a matriz de atitude no método TRIAD são assimétricas. Nesse trabalho, a primeira forma dá ênfase à medida do sensor solar, enquanto a segunda enfatiza a medida do magnetômetro. Da terceira e última maneira, as duas medidas são consideradas simétricas, ou seja, as duas recebem pesos iguais.

Conforme explicado na Seção 1, o TRIAD adaptativo, como foi chamado, foi implementado. Considerando as três maneiras distintas de calcular o TRIAD, foi feito um *loop* de maneira iterativa que calcula o erro médio dos três ângulos de Euler ( $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$ ) para cada uma delas. Desse jeito, a matriz de atitude calculada para cada maneiras distintas que apresentasse menor erro, seria a utilizada no resto do programa. A Figura 3.2 mostra em mais detalhes a estrutura proposta para o TRIAD adaptativo.

Figura 3.2 – Estrutura proposta do TRIAD adaptativo.



Fonte: Própria autora.

A simulação foi realizada em MATLAB com os elementos orbitais descritos na Seção 2.4 para um tempo de 20 h. A análise de resultados se deu considerando 5 casos para a

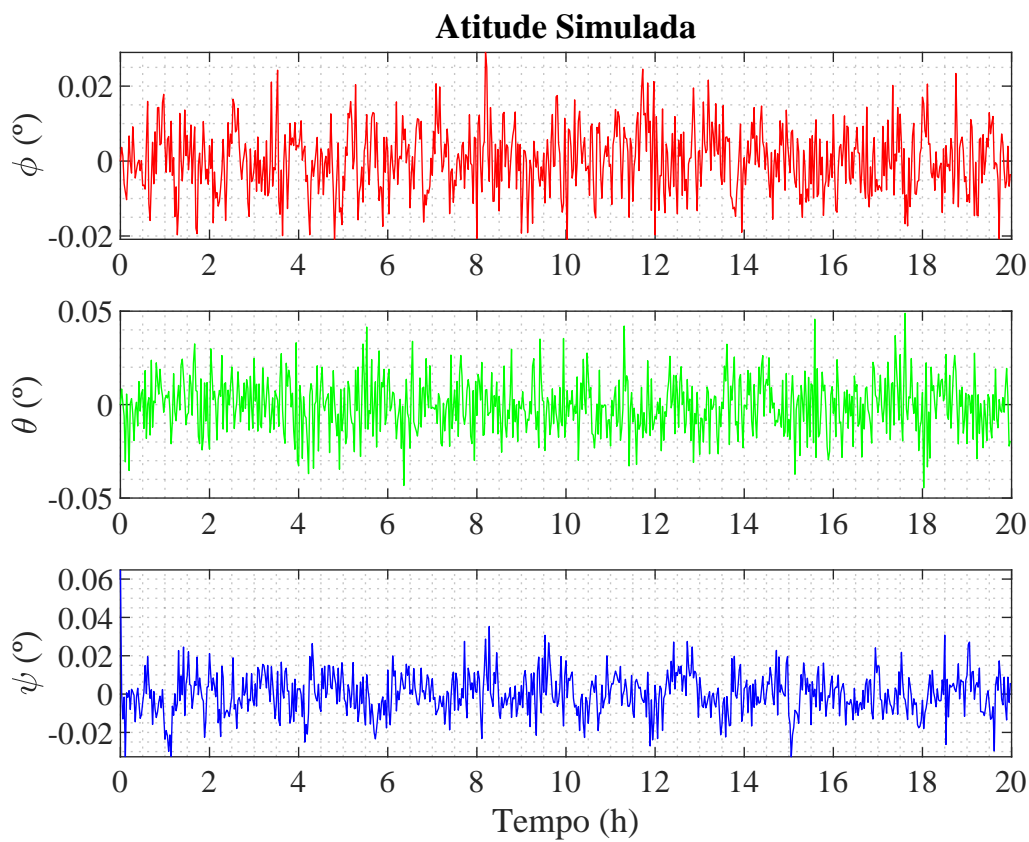
determinação de atitude além das simulações para o sensor de estrelas e giroscópio. As seguintes simulações foram feitas:

- Sensor de estrelas;
- Giroscópio;
- TRIAD 1: Algoritmo TRIAD com ênfase nas medidas do sensor solar;
- TRIAD 2: Algoritmo TRIAD com ênfase nas medidas do magnetômetro;
- TRIAD 3: Algoritmo TRIAD considerando uma média entre as medidas do sensor solar e magnetômetro;
- TRIAD adaptativo: Algoritmo TRIAD que apresentou menor erro em relação à atitude simulada ideal em cada instante;
- ESOQ-2.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para cada um destes casos, foi aplicado o filtro de Kalman junto com a medida da velocidade angular fornecida pelo giroscópio. O comportamento esperado é que a atitude do satélite permaneça próxima de  $0^\circ$  em todos os momentos nos três ângulos de Euler,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ . A Figura 4.1 mostra a atitude simulada referida ao sistema orbital.

Figura 4.1 – Atitude simulada.



Fonte: Própria autora.

Além disso, foi feita uma avaliação numérica do erro. Este é computado através da diferença entre o valor do ângulo de Euler calculado (pelos métodos TRIAD, ESOQ-2 e filtro de Kalman) e o seu respectivo valor simulado (ideal). O erro médio absoluto é, conforme Santos, Silva e Coelho (2017), para  $\phi$ ,

$$\text{média}|e_\phi| = \frac{1}{T} \int_0^T |e_\phi(t)| dt, \quad (4.1)$$

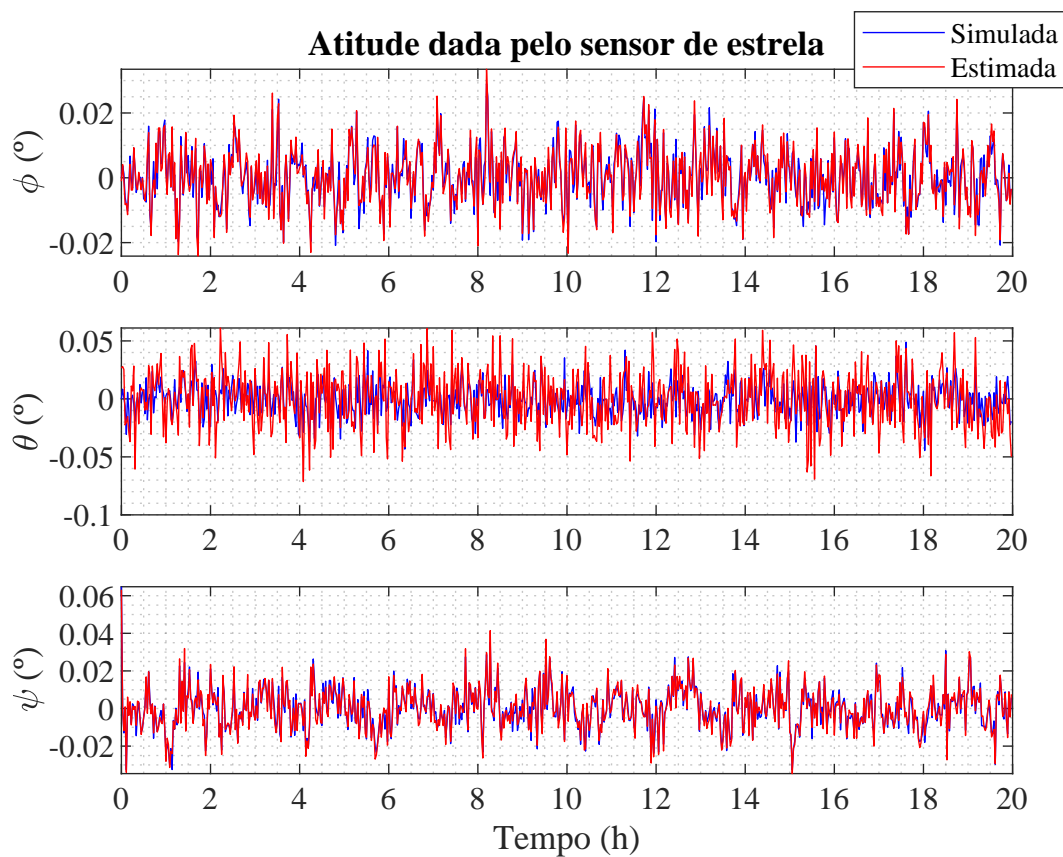
e da mesma forma para  $\theta$  e  $\psi$ , na qual  $T$  é o período de simulação.

#### 4.1 SENSOR DE ESTRELAS

Conforme o fluxograma disposto na Seção 1.2, a atitude será dada pelo sensor de estrela sempre que o mesmo estiver em condições válidas, ou seja, quando o Sol ou a Terra não estiverem no campo de visada do sensor.

Segundo Macdonald e Badescu (2014), o sensor de estrelas é o sensor mais preciso no cálculo de atitude, então, é esperado que este cumpra os requisitos propostos em ITA (2018). A Figura 4.2 mostra a atitude estimada pelo sensor de estrela e a atitude simulada para comparação.

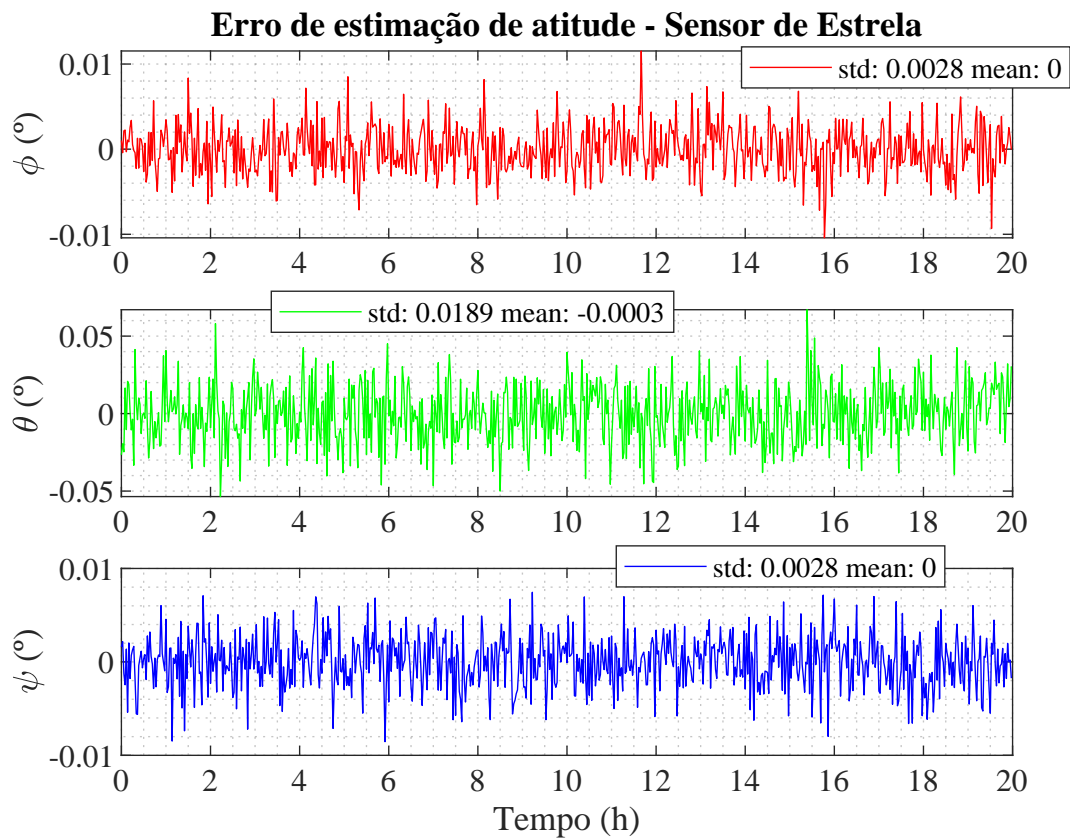
Figura 4.2 – Atitude estimada pelo sensor de estrelas em comparação com a atitude simulada.



Fonte: Própria autora.

De fato, como pode ser observado na Figura 4.2, a variação da atitude estimada para os ângulos de Euler não ultrapassa  $0.06^{\circ}$  em  $\psi$ . A Figura 4.3, demonstra o erro para cada ângulo do sensor.

Figura 4.3 – Erro do sensor de estrelas.



Fonte: Própria autora.

A Tabela 4.1 quantifica os dados expostos na Figura 4.3.

Tabela 4.1 – Erro da estimação de atitude dada pelo sensor de estrelas.

