

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPECIAL

José Carlos Ignacio Gonçalves Zart

**ESTERÇAMENTO AUTOMÁTICO E CONTROLE DE VELOCIDADE DE
VEÍCULOS AGRÍCOLAS COM SIMULAÇÕES EM TEMPO REAL**

Santa Maria, RS
2020

José Carlos Ignacio Gonçalves Zart

**ESTERÇAMENTO AUTOMÁTICO E CONTROLE DE VELOCIDADE DE VEÍCULOS
AGRÍCOLAS COM SIMULAÇÕES EM TEMPO REAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro em Engenharia Aeroespacial**. Defesa realizada por videoconferência.

ORIENTADOR: Prof. André Luís da Silva

Santa Maria, RS
2020

©2020

Todos os direitos autorais reservados a José Carlos Ignacio Gonçalves Zart. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

End. Eletr.: zart.formula@gmail.com

José Carlos Ignacio Gonçalves Zart

**ESTERÇAMENTO AUTOMÁTICO E CONTROLE DE VELOCIDADE DE VEÍCULOS
AGRÍCOLAS COM SIMULAÇÕES EM TEMPO REAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro em Engenharia Aeroespacial**.

Aprovado em 18 de setembro de 2020:

André Luís da Silva, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Lucas Vizzotto Bellinaso, Dr. (UFSM)

Pedro Paglione, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS
2020

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Carlos e Mari, às minhas irmãs Francelli e Nathielli, à minha amada Lauren e à família Fantinel. Estas pessoas foram responsáveis por todo o suporte durante a minha formação. Foram os que me ajudaram nos momentos mais difíceis durante esta caminhada. Sem eles, este trabalho não seria possível.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Carlos e Mari, por estarem sempre presentes e por sempre me motivarem a alcançar meus objetivos na vida.

Agradeço às minhas irmãs Francelli e Nathielli, por serem minha fonte de inspiração e orientação.

Agradeço à minha amada Lauren e à sua família, por todos os momentos felizes e por me acolherem no tempo em que estive em Santa Maria.

Agradeço ao meu professor e orientador André Luís da Silva, por ter me ensinado a buscar sempre, de forma minuciosa, o entendimento físico dos conceitos e por todos os outros grandes ensinamentos durante a minha graduação.

Agradeço aos professores Pedro Paglione e Lucas Bellinaso por terem proporcionado valiosos ensinamentos à respeito das teorias de controle.

Agradeço aos colegas Willian Rigon e Renan Sacco por todo suporte prático e por terem inspirado a escolha do tema deste trabalho.

Agradeço aos amigos Leonardo da Luz e Wilcker Schinestzki por todos os momentos de dificuldades, superações e alegrias vividos durante os últimos anos.

Agradeço a todos os outros familiares, amigos e professores que contribuíram, mesmo que indiretamente, para a realização deste trabalho.

*Se você não desistir, você ainda tem
uma chance. Desistir é o maior fracasso.*

(Jack Ma)

RESUMO

ESTERÇAMENTO AUTOMÁTICO E CONTROLE DE VELOCIDADE DE VEÍCULOS AGRÍCOLAS COM SIMULAÇÕES EM TEMPO REAL

AUTOR: José Carlos Ignacio Gonçalves Zart

ORIENTADOR: André Luís da Silva

O presente trabalho trata do projeto dos sistemas de controle de esterçamento e velocidade de um trator agrícola, com o intuito de manter a velocidade longitudinal constante e evitar a sobreposição de linhas de plantio e, assim, aumentar a eficiência das operações. Realiza-se a modelagem de um trator semelhante ao *New Holland T4.75* no programa *Vortex Studio*, o qual corresponde a um modelo multicorpos que faz interface com o modelo de pneu. Nesse caso, utiliza-se o modelo de pneu de Bekker que capta o comportamento não linear do atrito e da resistência ao rolamento resultante da deformação do solo. Na sequência, desenvolve-se um modelo matemático simplificado com base nas equações do movimento de um corpo rígido. Para a dinâmica longitudinal, especificamente, obtém-se um modelo matemático por identificação de sistemas, que relaciona diretamente a velocidade longitudinal com a atuação de controle. Com isso, verifica-se a compatibilidade do modelo matemático com o modelo do *Vortex Studio*. Em seguida, os modelos simplificados são linearizados e analisa-se a estabilidade do sistema em malha aberta. A partir disso, são estabelecidos requisitos de desempenho para os dois sistemas de controle e projeta-se um compensador do tipo Proporcional-Integral (PI), com pólo adicional em alta frequência, para o controle de esterçamento e outro Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para o controle de velocidade, com base em uma técnica de controle moderno, a qual consiste em encontrar os ganhos ótimos das realimentações de forma simultânea a partir de uma formulação quadrática linear para o problema de rastreio. Na sequência, verificam-se os requisitos de desempenho a partir de uma resposta ao degrau e realiza-se uma análise de estabilidade em malha fechada, a qual consiste em obter a margem de disco dos dois sistemas de controle. Ainda, apresenta-se o algoritmo de geração de referência *Lookahead-Based Line of Sight Steering* (LOS), que calcula uma determinada referência de apontamento com base em pontos de trajeto predefinidos. Por fim, são realizadas simulações em *Software-In-the-Loop* (SIL), em que verificam-se as margens de estabilidade, aplicam-se ruídos de medida, variações de terreno, obstáculos no terreno e variações de massa e analisa-se o limite dos sistemas de controle na presença de distúrbios combinados.

Palavras-chave: Simulação. Controle. Modelagem Matemática. Veículo Agrícola.

ABSTRACT

AUTOMATIC STEERING AND VELOCITY CONTROL OF FARM VEHICLES USING REAL TIME SIMULATIONS

AUTHOR: José Carlos Ignacio Gonçalves Zart

ADVISOR: André Luís da Silva

In this work, an automatic steering and velocity control is designed for an agricultural tractor to improve agricultural efficiency due to the following reasons: to avoid missing or overlap between two adjacent tracks and to keep a constant velocity during operation. The vehicle is firstly modeled in Vortex Studio, which is a physics-based simulation software that uses multibody dynamics combined with several models, such as tire models, to compute the physical quantities. The Bekker soft ground tire model, which capture the non-linear friction behaviour and rolling resistance resulting from wheels sinking into the ground, is used to compute the tire forces. Then, a simplified mathematical model, based on the rigid body equations of motion, is developed. For the longitudinal dynamics the mathematical model is build based on system identification. Therefore, the mathematical model is compared with the Vortex Studio model and the compatibility is verified. Later, the simplified models are linearized and an analysis of the open-loop stability is performed. Based on this, the control requirements of performance are specified and a phase lead compensator with an integrator is designed for the automatic steering system. For the automatic velocity control a Proportional-Integral-Derivative (PID) compensator is used. The control system design is done based on a modern control technique, which determine the optimal feedback gains based on a linear quadratic formulation of the tracker problem. In the sequence, the performance requirements are verified based on the step response and the closed-loop stability is analyzed in terms of the disk margins for both control systems. Also, the Lookahead-Based Line of Sight Steering algorithm is implemented to generate the appropriate reference signal to the steering control system. Finally, Software-In-the-Loop (SIL) simulations are performed to verify the stability margins and to analyze the control system performance in the presence of noise, model uncertainties and terrain variations.

Keywords: Simulaton. Control. Mathematical Modeling. Farm Vehicle.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Processos realizados na construção do modelo de simulação.	19
Figura 2.2 – Topologia comum de um veículo com transmissão automática.	20
Figura 2.3 – Geometria do trator modelado no <i>Vortex Studio</i>	21
Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre do trator.	23
Figura 2.5 – Vista frontal e sistemas de referência da roda.	23
Figura 2.6 – Vista superior e sistemas de referência do veículo.	24
Figura 2.7 – Rotações sucessivas na sequência 3-2-1.	25
Figura 2.8 – Movimento planar do veículo.	27
Figura 2.9 – Forças e momentos atuantes no sistema T	33
Figura 2.10 – Diagrama de blocos de malha aberta do sistema para uma entrada senoidal.	37
Figura 2.11 – Resposta da velocidade longitudinal v_{xb} para uma entrada de posição do acelerador na forma de degrau, u_t , para o modelo do <i>Vortex Studio</i> e o aproximado por identificação de sistemas.	40
Figura 2.12 – Verificação da dinâmica lateral.	44
Figura 3.1 – Metodologia de projeto dos compensadores.	49
Figura 3.2 – Diagrama de blocos convencional para o sistema de rastreio de referência.	51
Figura 3.3 – Diagrama de blocos detalhado do sistema aumentado.	52
Figura 3.4 – Diagrama de blocos reduzido do sistema aumentado.	54
Figura 3.5 – Diagrama de blocos do sistema com os compensadores do piloto automático de esterçamento e velocidade.	60
Figura 3.6 – Diagrama de blocos do compensador de avanço de fase com integrador.	60
Figura 3.7 – Diagrama de blocos do compensador PID.	62
Figura 3.8 – Resposta de ψ e δ para um degrau com 90° de magnitude.	64
Figura 3.9 – Resposta de v_{xb} e u_t para um degrau com 4 km/h de magnitude.	65
Figura 3.10 – Diagrama de blocos simplificado do sistema em malha fechada.	67
Figura 3.11 – Diagrama de bode com indicação de margens de fase e ganho para a função de transferência de malha aberta do sistema com piloto automático de esterçamento.	68
Figura 3.12 – Diagrama de bode com indicação de margens de fase e ganho para a função de transferência de malha aberta do sistema com piloto automático de velocidade.	68
Figura 3.13 – Diagrama de blocos simplificado com a inclusão de uma função de turbio f_{kl}	69
Figura 3.14 – Pontos estáveis e instáveis no plano complexo para a varredura de f_{kl} em relação ao sistema de controle de esterçamento.	70
Figura 3.15 – Pontos estáveis e instáveis no plano complexo para a varredura de f_{kl} em relação ao sistema de controle de velocidade.	71
Figura 3.16 – Margem de disco para o sistema de controle de esterçamento.	71
Figura 3.17 – Margem de disco para o sistema de controle de velocidade.	72
Figura 3.18 – Pontos de trajeto do algoritmo de linha visada com distância de visada Δ e ângulo tangente ao trajeto α_k	74
Figura 3.19 – Diagrama de blocos do sistema de guiagem.	74
Figura 4.1 – Pontos de trajeto e trajetória percorrida.	77

Figura 4.2 – Manobra de cabeceira - <i>Vortex Studio</i>	77
Figura 4.3 – Resposta ao degrau de ψ com inclusão de distúrbios combinados.	79
Figura 4.4 – Resposta ao degrau de ψ com inclusão de distúrbios separados.	80
Figura 4.5 – Resposta ao degrau de v_{xb} com inclusão de distúrbios separados.	82
Figura 4.6 – Resposta ao degrau de v_{xb} com inclusão de distúrbios separados.	83
Figura 4.7 – Veículo trafegando no terreno irregular.	84
Figura 4.8 – Veículo trafegando no asfalto.	84
Figura 4.9 – Variação de ψ , y_g e v_{xb} ao longo do tempo na simulação do veículo no terreno irregular.	85
Figura 4.10 – Variação de ψ , y_g e v_{xb} ao longo do tempo na simulação do veículo no asfalto.	86
Figura 4.11 – Resposta de ψ ao degrau para diferentes massas.	87
Figura 4.12 – Resposta de v_{xb} ao degrau para diferentes massas.	88
Figura 4.13 – Obstáculos nos terrenos.	89
Figura 4.14 – Variação temporal dos estados rastreados e das atuações de controle para a elevação do terreno.	89
Figura 4.15 – Variação temporal dos estados rastreados e das atuações de controle para as ondulações do terreno.	90
Figura 4.16 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em r . .	92
Figura 4.17 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em ψ . .	93
Figura 4.18 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em v_{xb}	94
Figura 4.19 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de r com $\sigma_r = 0,8^\circ/s$	95
Figura 4.20 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de ψ com $\sigma_r = 0,4^\circ$	96
Figura 4.21 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de v_{xb} com $\sigma_r = 0,01125\ km/h$	97
Figura 4.22 – Variação temporal de ψ , v_{xb} e y_g durante o rastreio de ψ e v_{xb} em um terreno irregular com a presença de ruídos de medida.	98
Figura B.1 – Esterçamento senoidal com amplitude de 10° e frequência de $0,5\ rad/s$. .	109
Figura B.2 – Variação do ângulo de rolamento, φ , e da velocidade de rolamento, p , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.	110
Figura B.3 – Variação do ângulo de arfagem, θ , e da velocidade de arfagem, q , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.	111
Figura B.4 – Variação do ângulo de guinada, ψ , e da velocidade de guinada, r , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.	112
Figura B.5 – Variação das velocidades v_{xb} , v_{yb} e v_{zb} em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.	113
Figura B.6 – Variação da velocidade crítica em função da razão de coeficientes de rigidez lateral.	114
Figura B.7 – Variação do ângulo de guinada, ψ , para uma entrada ao degrau de $\delta = 30^\circ$ e trajetória circular do trator.	115
Figura C.1 – Pulso δ aplicado.	116
Figura C.2 – Resposta das forças laterais das rodas dianteiras para o pulso δ aplicado. .	116
Figura C.3 – Resposta das forças laterais das rodas traseiras para o pulso δ aplicado. .	117
Figura C.4 – Resposta dos escorregamentos laterais das rodas dianteiras para o pulso δ aplicado.	118

Figura C.5 – Resposta dos escorregamentos laterais das rodas traseiras para o pulso
 δ aplicado. 119

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Síntese de medições de $RMSE(\hat{y}_g)$ e $RMSE(\hat{\psi})$ realizados por diferentes autores.....	48
Tabela 3.2 – Resultados extraídos da resposta de ψ ao degrau.....	65
Tabela 3.3 – Resultados extraídos da resposta de v_{xb} ao degrau.....	65
Tabela 3.4 – Resultados da análise do disco para o sistema de controle de velocidade.	72
Tabela 3.5 – Resultados da análise do disco para o sistema de controle de velocidade.	72
Tabela 4.1 – Respostas do controle de ψ para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados.	78
Tabela 4.2 – Respostas do controle de ψ para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte separados.....	80
Tabela 4.3 – Respostas do controle de v_{xb} para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados.	81
Tabela 4.4 – Respostas do controle de v_{xb} para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte separados.....	81
Tabela 4.5 – Valores de referência e erros RMS do ângulo de guinada, posição lateral e velocidade longitudinal em simulações com diferentes terrenos. RMSE na mesma unidade da variável de referência.....	84
Tabela 4.6 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de r	91
Tabela 4.7 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de ψ	92
Tabela 4.8 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de v_{xb}	93
Tabela A.1 – Parâmetros de modelagem do veículo.	105
Tabela A.2 – Relações de transmissão.	105
Tabela A.3 – Torque de frenagem do motor.....	106
Tabela A.4 – Torque do motor em função da rotação e posição do pedal.....	106
Tabela A.5 – Conversor de torque: razão de velocidades angulares em função da razão de torques.	107
Tabela A.6 – Conversor de torque: razão de velocidades em função do fator de capacidade normalizado λ	107
Tabela A.7 – Coeficientes do modelo de Bekker para terreno argiloso com teor de umidade de 23%.....	108
Tabela A.8 – Propriedades do terreno argiloso padrão do <i>Vortex Studio</i>	108

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	MOTIVAÇÃO	14
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
1.2.1	Modelagem da Dinâmica Veicular	15
1.2.2	Projeto do Sistema de Controle	16
1.3	OBJETIVOS	18
2	MODELAGEM DA DINÂMICA VEICULAR	19
2.1	MODELO DO <i>VORTEX STUDIO</i>	20
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DA DINÂMICA VEICULAR	22
2.2.1	Sistemas de Referência	22
2.2.2	Parametrização de Atitude	24
2.2.3	Transformação de Coordenadas	26
2.2.4	Cinemática	27
2.2.4.1	<i>Cinemática de Translação</i>	27
2.2.4.2	<i>Cinemática de Rotação</i>	28
2.2.5	Dinâmica	29
2.2.5.1	<i>Dinâmica de Translação</i>	29
2.2.5.2	<i>Dinâmica de Rotação</i>	31
2.2.5.3	<i>Forças e Momentos</i>	32
2.2.5.4	<i>Modelo de Pneu</i>	36
2.2.6	Hipóteses de Modelagem	37
2.2.7	Modelo Longitudinal	39
2.2.8	Síntese das Equações do Movimento	39
2.2.9	Linearização	41
2.2.10	Dinâmica do atuador de esterçamento	43
2.3	VERIFICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO	43
2.4	ESTABILIDADE EM MALHA ABERTA	43
2.4.1	Estabilidade Longitudinal	44
2.4.2	Estabilidade Lateral	45
3	PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE	47
3.1	REQUISITOS DE CONTROLE	47
3.2	METODOLOGIA	49
3.3	CONTROLE DE RASTREIO	50
3.3.1	Arquitetura de Rastreio	50
3.3.2	Formulação QL do Problema de Rastreio	53
3.3.2.1	<i>Sistema de desvio</i>	54
3.3.2.2	<i>Índice de Desempenho</i>	56
3.3.3	Solução do Problema de Rastreio	56
3.3.3.1	<i>Observações acerca da matriz Q</i>	58
3.4	ESCOLHA DO COMPENSADOR	59
3.4.1	Compensador de ψ	59
3.4.2	Compensador de v_{xb}	61
3.4.3	Implementação em MATLAB/Simulink	63
3.4.4	Resposta ao Degrau	64

3.5	ESTABILIDADE EM MALHA FECHADA	66
3.5.1	Margens Clássicas	67
3.5.2	Margem de Disco	69
3.6	ALGORITMO DE GERAÇÃO DE REFERÊNCIA	73
4	RESULTADOS DE SIMULAÇÕES	76
4.1	RASTREIO DE TRAJETÓRIA	76
4.2	VERIFICAÇÃO DAS MARGENS DE ESTABILIDADE	77
4.2.1	Verificação das Margens de Estabilidade do Controle de Esterçamento	78
4.2.2	Verificação das Margens de Estabilidade do Controle de Velocidade	80
4.3	RESPOSTA A VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS	82
4.3.1	Variação de Terreno	83
4.3.1.1	<i>Observações acerca de C_α</i>	85
4.3.2	Variação de Massa	87
4.4	RESPOSTA À DISTÚRBIOS DE SAÍDA	88
4.5	RESPOSTA À RUÍDOS DE MEDIDA	90
5	CONCLUSÃO	99
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	100
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102
	APÊNDICE A – DADOS DO VEÍCULO	105
	APÊNDICE B – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM MALHA ABERTA	109
	APÊNDICE C – VERIFICAÇÃO DA DINÂMICA LATERAL	116

1 INTRODUÇÃO

O aumento da eficiência da produção agrícola está diretamente relacionado com o desenvolvimento de tecnologias de automação no campo. Nessa perspectiva, o Brasil carece de pesquisa e desenvolvimento quando comparado ao cenário internacional, sendo grande parte dos produtos comerciais de maquinários agrícolas, de alta tecnologia, importados. Na sequência deste capítulo, é apresentada a motivação para a realização do trabalho, bem como os estudos de diversos autores à respeito da modelagem da dinâmica de veículos terrestres e do projeto de sistemas de controle de veículos agrícolas para o rastreio de trajetórias. Além disso, propõe-se o objetivo principal e todas as etapas a serem cumpridas para a realização do mesmo.

1.1 MOTIVAÇÃO

Atualmente, o Brasil apresenta uma das maiores taxas de crescimento da produtividade agrícola em comparação com o cenário internacional. Nesse contexto, a tecnologia tem sido o principal fator a estimular o crescimento da agricultura. No período de 1975 a 2015, 58,4% do crescimento da produção se deve à tecnologia, 15,1% à terra e 15,4% ao trabalho (BRASIL, 2017). Ainda, a produção de grãos deve crescer 27% entre 2019 e 2029, o que exigirá grandes investimentos em pesquisa e desenvolvimento (BRASIL, 2019). No entanto, o cenário para o agronegócio nacional é negativo, a medida em que o Brasil carece de pesquisa, desenvolvimento e inovação em tecnologias de controle e automação para os sistemas de produção vegetal e animal (MASSRUHA et al., 2014). Por conseguinte, essa carência acarreta em baixa eficiência e produtividade agrícola, podendo colocar o país em uma posição de inferioridade nas relações comerciais internacionais (BERNARDI et al., 2014).

De acordo com Hassall (2010), a necessidade de maior eficiência irá inevitavelmente resultar em níveis elevados de automação no campo. Mousazadeh (2013) afirma que a aplicação de veículos autônomos na agricultura de precisão é uma das principais soluções para o aumento na eficiência. Nesse sentido, Stoll e Kutzbach (2000) menciona que a agricultura de precisão requer o controle automático de máquinas agrícolas, a fim de lidar com a grande quantidade de informações que devem ser aplicadas durante o trabalho de campo específico do local. Isso se torna evidente pois, além da operação e supervisão dos implementos, a guiagem do veículo demanda um alto nível de concentração do piloto, sendo o desvio do trajeto ou a sobreposição entre duas faixas adjacentes um problema frequente em grandes lavouras. Portanto, tanto o esterçamento automático quanto o controle de velocidade, também conhecidos por piloto automático, auxiliam o operador de modo

que o mesmo possa direcionar sua atenção para as funções principais do maquinário.

Lipinski et al. (2016) realizou uma comparação entre os modos de operação manual e com esterçamento automático de um trator em três velocidades de deslocamento diferentes, onde constatou-se uma maior precisão, em termos de desvios laterais com relação ao seguimento de uma linha reta, do sistema com esterçamento automático. Holpp et al. (2013) realizou um estudo com 17 pilotos durante operações de aração e semeadura, mostrando que a utilização do esterçamento automático aumentou cerca de 39% a precisão da operação, principalmente quando as linhas de marcação são dificilmente visíveis, como durante operações noturnas. Além disso, esse mesmo estudo afirma que com o uso do piloto automático há a redução de fadiga e o aumento do conforto do operador.