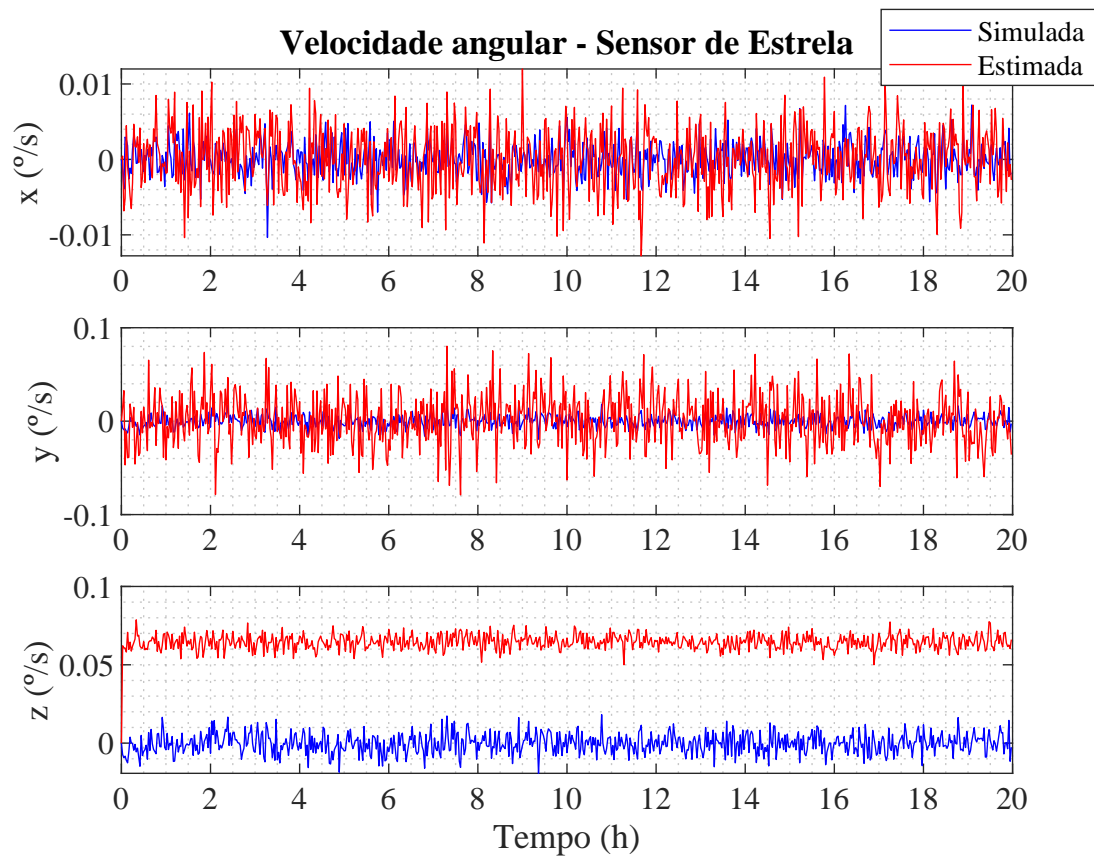
	Erro médio		Desvio Padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	$3,0073 \cdot 10^{-5}$	$\sigma_\phi$	0,0027856	0,1012
$ e_\theta $	0,00030054	$\sigma_\theta$	0,018863	0.4862
$ e_\psi $	$2,5685 \cdot 10^{-5}$	$\sigma_\psi$	0,0028075	0.3873

Fonte: Própria autora.

Esta tabela confirma que, como esperado, o erro da estimação de atitude através do sensor de estrelas é extremamente baixo e se enquadra nos requisitos determinados.

O sensor de estrelas é um sensor que por si só fornece a velocidade angular do satélite, assim como o giroscópio. A Figura 4.4, demonstra esse resultado em comparação com a velocidade angular simulada.

Figura 4.4 – Comparação da velocidade angular simulada e estimada do sensor de estrela.

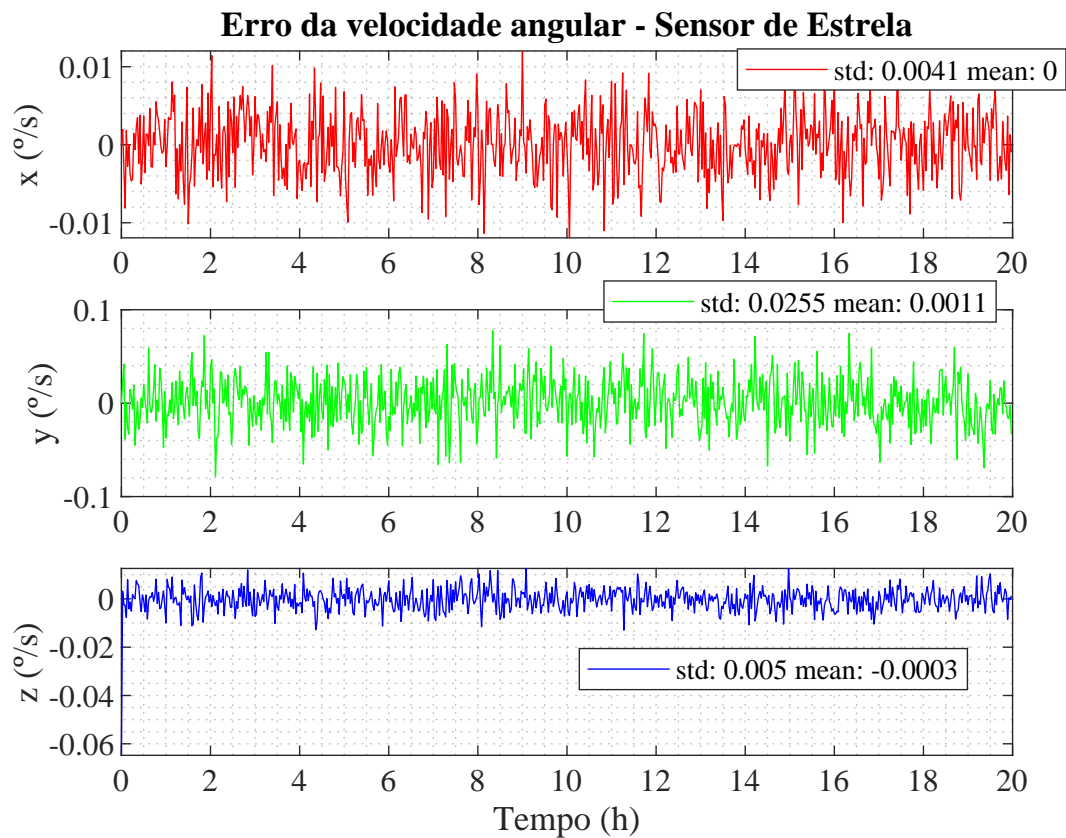


Fonte: Própria autora.

Novamente, como pode ser esperado devido a sua alta acuracidade, a sua medida possui uma média próxima de zero, conforme exhibe a Figura 4.5.



Figura 4.5 – Erro da velocidade angular dada pelo sensor de estrelas.



Fonte: Própria autora.

A Tabela 4.2 demonstra em números os erros médios para a velocidade angular, de acordo com os gráficos mostrados acima.

Tabela 4.2 – Erro da velocidade angular dada pelo sensor de estrelas.

	Erro médio			Desvio padrão	Erro relativo
$ e_x $	$4,5755 \cdot 10^{-5}$	$\sigma_x$		0,0040552	3,4120
$ e_y $	0,0011209	$\sigma_y$		0,025504	4,6297
$ e_z $	0,00027718	$\sigma_z$		0,0050089	5.5799

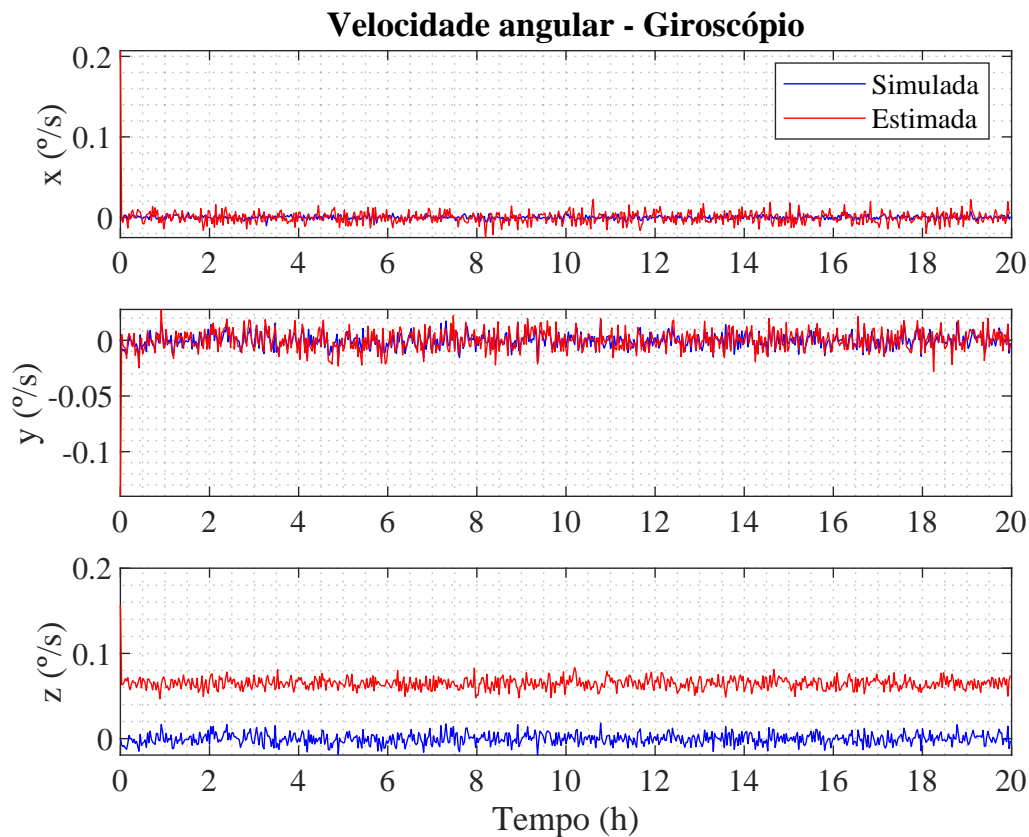
Fonte: Própria autora.

Estes resultados são valores altamente precisos e satisfatórios.

## 4.2 GIROSCÓPIO

A medida do giroscópio será efetuada nos casos em que as medidas do sensor de estrelas não sejam válidas. Nesse caso, a sua velocidade angular será fornecida para o filtro de Kalman, assim como os valores fornecidos pelo sensor solar e magnetômetro, para efetuar a determinação da atitude. Na situação em que as medidas do sensor solar também sejam inválidas, a velocidade angular fornecida é integrada de modo a fornecer a atitude. A Figura 4.6 mostra a velocidade angular calculada a partir das medidas do giroscópio em comparação com a velocidade angular simulada.

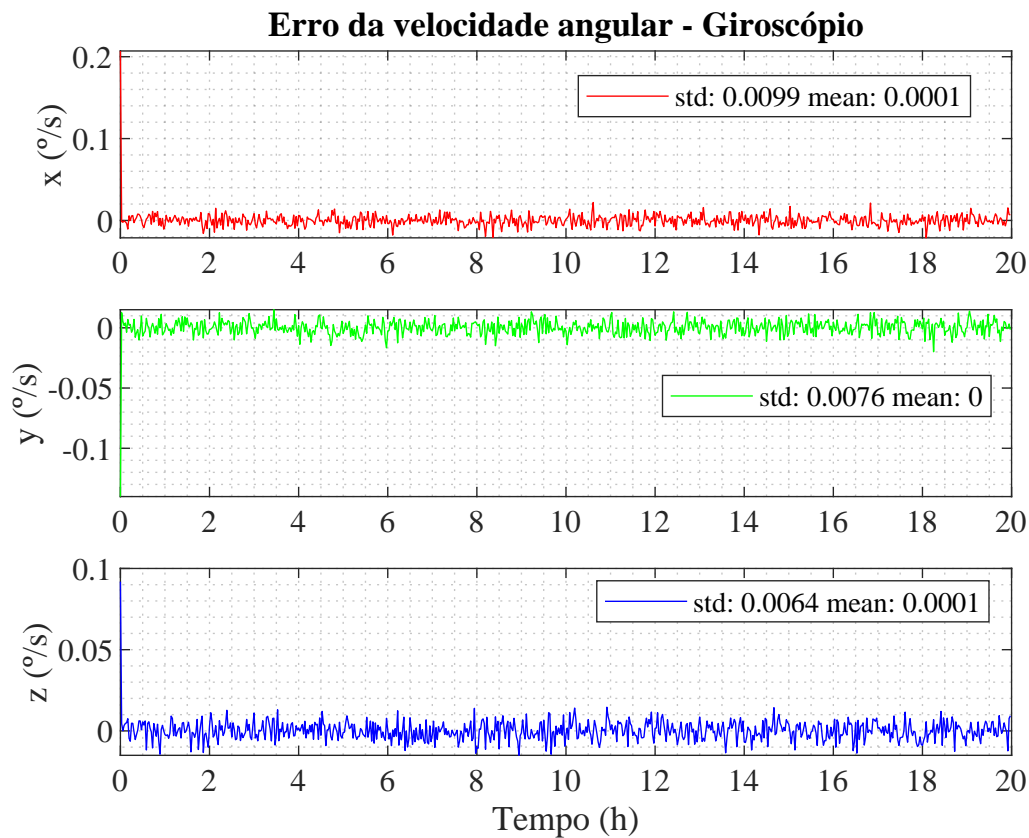
Figura 4.6 – Comparação da velocidade angular simulada e estimada pelo giroscópio.



Fonte: Própria autora.

A Figura 4.7 mostra o erro da velocidade angular determinada a partir do giroscópio.

Figura 4.7 – Erro da velocidade angular dada pelo giroscópio.



Fonte: Própria autora.

A Tabela 4.3 quantifica as figuras mostradas anteriormente.

Tabela 4.3 – Erro da velocidade angular dada pelo giroscópio.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_x $	0,00011904	$\sigma_x$	0,0099015	8,8770
$ e_y $	$5,1967 \cdot 10^{-6}$	$\sigma_y$	0,0076162	0,0215
$ e_z $	0,00013322	$\sigma_z$	0,006391	2,6818

Fonte: Própria autora.

Da mesma maneira que comentado para o sensor de estrelas, este resultado fornecido pelo giroscópio é extremamente preciso.