Em virtude dos fatos mencionados, tem-se como motivação o desenvolvimento de um piloto automático de esterçamento e de velocidade para um veículo agrícola, propondo a realização de testes *Software-In-the-Loop* (SIL), os quais representam uma alternativa rápida em comparação com testes experimentais durante a fase de projeto preliminar de um sistema de controle.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A modelagem matemática da dinâmica de veículos terrestres é um tema bem estabelecido e inúmeros modelos, de diversas complexidades, já foram desenvolvidos. O projeto de sistemas de controle para veículos terrestres, por outro lado, apresenta inúmeras possibilidades, como sistemas de aumento de estabilidade lateral, sistemas antiderrapagem, controle ativo de suspensão, esterçamento automático, controle de cruzeiro, entre outros. Nesta seção, são apresentados os estudos de vários autores acerca da modelagem da dinâmica veicular e do projeto de sistemas de controle para veículos agrícolas.

1.2.1 Modelagem da Dinâmica Veicular

Jazar (2017) apresenta a modelagem completa de veículos terrestres, considerando os 6 graus de liberdade do centro de massa, bem como a dinâmica de rotação das rodas e o modelo linear de pneu, o qual relaciona os escorregamentos laterais e longitudinais dos pneus com a rigidez lateral e longitudinal dos mesmos. Nesse caso, a modelagem dos elementos de vibração é tratada de forma separada, sendo um sistema de equações que pode ser acrescentado à dinâmica de corpo rígido do veículo, dependendo do objetivo. Jazar (2019) desenvolve uma modelagem muito semelhante, no entanto, utiliza um modelo de pneu parametrizado, sendo este dependente das deformações normais dos pneus e de dados experimentais para cada tipo de pneu como, por exemplo, a variação do

escorregamento lateral em função da força lateral.

Por outro lado, Rill (2012) apresenta uma modelagem utilizando dinâmica de multicorpos a partir do princípio da potência virtual de Jourdain, com, no mínimo, 9 graus de liberdade para o veículo como um todo. Esse autor desenvolve o modelo de pneu TMEasy, um modelo semi-empírico dependente de coeficientes experimentais que apresenta acurácia considerável (HIRSCHBERG; RILL; WEINFURTER, 2002). Harsh (2018), desenvolve a modelagem e realiza a validação de um modelo multicorpos de um veículo de competição Formula Student, utilizando o modelo de pneu Magic Formula modificado com a inclusão de efeitos térmicos.

Embora a modelagem por multicorpos represente de forma bastante satisfatória a dinâmica do veículo físico, para o projeto de controladores lineares são necessários modelos simplificados. Nesse sentido, alguns autores utilizam o modelo de multicorpos estritamente como a planta não linear de simulação do sistema de controle. Brown et al. (2012) desenvolvem um algoritmo de controle preditivo generalizado para o controle de suspensão de um veículo terrestre, onde um modelo linear é obtido através de métodos de identificação de sistemas com base em um modelo de multicorpos implementado no programa TruckSim. De forma semelhante, Chatrath (2019) apresenta o projeto de um sistema de aumento de estabilidade de um veículo terrestre através de técnicas de alocação de controles, realizando a linearização de um modelo simplificado compatível com o modelo multicorpos implementado no programa IPG CarMaker.

Os modelos simplificados, embora não sejam perfeitamente adequados para toda a região de operação de um veículo terrestre, representam uma alternativa viável de modelagem para as condições de operação de um veículo agrícola, as quais são caracterizadas por baixas velocidades de deslocamento. O'Connor et al. (1996) desenvolveu um modelo muito simples da cinemática de um trator, projetou um sistema de esterçamento automático e obteve resultados satisfatoriamente acurados em termos de desvios do ângulo de guinada e da posição lateral. De forma semelhante, Zhang et al. (2018) utilizou relações geométricas e equações cinemáticas para calcular o ângulo de rastreio de um trator automatizado. Por outro lado, Kayacan et al. (2015) apresenta uma modelagem um pouco mais sofisticada, porém ainda simples, para um trator experimental, considerando as dinâmicas longitudinais e laterais, bem como um modelo linear de pneu.

1.2.2 Projeto do Sistema de Controle

Segundo Kiani, Bodur e Hacisevki (2012) os sistemas de esterçamento automático na agricultura demandam alta precisão no rastreio das linhas de plantio. Dessa maneira a raiz do valor quadrático médio (RMS) do erro da posição lateral, em relação à referência, menor do que 10 cm é aceitável para a maioria das aplicações agrícolas (STOLL; KUTZ-

BACH, 2000). Ainda, os distúrbios de condições de terreno randômicas em um campo possuem efeitos dominantes nos desvios laterais e devem ser considerados em métodos de controle mais avançados, de modo a minimizar o desvio lateral (KIANI; BODUR; HACI-SEVKI, 2012).

Nesse sentido, O'Connor et al. (1996) implementou um sistema de controle híbrido, para o rastreio de trajetória de um trator, de modo a fornecer respostas rápidas a grandes comandos de ângulo de guinada. Uma lei de controle não linear do tipo “bang-bang” foi utilizada quando o erro da variável rastreada era grande, já para erros próximos de zero projetou-se um controlador baseado em um Regulador Quadrático Linear (LQR). Durante um período de testes de 60 s, em um terreno irregular, o erro RMS da posição lateral foi menor do que 2,5 cm e do ângulo de guinada menor do que 1°, em relação ao seguimento de uma linha reta. Seguindo o mesmo raciocínio, Noguchi et al. (2014) implementou o método Golden Section Search para otimizar os parâmetros de controle de um sistema de rastreio de referência de um veículo agrícola. Os resultados experimentais mostraram um erro RMS da posição lateral de 2,5 cm a uma velocidade longitudinal de 4,3 km/h. Zhang et al. (2018) desenvolveu um controlador do tipo Proporcional Integral Derivativo (PID), com saturação do ângulo de esterçamento, e um método de reconhecimento de imagem para identificar o trajeto de referência. Quando o trator operou nas melhores condições de visibilidade, o erro RMS da posição lateral e do ângulo de guinada foi de 4,97 cm e 1,26°, respectivamente.

Alguns autores também desenvolveram sistemas que controlam dois tratores de forma simultânea, onde um trator primário, que pode ser autônomo ou não, guia um trator secundário, de modo a praticamente dobrar a eficiência da operação. Com o intuito de guiar um trator autônomo a partir de um veículo líder, Zhang et al. (2010) desenvolveu um controlador de esterçamento automático do tipo Proporcional Derivativo (PD) com realimentação de estados em conjunto com um controle antecipatório, ou alimentação direta, para rejeição de distúrbios. De maneira semelhante, Noguchi, Zhang e Yang (2015) utilizou dois tratores, completamente independentes, para realizar operações de forma simultânea. A ação de controle foi calculada a partir de uma combinação linear dos erros de posição lateral e ângulo de guinada, com ganhos proporcionais para cada uma dessas variáveis.

Molin et al. (2005) afirma que a velocidade de deslocamento é um dos fatores de extrema importância no planejamento das operações agrícolas e na maioria das operações é muito importante que essa velocidade seja mantida constante. Dessa forma, alguns autores desenvolveram e implementaram sistemas de controle automático de velocidade para veículos agrícolas. Baldo e Magalhães (2012) apresentou uma proposta para o controle automático de velocidade entre dois tratores, que trafegam em paralelo durante operações agrícolas, utilizando lógica fuzzy. Coen et al. (2008) desenvolveu dois controladores de velocidade, usando modelo de controle preditivo, para uma colheitadeira, o primeiro para minimizar a combinação do erro de velocidade longitudinal e ação de controle, e o se-

gundo para minimizar a rotação do motor, de modo a reduzir o ruído e as emissões de gases poluentes. Da mesma forma, Sun et al. (2005) utilizou inicialmente o método heurístico de Ziegler-Nichols para ajustar os ganhos de um controlador PID de um controle de velocidade para um veículo agrícola, onde a integração foi feita de forma condicional para prevenir o efeito de *windup* ocasionado pela saturação do atuador. Tais ganhos foram posteriormente refinados a partir de simulações e testes experimentais.

Os trabalhos citados até o momento, tratam de sistemas de controle automático independentes para o controle de esterçamento e velocidade de veículos agrícolas. No entanto, é possível aumentar o nível de automação através do desenvolvimento destes sistemas de forma combinada. Kayacan et al. (2015), por exemplo, utilizou um controlador PID para rastrear a velocidade comandada, com um controle cinemático de trajetória para calcular a velocidade de referência, em conjunto com um modelo de controle preditivo para controlar o esterçamento do veículo.

1.3 OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é projetar um piloto automático de esterçamento e velocidade, capaz de atender aos requisitos de estabilidade e desempenho mesmo na presença de distúrbios e incertezas no modelo, com o auxílio de simulações SIL.

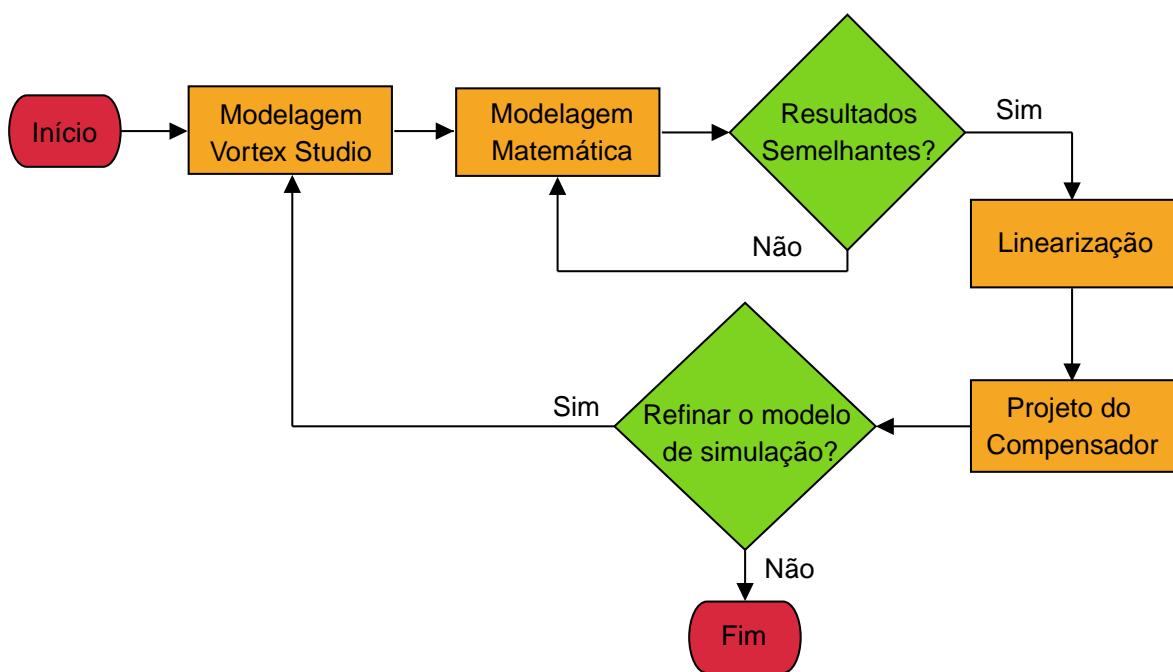
Os objetivos específicos necessários para alcançar o objetivo principal são:

1. Realizar a modelagem dinâmica de um trator no programa de simulação em tempo real *Vortex Studio*;
2. Implementar numericamente um modelo de dinâmica veicular simplificado compatível com o modelo multicorpos implementado no *Vortex Studio*;
3. Analisar a estabilidade do sistema em malha aberta;
4. Projetar um sistema de controle para rastreio de referência de esterçamento e velocidade, incluindo a dinâmica do atuador de direção;
5. Analisar a estabilidade do sistema em malha fechada;
6. Implementar um algoritmo de geração de referência com base nos pontos que definem uma trajetória específica;
7. Realizar testes SIL, de modo a simular variações paramétricas, distúrbios de entrada, saída e medida e o seguimento de trajetórias.

2 MODELAGEM DA DINÂMICA VEICULAR

Neste capítulo, é apresentada a modelagem da dinâmica de veículos terrestres. Na primeira seção aborda-se o modelo criado no programa *Vortex Studio*, que serve como planta de simulação nas análises futuras. Portanto, as simulações SIL são realizadas com base no modelo implementado nesse programa. Para o projeto do piloto automático de esterçamento, no entanto, é desenvolvido um modelo matemático compatível com o modelo do *Vortex Studio*, possível de ser linearizado. Já, para o projeto do piloto automático de velocidade, obtém-se um modelo linear de primeira ordem através de identificação de sistemas. A Figura 2.1 ilustra a sequência de processos realizados durante a construção do modelo de simulação.

Figura 2.1 – Processos realizados na construção do modelo de simulação.



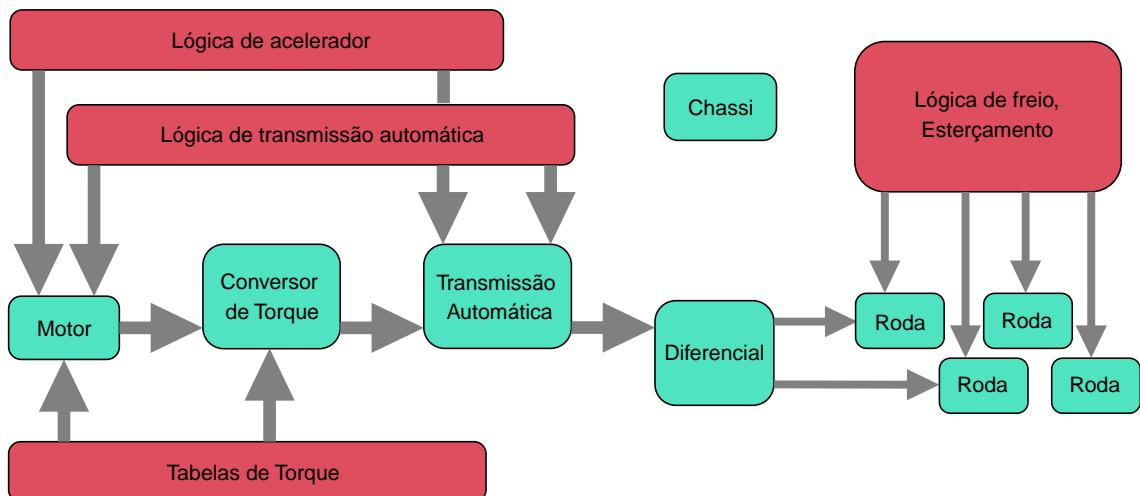
Fonte: Autor.

Inicialmente, é construído um modelo simples, com poucas informações sobre o veículo físico. Na sequência, realiza-se a modelagem matemática e a comparação entre os modelos. Caso os modelos apresentem resultados semelhantes, parte-se para a linearização do modelo matemático e projeta-se o compensador. Na medida em que se tem mais informações a respeito do veículo, refina-se o modelo de simulação e reinicia-se o processo. Para o piloto automático de velocidade, especificamente, troca-se o bloco “Modelagem Matemática” por “Identificação de Sistemas” e remove-se o bloco “Linearização”, pois o modelo obtido por identificação de sistemas já é linear.

2.1 MODELO DO VORTEX STUDIO

O *Vortex Studio* é um programa avançado de simulação e visualização em tempo real baseado na física, sendo uma plataforma de alta fidelidade e muito útil para prototipagem mecânica rápida centrada no usuário, bem como realização de testes *Human-in-the-loop* (CM-LABS, 2020). Todas as simulações no *Vortex Studio* envolvem um conjunto de corpos rígidos e restrições. Os corpos rígidos representam os componentes móveis de um mecanismo, como as rodas de um veículo ou os segmentos de um braço mecânico, e as juntas criam restrições cinemáticas no movimento relativo de um conjunto de corpos rígidos (CM-LABS, 2017). O *Vortex Studio* possui um módulo específico para os sistemas de veículos terrestres, o qual permite a modelagem e a simulação dos mesmos de forma integrada com a estrutura da dinâmica de multicorpos. A Figura 2.2 mostra uma topologia comum de um veículo com transmissão automática, onde o motor é a origem da transmissão.

Figura 2.2 – Topologia comum de um veículo com transmissão automática.



Fonte: Adaptado de CM-LABS (2017).

O chassi é o elemento central do veículo, sendo os demais componentes conectados ao mesmo. Cada subsistema pode ser modificado de acordo com os parâmetros do veículo. No caso do trator modelado, por exemplo, inseriu-se a massa de cada roda e do chassi, conforme especificado pelo fabricante, além de estimativas de tabelas de torque do motor, relações de transmissão, ângulo máximo de esterçamento das rodas, entre outros, os quais foram retirados de um modelo padrão presente no programa. As tabelas do Apêndice A mostraram os dados do veículo. A Figura 2.3 mostra o trator modelado no *Vortex Studio*, o qual é uma adaptação do modelo New Holland T4.75.

A interação entre os pneus e o solo é a responsável pela geração das principais forças atuantes no veículo. Essa interação é representada por modelos de pneu, onde

Figura 2.3 – Geometria do trator modelado no *Vortex Studio*.



Fonte: Autor.

alguns destes modelos são implementados no *Vortex Studio*. Os modelos de pneu utilizam como entrada de dados o coeficiente de atrito do solo, o ângulo de derrapagem do pneu, a razão de escorregamento longitudinal, a força normal, entre outros. As saídas geralmente são as forças laterais, longitudinais, os momentos de resistência ao rolamento, de auto alinhamento, etc. Diversos modelos de pneu podem ser utilizados no *Vortex Studio*, como por exemplo, o modelo analítico Fiala e os semi-empíricos Magic Formula e Bekker-Wong. Os modelos de pneu podem ser classificados quanto à natureza do terreno, por exemplo, para terrenos duros como asfalto e pedras é adequado utilizar o modelo Magic Formula, muito conhecido na literatura. Já, para terrenos deformáveis, o modelo Bekker-Wong é adequado, pois leva em conta os aumentos da resistência ao rolamento e alterações não lineares nas forças de resistência devido à deformação do terreno provocada pelas rodas do veículo.

A grande maioria dos terrenos onde as máquinas agrícolas operam são deformáveis, sendo os Latossolos, Argissolos e Neossolos os tipos de solo que predominam nas lavouras brasileiras, variando sua composição entre areia, argila e demais componentes (EMBRAPA, 2011). Nesse sentido, foi utilizado o modelo de Bekker para representar a interação entre os pneus do trator e o solo. Nesse modelo, as forças normais, laterais e longitudinais são calculadas a partir das tensões normais e de cisalhamento resultantes do contato entre o pneu e o solo. O desenvolvimento matemático é apresentado por Azimi et al. (2015) e está fora do escopo deste trabalho. Os parâmetros necessários do modelo de Bekker e as propriedades do terreno argiloso padrão do *Vortex Studio* são apresentados nas Tabelas A.7 e A.8 do Apêndice A.

Além da modelagem completa do veículo, o *Vortex Studio* possui inúmeros elementos que possibilitam a simulação em diferentes terrenos e a comunicação com outros programas como o MATLAB e Simulink através do Protocolo de Datagrama do Usuário (UDP).

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA DA DINÂMICA VEICULAR

O desenvolvimento matemático apresentado nesta seção tem como base os trabalhos desenvolvidos por Jazar (2017), Jazar (2019) e Chatrath (2019). Trata-se de um modelo dinâmico para um veículo rígido com 6 graus de liberdade (GDL), sendo 3 referentes à translação e 3 à rotação. No decorrer do desenvolvimento, são feitas algumas hipóteses, considerando a região de operação de máquinas agrícolas, de modo a simplificar a modelagem matemática. Dessa forma, obtém-se um modelo simples o suficiente para o projeto de leis de controle, porém preciso o bastante a ponto de assemelhar-se ao modelo multicorpos do *Vortex Studio*.

2.2.1 Sistemas de Referência

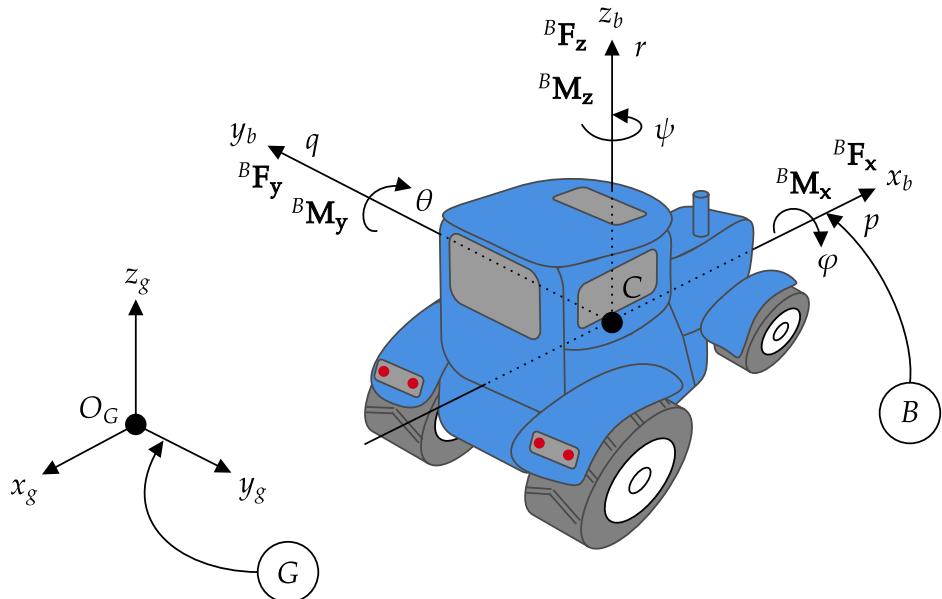
Na dinâmica de veículos terrestres, uma forma conveniente de representar o movimento consiste em adotar 5 sistemas de referência, sendo 3 destes referentes ao pneu e os outros 2 ao sistema inercial e do corpo. A partir da Figura 2.4 pode-se definir estes dois últimos sistemas de referência:

- G : Sistema de referência inercial, fixo no solo, com origem O_G e eixos ortogonais entre si x_g , y_g e z_g . Assume-se que a aceleração absoluta deste referencial seja desprezível;
- B : Sistema de referência do corpo, fixo ao chassi do veículo, com origem no centro de massa, C , do mesmo. O eixo x_b é um eixo longitudinal que passa por C e aponta para a frente do veículo. Quando o veículo está estacionado em um terreno horizontal plano, o eixo z_b é perpendicular ao solo, no sentido oposto da aceleração gravitacional g . O eixo y_b completa o sistema de mão direita.

Com base na Figura 2.5 pode-se definir os sistemas de referência da roda do veículo:

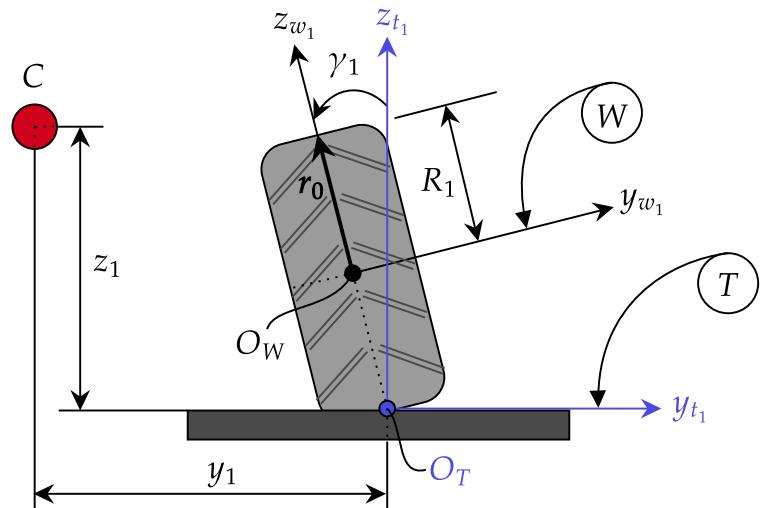
- T : Sistema de referência fixo no ponto de contato do pneu com o solo, O_T , o qual é assumido como sendo a intersecção do plano do pneu e o plano do solo. O eixo z_t é

Figura 2.4 – Diagrama de corpo livre do trator.



Fonte: Autor.

Figura 2.5 – Vista frontal e sistemas de referência da roda.



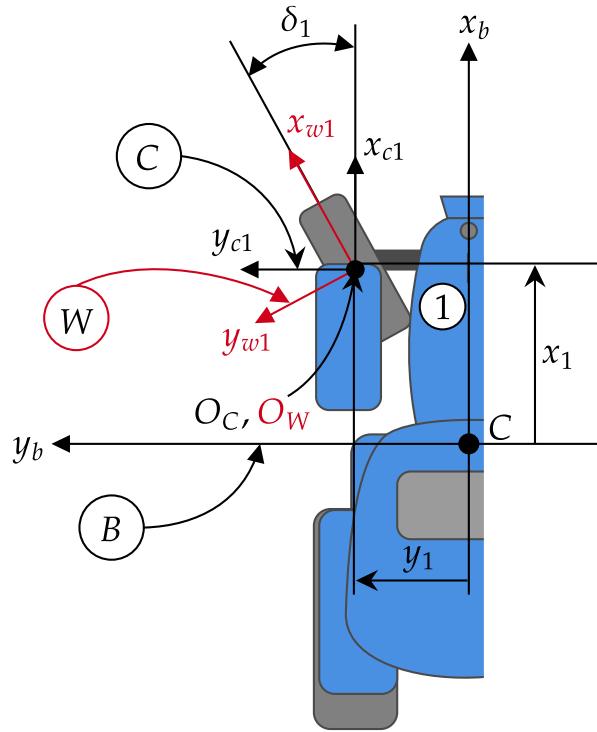
Fonte: Autor.

sempre perpendicular ao solo e aponta para cima. O eixo x_t está ao longo da linha de intersecção do plano do pneu e solo e o eixo y_t completa a tríade de mão direita;

- W : Sistema de referência fixo no centro da roda, O_W . Os eixos x_w e z_w estão sempre no plano do pneu, e o eixo y_w sempre coincide com o eixo de rotação da roda.

A Figura 2.6 mostra a vista superior do veículo, a partir da qual pode ser definido o último sistema de coordenadas a ser utilizado:

Figura 2.6 – Vista superior e sistemas de referência do veículo.



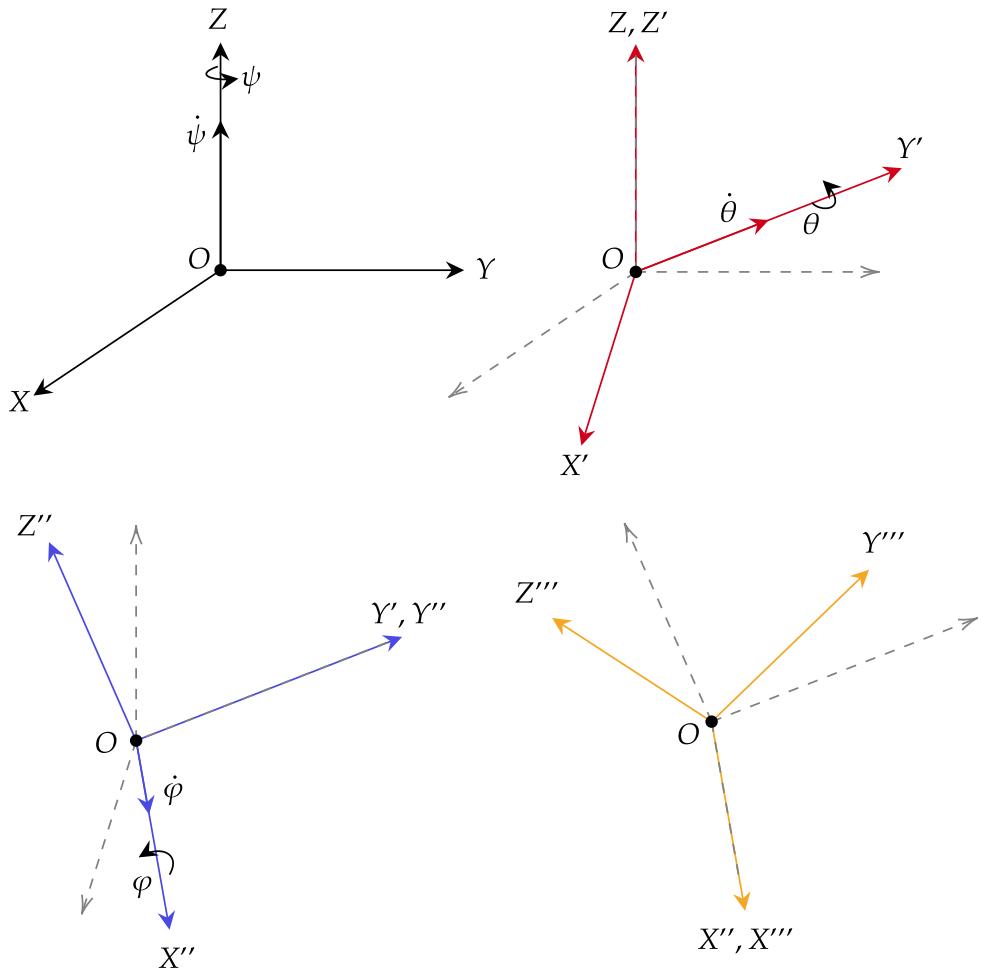
Fonte: Autor.

- C : Sistema de referência fixo no centro da roda, com origem O_C . Este sistema não move-se em relação ao sistema do corpo, B , e não segue qualquer movimento da roda. Os eixos x_c , y_c e z_c são sempre paralelos aos eixos do sistema do corpo x_b , y_b e z_b . Os sistemas W e C coincidem quando a roda está na posição de repouso, ou seja, quando os eixos x_w e x_c são coincidentes.

2.2.2 Parametrização de Atitude

A atitude de um sistema de eixos é a orientação espacial dos mesmos com respeito a outro sistema de eixos. Nesse caso, adota-se a parametrização por ângulos de Euler, a qual consiste em 3 rotações sucessivas em torno de eixos canônicos de modo a obter qualquer orientação final, a partir de uma orientação inicial. Os ângulos de rolamento, arfagem e guinada são mostrados na Figura 2.4, sendo os mesmos definidos por φ , θ e

Figura 2.7 – Rotações sucessivas na sequência 3-2-1.



Fonte: Autor.

ψ , respectivamente. Por inspeção da Figura 2.7 pode-se obter as matrizes de rotações elementares (2.1), (2.2) e (2.3).

$$\mathbf{C}_1(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{C}_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{C}_3(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Adotando a sequência de rotações 3-2-1, isto é, uma primeira rotação ψ em torno de Z , seguida de uma rotação θ em torno de Y' e uma última rotação φ em torno de X'' , como é mostrado na Figura 2.7, pode-se obter a matriz que converte do sistema de referência inercial para o sistema do corpo, \mathbf{C}_B^G , a partir da multiplicação matricial $\mathbf{C}_B^G = \mathbf{C}_1(\varphi)\mathbf{C}_2(\theta)\mathbf{C}_3(\psi)$, o que resulta na Equação (2.4),

$$\mathbf{C}_B^G = \begin{bmatrix} C(\theta)C(\psi) & C(\theta)S(\psi) & -S(\theta) \\ C(\psi)S(\theta)S(\varphi) - C(\varphi)S(\psi) & C(\varphi)C(\psi) + S(\theta)S(\varphi)S(\psi) & C(\theta)S(\varphi) \\ C(\varphi)C(\psi)S(\theta) + S(\varphi)S(\psi) & -C(\psi)S(\varphi) + C(\varphi)S(\theta)S(\psi) & C(\theta)C(\varphi) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde S e C correspondem às funções seno e cosseno dos ângulos de Euler, respectivamente.

2.2.3 Transformação de Coordenadas

É conveniente escrever as forças atuantes nos pneus no sistema de referência C , pois este está alinhado com o sistema de referência do corpo, B , no qual as equações do movimento são escritas. Como as forças têm origem no ponto de contato entre o pneu e o solo, ou seja, no sistema de referência T , é necessário realizar a transformação de T para C . A partir da Figura 2.5 é possível obter a matriz de transformação entre o sistema T e o W , sendo a mesma calculada conforme a Equação (2.5),

$$\mathbf{C}_W^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma_i) & \sin(\gamma_i) \\ 0 & -\sin(\gamma_i) & \cos(\gamma_i) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde γ_i , para $i = 1$ até 4, é o ângulo de cambagem da roda i , isto é, a inclinação da roda em relação ao plano vertical, conforme ilustrado na Figura 2.5. É importante notar que o ângulo de cambagem pode ser ajustado no veículo, ou pode estar desregulado entre uma roda e outra, o que pode ter influência no desgaste dos pneus, consumo de combustível e estabilidade lateral. Com base na Figura 2.6, a matriz de transformação de W para C pode ser deduzida,

$$\mathbf{C}_C^W = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & -\sin(\delta_i) & 0 \\ \sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde δ_i é o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras $i = 1, 2$. Alguns veículos possuem esterçamento em todas as rodas, como é o caso do rover espacial *Curiosity* desenvolvido pela NASA e projetado para operar no solo do planeta Marte.

2.2.4 Cinemática

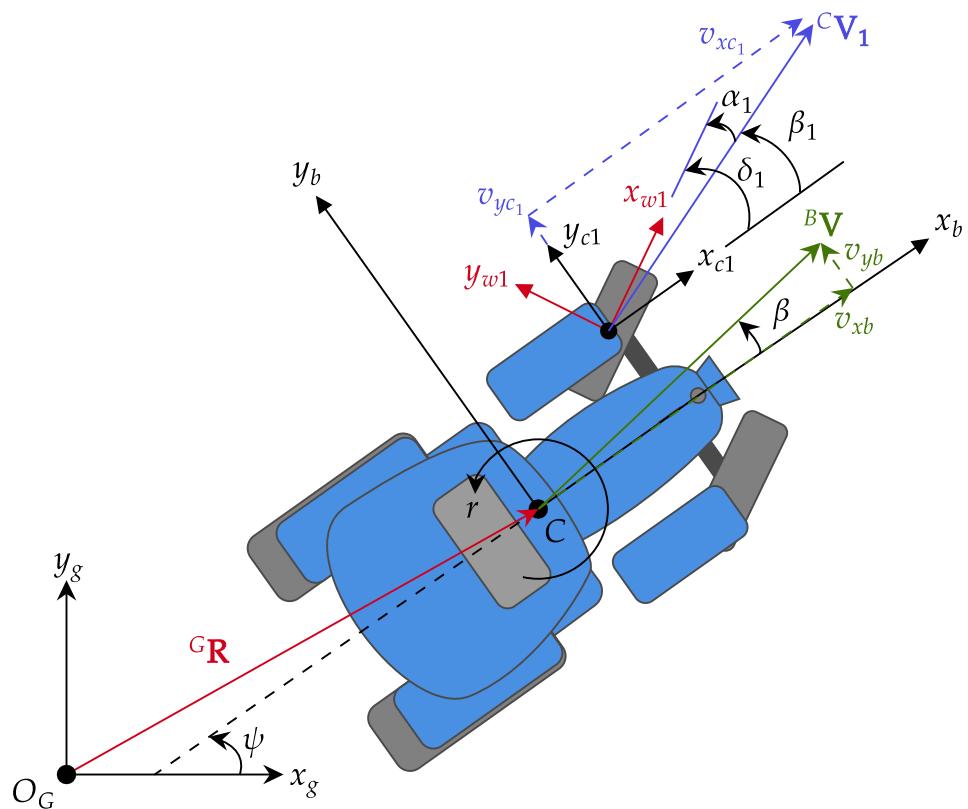
A cinemática descreve o movimento dos corpos sem considerar as forças que provocam o movimento. Como os corpos rígidos possuem graus de liberdade de translação e rotação, pode-se dividir a cinemática em cinemática de translação e de rotação.

2.2.4.1 Cinemática de Translação

A posição inercial, ${}^G\mathbf{R}$, ilustrada na Figura 2.8 é definida pela Equação (2.7),

$${}^G\mathbf{R} = [x_g \ y_g \ z_g]^T \quad (2.7)$$

Figura 2.8 – Movimento planar do veículo.



Fonte: Autor.

onde x_g e y_g são os deslocamentos horizontais do centro de massa do veículo, C , e z_g é a altura de C em relação à origem do sistema de referência inercial, G .

A velocidade inercial do veículo, ${}^G\mathbf{V}$, define a cinemática de translação. Essa velocidade pode ser obtida através da matriz de transformação de coordenadas, \mathbf{C}_G^B , que

transforma do sistema do corpo para o inercial, conforme mostra a Equação (2.8),

$${}^G\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \dot{x}_g & \dot{y}_g & \dot{z}_g \end{bmatrix}^T = \mathbf{C}_G^{BB}\mathbf{V} = \mathbf{C}_G^B \begin{bmatrix} v_{xb} & v_{yb} & v_{zb} \end{bmatrix}^T \quad (2.8)$$

onde $\mathbf{C}_G^B = (\mathbf{C}_B^G)^T$ e v_{xb} , v_{yb} e v_{zb} são as velocidades de translação do veículo no sentido longitudinal, lateral e vertical, respectivamente, ilustradas na Figura 2.8. Realizando a multiplicação matricial na Equação (2.8), obtém-se as Equações explícitas (2.9), (2.10) e (2.11).

$$\begin{aligned} \dot{x}_g = & v_{xb} \cos \theta \cos \psi + v_{yb} (\cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \cos \varphi \sin \psi) + \\ & v_{zb} (\cos \varphi \cos \psi \sin \theta + \sin \varphi \sin \psi) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_g = & v_{xb} \cos \theta \sin \psi + v_{yb} (\cos \varphi \cos \psi + \sin \theta \sin \varphi \sin \psi) + \\ & v_{zb} (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \varphi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\dot{z}_g = -v_{xb} \sin \theta + v_{yb} \cos \theta \sin \varphi + v_{zb} \cos \theta \cos \varphi \quad (2.11)$$

2.2.4.2 Cinemática de Rotação

O vetor velocidade angular do corpo com respeito ao sistema inercial e escrito no sistema B , é definido pela Equação (2.12),

$${}^B\omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (2.12)$$

onde p , q e r são as velocidades angulares de rolamento, arfagem e guinada, respectivamente, ilustradas na Figura 2.4.

Os ângulos de Euler φ , θ e ψ , também mostrados na Figura 2.4, podem ser agrupados no vetor Θ , conforme é apresentado na Equação (2.13).

$$\Theta = \begin{bmatrix} \varphi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T \quad (2.13)$$

As componentes da taxa de variação dos ângulos de Euler, $\dot{\Theta}$, são apresentadas na Figura 2.7, onde $\dot{\psi}$ é a velocidade angular em torno do eixo Z do sistema inercial, que coincide com o eixo Z' do primeiro sistema intermediário. A taxa de variação $\dot{\theta}$ ocorre em torno do eixo Y' , coincidente com Y'' e $\dot{\varphi}$ em torno de X'' , que coincide com X''' . A partir dessas informações é possível deduzir a Equação (2.14).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \mathbf{C}_1(\varphi)\mathbf{C}_2(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_1(\varphi) \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Substituindo as matrizes de transformação $\mathbf{C}_1(\varphi)$ e $\mathbf{C}_2(\theta)$ na Equação (2.14) obtém-se a relação entre o vetor velocidade angular ${}^B\omega$ e a taxa de variação dos ângulos de Euler $\dot{\Theta}$, conforme mostra a Equação (2.15).

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \cos \theta \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_\omega^{\dot{\Theta}} \dot{\Theta} \quad (2.15)$$

Invertendo a matriz $\mathbf{C}_\omega^{\dot{\Theta}}$, as equações que definem a cinemática de rotação dos ângulos de Euler para a sequência 3-2-1, (2.16), (2.17) e (2.18) podem ser obtidas.

$$\dot{\varphi} = p + (q \sin \varphi + r \cos \varphi) \tan \theta \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \quad (2.17)$$

$$\dot{\psi} = r \cos \varphi \sec \theta + q \sin \varphi \sec \theta \quad (2.18)$$

2.2.5 Dinâmica

Na dinâmica são consideradas as forças e os momentos que agem sobre o corpo e provocam o movimento do mesmo. Da mesma forma que na cinemática, a dinâmica pode ser dividida em: dinâmica de translação e de rotação.

2.2.5.1 Dinâmica de Translação

De acordo com o enunciado da segunda lei de Newton para o movimento de translação, o somatório de todas as forças externas que agem sobre um sistema é igual a taxa de variação da quantidade de movimento linear do mesmo, com respeito a um referencial inercial, conforme apresentado na Equação (2.19).

$$\sum {}^B\mathbf{F} = \frac{d{}^B\mathbf{P}}{dt} \Big|_G \quad (2.19)$$

${}^B\mathbf{P}$ é a quantidade de movimento linear do sistema, dada pela Equação (2.20),

$${}^B\mathbf{P} = m {}^B\mathbf{V} \quad (2.20)$$

onde m é a massa total e ${}^B\mathbf{V}$ é a velocidade do centro de massa, C , em relação ao referencial inercial G e escrita no sistema do corpo, B . Na prática, a massa total do

veículo varia em função do tempo, pois o combustível é queimado e também em situações onde há alijamento de carga, como por exemplo, em aplicações de defensivos agrícolas. No entanto, é assumido massa constante, pois as análises preliminares são realizadas em curtos intervalos de tempo.