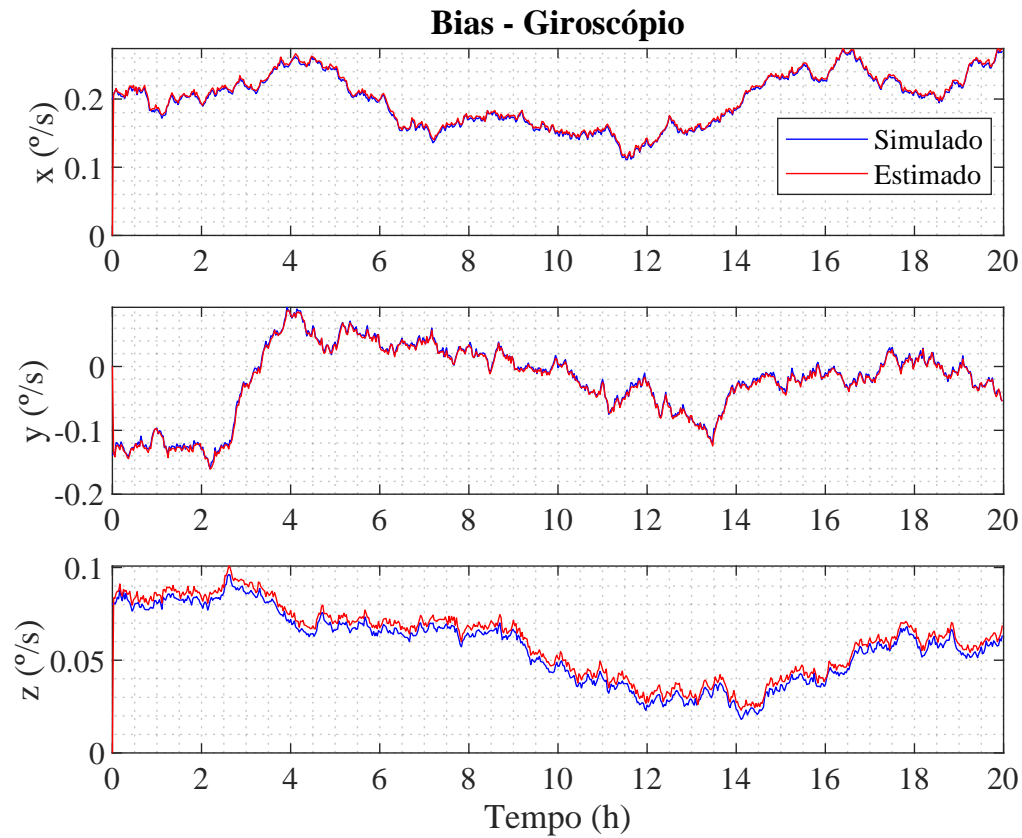
O bias é uma medida extremamente importante para este sensor, visto que o mesmo aumenta com a integração. Este resultado está disposto na Figura 4.8, em uma comparação com o estimado e o real. O bias real é uma entrada do programa, com valor inicial de  $bias_i = [0.2 - 0.140.08]$ . Já o bias estimado  $g_b$  possui valor inicial de zero.

O bias estimado é composto de um ganho do filtro de primeira ordem do viés esti-

mado  $g = 0,95$ , do valor do bias calculado no passo anterior  $g_b$ , da leitura do giroscópio  $w_{giro}$  e da velocidade angular  $v_{ang}$ , da seguinte maneira:

$$bias_{est} = g g_b + (1 - g)(w_{giro} - v_{ang}) \quad (4.2)$$

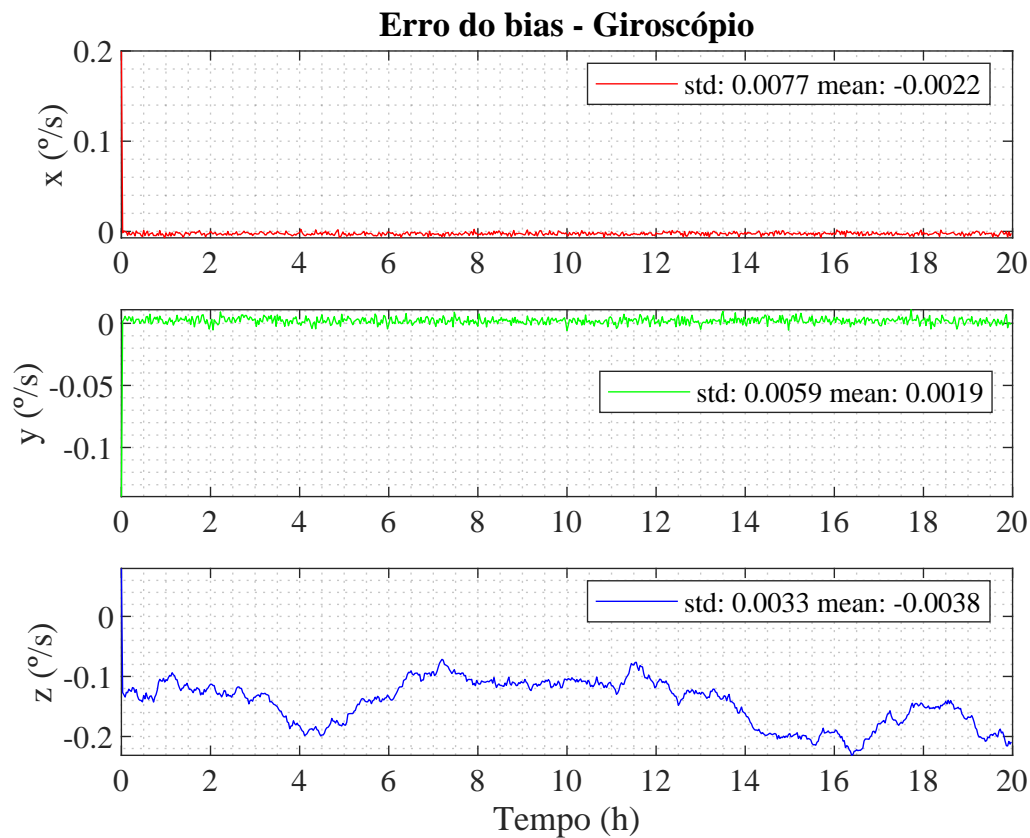
Figura 4.8 – Bias estimado do giroscópio em comparação com o simulado.



Fonte: Própria autora.

O erro na estimação do bias está apresentado na Figura 4.9.

Figura 4.9 – Erro do bias do giroscópio.



Fonte: Própria autora.

A Tabela 4.4 demonstra em números os erros médios para cada eixo do satélite, de acordo com os gráficos mostrados acima.

Tabela 4.4 – Erro da estimação do bias do giroscópio.

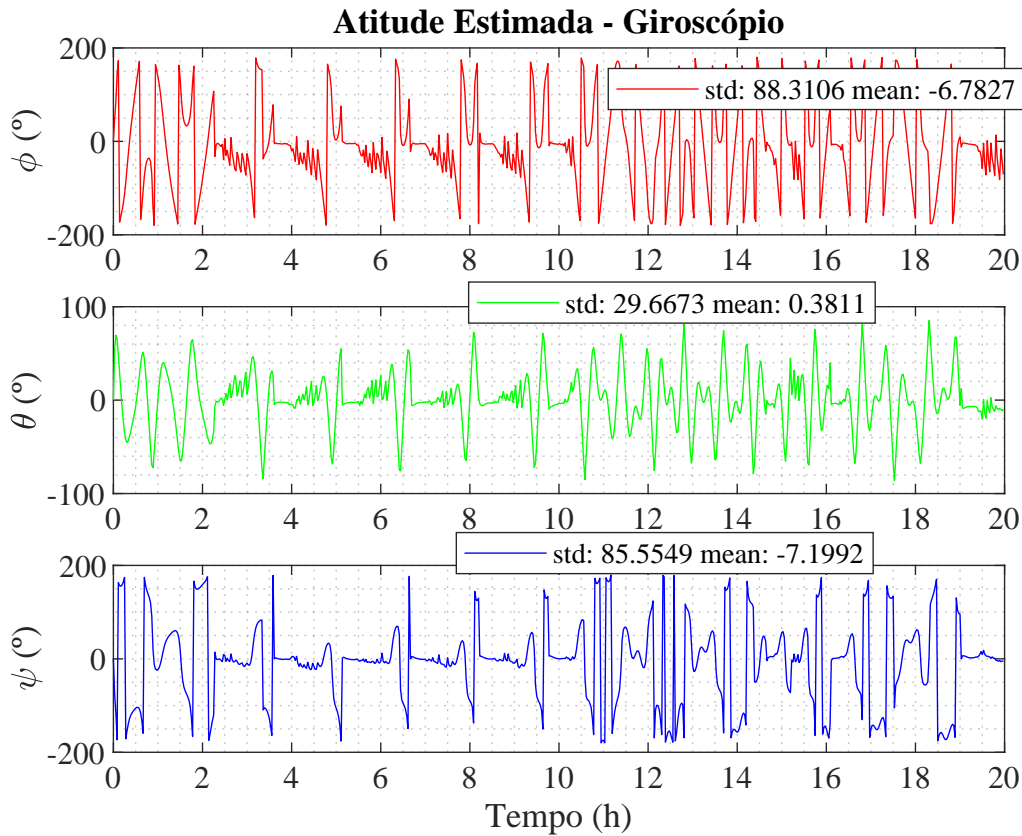
	Erro médio		Desvio padrão
$ e_x $	0,0021964	$\sigma_x$	0,0076976
$ e_y $	0,0019066	$\sigma_y$	0,058533
$ e_z $	0,0037542	$\sigma_z$	0,0033099

Fonte: Própria autora.

Comparando os valores das Tabelas 4.2 e 4.3, do sensor de estrela com o giroscópio, percebe-se que o erro da velocidade angular do giroscópio está menor que o do sensor de estrela. Isso está de acordo com o esperado, visto que o sensor de estrela mede a velocidade angular de maneira indireta, enquanto o giroscópio mede de maneira direta.

A Figura 4.10, mostra a atitude estimada no pior caso possível, ou seja, quando as medidas tanto do sensor de estrela quando do sensor solar não estão válidas.

Figura 4.10 – Atitude estimada pelo giroscópio.



Fonte: Própria autora.

É possível notar que, nesse caso, a atitude diverge rapidamente, apresentando grandes variações.

### 4.3 TRIAD

Para o caso em que o sensor de estrelas não apresenta medidas válidas mas o sensor solar sim, a atitude é estimada através dos algoritmos TRIAD e ESOQ-2. Esta seção apresenta os resultados para os TRIAD. De acordo com a explicação anterior, TRIAD1 representa o algoritmo TRIAD que enfatiza as medidas do sensor solar, TRIAD2 enfatiza as medidas do magnetômetro e TRIAD3 considera uma média entre ambas medidas. Além disso, o TRIAD adaptativo foi implementado de maneira que a cada passo TRIAD1, TRIAD2 e TRIAD3 eram calculados e o que obtivesse menor erro era utilizado no resto

da simulação. Assim, o objetivo era obter o menor erro possível em todos os passos da simulação.

As Figuras A.1, A.2, A.3 e A.4 do Apêndice A mostram os gráficos da atitude estimada para os 4 TRIADs.

As Tabelas 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 quantificam o erro médio, desvio padrão e erro relativo de cada algoritmo. Estes são o resultado apenas no momento em que o TRIAD foi calculado, ou seja, nos momentos em que a medida do sensor de estrelas não era válida.

Tabela 4.5 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 1.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	1,7196	$\sigma_\phi$	1,1127	6,7915
$ e_\theta $	1,0674	$\sigma_\theta$	1,2808	7,0924
$ e_\psi $	0,27057	$\sigma_\psi$	1,0038	6,5672

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.6 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 2.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	1,3812	$\sigma_\phi$	1,2328	6,8275
$ e_\theta $	2,2209	$\sigma_\theta$	1,4455	6,9664
$ e_\psi $	1,1469	$\sigma_\psi$	1,1383	6,8431

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.7 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD 3.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	1,6556	$\sigma_\phi$	1,1478	6,7769
$ e_\theta $	1,0347	$\sigma_\theta$	1,2678	7,0967
$ e_\psi $	0,19372	$\sigma_\psi$	1,0854	6,68

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.8 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do algoritmo TRIAD adaptativo.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	1,8063	$\sigma_\phi$	1,1822	6,8446
$ e_\theta $	0,34853	$\sigma_\theta$	1,3253	6,7154
$ e_\psi $	0,7742	$\sigma_\psi$	1,1741	6,6684

Fonte: Própria autora.

Percebe-se que o TRIAD3 foi o que obteve menor erro médio, ou seja, o algoritmo que faz a média entre as medidas do sensor solar e do magnetômetro é mais preciso. Analisando o TRIAD adaptativo, nota-se que ele apresentou menor erro no ângulo  $\theta$ , porém para o ângulo  $\phi$  apresentou o maior erro que o TRIAD1 e TRIAD3.

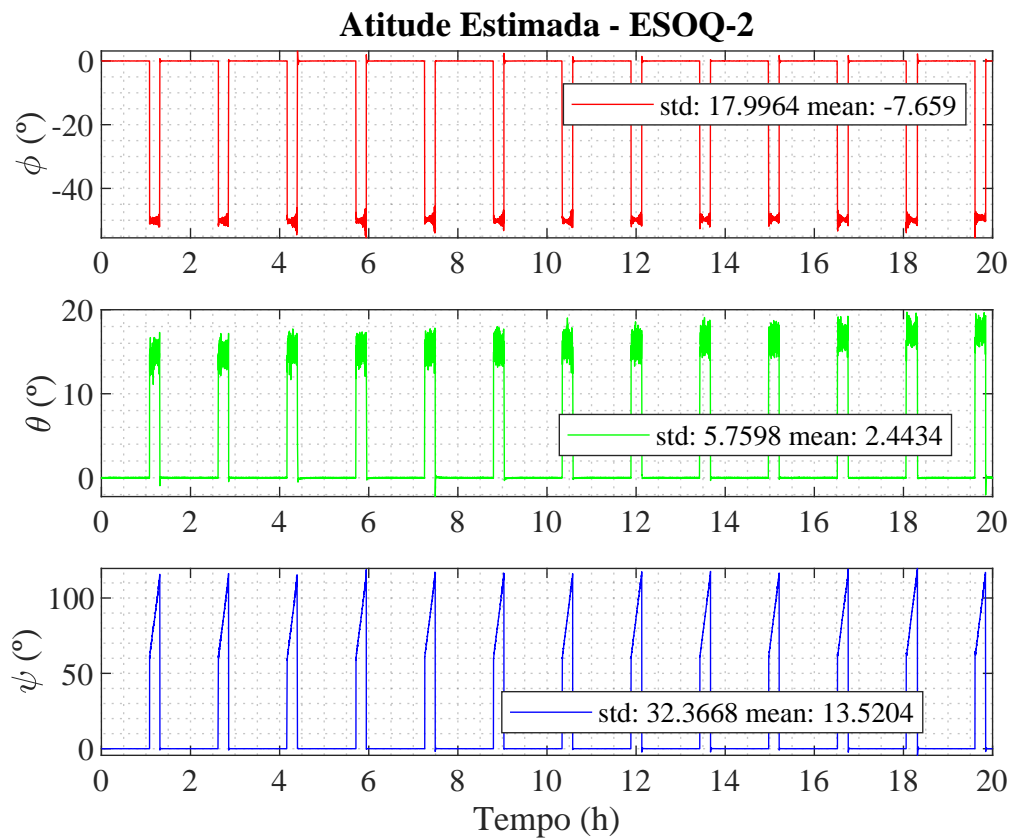
#### 4.4 ESOQ-2

Nesta seção, os resultados da determinação de atitude através do algoritmo ESOQ-2 serão apresentados. A Figura 4.11 mostra a atitude estimada para cada ângulo de Euler no período de 20 h. Nesta Figura, os períodos de maior variação correspondem aos períodos em que o sensor de estrela não está válido e, então, o algoritmo ESOQ-2 é utilizado para o cálculo. Os momentos nos quais a variação é menor são aqueles em que o sensor de estrelas está válido, então a sua medida é utilizada e o ESOQ-2 não é calculado.

O resultado esperado era semelhante ao método TRIAD, mas o obtido se mostrou diferente. Nos três ângulos ocorreu uma grande variação no momento em que o sensor de estrelas não é válido, ou seja, nos momentos em que a atitude é calculada com o ESOQ-2. Para  $\phi$  e  $\theta$ , a transição apresentou grande variação, mas a atitude se manteve relativamente estabilizada. No entanto, para  $\psi$ , o ângulo foi aumentando com o tempo. Em Albuquerque (2017) o mesmo método foi utilizado, mas com aplicação para o sensor de estrelas, utilizando a medida de 5 estrelas. Neste trabalho, utilizou-se apenas 2 medidas, uma fornecida pelo sensor solar e outra pelo magnetômetro.



Figura 4.11 – Atitude Estimada pelo sensor de estrela e ESOQ-2.



Fonte: Própria autora.

Nota-se que o método apresentou divergência, assim, um próximo passo é trabalhar nisso a fim de identificar a causa desse comportamento.

#### 4.5 FILTRO DE KALMAN

Para cada caso testado, aplicou-se o filtro de Kalman com o objetivo de obter resultados mais refinados.

Da mesma maneira que os resultados para a implementação somente do algoritmo, os resultados com o Filtro de Kalman e o TRIAD foram conforme esperado, ou seja o filtro melhorou as medidas obtidas. É possível notar uma grande diferença entre a atitude estimada com o filtro e sem ele. Já para o caso do ESOQ-2, como o resultado apenas do algoritmo se comportou diferentemente do esperado, apresentando grande erro, com a aplicação do filtro de Kalman isso não mudou. Apesar do filtro ter conseguido diminuir a variação, ela ainda é muito alta.

As Tabelas 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12 apresentam o erro médio, desvio padrão e erro

relativo para as diferentes simulações testadas aplicando o filtro de Kalman em conjunto com o TRIAD.

Tabela 4.9 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 1.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	0,090993	$\sigma_\phi$	0,071519	0,3594
$ e_\theta $	0,051202	$\sigma_\theta$	0,078898	0,3402
$ e_\psi $	0,015167	$\sigma_\psi$	0,058935	0,3681

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.10 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 2.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	0,071855	$\sigma_\phi$	0,075215	0,3552
$ e_\theta $	0,11169	$\sigma_\theta$	0,090195	0,3503
$ e_\psi $	0,069098	$\sigma_\psi$	0,060932	0,4123

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.11 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD 3.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	0,086782	$\sigma_\phi$	0,074208	0,3552
$ e_\theta $	0,049259	$\sigma_\theta$	0,077566	0,3379
$ e_\psi $	0,0090959	$\sigma_\psi$	0,06069	0,3137

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.12 – Erros e desvio padrão da estimação de atitude do filtro de Kalman com o TRIAD adaptativo.

	Erro médio		Desvio padrão	Erro relativo
$ e_\phi $	0,090764	$\sigma_\phi$	0,073572	0,3439
$ e_\theta $	0,017973	$\sigma_\theta$	0,088152	0,3463
$ e_\psi $	0,039178	$\sigma_\psi$	0,064866	0,3375

Fonte: Própria autora.

Percebe-se que implementado o filtro, os resultados foram mais precisos do que utilizando apenas o TRIAD. Para os ângulos  $\phi$  e  $\psi$ , o TRIAD adaptativo apresentou erro

maior que o todos os outros TRIADs. Já para  $\theta$ , apresentou menor erro. Com a implementação do filtro de Kalman, o método que apresenta o menor erro continua sendo o TRIAD3, que é o algoritmo que considera uma média entre as medidas do sensor solar e magnetômetro.

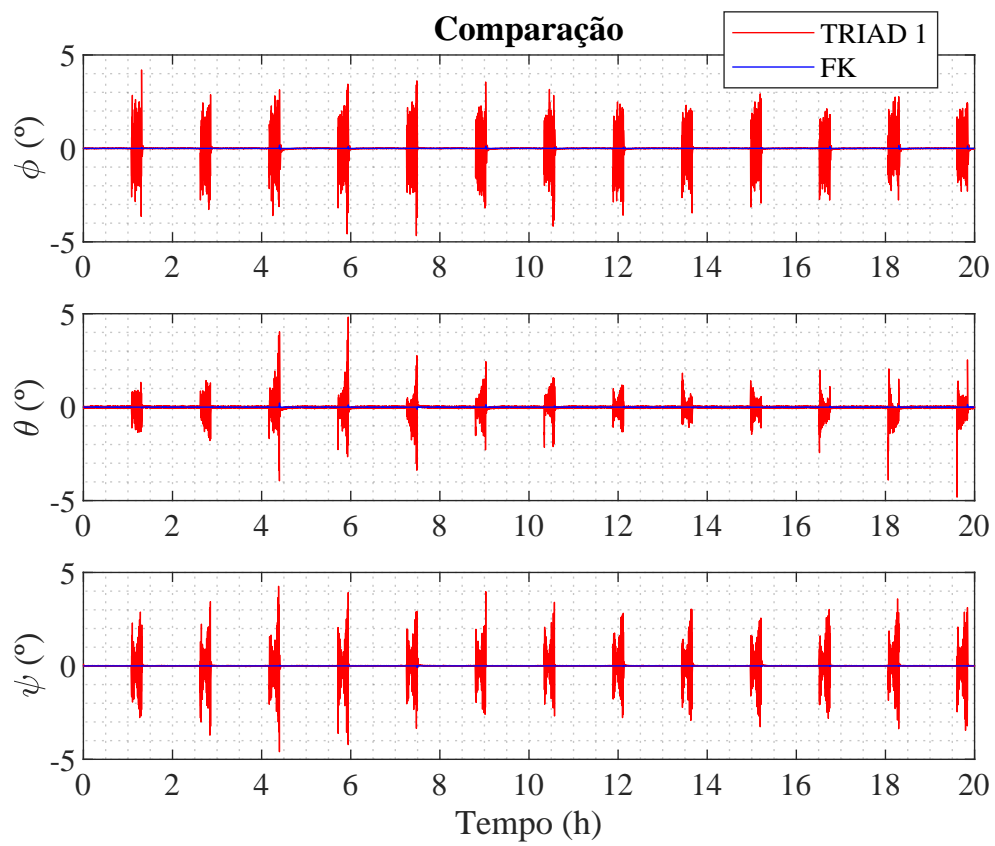
#### 4.6 COMPARAÇÕES DE RESULTADOS

Nesta seção serão apresentadas comparações entre as seguintes simulações realizadas:

1. Atitude estimada apenas pelo TRIAD e pelo Filtro de Kalman + TRIAD;
2. Erro da atitude estimada apenas pelo TRIAD e pelo Filtro de Kalman + TRIAD;
3. Atitude estimada apenas pelo ESOQ-2 e pelo Filtro de Kalman + ESOQ-2.

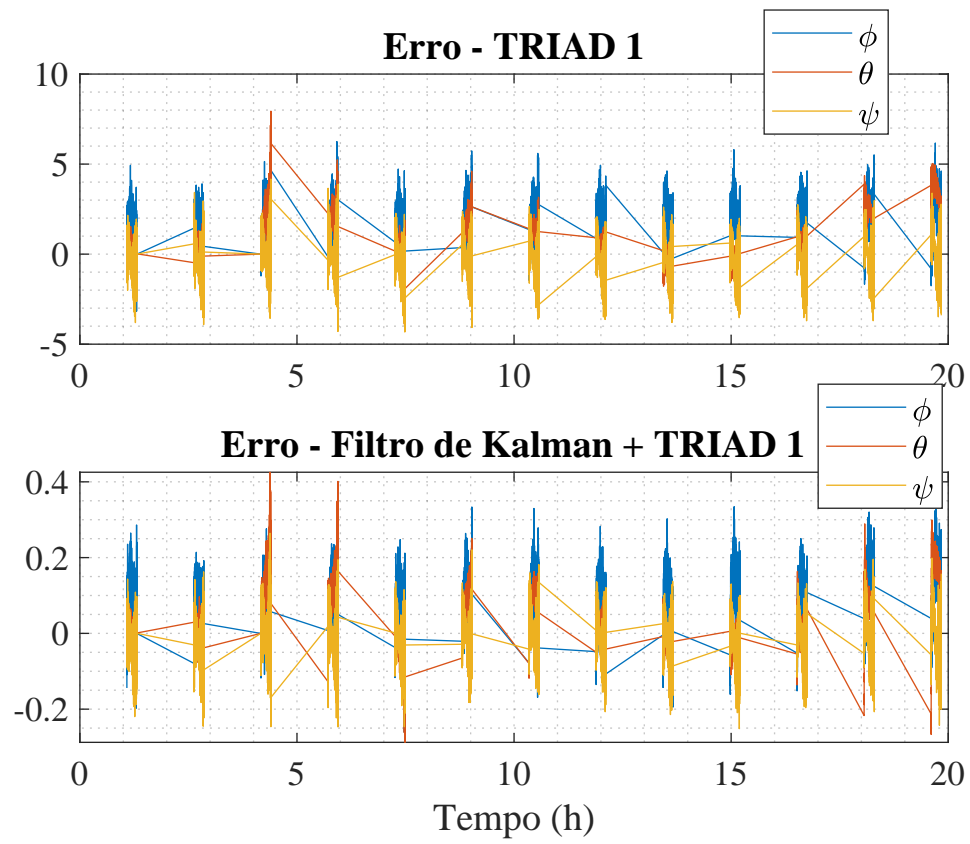
As Figuras 4.12, 4.14, 4.16 e 4.18 mostram as comparações entre apenas o algoritmo TRIAD (legenda "TRIAD") e o conjunto filtro de Kalman com TRIAD (legenda "FK"), enquanto as Figuras 4.13, 4.15, 4.17 e 4.19 mostram a comparação do erro da estimação de atitude do algoritmo TRIAD e do filtro de Kalman + TRIAD.

Figura 4.12 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 1.



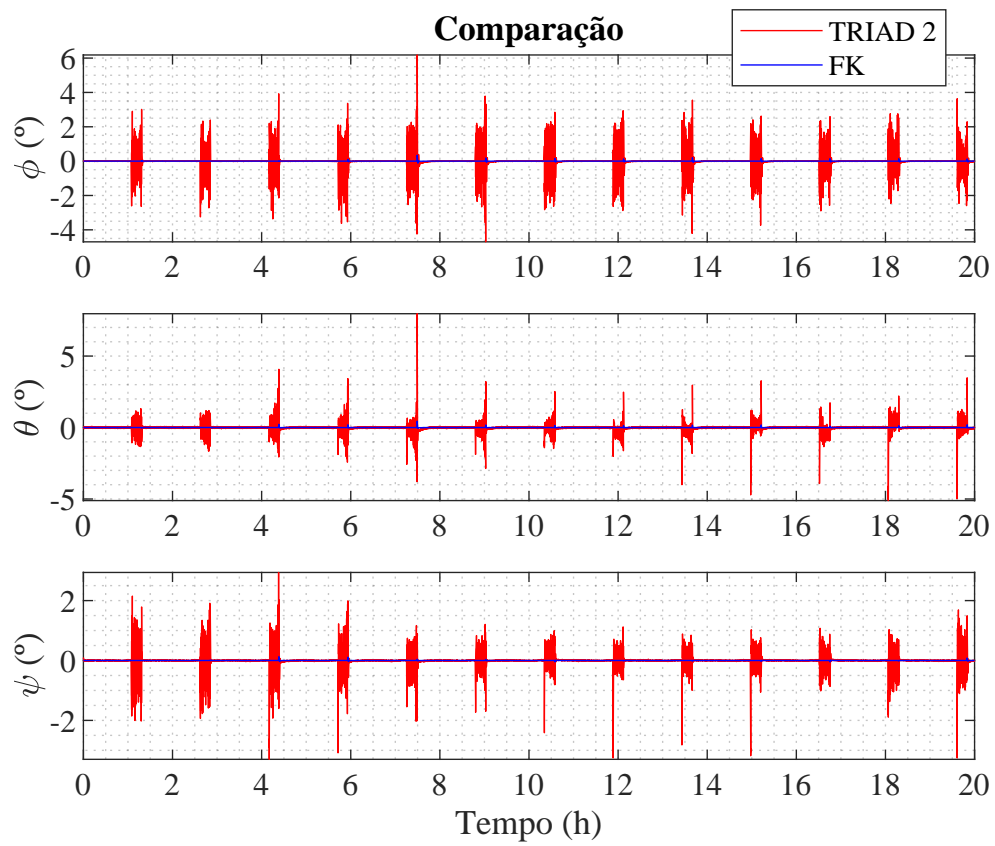
Fonte: Própria autora.

Figura 4.13 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 1 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 1.