A velocidade ${}^B\mathbf{V}$ deve ser diferenciada em relação ao referencial inercial, G , porém, a mesma é escrita no referencial do corpo. Dessa forma, a derivada $d{}^B\mathbf{V}/dt$ em relação a G é calculada conforme a Equação (2.21), a qual leva em conta a transformação de derivada com respeito a um referencial girante.

$$\frac{d{}^B\mathbf{V}}{dt} \Big|_G = \frac{d{}^B\mathbf{V}}{dt} \Big|_B + {}^B\omega \times {}^B\mathbf{V} \quad (2.21)$$

Substituindo a Equação (2.21) na (2.19), obtém-se a forma compacta da dinâmica de translação (2.22). A forma explícita é apresentada na Equação (2.23).

$$\sum {}^B\mathbf{F} = m \left(\frac{d{}^B\mathbf{V}}{dt} \Big|_B + {}^B\omega \times {}^B\mathbf{V} \right) \quad (2.22)$$

$$\sum {}^B\mathbf{F} = m \left(\begin{bmatrix} \dot{v}_{xb} \\ \dot{v}_{yb} \\ \dot{v}_{zb} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} qv_{zb} - rv_{yb} \\ rv_{xb} - pv_{zb} \\ pv_{yb} - qv_{xb} \end{bmatrix} \right) \quad (2.23)$$

A força resultante que age sobre o veículo pode ser expressa conforme a Equação (2.24). Assim, isolando os termos \dot{v}_{xb} , \dot{v}_{yb} e \dot{v}_{zb} na Equação (2.23), obtém-se o conjunto de equações diferenciais da dinâmica de translação (2.25), (2.26) e (2.27).

$$\sum {}^B\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_{x_B} & F_{y_B} & F_{z_B} \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$\dot{v}_{xb} = \frac{F_{x_B}}{m} + rv_{yb} - qv_{zb} \quad (2.25)$$

$$\dot{v}_{yb} = \frac{F_{y_B}}{m} + pv_{zb} - rv_{xb} \quad (2.26)$$

$$\dot{v}_{zb} = \frac{F_{z_B}}{m} + qv_{xb} - pv_{yb} \quad (2.27)$$

2.2.5.2 Dinâmica de Rotação

De forma semelhante, a segunda lei de Newton para a dinâmica de rotação é expressa pela Equação (2.28),

$$\sum {}^B \mathbf{M} = \frac{d {}^B \mathbf{H}}{dt} \Big|_G \quad (2.28)$$

onde ${}^B \mathbf{H}$ é a quantidade de movimento angular do corpo com relação ao referencial inercial, G , e escrita no sistema do corpo, B , expressa pela Equação (2.29), para um corpo rígido, e $\sum {}^B \mathbf{M}$ é o somatório de momentos que agem sobre o corpo, escritos no sistema do corpo.

$${}^B \mathbf{H} = {}^B \mathbf{I} {}^B \omega \quad (2.29)$$

A matriz ${}^B \mathbf{I}$ é o tensor de inércia do corpo, expresso em relação ao sistema do corpo com origem em C , conforme a Equação (2.30).

$${}^B \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Da mesma forma que na dinâmica de translação, o vetor quantidade de movimento angular ${}^B \mathbf{H}$ é diferenciado em relação ao referencial inercial G e escrito no referencial do corpo B . Logo, pela regra da derivada de um vetor girante, o somatório de momentos é calculado conforme a Equação (2.31), a qual é chamada de Equação de Euler.

$$\sum {}^B \mathbf{M} = \frac{d {}^B \mathbf{H}}{dt} \Big|_B + {}^B \omega \times {}^B \mathbf{H} \quad (2.31)$$

Para o caso particular de corpo rígido, a equação de Euler é escrita conforme a Equação (2.32),

$$\sum {}^B \mathbf{M} = {}^B \mathbf{I} \frac{d {}^B \omega}{dt} \Big|_B + {}^B \omega \times ({}^B \mathbf{I} {}^B \omega) \quad (2.32)$$

onde a derivada da velocidade angular no sistema girante é dada pela Equação (2.33).

$$\frac{d {}^B \omega}{dt} \Big|_B = {}^B \dot{\omega} = [\dot{p} \quad \dot{q} \quad \dot{r}]^T \quad (2.33)$$

Para um veículo com simetria longitudinal (em relação ao plano $x_b z_b$ do sistema B), os produtos de inércia I_{xy} e I_{yz} são nulos. Logo, a matriz de inércia é calculada conforme

a Equação (2.34).

$${}^B\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Substituindo a matriz de inércia da Equação (2.34), a aceleração angular, (2.33), e a velocidade angular, (2.12), na Equação (2.32), obtém-se a forma explícita do somatório de momentos para um corpo rígido conforme a Equação (2.35).

$$\sum {}^B\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} + q(I_{zz}r - I_{xz}p) - I_{yy}qr \\ I_{yy}\dot{q} - p(I_{zz}r - I_{xz}p) + r(I_{xx}p - I_{xz}r) \\ I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} - q(I_{xx}p - I_{xz}r) + I_{yy}pq \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

O somatório de momentos $\sum {}^B\mathbf{M}$ pode ser expresso pela Equação (2.36).

$$\sum {}^B\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{x_B} & M_{y_B} & M_{z_B} \end{bmatrix}^T \quad (2.36)$$

Assim, substituindo a Equação (2.36) na Equação (2.35) e isolando as acelerações angulares \dot{p} , \dot{q} e \dot{r} , obtém-se o conjunto de equações diferenciais da dinâmica de rotação (2.37), (2.38) e (2.39).

$$\dot{p} = \frac{I_{zz}M_{x_B} + I_{xz}M_{z_B} + I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})pq - (I_{xz}^2 - I_{yy}I_{zz} + I_{zz}^2)qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.37)$$

$$\dot{q} = \frac{M_{y_B} - I_{xz}p^2 + (I_{zz} - I_{xx})pr + I_{xz}r^2}{I_{yy}} \quad (2.38)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}M_{x_B} + I_{xx}M_{z_B} + (I_{xx}^2 + I_{xz}^2 - I_{xx}I_{yy})pq - I_{xz}(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})qr}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.39)$$

2.2.5.3 Forças e Momentos

As forças e os momentos atuantes no veículo, escritos no sistema do corpo, são mostrados na Figura 2.4, sendo estes definidos pelas Equações (2.40) e (2.41), respectivamente.

$${}^B\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N {}^C\mathbf{F}_i = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} F_{x_{Ci}} \\ F_{y_{Ci}} \\ F_{z_{Ci}} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$${}^B\mathbf{M} = \sum_{i=1}^N {}^C\mathbf{M}_i + \sum_{i=1}^N {}^B\mathbf{r}_i \times {}^B\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N \begin{bmatrix} M_{x_{Ci}} + y_i F_{z_{Ci}} - z_i F_{y_{Ci}} \\ M_{y_{Ci}} + z_i F_{x_{Ci}} - x_i F_{z_{Ci}} \\ M_{z_{Ci}} + x_i F_{y_{Ci}} - y_i F_{x_{Ci}} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Onde N é o número de rodas do veículo e ${}^B\mathbf{r}_i$ é o vetor posição, descrito pela Equação (2.42) e escrito no sistema do corpo com origem no centro de massa, C , do veículo e componentes x_i , y_i e z_i para cada roda i . As distâncias x_1 , y_1 e z_1 são ilustradas nas Figuras 2.5 e 2.6.

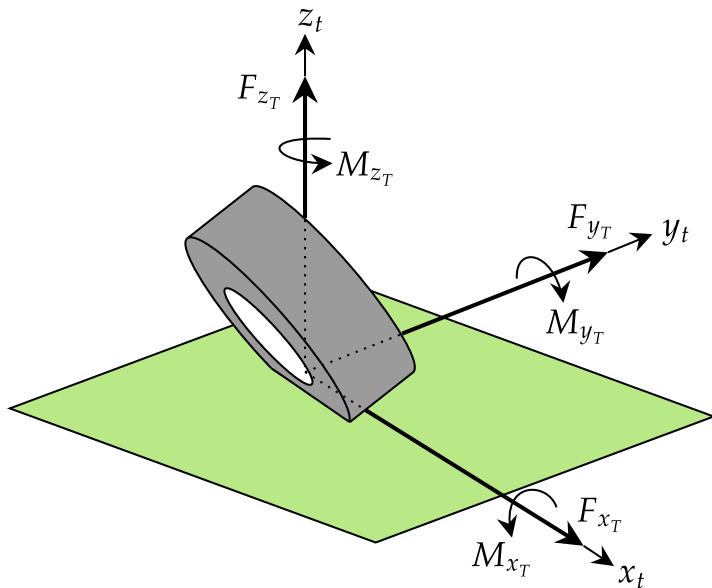
$${}^B\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T \quad (2.42)$$

A Figura 2.9 ilustra as forças e os momentos atuantes no pneu, descritos pelas Equações (2.43) e (2.44), os quais têm origem no ponto de contato entre o pneu e o solo, isto é, na origem do sistema de referência T .

$${}^T\mathbf{F}_i = [F_{x_{Ti}} \ F_{y_{Ti}} \ F_{z_{Ti}}]^T \quad (2.43)$$

$${}^T\mathbf{M}_i = [M_{x_{Ti}} \ M_{y_{Ti}} \ M_{z_{Ti}}]^T \quad (2.44)$$

Figura 2.9 – Forças e momentos atuantes no sistema T .



Fonte: Autor.

Para escrever as forças e momentos no sistema do corpo, conforme as Equações

(2.40) e (2.41), é necessário realizar a transformação do sistema de referência T para o sistema C . Sendo assim, realiza-se primeiramente uma transformação de T para W e sucessivamente de W para C .

O vetor de forças escrito no sistema W é obtido pela multiplicação da matriz de transformação apresentada na Equação (2.5) pelo vetor de forças escrito no sistema T , conforme é descrito pela Equação (2.45).

$${}^W \mathbf{F} = \mathbf{C}_W^T {}^T \mathbf{F} \quad (2.45)$$

Realizando a multiplicação, obtém-se a forma explícita da Equação (2.45):

$$\begin{bmatrix} F_{x_W i} \\ F_{y_W i} \\ F_{z_W i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_{T i}} \\ F_{y_{T i}} \cos \gamma_i + F_{z_{T i}} \sin \gamma_i \\ F_{z_{T i}} \cos \gamma_i - F_{y_{T i}} \sin \gamma_i \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

De forma semelhante, o vetor de momentos escrito no sistema W é calculado conforme a Equação (2.47),

$${}^W \mathbf{M} = \mathbf{C}_W^T ({}^T \mathbf{M} - {}^T \mathbf{r}_0 \times {}^T \mathbf{F}) \quad (2.47)$$

onde o vetor ${}^T \mathbf{r}_0$ é o vetor posição escrito no sistema T , mostrado na Figura 2.5 e descrito pela Equação (2.48), com origem, O_W , no centro da roda.

$${}^T \mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} 0 & -R_i \sin \gamma_i & R_i \cos \gamma_i \end{bmatrix}^T \quad (2.48)$$

A magnitude R_i do vetor ${}^T \mathbf{r}_0$ é o raio da roda i do veículo. Resolvendo os produtos matriciais da Equação (2.47) obtém-se a Equação (2.49), que é a forma explícita do vetor de momentos escrito no sistema W .

$$\begin{bmatrix} M_{x_W i} \\ M_{y_W i} \\ M_{z_W i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{x_{T i}} + R_i F_{y_{T i}} \cos \gamma_i + R_i F_{z_{T i}} \sin \gamma_i \\ M_{y_{T i}} \cos \gamma_i - R_i F_{x_{T i}} + M_{z_{T i}} \sin \gamma_i \\ M_{z_{T i}} \cos \gamma_i - M_{y_{T i}} \sin \gamma_i \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

O vetor de forças escrito no sistema C é obtido através da multiplicação da matriz de transformação, apresentada na Equação (2.6), pelo vetor de forças escrito no sistema W , conforme a Equação (2.50).

$${}^C \mathbf{F} = \mathbf{C}_C^{WW} \mathbf{F} \quad (2.50)$$

A Equação (2.51) é a forma explícita da Equação (2.50) obtida após a multiplicação

matricial.

$$\begin{bmatrix} F_{x_{Ci}} \\ F_{y_{Ci}} \\ F_{z_{Ci}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x_{Ti}} \cos \delta_i - (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i \\ F_{x_{Ti}} \sin \delta_i + (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \cos \delta_i \\ F_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - F_{y_{Ti}} \sin \gamma_i \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

O vetor de momentos escrito no sistema C é obtido de maneira semelhante, conforme a Equação (2.52), onde sua forma explícita é apresentada na Equação (2.53).

$${}^C \mathbf{M} = \mathbf{C}_C^{WW} \mathbf{M} \quad (2.52)$$

$$\begin{bmatrix} M_{x_{Ci}} \\ M_{y_{Ci}} \\ M_{z_{Ci}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(M_{y_{Ti}} \cos \gamma_i - R_i F_{x_{Ti}} + M_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \gamma_i \\ (M_{x_{Ti}} + R_i F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + R_i F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i \\ + (M_{y_{Ti}} \cos \gamma_i - R_i F_{x_{Ti}} + M_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \cos \delta_i \\ M_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - M_{y_{Ti}} \sin \gamma_i \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

Por fim, substituindo as Equações (2.51) e (2.53) nas Equações (2.40) e (2.41), obtém-se a forma explícita dos vetores de força e momento escritos no sistema do corpo, conforme as Equações (2.54) até (2.59).

$$F_{x_B} = \sum_{i=1}^N F_{x_{Ti}} \cos \delta_i - (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i \quad (2.54)$$

$$F_{y_B} = \sum_{i=1}^N F_{x_{Ti}} \sin \delta_i + (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i \quad (2.55)$$

$$F_{z_B} = \sum_{i=1}^N F_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - F_{y_{Ti}} \sin \gamma_i \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} M_{x_B} = & \sum_{i=1}^N - (M_{y_{Ti}} \cos \gamma_i - R_i F_{x_{Ti}} + M_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \gamma_i + y_i (F_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - F_{y_{Ti}} \sin \gamma_i) \\ & - z_i [F_{x_{Ti}} \sin \delta_i + (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \cos \delta_i] \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} M_{y_B} = & \sum_{i=1}^N (M_{x_{Ti}} + R_i F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + R_i F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i + (M_{y_{Ti}} \cos \gamma_i - R_i F_{x_{Ti}} \\ & + M_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \cos \delta_i + z_i [F_{x_{Ti}} \cos \delta_i - (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i] \\ & - x_i (F_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - F_{y_{Ti}} \sin \gamma_i) \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned}
M_{z_B} = & \sum_{i=1}^N M_{z_{Ti}} \cos \gamma_i - M_{y_{Ti}} \sin \gamma_i + x_i [F_{x_{Ti}} \sin \delta_i + (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \cos \delta_i] \\
& - y_i [F_{x_{Ti}} \cos \delta_i - (F_{y_{Ti}} \cos \gamma_i + F_{z_{Ti}} \sin \gamma_i) \sin \delta_i]
\end{aligned} \tag{2.59}$$

2.2.5.4 Modelo de Pneu

Para pequenos escorregamentos longitudinais e laterais, bem como para baixas velocidades, é possível expressar as forças atuantes nos pneus por uma relação linear. O modelo de pneu linear é apresentado nas Equações (2.60) e (2.61),

$$F_{x_{Ti}} = C_{s_i} s_i \tag{2.60}$$

$$F_{y_{Ti}} = C_{\alpha_i} \alpha_i \tag{2.61}$$

onde s_i ¹ é a razão de escorregamento longitudinal e α_i é o escorregamento lateral de cada pneu. As constantes C_{s_i} e C_{α_i} são obtidas a partir de ensaios dinâmicos dos pneus e representam a rigidez longitudinal e lateral de cada pneu, respectivamente. O escorregamento lateral, α_i é ilustrado na Figura 2.8 e calculado conforme a Equação (2.62),

$$\alpha_i = \delta_i - \beta_i \tag{2.62}$$

onde β_i é obtido pela Equação (2.63) a partir da Figura 2.8.

$$\beta_i = \arctan \left(\frac{v_{yc_i}}{v_{xc_i}} \right) \tag{2.63}$$

A velocidade ${}^C\mathbf{V}_i$ de cada roda é calculada a partir da Equação (2.64).

$${}^C\mathbf{V}_i = {}^B\mathbf{V} + {}^B\omega \times {}^B\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} v_{xb} - ry_i + qz_i \\ v_{yb} + rx_i - pz_i \\ v_{zb} - qx_i + py_i \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

Assim, substituindo as componentes do vetor velocidade ${}^C\mathbf{V}_i$, obtido na Equação

¹Este fator depende da rotação de cada roda, a qual depende da dinâmica do motor e transmissão. Neste trabalho, foi obtida uma equação de primeira ordem que relaciona diretamente a posição do pedal do acelerador e a velocidade v_{xb} do veículo, portanto, s_i não precisou ser calculado. Assim, para o cálculo de $F_{x_{Ti}}$ assume-se $s_i \rightarrow 0$.

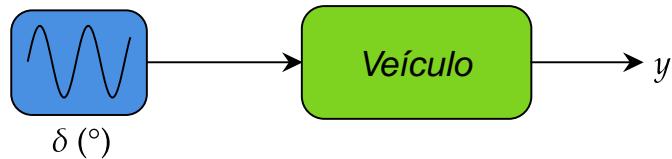
(2.64), na Equação (2.63) e a mesma na Equação (2.62), obtém-se:

$$\alpha_i = \delta_i - \arctan \left(\frac{v_{yb} + rx_i - pz_i}{v_{xb} - ry_i + qz_i} \right) \quad (2.65)$$

2.2.6 Hipóteses de Modelagem

A Figura 2.10 mostra o diagrama de blocos de malha aberta do sistema para uma entrada, δ , do tipo senoidal e saída y . Foram realizadas algumas simulações em malha aberta no *Vortex Studio*, de modo a verificar as amplitudes de variação das velocidades e posições do veículo. Tais ensaios foram feitos em um terreno plano e argiloso, descrito anteriormente na seção 2.1. Portanto, os resultados são válidos para o movimento nessas condições. A Figura B.1, no Apêndice B, mostra um esterçamento senoidal com amplitude de $\delta = 10^\circ$ e frequência de $0,5 \text{ rad/s}$.

Figura 2.10 – Diagrama de blocos de malha aberta do sistema para uma entrada senoidal.



Fonte: Autor.

Analizando as Figuras B.2 a B.5, do Apêndice B, é possível realizar as seguintes hipóteses:

- A amplitude da velocidade linear v_{zb} é muito pequena quando comparada a das velocidades v_{xb} e v_{yb} ;
- A amplitude dos ângulos φ e θ é muito pequena quando comparada a de ψ ;
- A amplitude das velocidades angulares p e q é muito pequena quando comparada a de r .

A partir dessas hipóteses pode-se fazer as seguintes simplificações: $v_{zb} \approx 0$, $\dot{v}_{zb} \approx 0$, $\varphi = \theta \approx 0$, $p = q \approx 0$ e $\dot{p} = \dot{q} \approx 0$. Assim, as Equações (2.9) e (2.10) da cinemática de translação são reduzidas às Equações (2.66) e (2.67), sendo que $\dot{z}_g = 0$, e a Equação (2.18) da cinemática de rotação é reduzida à Equação (2.68). Vale ressaltar que

as duas últimas hipóteses estão relacionadas com a suspensão do veículo e, portanto, as simplificações realizadas são compatíveis com o movimento plano e para uma suspensão operando de maneira ótima.

$$\dot{x}_g = v_{xb} \cos \psi - v_{yb} \sin \psi \quad (2.66)$$

$$\dot{y}_g = v_{xb} \sin \psi + v_{yb} \cos \psi \quad (2.67)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (2.68)$$

De forma similar, as Equações (2.25) e (2.26) da dinâmica de translação são reduzidas às Equações (2.69) e (2.70) e a Equação (2.39) é reduzida à Equação (2.71).

$$\dot{v}_{xb} = \frac{F_{x_B}}{m} + rv_{yb} \quad (2.69)$$

$$\dot{v}_{yb} = \frac{F_{y_B}}{m} - rv_{xb} \quad (2.70)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}M_{x_B} + I_{xx}M_{z_B}}{I_{xx}I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.71)$$

Além das hipóteses que simplificam as equações de cinemática e dinâmica, as seguintes hipóteses e definições podem ser feitas, de modo a simplificar as equações de forças e momentos:

- O ângulo de cambagem, γ_i , é assumido nulo, de modo que o vetor normal às rodas permaneça sempre paralelo ao eixo y_b do sistema do corpo;
- Como os ângulos e as velocidades de rolamento e arfagem foram assumidos nulos, assume-se somente a existência do momento de guinada M_{z_B} , portanto, $M_{x_B} = M_{y_B} \approx 0$;
- O trator possui esterçamento somente nas rodas dianteiras, assim, $\delta_3 = \delta_4 = 0$. Embora o veículo apresente geometria de Ackerman², assume-se que o esterçamento dianteiro é igual para as duas rodas, ou seja, $\delta_1 = \delta_2 = \delta$;
- A distância x_1 é igual a x_2 , sendo esta correspondente à distância longitudinal do centro de massa até o centro da linha que une os centros das rodas dianteiras, denotada por a_1 . De forma semelhante, $x_3 = x_4$ e corresponde à distância de C até o centro da linha que une os centros das rodas traseiras, denotada por $-a_2$;

²Durante uma curva coordenada, a roda interna à curva esterça mais do que a roda externa.

- A distância y_1 é igual a y_2 e corresponde à distância lateral entre C e o centro da roda dianteira, sendo y_1 denotado por b_f e y_2 por $-b_f$. Do mesmo modo, $y_3 = y_4$, assim denota-se y_3 por b_r e y_4 por $-b_r$;
- Para baixas velocidades, o torque de auto alinhamento das rodas, $M_{z_{Ti}}$ é muito pequeno quando comparado aos demais momentos apresentados na Equação (2.59), assim, assume-se $M_{z_{Ti}} \approx 0$.

2.2.7 Modelo Longitudinal

Shakouri et al. (2010) apresenta uma modelagem completa da dinâmica longitudinal, a qual inclui a dinâmica do motor, bem como a modelagem da força de arrasto aerodinâmico e de resistência ao rolamento. Dessa forma, é possível relacionar a posição do pedal do acelerador, u_t , com a velocidade de rotação do motor que, por sua vez, interfere na rotação das rodas e na velocidade longitudinal do veículo.

No entanto, como a dinâmica do motor e das partes internas da transmissão foram modeladas no *Vortex Studio*, e a resposta da velocidade longitudinal, v_{xb} , é aproximadamente de primeira ordem para uma entrada ao degrau u_t , obteve-se um modelo linear de primeira ordem por identificação de sistemas, conforme a Equação (2.72),

$$\dot{v}_{xb} = \frac{1}{\tau} (\kappa u_t - v_{xb}) + rv_{yb} \quad (2.72)$$

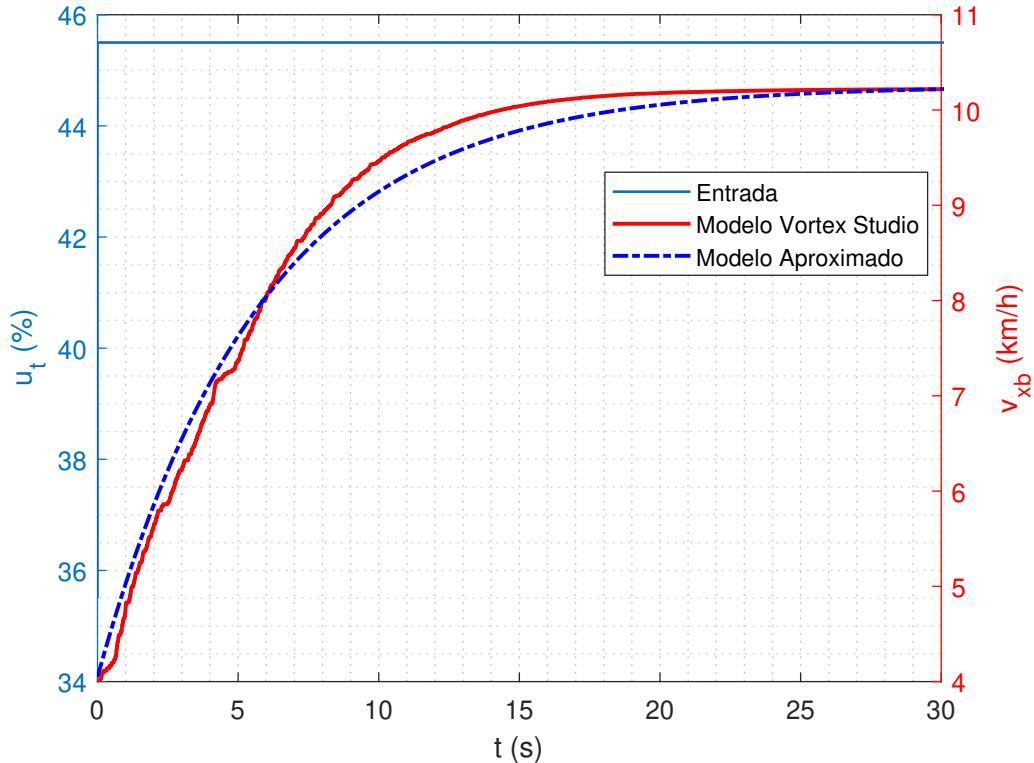
onde κ é o ganho da resposta e τ é a constante de tempo, ambos obtidos pela inspeção da Figura 2.11. Tal modelo de primeira ordem foi estimado apenas a partir da análise gráfica da Figura 2.11, sendo introduzido o termo rv_{yb} como uma correção para o acoplamento entre a dinâmica longitudinal e lateral.

É importante ressaltar que o degrau aplicado no pedal do acelerador foi realizado mantendo-se o ângulo de esterçamento das rodas nulo, com o veículo a uma velocidade inicial de 4 km/h e em um terreno plano e argiloso, o qual foi descrito anteriormente na seção 2.1.

2.2.8 Síntese das Equações do Movimento

Com base nas hipóteses apresentadas na seção 2.2.6 e no modelo linear para a dinâmica longitudinal mostrado na seção 2.2.7, as equações do movimento, bem como as forças e momentos escritos no sistema do corpo e os escorregamentos laterais podem ser

Figura 2.11 – Resposta da velocidade longitudinal v_{xb} para uma entrada de posição do acelerador na forma de degrau, u_t , para o modelo do *Vortex Studio* e o aproximado por identificação de sistemas.



Fonte: Autor.

resumidos nas seguintes equações:

$$\dot{x}_g = v_{xb} \cos \psi - v_{yb} \sin \psi \quad (2.73)$$

$$\dot{y}_g = v_{xb} \sin \psi + v_{yb} \cos \psi \quad (2.74)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (2.75)$$

$$\dot{v}_{xb} = \frac{1}{\tau} (\kappa u_t - v_{xb}) + r v_{yb} \quad (2.76)$$

$$\dot{v}_{yb} = \frac{F_{yb}}{m} - r v_{xb} \quad (2.77)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xx} M_{z_B}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \quad (2.78)$$

$$F_{x_B} = \cos \delta (F_{x_{T1}} + F_{x_{T2}}) - \sin \delta (F_{y_{T1}} + F_{y_{T2}}) + F_{x_{T3}} + F_{x_{T4}} \quad (2.79)$$

$$F_{y_B} = \sin \delta (F_{x_{T1}} + F_{x_{T2}}) + \cos \delta (F_{y_{T1}} + F_{y_{T2}}) + F_{y_{T3}} + F_{y_{T4}} \quad (2.80)$$

$$\begin{aligned} M_{z_B} = & a_1 [\sin \delta (F_{x_{T1}} + F_{x_{T2}}) + \cos \delta (F_{y_{T1}} + F_{y_{T2}})] \\ & + b_f [\cos \delta (F_{x_{T2}} - F_{x_{T1}}) - \sin \delta (F_{y_{T2}} - F_{y_{T1}})] \\ & - a_2 (F_{y_{T3}} + F_{y_{T4}}) - b_r (F_{x_{T3}} - F_{x_{T4}}) \end{aligned} \quad (2.81)$$

$$\alpha_1 = \delta - \arctan \left(\frac{v_{yb} + ra_1}{v_{xb} - rb_f} \right) \quad (2.82)$$

$$\alpha_2 = \delta - \arctan \left(\frac{v_{yb} + ra_1}{v_{xb} + rb_f} \right) \quad (2.83)$$

$$\alpha_3 = - \arctan \left(\frac{v_{yb} - ra_2}{v_{xb} - rb_r} \right) \quad (2.84)$$

$$\alpha_4 = - \arctan \left(\frac{v_{yb} - ra_2}{v_{xb} + rb_r} \right) \quad (2.85)$$

2.2.9 Linearização

Na seção 2.2.7 obteve-se um modelo longitudinal linear de primeira ordem, o qual é uma aproximação razoável da dinâmica longitudinal desacoplada. Em conjunto com a equação de cinemática (2.73), para uma condição de equilíbrio onde $\psi \rightarrow 0$, pode-se representar no espaço de estados a dinâmica longitudinal, conforme a Equação (2.86),

$$\dot{\mathbf{x}}_{lg} = \mathbf{A}_{lg} \mathbf{x}_{lg} + \mathbf{B}_{lg} u_t \quad (2.86)$$

onde \mathbf{x}_{lg} é o vetor de estados da dinâmica longitudinal, apresentado na Equação (2.87), \mathbf{A}_{lg} e \mathbf{B}_{lg} são as matrizes de influência dos estados e controles, de acordo com as Equações (2.88) e (2.89), respectivamente, e u_t é a posição do pedal do acelerador normalizada entre 0 e 1.

$$\mathbf{x}_{lg} = \begin{bmatrix} x_g & v_{xb} \end{bmatrix}^T \quad (2.87)$$

$$\mathbf{A}_{lg} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/\tau \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$\mathbf{B}_{lg} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa/\tau \end{bmatrix}^T \quad (2.89)$$

De maneira semelhante, a dinâmica lateral pode ser linearizada para uma condição de equilíbrio onde $v_{xb} = V_e$ é uma velocidade longitudinal constante, $\psi \rightarrow 0$, $r \rightarrow 0$ e $\delta \rightarrow 0$. Assim, a dinâmica lateral desacoplada pode ser expressa no espaço de estados conforme a Equação (2.90),

$$\dot{\mathbf{x}}_{lt} = \mathbf{A}_{lt} \mathbf{x}_{lt} + \mathbf{B}_{lt} \delta \quad (2.90)$$

onde \mathbf{x}_{lt} é o vetor de estados da dinâmica lateral, mostrado na Equação (2.91).

$$\mathbf{x}_{lt} = \begin{bmatrix} y_g & v_{yb} & \psi & r \end{bmatrix}^T \quad (2.91)$$

As matrizes de influência dos estados e controles, \mathbf{A}_{lt} e \mathbf{B}_{lt} , são obtidas através das Equações (2.92) e (2.93),

$$A_{ij} = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j} \quad (2.92)$$

$$B_{ij} = \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial u_j} \quad (2.93)$$

onde $i = j = 1, \dots, l$, sendo l o comprimento do vetor \mathbf{x}_{lt} . As componentes do vetor $\dot{\mathbf{x}}_{lt}$ são representadas por \dot{x}_i , enquanto que as do vetor \mathbf{x}_{lt} por x_j . Já, o vetor de controles é definido por $\mathbf{u} = [\delta \ u_t]^T$ e suas componentes são dadas por u_j . Assim, as matrizes \mathbf{A}_{lt} e \mathbf{B}_{lt} são mostradas nas Equações (2.94) e (2.95).

$$\mathbf{A}_{lt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & V_e & 0 \\ 0 & -\frac{(C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r})}{mV_e} & 0 & -\frac{(a_1 C_{\alpha_f} - a_2 C_{\alpha_r} + mV_e^2)}{mV_e} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{(a_1 C_{\alpha_f} - a_2 C_{\alpha_r}) I_{xx}}{(I_{xz}^2 - I_{xx} I_{zz}) V_e} & 0 & \frac{(a_1^2 C_{\alpha_f} + a_2^2 C_{\alpha_r}) I_{xx}}{(I_{xz}^2 - I_{xx} I_{zz}) V_e} \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

$$\mathbf{B}_{lt} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{C_{\alpha_f}}{m} & 0 & \frac{a_1 I_{xx} C_{\alpha_f}}{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2} \end{bmatrix}^T \quad (2.95)$$

Os coeficientes C_{α_f} e C_{α_r} correspondem à rigidez lateral do eixo frontal e traseiro, respectivamente, sendo definidos por $C_{\alpha_f} = C_{\alpha_1} + C_{\alpha_2}$ e $C_{\alpha_r} = C_{\alpha_3} + C_{\alpha_4}$. Todos os parâmetros necessários do veículo são apresentados na Tabela A.1 do Apêndice A.

2.2.10 Dinâmica do atuador de esterçamento

Chatrath (2019) apresenta um modelo dinâmico linear de segunda ordem de um atuador de esterçamento. Este modelo é descrito pela Equação (2.96),

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} \delta_{cmd} \quad (2.96)$$

onde $\omega_n = 30 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,7$. Além disso, os limites de esterçamento são -30° e 30° , e as taxas de variação do esterçamento são limitadas entre $-50^\circ/\text{s}$ e $50^\circ/\text{s}$. O sistema aumentado é obtido através da inclusão da dinâmica do atuador de esterçamento na dinâmica lateral do veículo, conforme apresentado na Equação (2.97).

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_{lt} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{lt} & \mathbf{B}_{lt} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{lt} \\ \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} \delta_{cmd} \quad (2.97)$$

2.3 VERIFICAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

A verificação do modelo longitudinal foi apresentada anteriormente na Figura 2.11. Para a verificação da dinâmica lateral, aplicou-se um pulso δ , com amplitude de 10° e duração de 2 s . A resposta de v_{yb} e de r para o δ aplicado é ilustrada na Figura 2.12, onde os resultados do *Vortex Studio* são mostrados em vermelho.

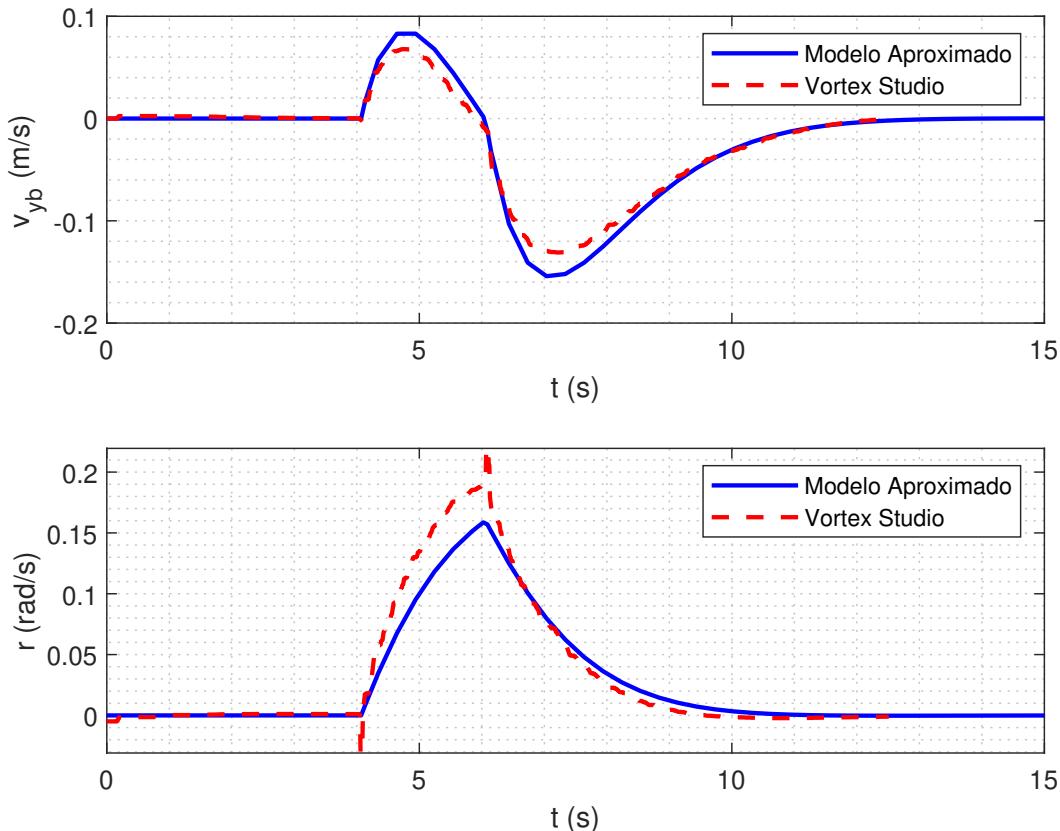
O pulso aplicado, os escorregamentos e as forças laterais são apresentados nas Figuras C.1 a C.5 do Apêndice C. Nota-se que as respostas são semelhantes para essa condição.

Como os coeficientes C_{α_f} e C_{α_r} não são diretamente inseridos no modelo de pneu de Bekker, do *Vortex Studio*, estes podem ser estimados para o modelo matemático simplificado. Uma maneira bastante usual de se fazer isso é gerar um gráfico da força lateral atuante no pneu, F_{yTi} , em função dos escorregamentos laterais, α_i . Dessa forma, C_α é a inclinação da curva obtida. Porém, nesse caso, apenas ajustes por tentativa e erro foram suficientes.

2.4 ESTABILIDADE EM MALHA ABERTA

A análise da estabilidade linear do sistema em malha aberta é dividida em: estabilidade longitudinal e estabilidade lateral.

Figura 2.12 – Verificação da dinâmica lateral.



Fonte: Autor.

Os autovalores, λ , são calculados a partir da Equação (2.98),

$$\det |\lambda I_n - \mathbf{A}| = 0 \quad (2.98)$$

onde I_n é a matriz identidade e possui o mesmo tamanho, $n \times n$, da matriz \mathbf{A} .

2.4.1 Estabilidade Longitudinal

Substituindo \mathbf{A} por \mathbf{A}_{lg} na Equação (2.98), obtém-se os seguintes autovalores:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0 \\ \lambda_2 &= -\frac{1}{\tau} \end{aligned} \quad (2.99)$$

O autovalor λ_2 é sempre negativo, pois τ é maior do que zero. Logo, a dinâmica longitudinal é estável em malha aberta.

2.4.2 Estabilidade Lateral

De forma semelhante, a substituição de \mathbf{A} por \mathbf{A}_{lt} na Equação (2.98) resulta nos seguintes autovalores:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0 \quad (2.100)$$

$$\lambda_3 = \frac{-c_1 - \sqrt{c_1^2 - 4(c_2 + c_3)}}{2}, \quad \lambda_4 = \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 - 4(c_2 + c_3)}}{2} \quad (2.101)$$

Os coeficientes c_1 , c_2 e c_3 são definidos pelas Equações (2.102), (2.103), (2.104),

$$c_1 = \frac{C_{\alpha_f} (ma_1^2 + \Xi) + C_{\alpha_r} (ma_2^2 + \Xi)}{mV_e \Xi} \quad (2.102)$$

$$c_2 = \frac{(a_1 + a_2)^2 C_{\alpha_f} C_{\alpha_r}}{mV_e^2 \Xi} \quad (2.103)$$

$$c_3 = \frac{(a_2 C_{\alpha_r} - a_1 C_{\alpha_f})}{\Xi} \quad (2.104)$$

onde Ξ é definido pela Equação (2.105).

$$\Xi = \frac{I_{xx} I_{zz} - I_{xz}^2}{I_{xx}} \quad (2.105)$$

Para $V_e > 0$, os coeficientes c_1 e c_2 são sempre positivos. Assim, para que o sistema seja estável é necessário que $c_1 > \sqrt{c_1^2 - 4(c_2 + c_3)}$, o que implica na condição apresentada na Equação (2.106).

$$c_2 + c_3 > 0 \quad ou \quad c_3 > -c_2 \quad (2.106)$$

Essa condição é sempre satisfeita se $c_3 \geq 0$, pois c_2 é sempre positivo para $V_e > 0$. Sendo assim, para que c_3 seja maior do que zero, é necessário que a seguinte condição seja satisfeita:

$$a_2 C_{\alpha_r} - a_1 C_{\alpha_f} > 0 \quad ou \quad a_2 C_{\alpha_r} > a_1 C_{\alpha_f} \quad (2.107)$$

Portanto, o sistema é estável lateralmente quando a Equação (2.107) é satisfeita. A medida em que V_e aumenta, c_1 diminui e a resposta é mais oscilatória, pois os autovalores tornam-se complexos quando $c_1^2 < 4(c_2 + c_3)$.

No entanto, se $c_3 < 0$, ou seja, se $a_2 C_{\alpha_r} < a_1 C_{\alpha_f}$, a resposta se torna instável quando V_e é maior do que a velocidade crítica \bar{V}_e , a qual é calculada pela Equação (2.108)

e pode ser deduzida a partir da condição (2.106).

$$\bar{V}_e = \sqrt{-\frac{(a_1 + a_2)^2 C_{\alpha_f} C_{\alpha_r}}{m(a_2 C_{\alpha_r} - a_1 C_{\alpha_f})}} \quad (2.108)$$

É importante ressaltar que a rigidez lateral dos pneus varia de forma significativa com o terreno (HAN; CHOI; SEIBUM, 2018). Se o centro de massa, C , do veículo não se altera, a_1 e a_2 são constantes, logo, para uma condição onde o veículo percorre diferentes terrenos, C_{α_r} e C_{α_f} podem variar e a condição de estabilidade lateral apresentada na Equação (2.107) pode não ser mais válida. Nesse sentido, se os parâmetros apresentados na Tabela A.1 do Apêndice A forem substituídos na Equação (2.107), verifica-se que o veículo satisfaz a condição de estabilidade lateral.

De modo a complementar o estudo de estabilidade lateral, pode-se realizar uma variação de C_{α_f} de tal maneira que a Equação (2.107) não seja mais satisfeita. Logo, as velocidades críticas podem ser verificadas para diferentes razões $C_{\alpha_f}/C_{\alpha_r}$. A variação da velocidade crítica em função da razão dos coeficientes de rigidez lateral é apresentada na Figura B.6 do Apêndice B.

3 PROJETO DO SISTEMA DE CONTROLE

A partir da análise de estabilidade do sistema em malha aberta, apresentada na seção 2.4, verifica-se que tanto a dinâmica longitudinal quanto a lateral são linearmente estáveis para o veículo estudado. Por conseguinte, o objetivo principal do projeto do sistema de controle é fazer com que o veículo siga uma referência de velocidade e trajeto. Especificamente, deseja-se rastrear v_{xb} e ψ comandados, onde as variáveis de atuação são u_t e δ , respectivamente.

É importante ressaltar que, do ponto de vista de implementação e fabricação de um sistema controle, é necessário fazer um balanço entre os requisitos de desempenho do sistema com os de custo, disponibilidade de materiais, peso, potência, etc. No entanto, como o objetivo principal deste trabalho restringe-se a projetar e testar o piloto automático, apenas em um ambiente de simulação, foram estabelecidos apenas requisitos de desempenho.

3.1 REQUISITOS DE CONTROLE

Conforme discutido na seção 1.2.2, uma das principais métricas de desempenho do sistema de controle de esterçamento para veículos agrícolas é a precisão em termos do erro RMS da posição lateral, $RMSE(\hat{y}_g)$, e do ângulo de guinada, $RMSE(\hat{\psi})$, em relação a um trajeto específico em terrenos irregulares. O erro RMS é definido pela Equação (3.1),

$$RMSE(\hat{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (3.1)$$

onde \hat{y}_i corresponde ao valor previsto, ou à referência, e y_i são os valores observados n vezes. Em outras palavras, o erro RMS é a raiz quadrada da média do quadrado do erro. A Tabela 3.1 apresenta os resultados experimentais obtidos por diversos autores, em termos desses erros e das velocidades longitudinais de operação.

Com base na Tabela 3.1, a velocidade longitudinal de operação escolhida para o projeto do piloto automático de velocidade e esterçamento foi de 4 km/h , o que corresponde, aproximadamente, à média das velocidades de operação durante a medição dos desvios laterais e angulares realizados pelos autores. Ainda com base nessa tabela, foram estabelecidos os seguintes requisitos de desempenho para os controladores:

- **R1:** O valor de $RMSE(\hat{y}_g)$ deve ser menor do que 5 cm para o seguimento de uma linha reta em um terreno irregular;

Tabela 3.1 – Síntese de medições de $RMSE(\hat{y}_g)$ e $RMSE(\hat{\psi})$ realizados por diferentes autores.