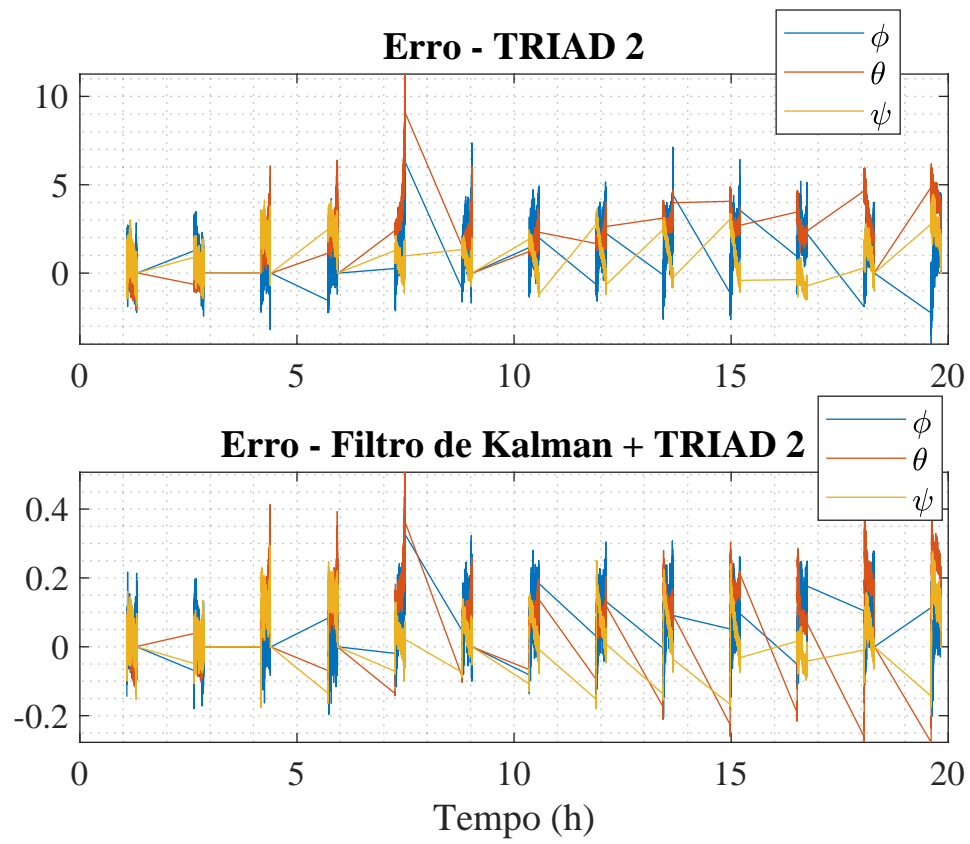
Fonte: Própria autora.

Figura 4.14 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 2.



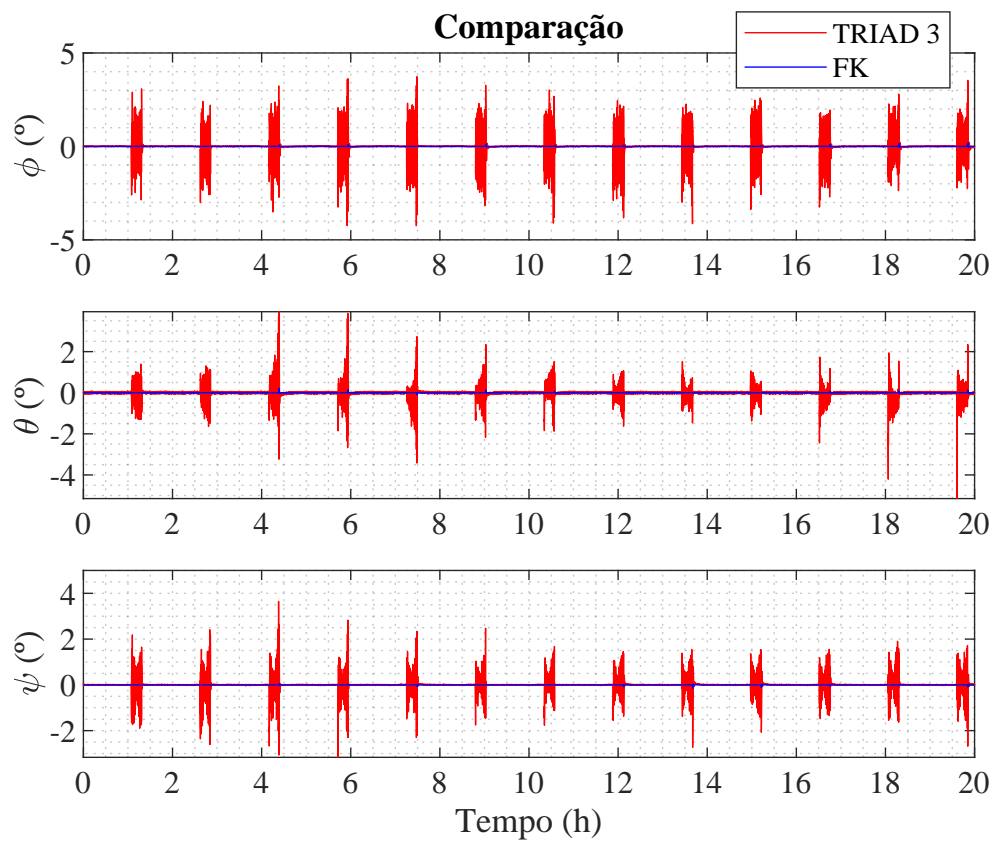
Fonte: Própria autora.

Figura 4.15 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 2 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 2.



Fonte: Própria autora.

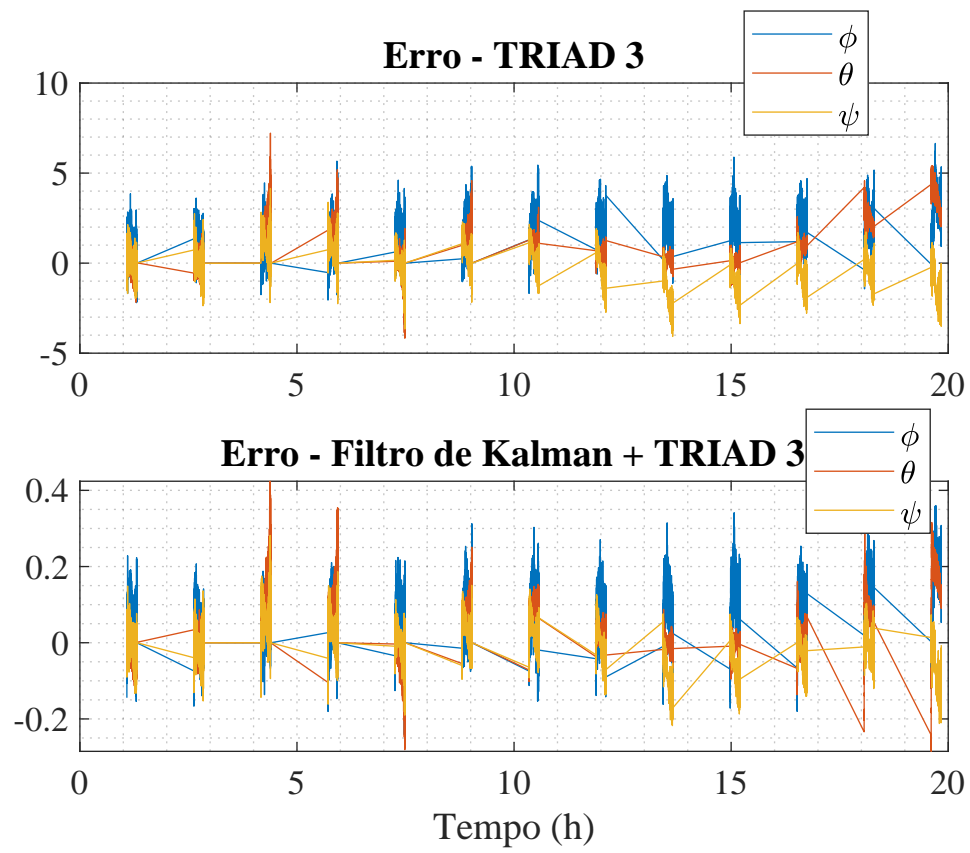
Figura 4.16 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD 3.



Fonte: Própria autora.

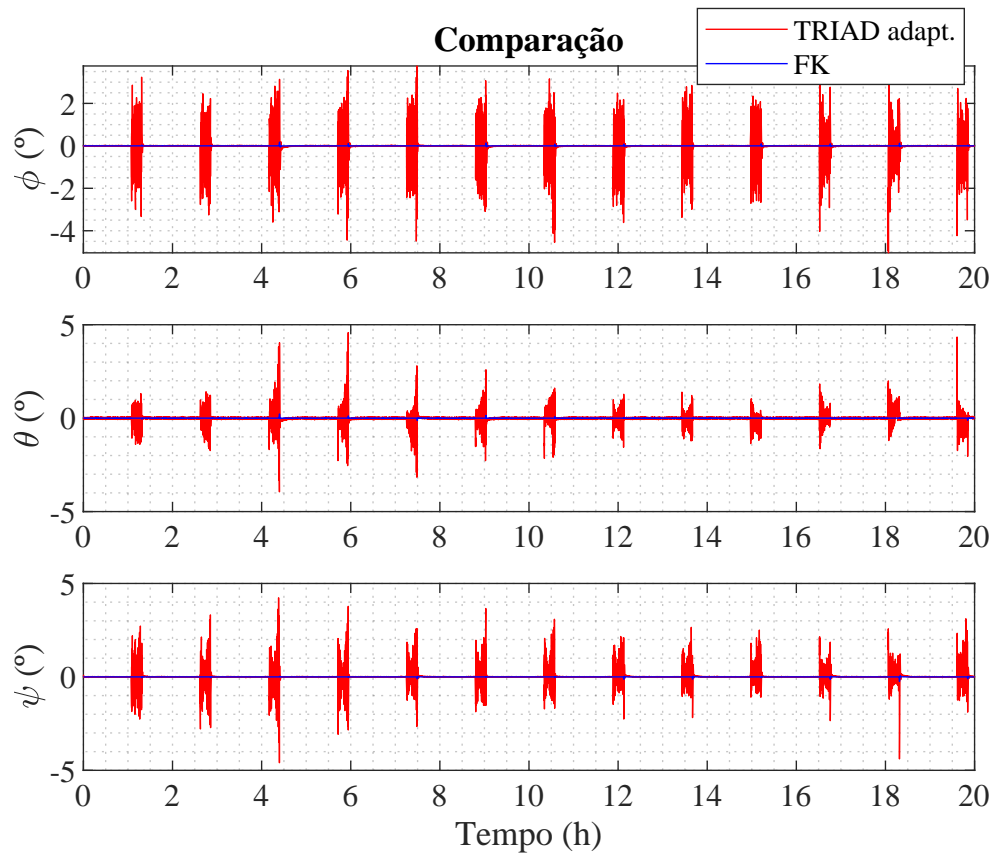


Figura 4.17 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD 3 e do Filtro de Kalman com o TRIAD 3.



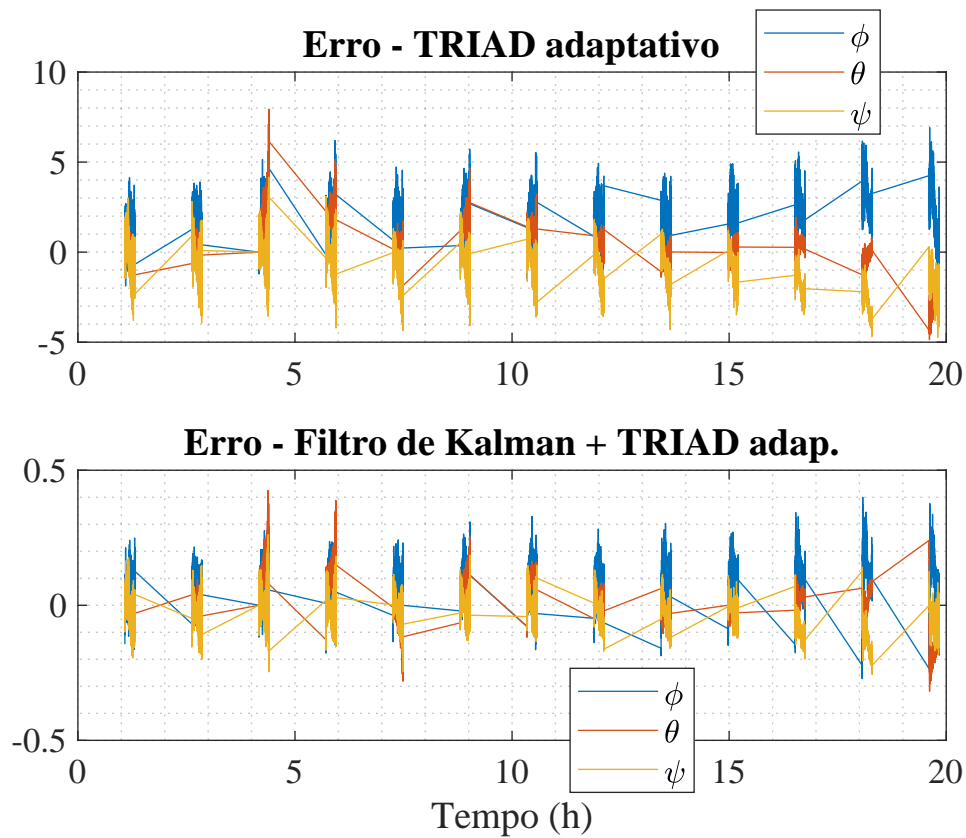
Fonte: Própria autora.

Figura 4.18 – Comparação entre Filtro de Kalman e TRIAD adaptativo.



Fonte: Própria autora.

Figura 4.19 – Comparação entre os erros apenas do TRIAD adaptativo e do Filtro de Kalman com o TRIAD adaptativo.



Fonte: Própria autora.

Conforme as figuras apresentadas nas seções anteriores, o filtro de Kalman apresentou melhor resultado do que apenas o algoritmo TRIAD no sistema de determinação de atitude.

Nota-se que o comportamento do erro é muito parecido, a diferença é que a magnitude do erro da atitude estimada pelo filtro de Kalman é bem menor e com menos oscilações.

As Tabelas 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16, mostram a comparação numérica entre os TRIADS e o Filtro de Kalman com TRIAD.