Referência	Desvio lateral $RMSE(\hat{y}_g)$ (cm)	Desvio angular $RMSE(\hat{\psi})$ (°)	Velocidade longitudinal v_{xb} (km/h)
O'Connor et al. (1996)	2,5	0,86	3,24
Zhang et al. (2018)	4,97	1,26	4,32
Stoll e Kutzbach (2000)	3,1	3,2	4,5
Noguchi, Zhang e Yang (2015)	4	-	2,2
Noguchi et al. (2014)	2,5	-	4,32

Fonte: Autor.

- **R2:** O valor de $RMSE(\hat{\psi})$ deve ser menor do que $1,5^\circ$ para o seguimento de uma linha reta em um terreno irregular;
- **R3:** O erro médio da velocidade longitudinal, v_{xb} , da posição lateral, y_b , e do ângulo de guinada, ψ , deve ser nulo em regime permanente.

A partir de simulações realizadas em malha aberta, foi possível identificar os limites de operação do veículo, isto é, o tempo necessário para que o mesmo complete uma trajetória circular a partir de uma velocidade constante de 4 km/h , considerando o esterçamento máximo das rodas, e o tempo necessário para atingir uma velocidade máxima após a aplicação de um degrau de $u_t = 10\%$, a partir da velocidade inicial de 4 km/h . A Figura B.7 do Apêndice B mostra que o trator leva cerca de 37 s para completar uma trajetória de 360° , e a partir da Figura 2.11, apresentada anteriormente na seção 2.2.7, percebe-se que o veículo demora, aproximadamente, 25 s para atingir a velocidade de regime permanente após uma variação de 10% na posição do acelerador. Com base nesses valores e na constatação de que as respostas são aproximadamente equivalentes a um sistema de segunda ordem, os seguintes requisitos adicionais foram estabelecidos:

- **R4:** O tempo de acomodação para o rastreio de $\psi = 90^\circ$, a partir de um ângulo inicial de 0° , a uma velocidade longitudinal de 4 km/h deve ser menor do que 20 s ;
- **R5:** O tempo de acomodação para o rastreio de $v_{xb} = 8\text{ km/h}$ a partir da velocidade de 4 km/h , em uma trajetória retilínea, deve ser menor do que 15 s ;
- **R6:** O sobressinal de ψ e de v_{xb} deve ser menor do que 10% .

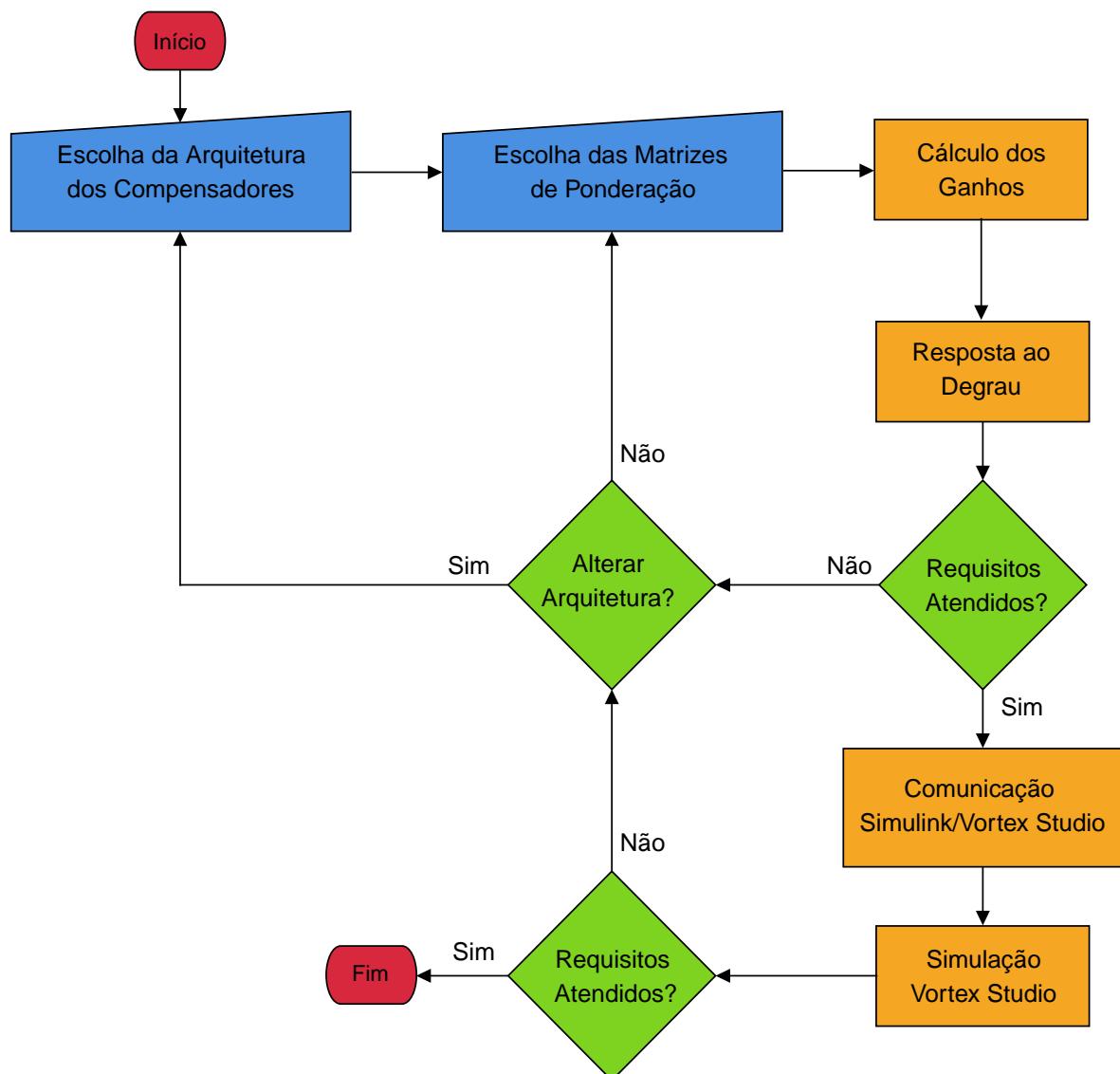
É importante ressaltar que todos os requisitos de desempenho são verificados inicialmente nas simulações numéricas com base no modelo matemático e posteriormente nas simulações realizadas no *Vortex Studio*.

3.2 METODOLOGIA

Na seção 2.3 foi mostrado que os modelos matemáticos simplificados são compatíveis, dentro das condições de operação estabelecidas, com o modelo implementado no *Vortex Studio*. Nesse sentido, é conveniente projetar os compensadores com base nos modelos simplificados e, após, verificar se os mesmos atendem os requisitos de desempenho, implementá-los no Simulink e realizar a comunicação com o *Vortex Studio*.

A Figura 3.1 refere-se ao bloco “Projeto do Compensador”, apresentado anteriormente na Figura 2.1, e estabelece a metodologia de projeto dos sistemas de controle.

Figura 3.1 – Metodologia de projeto dos compensadores.



Fonte: Autor.

Após diversas iterações na etapa de projeto dos compensadores, são selecionados todos aqueles que atendem aos requisitos de desempenho. Assim, conforme discutido

anteriormente, a verificação final desses requisitos é realizada através das simulações no *Vortex Studio* e, caso algum dos compensadores não atenda aos requisitos durante as simulações no *Vortex Studio*, reinicia-se o projeto dos mesmos. Esse último comentário também é válido caso seja necessário refinar os requisitos de desempenho.

A escolha da arquitetura dos compensadores e das matrizes de ponderação são dados de entrada para o cálculo dos ganhos dos compensadores, sendo que as arquiteturas correspondem aos mecanismos de controle em malha fechada como avanço e atraso de fase, ganhos proporcionais, derivativos e integrais e quaisquer combinações dos mesmos. Já, a escolha das matrizes de ponderação refere-se, especificamente, à uma etapa da técnica de controle utilizada neste trabalho, apresentada na seção 3.3.

3.3 CONTROLE DE RASTREIO

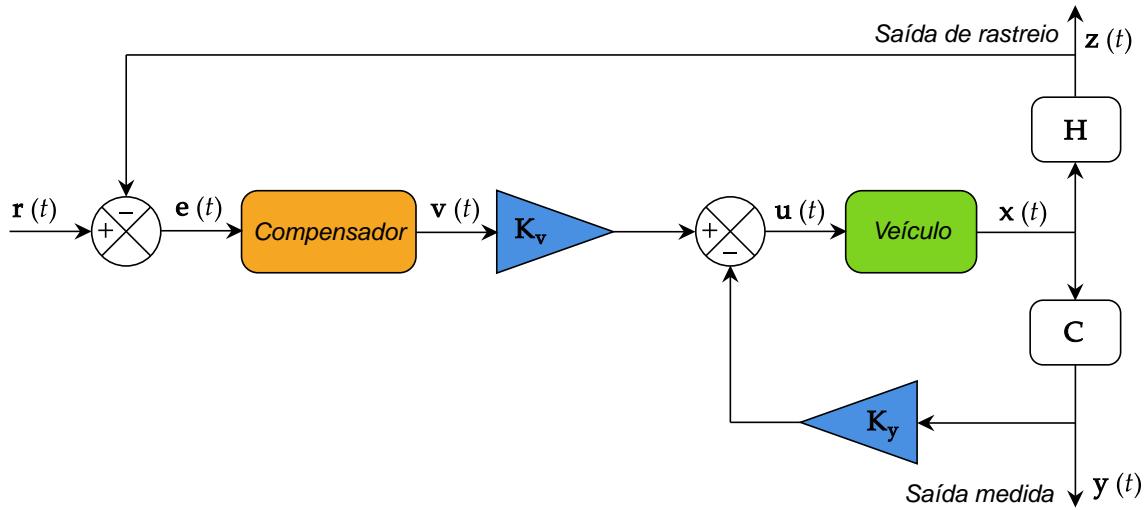
A teoria de controle apresentada nesta seção é baseada nos trabalhos desenvolvidos por Lewis, Stevens e Johnson (2016) e Ogata (2010). Especificamente, utiliza-se uma técnica de controle moderno para rastreio de referência, onde deseja-se que o veículo siga um determinado sinal de comando que pode ser constante ou variante no tempo. Essa técnica consiste, basicamente, em otimizar uma função chamada de Índice de Desempenho (ID), a qual pode ser modificada de acordo com os objetivos do projeto do sistema de controle. Além disso, a mesma é conveniente e bastante utilizada no projeto de sistemas de controle de aeronaves, pois não envolve a seleção de muitos parâmetros através da tentativa e erro e os ganhos são calculados simultaneamente através da solução de equações matriciais, ao contrário das técnicas de controle clássico onde os ganhos são selecionados individualmente. Consequentemente, o projeto do sistema de controle torna-se mais rápido e direto.

3.3.1 Arquitetura de Rastreio

A Figura 3.2 mostra o diagrama de blocos convencional do sistema de rastreio de referência. Conforme introduzido na seção 3.2, o bloco referente ao compensador pode assumir diferentes arquiteturas, da mesma forma que no projeto de sistemas de controle clássicos. Assim, a robustez pode ser mantida na abordagem moderna, ou seja, os sistemas podem apresentar bons comportamentos mesmo na presença de distúrbios e incertezas no modelo. Isso pode ser facilmente aplicado com as técnicas de controle moderno através da representação dessas arquiteturas no espaço de estados.

Da mesma forma, outros elementos como filtros *washout*, *anti-windup*, saturações, limitadores de taxa de variação, alimentações diretas para rejeição de distúrbios, entre

Figura 3.2 – Diagrama de blocos convencional para o sistema de rastreio de referência.



Fonte: Adaptado de Lewis, Stevens e Johnson (2016).

outros, podem ser implementados sem grandes preocupações. Portanto, com base na estrutura desejada, os ganhos dos compensadores, K_v , e das realimentações internas das saídas, K_y , são calculados de modo a minimizar um ID Quadrático Linear (QL).

O bloco denominado “Veículo” na Figura 3.2 é descrito pelas Equações 3.2 e 3.3,

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.2)$$

$$y = Cx \quad (3.3)$$

onde $x(t)$ corresponde ao vetor de estados, $u(t)$ à atuação de controle e $y(t)$ ao vetor de saídas medidas para a realimentação interna. A saída de rastreio, $z(t)$, é descrita pela Equação (3.4), e subtraída da referência $r(t)$ desejada resultando no erro, $e(t)$, a ser zerado.

$$z = Hx \quad (3.4)$$

O número de colunas das matrizes H e C é igual ao número de linhas do vetor x e o número de linhas corresponde ao número de saídas desejadas. Por exemplo, se o vetor de estados possui 4 variáveis e deseja-se rastrear apenas a primeira variável, a matriz H será reduzida ao seguinte vetor linha: $H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$.

A dinâmica do compensador é definida pelas Equações (3.5) e (3.6),

$$\dot{w} = Fw + Ge \quad (3.5)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{D}\mathbf{w} + \mathbf{J}\mathbf{e} \quad (3.6)$$

onde $w(t)$ é o vetor de estados, $v(t)$ o vetor de saídas e o erro, $e(t)$ é a entrada do sistema, calculado conforme a Equação (3.7). As matrizes F , G , D e J são conhecidas e determinadas a partir da arquitetura do compensador.

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{z}(t) \quad (3.7)$$

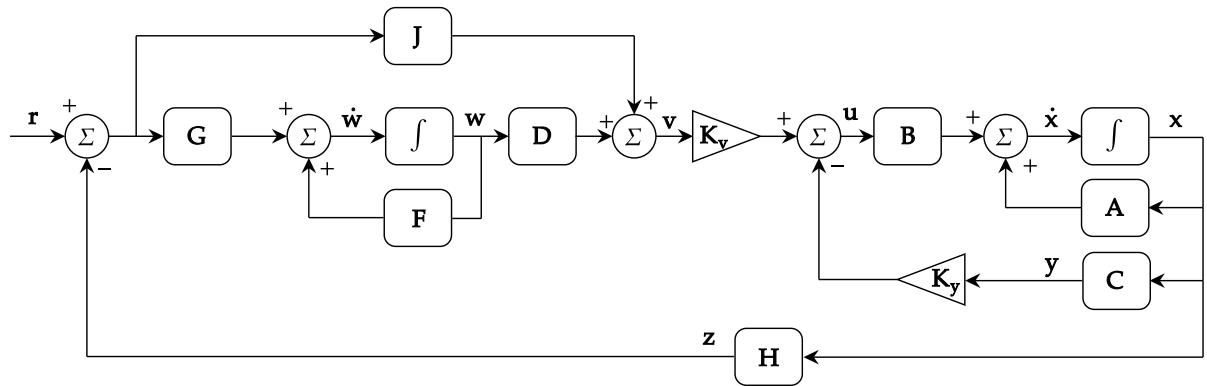
Por inspeção da Figura 3.2, obtém-se a atuação de controle, calculada pela Equação (3.8),

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}_v \mathbf{v} - \mathbf{K}_y \mathbf{y} \quad (3.8)$$

sendo que os ganhos K_v e K_y são calculados na etapa de projeto de controle para proporcionar um bom desempenho em termos do seguimento de $r(t)$.

Finalmente, com base na Figura 3.3 pode-se obter o sistema aumentado, apresentado nas Equações (3.9) a (3.12), o qual considera a dinâmica do compensador e da planta.

Figura 3.3 – Diagrama de blocos detalhado do sistema aumentado.



Fonte: Autor.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -GH & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ G \end{bmatrix} r \quad (3.9)$$

$$\begin{bmatrix} y \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ -JH & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J \end{bmatrix} r \quad (3.10)$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{u} = - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_y & -\mathbf{K}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3.3.2 Formulação QL do Problema de Rastreio

As Equações (3.9) a (3.12) podem ser escritas em um formato reduzido, de modo a simplificar a notação, conforme as Equações (3.13) a (3.16),

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \mathbf{u}_a + \mathbf{G}_a \mathbf{r} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{y}_a = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{F}_a \mathbf{r} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{z}_a = \mathbf{H}_a \mathbf{x}_a \quad (3.15)$$

$$\mathbf{u}_a = -\mathbf{K}_a \mathbf{y}_a \quad (3.16)$$

onde o subíndice a é utilizado para denotar o sistema aumentado. Nessa notação, $\mathbf{x}_a(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}_a(t) \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{r}(t) \in \mathbb{R}^q$, $\mathbf{z}_a(t) \in \mathbb{R}^q$ e $\mathbf{y}_a \in \mathbb{R}^p$.

Substituindo o vetor de saídas aumentado, apresentado na Equação (3.14), no vetor de atuação de controle aumentado (3.16), obtém-se a forma explícita da atuação de controle, conforme mostra a Equação (3.17).

$$\mathbf{u}_a = -\mathbf{K}_a \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a - \mathbf{K}_a \mathbf{F}_a \mathbf{r} \quad (3.17)$$

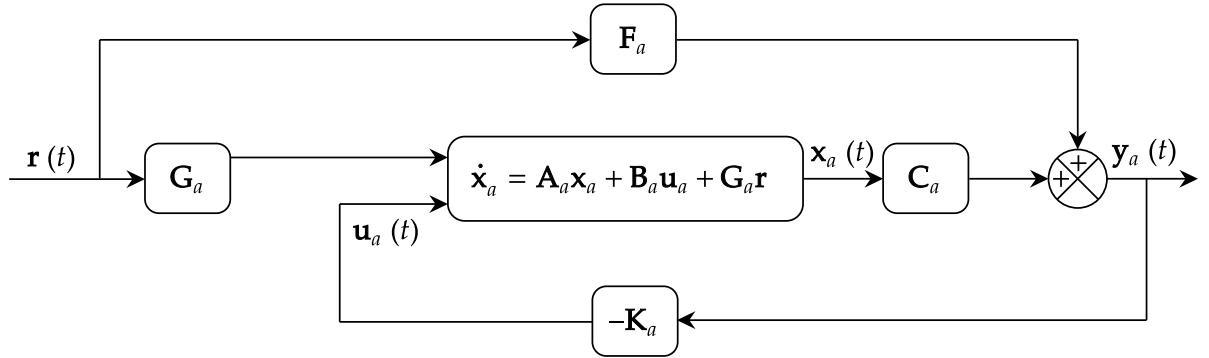
Assim, o sistema pode ser representado de acordo com o diagrama de blocos da Figura 3.4, e a Equação (3.18), que representa o sistema em malha fechada, pode ser obtida,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_a &= (\mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \mathbf{x}_a + (\mathbf{G}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{F}_a) \mathbf{r} \\ &\equiv \mathbf{A}_c \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_c \mathbf{r} \end{aligned} \quad (3.18)$$

onde o subíndice c refere-se às matrizes do sistema em malha fechada. Portanto, a partir do cálculo dos ganhos \mathbf{K}_a é possível fechar todas as malhas do sistema de forma simultânea.

Conforme apresentado na seção 3.1 os requisitos de desempenho **R4**, **R5** e **R6** são estabelecidos com relação a uma resposta de ψ e v_{xb} ao degrau. Com isso, a referência $\mathbf{r}(t)$ corresponde a um comando na forma de degrau com magnitude r_0 . Nesse sentido, os resultados são mais adequados para uma entrada nesse formato. No entanto, se o projeto

Figura 3.4 – Diagrama de blocos reduzido do sistema aumentado.



Fonte: Adaptado de Lewis, Stevens e Johnson (2016).

for bem executado, é possível obter boas respostas para uma referência arbitrária.

3.3.2.1 Sistema de desvio

Nesta seção realiza-se a derivação do sistema de desvio, a partir do qual é possível formular o problema de otimização. Para isso, é conveniente adotar a seguinte notação:

- O valor de regime permanente para uma variável arbitrária, ξ , é denotado por $\bar{\xi}$;
- O valor do desvio em relação ao valor de regime permanente para a mesma variável arbitrária é denotado por $\tilde{\xi}$.

Assim, os desvios dos estados, das saídas e da atuação de controle são calculados pelas seguintes equações:

$$\tilde{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{x}_a(t) - \bar{\mathbf{x}}_a \quad (3.19)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_a(t) = \mathbf{y}_a(t) - \bar{\mathbf{y}}_a \quad (3.20)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_a(t) = \mathbf{z}_a(t) - \bar{\mathbf{z}}_a(t) \quad (3.21)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_a(t) = \mathbf{u}_a(t) - \bar{\mathbf{u}}_a(t) \quad (3.22)$$

Substituindo as variáveis $\mathbf{y}_a(t)$, $\mathbf{z}_a(t)$ e $\mathbf{u}_a(t)$, descritas pelas Equações (3.14), (3.15) e (3.17), respectivamente, nas Equações (3.20), (3.21) e (3.22) e fazendo algumas

manipulações algébricas, obtém-se as seguintes relações:

$$\tilde{\mathbf{y}}_a(t) = \mathbf{C}_a \tilde{\mathbf{x}}_a \quad (3.23)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_a(t) = \mathbf{H}_a \tilde{\mathbf{x}}_a \quad (3.24)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_a(t) = -\mathbf{K}_a \tilde{\mathbf{y}}_a \quad (3.25)$$

O erro de rastreio, $\mathbf{e}(t)$ pode ser representado em termos do seu desvio conforme a Equação (3.26).

$$\mathbf{e}(t) = \tilde{\mathbf{e}}(t) + \bar{\mathbf{e}}(t) \quad (3.26)$$

Com base na Equação 3.7, para o sistema aumentado, e entrada ao degrau com magnitude r_0 , pode-se manipular a Equação (3.26) da seguinte forma: $r_0 - \mathbf{z}_a(t) = \tilde{\mathbf{e}}(t) + r_0 - \bar{\mathbf{z}}_a$. Assim, resolvendo em termos de $\tilde{\mathbf{e}}(t)$ e utilizando a definição de $\tilde{\mathbf{z}}_a(t)$ apresentada na Equação (3.21), obtém-se a Equação (3.27).

$$\tilde{\mathbf{e}}(t) = -\tilde{\mathbf{z}}_a \quad (3.27)$$

Conforme a Equação (3.18), em regime permanente, tem-se que $\dot{\mathbf{x}}_a = 0$, portanto, $\mathbf{A}_c \bar{\mathbf{x}}_a + \mathbf{B}_c r_0 = 0$. Assim, o valor do vetor de estados em regime permanente é calculado pela Equação (3.28).

$$\bar{\mathbf{x}}_a = -\mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c r_0 \quad (3.28)$$

Isolando o erro em regime permanente na Equação (3.26), tem-se a seguinte expressão: $\bar{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{e}(t) - \tilde{\mathbf{e}}(t)$, onde $\tilde{\mathbf{e}}(t)$ pode ser substituído pelo valor encontrado na Equação (3.27). Assim, realizando algumas manipulações pode-se demonstrar que $\bar{\mathbf{e}}(t) = r_0 - \mathbf{H}_a \bar{\mathbf{x}}_a$ e, finalmente, substituindo $\bar{\mathbf{x}}_a$ nessa expressão, obtém-se a Equação (3.29), a qual relaciona o erro em regime permanente com as matrizes do sistema em malha fechada.

$$\bar{\mathbf{e}} = (1 + \mathbf{H}_a \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c) r_0 \quad (3.29)$$

A partir da substituição das Equações (3.19), (3.25) e (3.28) na Equação (3.18), do sistema em malha fechada, obtém-se a Equação (3.30), que representa a dinâmica em malha fechada do desvio dos estados.

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a(t) = \mathbf{A}_c \tilde{\mathbf{x}}_a(t) \quad (3.30)$$

Finalmente, substituindo \mathbf{A}_c , a partir da Equação (3.18), na Equação (3.30) tem-se que: $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a(t) = (\mathbf{A}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a(t)$. Portanto, se as equações (3.23) e (3.25) forem inseridas nessa expressão de forma simultânea, tem-se a expressão final para o sistema de desvio, conforme mostra a Equação (3.31).

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a(t) = \mathbf{A}_a \tilde{\mathbf{x}}_a(t) - \mathbf{B}_a \tilde{\mathbf{u}}_a(t) \quad (3.31)$$

3.3.2.2 Índice de Desempenho

Para fazer com que o erro $e(t)$ da Equação (3.26) seja pequeno, propõe-se a solução de dois problemas equivalentes: o problema de minimizar o desvio do erro, $\tilde{e}(t) = -\tilde{\mathbf{z}}_a(t)$, e o de reduzir o erro em regime permanente, \bar{e} , a zero. Assim, o problema de otimização consiste em encontrar a matriz de ganhos \mathbf{K}_a de modo a minimizar o seguinte ID:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\tilde{e}^T \tilde{e} + \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}) dt + \frac{1}{2} \bar{e}^T \mathbf{V} \bar{e}, \quad (3.32)$$

onde \mathbf{R} é uma matriz simétrica positiva definida, isto é, $\mathbf{R} > 0$ e \mathbf{V} é uma matriz simétrica positiva semidefinida, ou seja, $\mathbf{V} \geq 0$. Essas matrizes também são chamadas de matrizes de ponderação, que são parâmetros de projeto. Se o sistema é do tipo 1, contendo integrador, a matriz \mathbf{V} pode ser assumida nula pois o valor do erro em regime permanente é nulo. Já, se o sistema é do tipo 0, não contendo integrador, a escolha de \mathbf{V} impacta no projeto da seguinte maneira: a resposta transitória é melhorada quando $\tilde{e}(t)$ é pequeno e a resposta em regime permanente é melhorada quando $\bar{e}(t)$ é pequeno.

Conforme a Equação (3.27), $\tilde{e} = -\tilde{\mathbf{z}}_a = -\mathbf{H}_a \tilde{\mathbf{x}}_a$. Assim, na Equação (3.32) o termo $\tilde{e}^T \tilde{e}$ pode ser expresso como $\tilde{\mathbf{x}}_a^T \mathbf{H}_a^T \mathbf{H}_a \tilde{\mathbf{x}}_a$. Portanto, pode-se definir $\mathbf{Q} = \mathbf{H}_a^T \mathbf{H}_a$, que é uma matriz conhecida.

Uma observação importante a se fazer é a de que a abordagem proposta é subótima, pois a minimização do ID não minimiza necessariamente a função quadrática do erro total $e(t) = \bar{e} + \tilde{e}(t)$. No entanto, ela garante que tanto o desvio $\tilde{e}(t)$ e o erro em regime permanente \bar{e} sejam pequenos no sistema em malha fechada.

3.3.3 Solução do Problema de Rastreio

Substituindo a matriz de ponderação \mathbf{Q} , definida anteriormente, e o desvio da atuação de controle, $\tilde{\mathbf{u}}(t)$, na Equação (3.32), pode-se obter a seguinte expressão para o

ID:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a] dt + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{e}} . \quad (3.33)$$

Assim, supondo que seja possível encontrar uma matriz \mathbf{P} constante e positiva semidefinida, tal que

$$\frac{d}{dt} (\tilde{\mathbf{x}}_a^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_a) = -\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a , \quad (3.34)$$

então, J pode ser escrito como

$$J = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}_a^T(0) \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_a(0) - \frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{x}}_a^T(t) \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_a(t) + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{e}} . \quad (3.35)$$

Se o sistema for assintoticamente estável em malha fechada, então $\tilde{\mathbf{x}}_a(t) \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$. Portanto, a Equação (3.35) simplifica-se para

$$J = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}_a^T(0) \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_a(0) + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{e}} . \quad (3.36)$$

Como assume-se que \mathbf{P} satisfaz a Equação (3.34), aplica-se a regra do produto na derivada dessa equação e obtém-se a seguinte expressão:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}}_a + \tilde{\mathbf{x}}_a^T \mathbf{P} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a = -\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a . \quad (3.37)$$

Assim, substituindo $\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_a$, apresentado na Equação (3.30), na Equação (3.37), então:

$$\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c) \tilde{\mathbf{x}}_a = -\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a , \quad (3.38)$$

ou seja,

$$\tilde{\mathbf{x}}_a^T (\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c + \mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a) \tilde{\mathbf{x}}_a = 0 . \quad (3.39)$$

Como o desvio dos estados, $\tilde{\mathbf{x}}_a$, tende a zero somente quando o tempo tende ao infinito para um sistema estável em malha fechada, para que a Equação (3.39) seja válida para quaisquer instantes de tempo, tem-se que:

$$g = \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_c + \mathbf{Q} + \mathbf{C}_a^T \mathbf{K}_a^T \mathbf{R} \mathbf{K}_a \mathbf{C}_a = 0 . \quad (3.40)$$

A Equação (3.40) é chamada de Equação de Lyapunov, a qual é uma equação matricial simétrica linear, onde deseja-se calcular \mathbf{P} a partir de \mathbf{K}_a e \mathbf{Q} conhecidos. Dessa forma, para o cálculo de \mathbf{P} é necessário conhecer \mathbf{K}_a , e a partir disso, encontrar o valor da função J a ser minimizada. No entanto, \mathbf{K}_a é a matriz de ganhos que, de fato, é uma variável a ser calculada para que o valor de J seja mínimo. Assim, define-se uma matriz de ganhos iniciais \mathbf{K}_0 que estabiliza o sistema e, a partir da mesma, \mathbf{P} e J são atualizados

de forma sucessiva.

O valor de $\tilde{\mathbf{x}}(0)$ é encontrado a partir da hipótese de que a condição inicial do sistema é nula para o problema de rastreio, ou seja, $\mathbf{x}(0) = 0$. Assim, a partir da Equação (3.19) tem-se que:

$$\tilde{\mathbf{x}}_a(0) = -\bar{\mathbf{x}}_a , \quad (3.41)$$

portanto, substituindo esse valor no ID da Equação (3.36) obtém-se a seguinte expressão:

$$J = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{x}}_a^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}_a + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{e}} = \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{P} \mathbf{X}) + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{V} \bar{\mathbf{e}} , \quad (3.42)$$

onde \mathbf{X} é definido pela seguinte equação

$$\mathbf{X} \equiv \bar{\mathbf{x}}_a \bar{\mathbf{x}}_a^T = \mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c r_0^2 \mathbf{B}_c^T \mathbf{A}_c^{-T} , \quad (3.43)$$

em que, $\mathbf{A}_c^{-T} = (A_c^{-1})^T$.

Portanto, o problema de otimização consiste em minimizar a função índice de desempenho, J , da Equação (3.42) em termos do vetor de ganhos \mathbf{K}_a sujeito à restrição de igualdade (3.40) e às Equações (3.29) e (3.43). Note que este processo consiste em converter o problema de cálculo variacional de minimizar o funcional da Equação (3.32), no problema de minimização da função da Equação (3.42).

3.3.3.1 Observações acerca da matriz Q

Conforme definido anteriormente, $\mathbf{Q} = \mathbf{H}_a^T \mathbf{H}_a$, onde \mathbf{H}_a é uma matriz conhecida que define quais variáveis são rastreadas. Embora essa afirmação seja válida para a formulação do problema de otimização, a escolha da matriz \mathbf{Q} dessa maneira faz com que o sistema $(\mathbf{A}_a, \mathbf{H}_a)$ seja não observável em malha aberta quando o tamanho da matriz \mathbf{F} é maior do que zero, ou seja, quando existe uma dinâmica associada ao compensador e não somente um ganho. Existem diversas formas de contornar esse problema, sendo uma das a modificação do ID de tal forma que facilite a escolha de \mathbf{Q} . Particularmente, neste trabalho optou-se por modificar \mathbf{Q} de modo a tornar o sistema observável. Assim, assumiu-se $Q(m-2, m-2) = q_{m-2} > 0$, onde $m = n + i$, em que n corresponde ao número de colunas da matriz \mathbf{H}_a , i a um número inteiro que vai de 1 até k , que é o número de linhas da matriz \mathbf{F} . Dessa forma, q_{m-2} é um parâmetro de projeto que pondera os estados da dinâmica dos atuadores.

3.4 ESCOLHA DO COMPENSADOR

Antes de apresentar a escolha dos compensadores é conveniente realizar algumas observações. Conforme apresentado na seção 2.2.9, o vetor de estados da dinâmica lateral é descrito por $\mathbf{x}_{lt} = [y_g \ v_{yb} \ \psi \ r]^T$. Durante o projeto dos compensadores, para o caso específico da dinâmica lateral, verificou-se que a configuração de controle sem realimentação de estados resulta em bons resultados somente para arquiteturas do tipo 0 (sem integrador). Assim, pode-se minimizar o erro em regime permanente, mas não zerá-lo. Da mesma forma, a realimentação de apenas um estado, particularmente, da velocidade angular de guinada, também apresenta resultados semelhantes. Nesse contexto, a inclusão de um integrador resulta em uma das seguintes situações:

- O sistema converge assintoticamente para o valor comandado de maneira muito lenta;
- A atuação de controle é muito agressiva e pequenos distúrbios podem tornar o sistema em malha fechada instável.

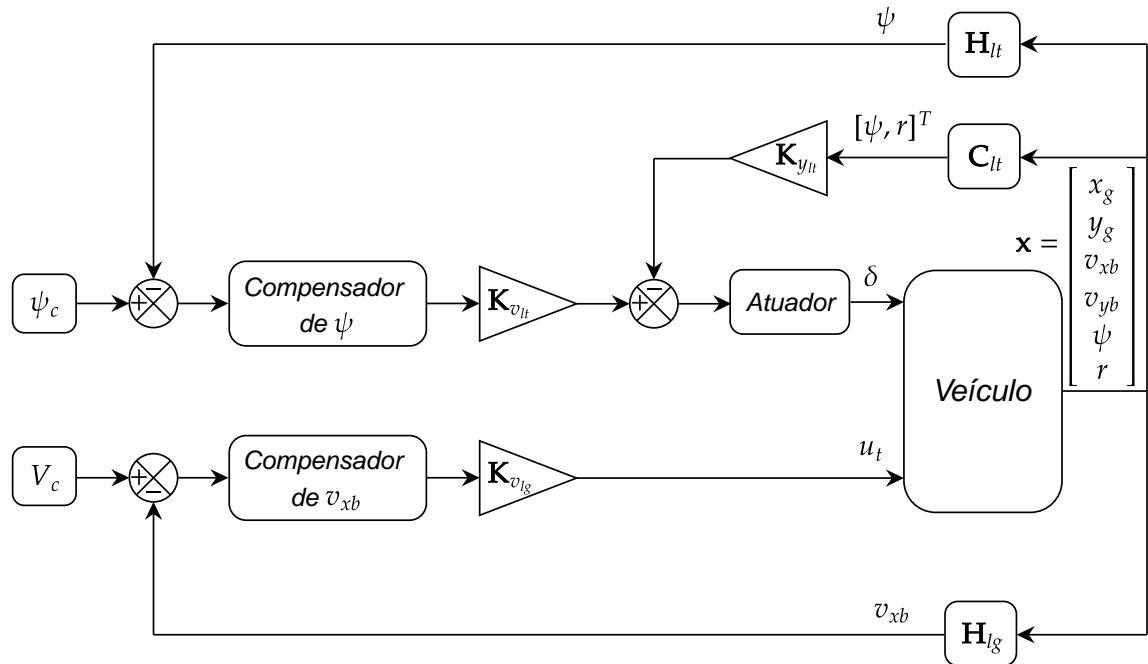
Entretanto, essas situações não ocorrem quando realimenta-se internamente a velocidade angular de guinada r em conjunto com o ângulo de guinada ψ . Assim, com o intuito de obter boas respostas transitórias, e erro em regime permanente nulo para uma entrada ao degrau com magnitude r_0 , optou-se por utilizar um compensador de avanço de fase com integrador, realimentando internamente r e ψ , para o piloto automático de esterçamento, e um compensador PID, sem realimentação interna, para o piloto automático de velocidade.

A Figura 3.5 mostra o diagrama de blocos do sistema com os compensadores do piloto automático de esterçamento e de velocidade, em que ψ_c e V_c correspondem à ψ e v_{xb} comandados, os quais são a magnitude r_0 do degrau aplicado em cada malha. Nesse diagrama estão ocultadas as não linearidades presentes no sistema, como saturações e limitadores de taxa de variação, bem como os atrasos de transporte inseridos na planta. Além disso, como os dois compensadores possuem integradores, é implementado um filtro *anti-windup* para cada um, ou seja, quando a saturação é atingida interrompe-se a integração do erro para evitar o efeito de *windup*.

3.4.1 Compensador de ψ

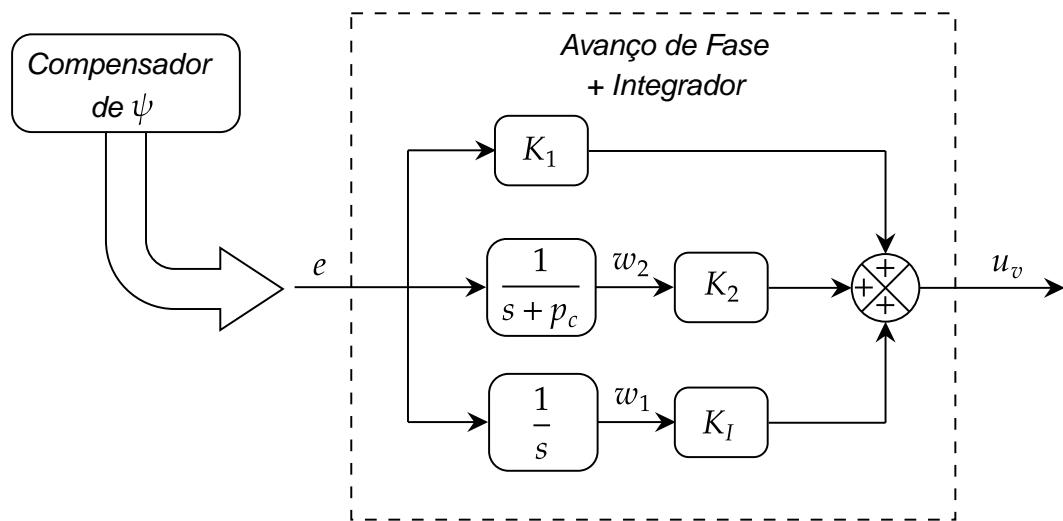
O bloco referente ao compensador de ψ é apresentado em detalhes na Figura 3.6. Nessa figura, o erro e é a entrada do bloco do compensador e u_v é a saída com a inclusão dos ganhos. A função de transferência deste sistema, tal como é apresentado na figura, é descrita pela Equação (3.44),

Figura 3.5 – Diagrama de blocos do sistema com os compensadores do piloto automático de esterçamento e velocidade.



Fonte: Autor.

Figura 3.6 – Diagrama de blocos do compensador de avanço de fase com integrador.



Fonte: Autor.

$$\frac{u_v(s)}{e(s)} = K_1 + K_2 \frac{1}{s + p_c} + K_I \frac{1}{s} \quad (3.44)$$

onde $p_c = 100$ é a localização escolhida para o polo no plano complexo, e a posição do zero pode ser encontrada a partir dessa equação como $z_c = p_c + K_2/K_1$. Assim, pode-

se representar o sistema no espaço de estados, conforme as Equações (3.45) e (3.46).

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -p_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (3.45)$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} e \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (3.46)$$

Portanto, as matrizes \mathbf{F}_{lt} , \mathbf{G}_{lt} , \mathbf{D}_{lt} e \mathbf{J}_{lt} que descrevem o compensador de avanço de fase com integrador são:

$$\mathbf{F}_{lt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -p_c \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$$\mathbf{G}_{lt} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{D}_{lt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$\mathbf{J}_{lt} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

E os ganhos são agrupados no vetor $\mathbf{K}_{v_{lt}}$, definido por:

$$\mathbf{K}_{v_{lt}} = [K_1 \ K_I \ K_2] \quad (3.51)$$

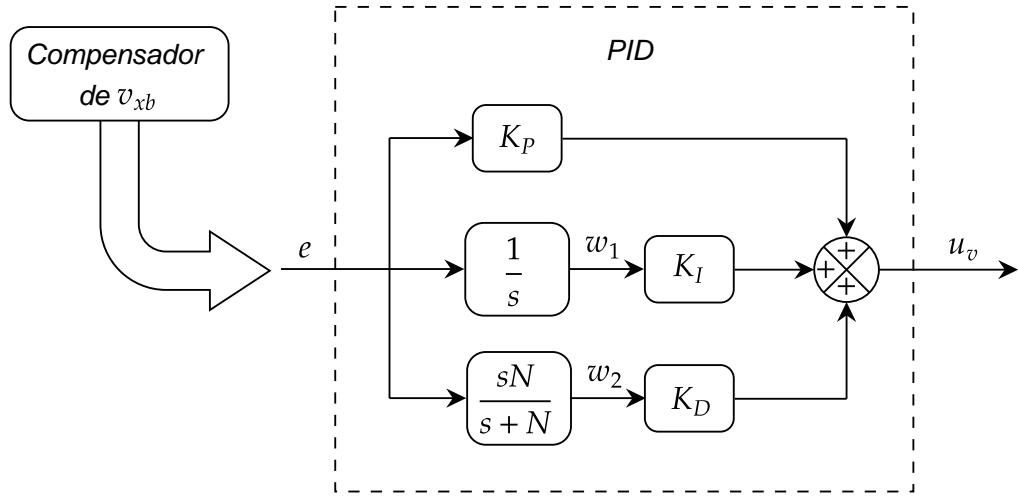
3.4.2 Compensador de v_{xb}

De forma semelhante, o compensador de v_{xb} é apresentado na Figura 3.7. A variável N apresentada nessa figura corresponde ao coeficiente do filtro derivativo. Para esse projeto foi tomado $N = 100$.

A representação no espaço de estados é então descrita conforme as Equações (3.52) e (3.53).

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} \dot{w}_1 \\ \dot{w}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (3.52)$$

Figura 3.7 – Diagrama de blocos do compensador PID.



Fonte: Autor.

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} e \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -N^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ N \end{bmatrix} e \quad (3.53)$$

Com isso, as matrizes que descrevem o compensador e os ganhos são escritas como:

$$\mathbf{F}_{lg} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -N \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

$$\mathbf{G}_{lg} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{D}_{lg} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -N^2 \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{J}_{lg} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ N \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{K}_{v_{lg}} = [K_P \ K_I \ K_D] \quad (3.58)$$

3.4.3 Implementação em MATLAB/Simulink

A implementação do algoritmo de controle foi feita nos programas MATLAB e Simulink. Os seguintes passos compreendem, resumidamente, a lógica do processo:

- Criou-se uma função principal, na qual foram definidos os parâmetros constantes da dinâmica;
- Calculou-se, nessa função, as matrizes de influência dos estados e controles, apresentadas anteriormente nas Equações (2.88), (2.89), (2.94) e (2.95). Na sequência, montou-se a matriz aumentada da dinâmica lateral, incluindo a dinâmica do atuador, conforme a Equação (2.97);
- Uma outra função foi criada para o cálculo do ganhos dos controles. Nessa função, definiu-se, primeiramente, as matrizes F , G , D e J , que caracterizam a arquitetura de controle escolhida. Na sequência, definiu-se um vetor de ganhos como estimativa inicial para o cálculo dos ganhos estabilizantes. Depois, criou-se o sistema aumentado (Equações (3.9) a (3.12)). Implementou-se, na sequência, uma subfunção que calcula o índice de desempenho da Equação (3.42), onde P é calculado através da função *lyap()* do MATLAB. As matrizes de ponderação foram então especificadas e, por fim, os ganhos foram calculados a partir da função *fminsearch* do MATLAB, que utiliza o método Nelder-Mead como algoritmo de otimização;
- Na função principal, definiu-se o vetor de condições iniciais \mathbf{x}_0 ,

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_g(0) & y_g(0) & v_{xb}(0) & v_{yb}(0) & \psi(0) & r(0) \end{bmatrix}.$$

Assumiu-se que o veículo partiu de uma condição sem deslocamentos laterais, com velocidade constante de 4 km/h, partindo-se de $x_g(0) = y_g(0) = 0$. Portanto, $\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ (4/3, 6) \ 0 \ 0 \ 0]$;

- De forma semelhante, definiu-se um vetor para as condições iniciais dos controles, $\mathbf{u}_0 = [\delta(0) \ u_t(0)]$. Com base na Equação (2.72) da dinâmica longitudinal, para v_{xb} constante e igual a 4 km/h, tem-se que $u_t = 0,355$. Portanto, $\mathbf{u}_0 = [0 \ 0,355]$;
- Uma função de dinâmica foi criada para calcular as derivadas dos estados, forças e momentos e escorregamentos laterais (Equações (2.73) a (2.85)), com base nas condições iniciais do problema;
- Por fim, implementou-se o programa no Simulink, conforme o diagrama de blocos da Figura 3.6. Tal programa foi chamado pela função principal, onde foi feito o pós-processamento.