Tabela 4.13 – Comparação do erro entre TRIAD 1 e Filtro de Kalman + TRIAD 1.

Erro		TRIAD 1		Filtro de Kalman + TRIAD 1		
Ângulo	Erro Médio	Desvio	Erro Relativo	Média	Desvio	Erro relativo
$\phi$	1,7196	1,1127	6,7915	0,093241	0,052416	0,3594
$\theta$	1,0674	1,2808	7,0924	0,054857	0,069028	0,3402
$\psi$	0,27057	1,0038	6,5672	0,014906	0,036847	0,3681

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.14 – Comparação do erro entre TRIAD 2 e Filtro de Kalman + TRIAD 2.

Erro		TRIAD 2		Filtro de Kalman + TRIAD 2		
Ângulo	Erro médio	Desvio	Erro relativo	Erro médio	Desvio	Erro relativo
$\phi$	1,3812	1,2328	6,8275	0,074865	0,066842	0,3552
$\theta$	2,2209	1,4455	6,9664	0,11832	0,079642	0,3503
$\psi$	1,1469	1,1383	6,8431	0,062572	0,0605	0,4123

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.15 – Comparação do erro entre TRIAD 3 e Filtro de Kalman + TRIAD 3.

Erro		TRIAD 3		Filtro de Kalman + TRIAD 3		
Ângulo	Erro médio	Desvio	Erro relativo	Erro médio	Desvio	Erro relativo
$\phi$	1,6556	1,1478	6,7769	0,089469	0,060484	0,3552
$\theta$	1,0347	1,2678	7,0967	0,052869	0,068499	0,3379
$\psi$	0,19372	1,0854	6,68	0,010328	0,054455	0,3137

Fonte: Própria autora.

Tabela 4.16 – Comparação do erro entre TRIAD adaptativo e Filtro de Kalman + TRIAD adaptativo.

Erro		TRIAD adap.		Filtro de Kalman + TRIAD adap.		
Ângulo	Erro médio	Desvio	Erro relativo	Erro médio	Desvio	Erro relativo
$\phi$	1,8063	1,1822	6,8446	0,095417	0,058217	0,3439
$\theta$	0,34853	1,3253	6,7154	0,018273	0,075525	0,3463
$\psi$	0,7742	1,1741	6,6684	0,041732	0,055204	0,337

Fonte: Própria autora.

## 5 CONCLUSÕES

Este Trabalho de Conclusão de Curso apresentou uma metodologia de determinação de atitude para a missão SPORT.

No Capítulo 2.1 foram apresentadas definições matemáticas essenciais para o entendimento dos capítulos seguintes como: ângulos de Euler, eixo de Euler e ângulo principal e quatérnions.

No Capítulo 2.2 os sistemas de referências que foram utilizados neste trabalho foram apresentados. Estes sistemas são fundamentais para realizar a transformação entre os sistemas.

No Capítulo 2.3 os sensores e seus modelos matemáticos foram apresentados.

No Capítulo 2.4 os requisitos e principais dados do satélite foram descritos.

No Capítulo 2.5 foram apresentados os algoritmos utilizados ao longo deste trabalho: TRIAD, ESOQ-2 e filtro de Kalman.

No Capítulo 3 os parâmetros utilizados na simulação foram apresentados.

Finalmente, no Capítulo 4, os resultados foram expostos. De acordo com os gráficos obtidos para a simulação, pode-se chegar a conclusão que nos momentos em que o sensor de estrelas não é válido, a determinação de atitude apenas pelos algoritmos TRIAD e ESOQ-2 não é suficiente. O caso do TRIAD apresentou resultados esperados, porém seu erro era maior do que o requisito imposto. Com a aplicação do filtro de Kalman em conjunto como TRIAD, percebe-se que a determinação de atitude passa a ficar dentro do requisito que a atitude determinada a bordo deve ter erro menor que  $0,02^\circ$  ( $2\sigma$ ). No entanto, o requisito sobre a atitude nominal com a face 6U direcionada para o centro da Terra ser menor que  $0,1^\circ$  não pode ser atendido. Já para o ESOQ-2, o algoritmo não convergiu para o resultado esperado. Sendo assim, recomenda-se o uso do filtro de Kalman em conjunto com o algoritmo TRIAD no ADCS da missão SPORT. Além disso, dentre os três algoritmos TRIAD testados, o TRIAD3, que é aquele que realiza uma média entre as medidas do sensor solar e magnetômetro, foi o que obteve melhor desempenho. Assim, respondendo a pergunta feita na Seção 1, é possível melhorar a precisão da determinação de atitude do projeto SPORT por meio de filtragem. Quando as medidas do sensor de estrela e sensor solar não estão válidas, a atitude determinada a partir do giroscópio diverge rapidamente.

No Apêndice B, os programas em MATLAB utilizados são mostrados.

Com relação ao tempo de divergência, foi possível identificar que durante as 20 h de simulação o sistema se manteve estável, sem divergência com o passar do tempo.

A partir dos gráficos é possível claramente identificar o período de transição entre o sensor de estrelas e o sensor solar e magnetômetro. Mesmo com a aplicação do filtro de Kalman, esse período ainda é bem visível.

## 5.1 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições deste trabalho são listadas a seguir:

- Metodologia do TRIAD adaptativo;
- Comparações realizadas entre os diferentes métodos;
- Alternativa para a determinação de atitude;
- Continuação do trabalho no estágio obrigatório no segundo semestre de 2019 com o grupo ITASAT em São José dos Campos, São Paulo;
- Artigo publicado no congresso internacional *Astrodynamics Specialist Conference* em Portland, Maine nos Estados Unidos organizado pela *American Astronautical Society* (AAS) e coorganizado pela *American Institute of Aeronautics and Astronautics* (AIAA).

## 5.2 LIMITAÇÕES

As limitações deste trabalho tem a ver com a aplicação do algoritmo ESOQ-2, a qual não foi obtido sucesso, visto que o método diverge em pouco tempo de simulação. Não foi possível concluir o motivo de tal comportamento. Dessa maneira, a determinação de atitude foi feita apenas com o algoritmo TRIAD e aplicação do filtro de Kalman.

## 5.3 TRABALHOS FUTUROS

A seguir, são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Implementação de outros algoritmos para determinação de atitude;
- Implementação de outros tipos de Filtro de Kalman;
- Melhor análise do algoritmo ESOQ-2.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, P. K. de. **Algoritmo de Identificação e Determinação de Atitude para Sensor de Estrelas Aplicável a Pequenos Satélites**. 2017. 186 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.

ARANTES, G. Estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em 3 eixos para satélites artificiais. **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Dissertação de mestrado)**, 2005.

BAR-ITZHACK, I. Y.; HARMAN, R. R. Optimized triad algorithm for attitude determination. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 20, n. 1, p. 208–211, 1997.

BOUWMEESTER, J.; GUO, J. Survey of worldwide pico-and nanosatellite missions, distributions and subsystem technology. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 67, n. 7-8, p. 854–862, 2010.

CARRASCO, M. M.; SILVA, A. L. da. Attitude determination for low cost imu and processor board using the methods of triad, kalman filter and allan variance. **Revista Brasileira de Iniciação Científica**, v. 3, n. 2, 2016.

eoPortal Directory. **Dellinger CubeSat Demonstration Mission**. 2018. Acesso em 10 jun. 2019. Disponível em: <<https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/d/dellinger>>.

GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. **Global positioning systems, inertial navigation, and integration**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.

HO, K. A survey of algorithms for star identification with low-cost star trackers. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 73, p. 156–163, 2012.

INPE. **NanosatC-BR1 é lançado com sucesso e estação já recebe sinais do primeiro cubesat nacional**. 2014. Acesso em 15 jun. 2019. Disponível em: <[http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod\\_Noticia=3640](http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod_Noticia=3640)>.

\_\_\_\_\_. **Missão do NanosatC-Br2**. 2018. Acesso em 20 jun. 2019. Disponível em: <[http://www.inpe.br/crs/nanosat/missao/nanosatc\\_br2.php](http://www.inpe.br/crs/nanosat/missao/nanosatc_br2.php)>.

\_\_\_\_\_. **Equipes do Brasil e EUA testam cubesat SPORT no INPE**. 2019. Acesso em 10 jun. 2019. Disponível em: <[http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod\\_Noticia=5133](http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod_Noticia=5133)>.

ITA. INSTITUTO TECNOLÓGICO DA AERONÁUTICA. **SPORT. ATTITUDE DETERMINATION AND CONTROL SYSTEM (ADCS)**. São José dos Campos, 2018. 94 p.

KEMPE, V. **Inertial MEMS: principles and practice**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.

KEPKO, L. et al. Dellinger: Reliability lessons learned from on-orbit. 2018.

LEY, W.; WITTMANN, K.; HALLMANN, W. **Handbook of space technology**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. v. 22.

MACDONALD, M.; BADESCU, V. **The international handbook of space technology**. [S.l.]: Springer, 2014.

MARKLEY, F. L. Attitude determination using two vector measurements. 1998.

MEHRPARVAR, A. et al. Cubesat design specification rev. 13. **The CubeSat Program, Cal Poly San Luis Obispo, US**, v. 1, p. 2, 2014.

MORTARI, D. Esoq-2 single-point algorithm for fast optimal spacecraft attitude determination. **Advances in the Astronautical Sciences**, UNIVELT INC, v. 95, p. 817–826, 1997.

PILCHOWSKI, H. U. **Satélites Artificiais - Movimento de Atitude**. São José dos Campos, SP: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2011.

ROHDE, J. **Kalman Filter for Attitude Determination of Student Satellite**. 2007. Dissertação (Mestrado) — Institutt for Teknisk Kybernetikk, 2007.

SANTOS, K. M.; SILVA, A. L.; COELHO, F. S. N. Attitude determination for a brazilian cubesat mission using the kalman filter. **Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM)**, 2017.

SPANN, J. et al. The scintillation prediction observations research task (sport): an international science mission using a cubesat. **Conference of Small Satellites**, 2017.

TEWARI, A. **Atmospheric and space flight dynamics**. [S.l.]: Springer, 2007.

WAHBA, G. A least squares estimate of satellite attitude. **SIAM review**, SIAM, v. 7, n. 3, p. 409–409, 1965.

WIE, B. **Space vehicle dynamics and control**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008.

WOODMAN, O. J. **An introduction to inertial navigation**. [S.l.], 2007. Disponível em: <<https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf>>.

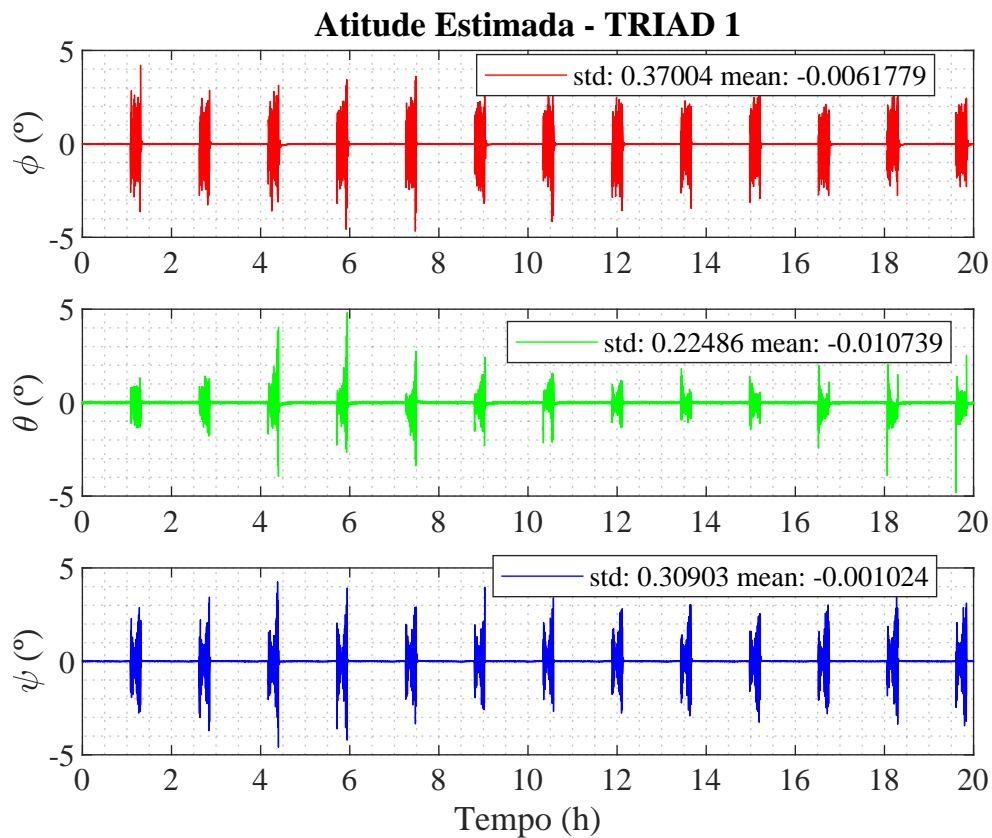


## APÊNDICE A – FIGURAS DA DETERMINAÇÃO DE ATITUDE

### A.1 – TRIAD

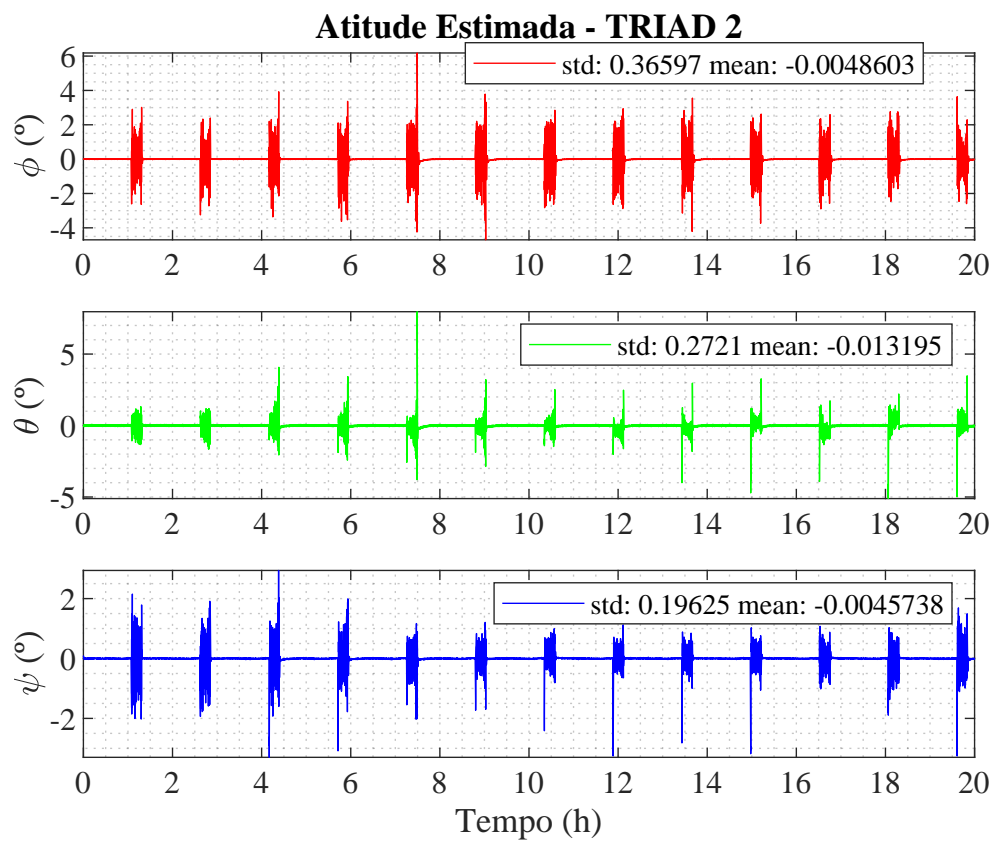
Nestas figuras, os períodos de maior variação correspondem aos períodos em que o sensor de estrela não está válido e, então, o algoritmo TRIAD é utilizado para o cálculo. Os momentos nos quais a variação é menor são aqueles em que o sensor de estrelas está válido, então a sua medida é utilizada sem o algoritmo.

Figura A.1 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 1.



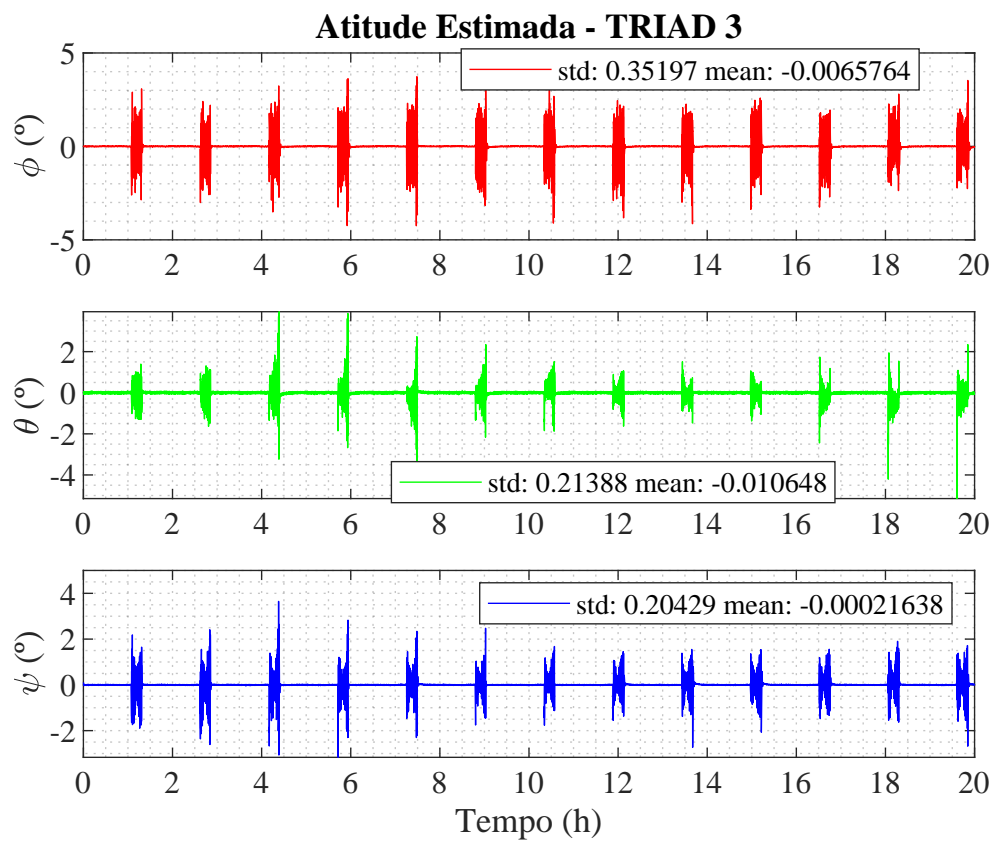
Fonte: Própria autora.

Figura A.2 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 2.



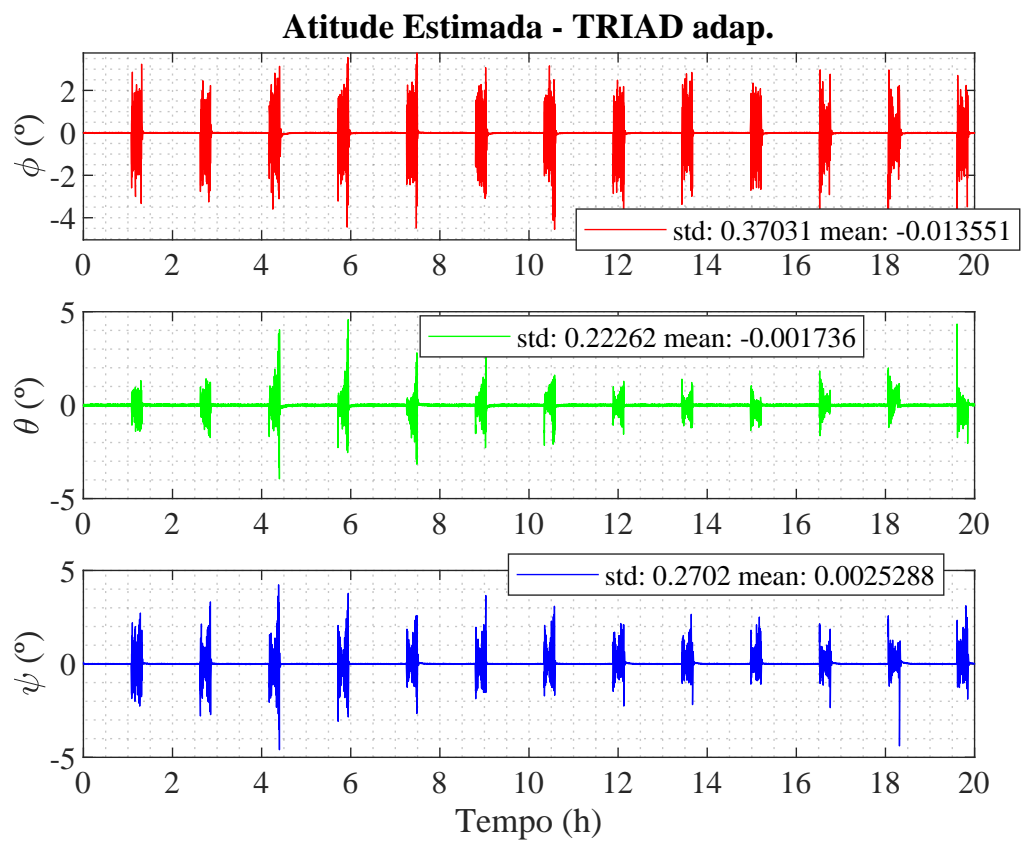
Fonte: Própria autora.

Figura A.3 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD 3.



Fonte: Própria autora.

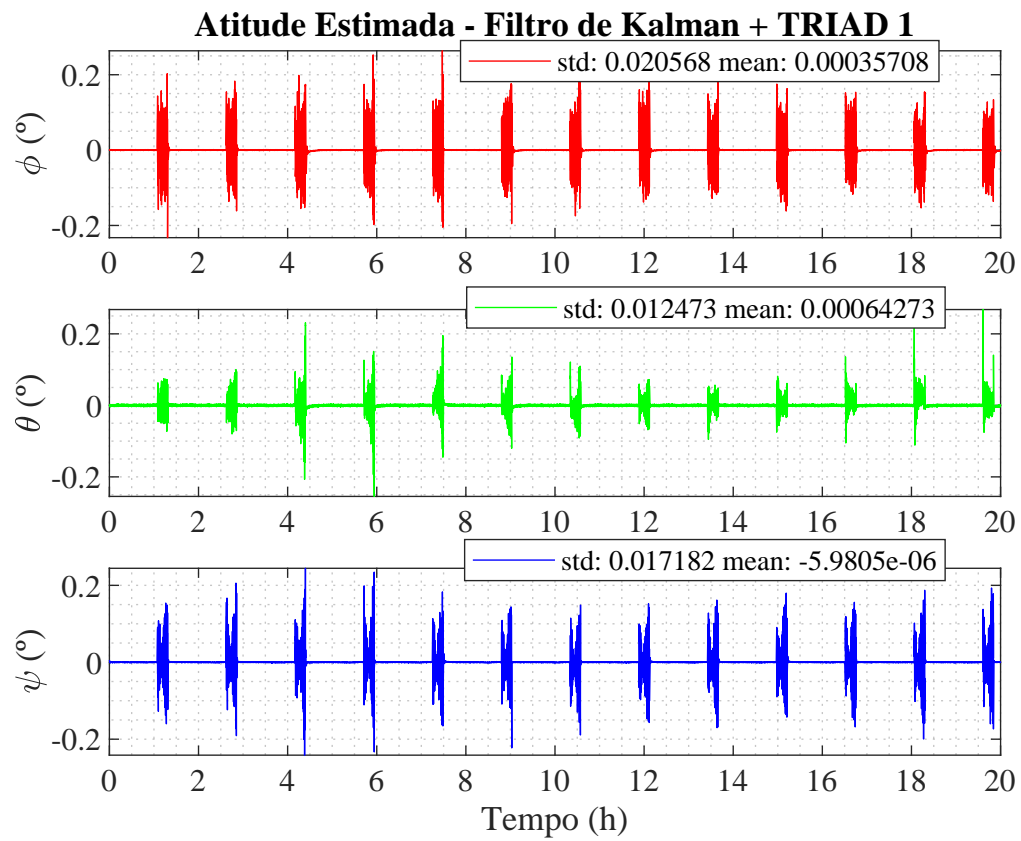
Figura A.4 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e TRIAD adaptativo.



Fonte: Própria autora.

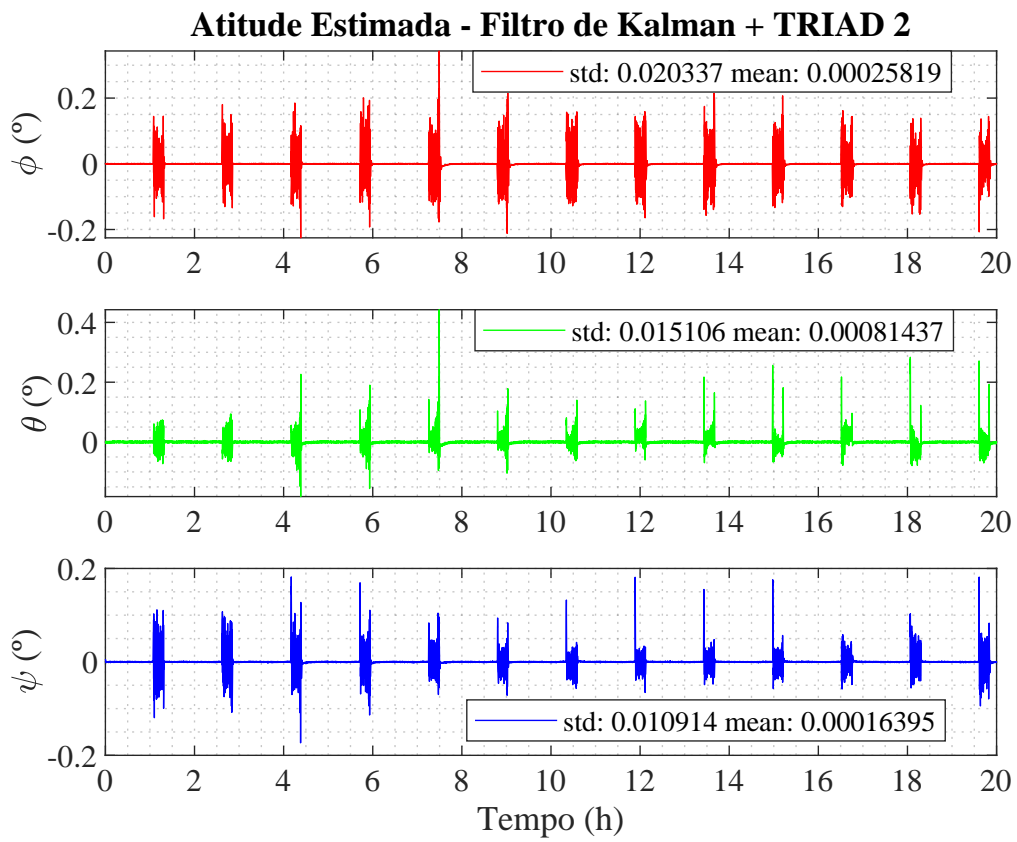
## A.2 – FILTRO DE KALMAN

Figura A.5 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 1.



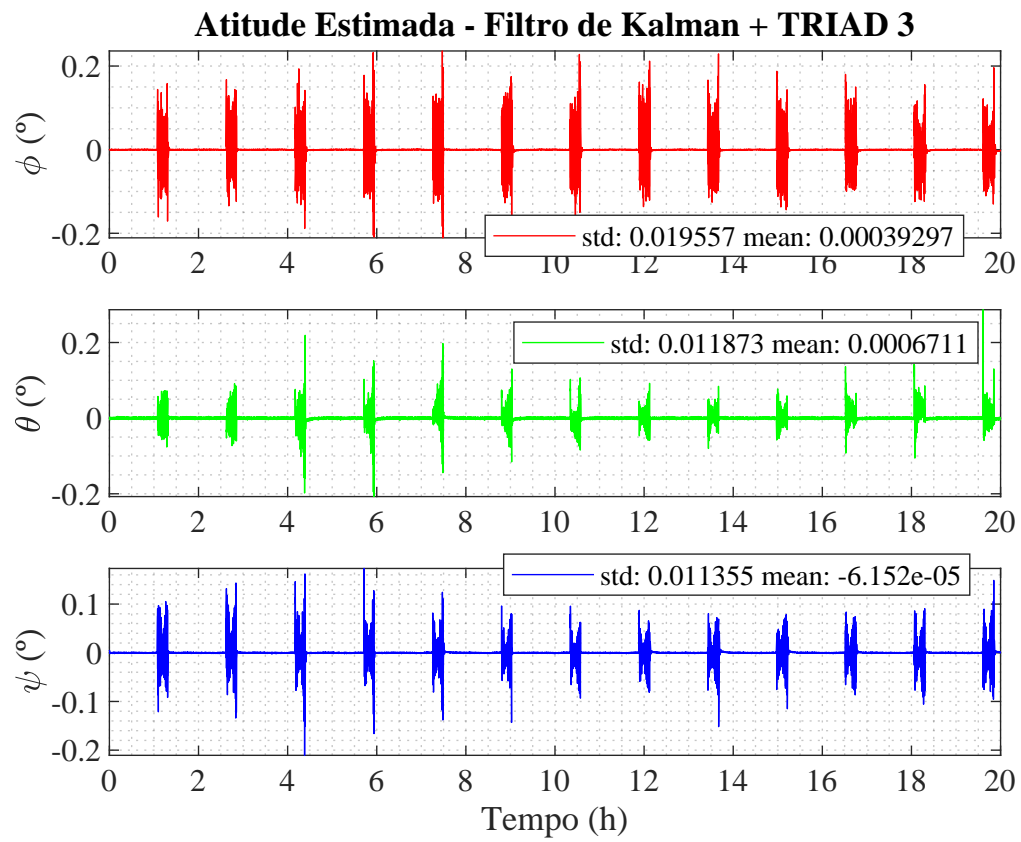
Fonte: Própria autora.

Figura A.6 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 2.



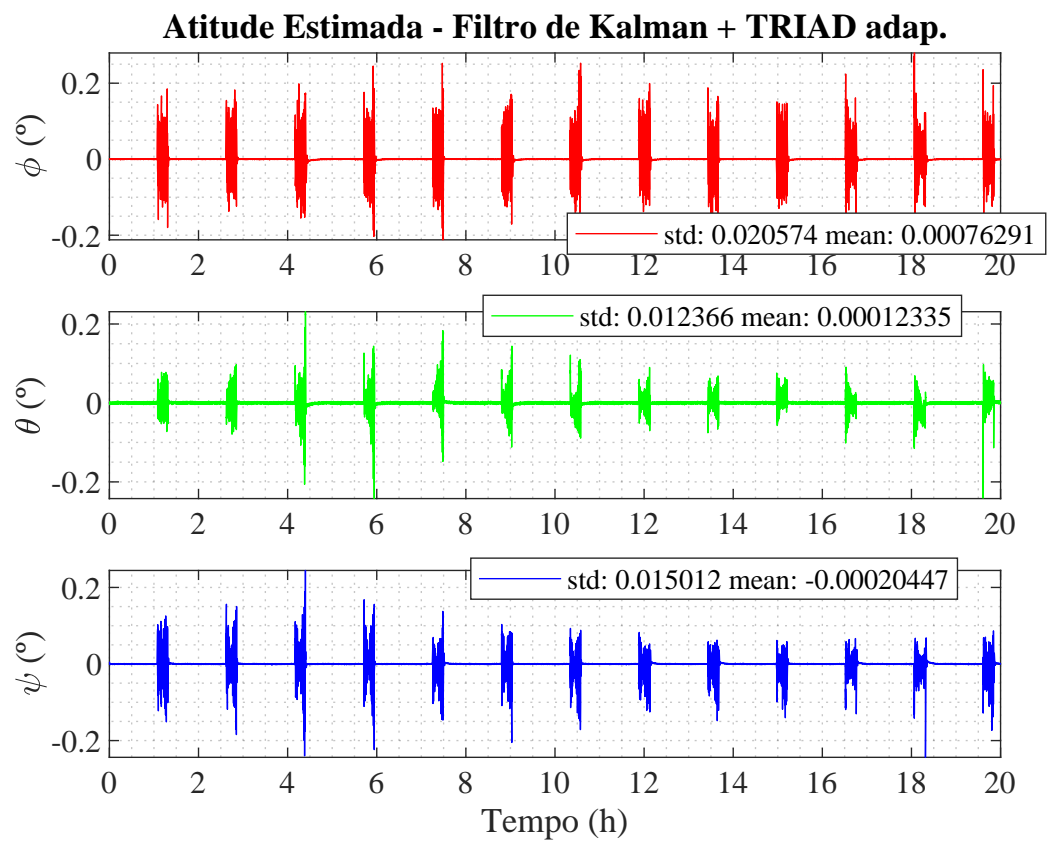
Fonte: Própria autora.

Figura A.7 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD 3.



Fonte: Própria autora.

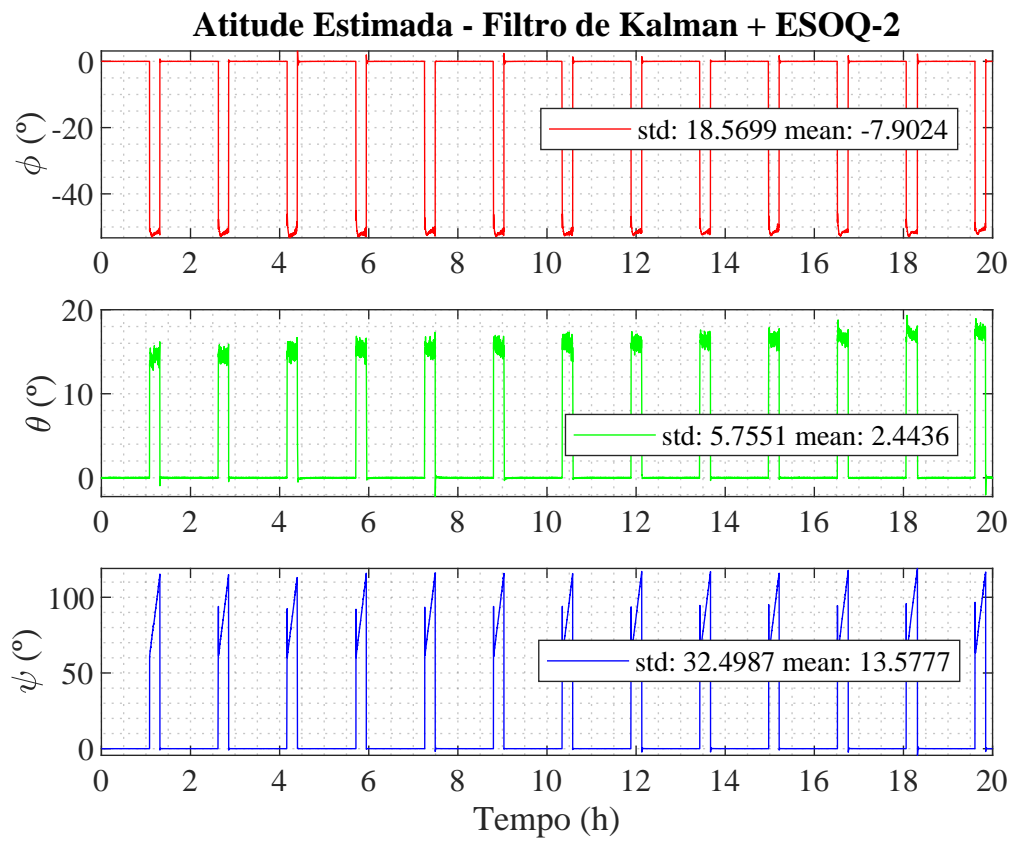
Figura A.8 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + TRIAD adaptativo.



Fonte: Própria autora.



Figura A.9 – Atitude estimada pelo sensor de estrela e Filtro de Kalman + ESOQ-2.



Fonte: Própria autora.

## APÊNDICE B – CÓDIGOS EM MATLAB

### B.1 – TRIAD

```
1 function A=triad_k_1(b1,b2,r1,r2)
2
3 %Entradas:
4 %b1: primeiro vetor no sistema do corpo
5 %b2: segundo vetor no sistema do corpo
6 %r1: primeiro vetor no sistema de referencia
7 %r2: segundo vetor no sistema de referencia
8
9 %Saidas:
10 %Matriz A: matriz de atitude no sistema do corpo em relacao ao ...
    sistema de referencia
11
12
13 %Normalizar os vetores:
14
15 b1 = b1/norm(b1);
16 b2 = b2/norm(b2);
17 r1 = r1/norm(r1);
18 r2 = r2/norm(r2);
19
20 %r3 e b3:
21 zr = cross(r1,r2);
22 r3 = zr/norm(zr);
23
24 zb = cross(b1,b2);
25 b3 = zb/norm(zb);
26
27 yr = cross(r3, r1);
28 yb = cross(b3, b1);
29
30 %Matriz A:
31
32 A = b1*(r1)' + b3*(r3)' + cross(b1,b3)*cross(r1,r3)';
```

## B.2 – ESOQ-2

```

1  function q = esoq2(r, b)
2
3  %r: matriz 2x3 no sistema de referencia
4  %b: matriz 2x3 no sistema do corpo
5
6  B = (b*r');
7  S = B+B';
8  sigma = trace(B);
9  lambda = length(b(1,:));
10 Z = [B(2,3)-B(3,2) B(3,1)-B(1,3) B(1,2)-B(2,1)];
11 K = [(B+B')-(trace(B)*eye(3)) Z';Z trace(B)];
12 Sa = S-(sigma+lambda)*eye(3);
13 M = (sigma-lambda)*Sa-Z'*Z;
14
15 ma = M(1,1);
16 mb = M(2,2);
17 mc = M(3,3);
18
19 mx = M(2,1);
20 my = M(3,1);
21 mz = M(3,2);
22
23 m1 = mb*mc-mz^2;
24 m2 = ma*mc-my^2;
25 m3 = ma*mb-mx^2;
26
27 maior = abs(m1);
28 ind = 1;
29
30 if maior < abs(m2)
31     maior = abs(m2);
32     ind = 2;
33 end
34
35 if maior < abs(m3)
36     maior = abs(m3);
37     ind = 3;
38 end
39
40 switch ind
41     case 1
42         y = [m1, my*mz-mx*mc, mx*mz-my*mb]';
43     case 2

```

```

44         y = [my*mz-mx*mc, m2, mx*my-mz*ma]';
45     case 3
46         y = [mx*mz-my*mb, mx*my-mz*ma, m3]';
47 end
48
49 q = [(lambda-sigma)*y; Z*y];
50 q = (1/sqrt(q'*q))*q;    %Normalizacao
51
52 if q(4)<0
53     q = -q;
54 end
55
56 end

```

### B.3 – FILTRO DE KALMAN

```

1  %TRIAD
2  q_triad = rmxquat(ce_b_ref);
3
4  if (q_triad(4) < 0)
5      q_triad = -q_triad;
6  end
7  %% Filtro de Kalman
8
9      e = Q0_fk(1:3);
10     n = Q0_fk(4);
11     Rb_o = (n*n - e'*e)*eye(3,3) + 2*e*(e') - 2*n*Skew(e); %R_orb2body
12
13     w_ref_orb1 = -w_ref_orb;
14
15
16     %% PREDICAO - Cinematica de Atitude do Giroscopio
17     wb_o = Rb_o*[0 w_ref_orb1 0]';
18     wb_ob=w_gyro-wb_o;
19
20     Qd = att_kinematics(wb_ob,Q0_fk);
21     if (Qd(4) < 0)
22         Qd = -Qd;
23     end
24
25     qa = Qd + Q0_fk;
26

```

```

27     quat_pre_k = quat_unity(qa);
28     if (quat_pre_k(4) < 0)
29         quat_pre_k = -quat_pre_k;
30     end
31
32     %%
33     F = Jacobian(Q0_fk, w_gyro, w_ref_orb1);
34     F_k = F';
35
36     %%
37     % Q_fk=q0*eye(3,3);    % Matriz de covariancia do giroscopio
38     Q = procNoiseCovMatRot(Q0_fk, Q_fk);
39
40     %%
41     P1 = F*P0_fk;
42     P2 = P0_fk*F_k;
43     Pd_k = P1+P2+Q;
44
45     P_pre_k = P0_fk + Pd_k;
46
47     %% CORRECAO
48
49     q1 = -quat_pre_k + q_triad;
50
51     I1 = eye(4,4);
52
53     M1 = (I1*P_pre_k)*(I1');
54     M2 = M1 + R_fk;
55
56     Kbar_k = (P_pre_k*(I1)')*(inv(M2));
57
58     Correct_Xest = Kbar_k*q1;
59     q2 = quat_pre_k + Correct_Xest;
60
61     if (q2(4) < 0)
62         q2 = -q2;
63     end
64
65     quat_corr_k = quat_unity(q2);
66     if (quat_corr_k(4) < 0)
67         quat_corr_k = -quat_corr_k;
68     end
69
70
71     %%
72     K_H = Kbar_k*I1;
73     Mat = I1 - K_H;

```

```
74 P_corr_k = Mat*P_pre_k;
75
76 %%
77 Q0_fk=quat_corr_k;    %Condicao inicial do Filtro de Kalman
78 P0_fk=P_corr_k;
79
80 %% GRAFICOS
81 euler = quatexyz(quat_corr_k);
82
83 ce_b_ref_fk = exyzrmx(euler);
84 c_b_ref_fk  = exyzrmx([0 0 0]);
85 fk_err = rmxexyz(c_b_ref_fk*ce_b_ref_fk');
```