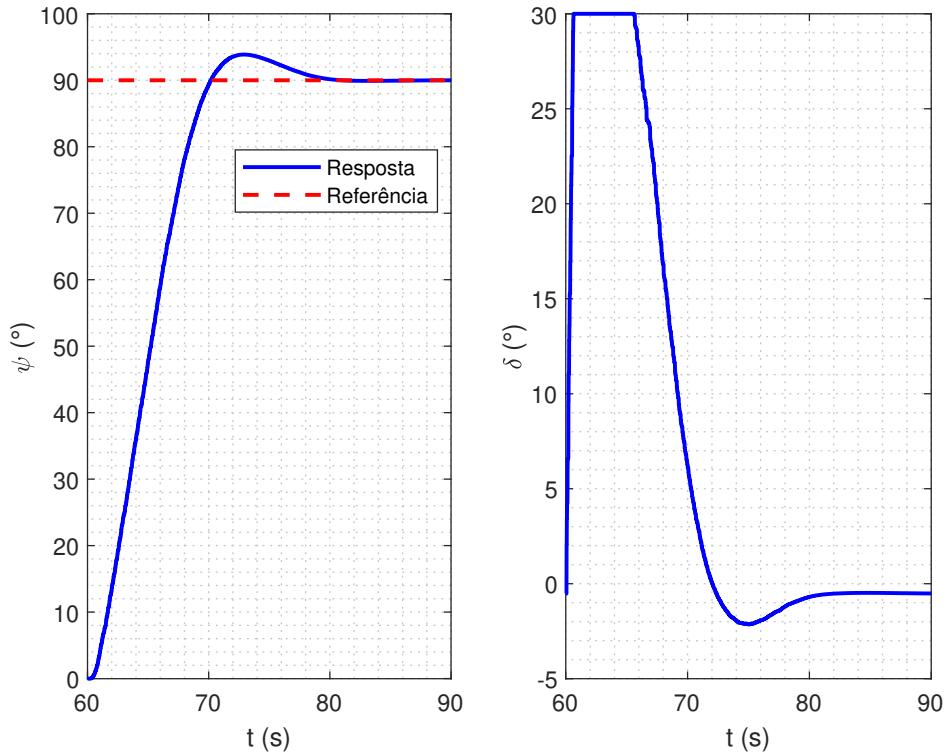
3.4.4 Resposta ao Degrau

A partir das respostas de ψ e v_{xb} ao degrau é possível verificar os requisitos de desempenho **R4**, **R5** e **R6** estabelecidos na seção 3.1. É importante lembrar que, conforme apresentado nesta seção, realiza-se a verificação final dos requisitos a partir das simulações no *Vortex Studio*. Nesse sentido, as Figuras 3.8 e 3.9 mostram os resultados de simulações no *Vortex Studio* das respostas de ψ para um degrau com magnitude de 90° e de v_{xb} para um degrau com magnitude de 4 km/h , respectivamente, onde os ganhos dos controles são apresentados nas Equações (3.59) e (3.60). As atuações de controle δ e u_t também são apresentadas nessas figuras.

$$\mathbf{K}_{a_{lg}} = \mathbf{K}_{v_{lg}} = [0.1623 \ 0.0336 \ -0.0189] \quad (3.59)$$

$$\mathbf{K}_{a_{lt}} = [\mathbf{K}_{y_{lt}} \ \mathbf{K}_{v_{lt}}] = [0.6906 \ 1.0729 \ 1.3640 \ 0.4972 \ -11.6598] \quad (3.60)$$

Figura 3.8 – Resposta de ψ e δ para um degrau com 90° de magnitude.

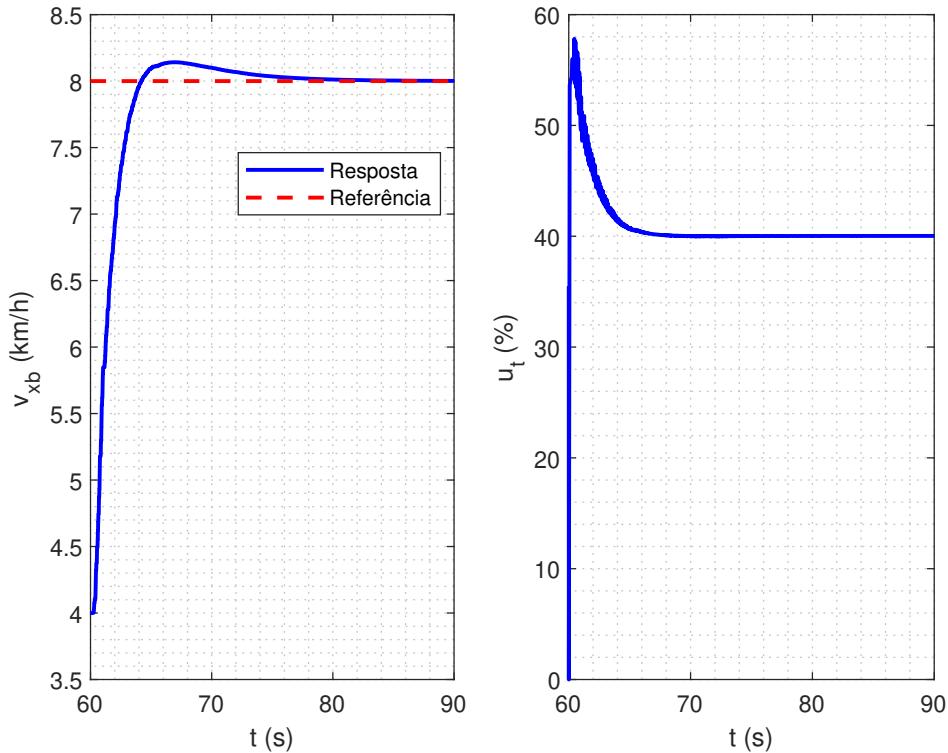


Fonte: Autor.

As informações relevantes para a verificação dos requisitos e para interpretação dos sistemas são apresentadas nas Tabelas 3.2 e 3.3.

Em relação ao desempenho transitório observa-se que, tanto para o piloto automá-

Figura 3.9 – Resposta de v_{xb} e u_t para um degrau com 4 km/h de magnitude.



Fonte: Autor.

Tabela 3.2 – Resultados extraídos da resposta de ψ ao degrau.

Parâmetro	Valor	Unidade
Sobressinal	4,29	%
Tempo de acomodação	17,83	s
Amortecimento (ζ)	0,7078	—
Frequência natural (ω_n)	0,317	rad/s

Fonte: Autor.

Tabela 3.3 – Resultados extraídos da resposta de v_{xb} ao degrau.

Parâmetro	Valor	Unidade
Sobressinal	1,77	%
Tempo de acomodação	10,65	s
Amortecimento (ζ)	0,476	—
Frequência natural (ω_n)	0,7823	rad/s

Fonte: Autor.

tico de esterçamento quanto para o de velocidade, o sobressinal é menor do que 10% e, portanto, os dois compensadores atendem ao requisito **R6**. Os requisitos **R4** e **R5** também são verificados, visto que, o tempo de acomodação do controle de esterçamento é menor do que 20s e o de velocidade menor do que 15s. Também, o valor do erro em regime

permanente é nulo para ambos os sistemas, respeitando assim o requisito **R3**.

A razão de amortecimento ζ para os dois sistemas em malha fechada é menor do que 1, o que é típico de um sistema subamortecido. A variação desse termo impacta no sobressinal das respostas, sendo que para uma mesma frequência natural a diminuição de ζ provoca um aumento do sobressinal. As frequências naturais, por sua vez, não influenciam no sobressinal, mas nos tempos de subida e de acomodação das respostas. Frequências naturais maiores resultam em uma resposta mais rápida, que por sua vez está associada a maiores ganhos e amplitudes de atuação dos controles.

3.5 ESTABILIDADE EM MALHA FECHADA

Embora os requisitos de desempenho sejam muito importantes para uma análise qualitativa dos sistemas de controle, não é possível obter informações à respeito da estabilidade do sistema na presença de distúrbios e incertezas no modelo através dos mesmos. Nesse sentido, a análise de estabilidade do sistema em malha fechada é fundamental.

Conforme discutido ao longo deste trabalho, inúmeras simplificações no modelo da planta de controle são feitas para possibilitar a obtenção de uma relação linear entre as entradas e as saídas do sistema. No entanto, os sistemas reais possuem diversas complexidades e uma relação linear entre a entrada e a saída de um sistema não ocorre na prática. Por exemplo, dinâmicas de alta ordem dos subsistemas do veículo não são modeladas, mas existem na realidade e podem adicionar atrasos de transporte grandes o suficiente para tornar o sistema instável. Alguns eventos estocásticos como a presença de ruídos de medida ou a própria degradação de componentes ao longo do tempo também impactam no sistema e podem torná-lo instável em malha fechada. Além disso, não é possível identificar todas as forças externas que atuam sobre o veículo. Com isso, existem incertezas tanto nas entradas do sistema, quanto na forma com que o sistema responde às mesmas.

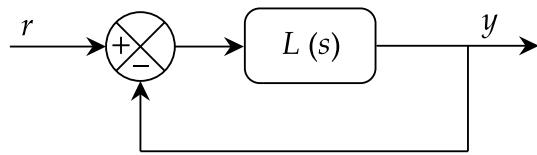
Dessa forma, apesar do modelo linear se comportar de maneira semelhante ao modelo de simulação implementado no *Vortex Studio*, não se pode garantir que isso ocorra em regiões fora daquela em que o sistema foi linearizado. Ainda, por mais complexo que seja o modelo do *Vortex Studio*, vão existir discrepâncias com relação ao modelo real do veículo. Assim, as incertezas entre os modelos de simulação podem somar-se com as do veículo real, resultando em desempenhos ruins ou até mesmo instabilidade.

3.5.1 Margens Clássicas

Uma maneira direta de solucionar esse problema é simplesmente adicionar margem ao projeto do sistema de controle. Ou seja, além de alcançar a estabilidade em malha fechada excede-se por um certo valor. De fato, isto resume o significado das margens clássicas. Por exemplo, se a margem de ganho for 8 dB e a margem de fase 50°, o sistema mantém-se estável mesmo na presença de distúrbios com até 8 dB de magnitude ou atrasos de fase de até 50° nas frequências especificadas, aplicados de forma não simultânea no sistema.

Antes de apresentar os diagramas de Bode do sistema, é importante notar que o diagrama de blocos da Figura 3.5, apresentado anteriormente na seção 3.4, pode ser reduzido conforme a Figura 3.10, onde $L(s)$ corresponde à função de transferência de malha aberta que inclui a planta, o controle e os filtros presentes no sistema.

Figura 3.10 – Diagrama de blocos simplificado do sistema em malha fechada.



Fonte: Autor.

A partir desse diagrama, a função de transferência de malha fechada é simplesmente:

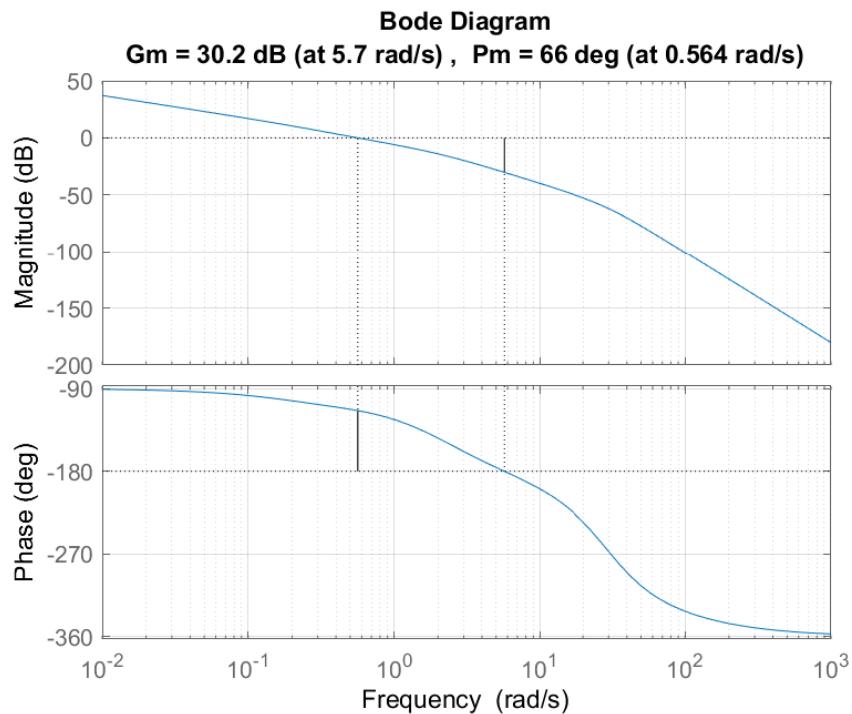
$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (3.61)$$

Pode-se dizer que o sistema é estável em malha fechada se o denominador da Equação (3.61) for diferente de zero, ou seja, se $L(s) \neq -1$. Em outras palavras, para que o sistema seja estável todas as raízes do polinômio característico $1 + L(s) = 0$ devem ter parte real negativa. Assim, se $L(s)$ for estável, o sistema em malha fechada $T(s)$ também é.

Tendo em vista a análise de $L(s)$ pode-se traçar o diagrama de Bode dessa função para cada um dos sistemas de controle. As Figuras 3.11 e 3.12 mostram o diagrama de Bode, com indicação das margens clássicas, para o controle de esterçamento e de velocidade, respectivamente.

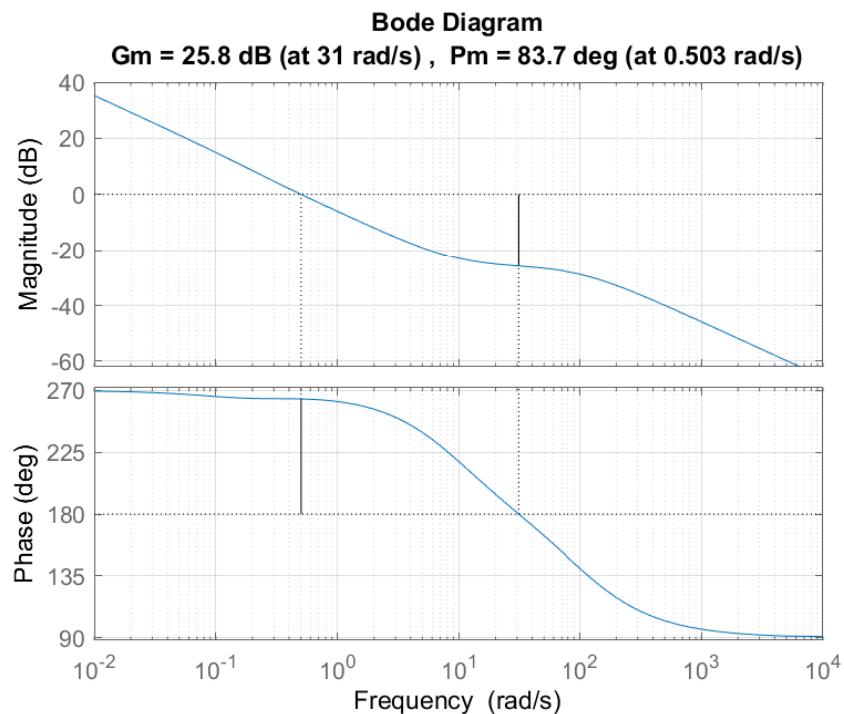
Pode-se dizer que, para uma análise inicial, margens de ganho e de fase maiores do que 6 dB e 45°, respectivamente, são bons indicadores de robustez do sistema. Nesse caso, as margens de ganho para os sistemas de controle de esterçamento e velocidade são 30,2 dB e 25,8 dB e as de fase 66° e 83,7°, respectivamente. Portanto, ambos possuem

Figura 3.11 – Diagrama de bode com indicação de margens de fase e ganho para a função de transferência de malha aberta do sistema com piloto automático de esterçamento.



Fonte: Autor.

Figura 3.12 – Diagrama de bode com indicação de margens de fase e ganho para a função de transferência de malha aberta do sistema com piloto automático de velocidade.



Fonte: Autor.

certa robustez com base nas margens clássicas.

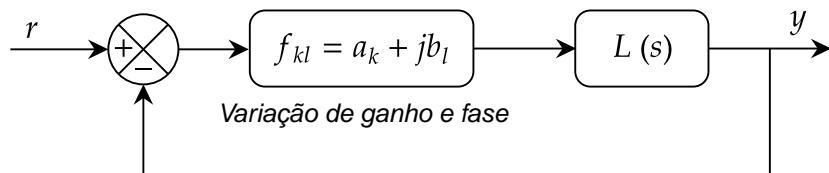
Embora as margens clássicas sejam úteis para verificar a robustez de um sistema, elas não levam em consideração a combinação da adição de ganhos e atrasos de transporte no sistema, apenas um desses de forma independente. Ou seja, o sistema pode ter margem de ganho infinita e uma margem de fase considerável, mas quando aplica-se um distúrbio com certa magnitude e atraso de fase, menores do que as margens e de forma simultânea, o mesmo pode tornar-se instável. Além disso, as margens clássicas não são bons indicadores para sistemas que possuem múltiplas entradas e saídas. Assim, é mais conveniente verificar a robustez do sistema de controle através da margem de disco.

3.5.2 Margem de Disco

Esta seção baseia-se no trabalho desenvolvido por Seiler, Packard e Gahinet (2020), onde são apresentados em detalhes os conceitos e as deduções referentes a análise da margem de disco de um sistema.

A Figura 3.13 ilustra o diagrama de blocos do sistema com a inclusão de uma função f_{kl} que varia os ganhos e as fases de forma simultânea. Essa função é simplesmente um número complexo com parte real a_k e parte imaginária b_l .

Figura 3.13 – Diagrama de blocos simplificado com a inclusão de uma função de distúrbio f_{kl} .



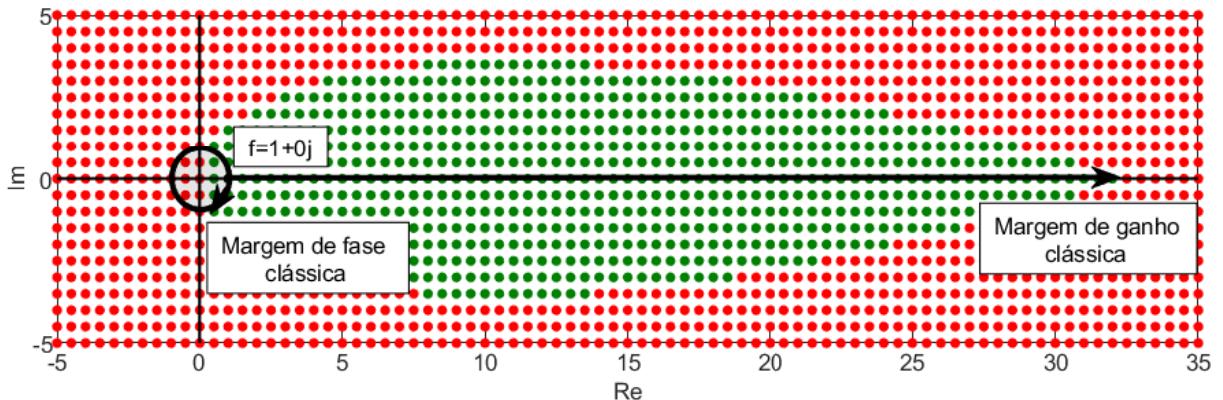
Fonte: Autor.

Com o intuito de verificar quais combinações geram instabilidade no sistema, varre-se f_{kl} variando os índices k e l , gerando assim um conjunto de pontos a_k e b_l . Nesse sentido, após a multiplicação de f_{kl} por $L(s)$ analisa-se a estabilidade do sistema através do critério de Nyquist e, com isso, obtém-se um conjunto de pontos estáveis e instáveis no plano complexo. É importante ressaltar que a multiplicação de f_{kl} por $L(s)$ resulta em um sistema não-realizável, porém, para fins de análise isso é válido.

A Figura 3.14 mostra os pontos estáveis, denotados por círculos verdes, e instáveis, denotados por círculos vermelhos, no plano complexo para uma varredura de f_{kl} em relação ao sistema de controle de esterçamento.

O ponto em que não há perturbações é denotado por $f = 1 + 0j$. A margem de ganho clássica de 30,2 dB, apresentada anteriormente, é a medida no eixo real a partir

Figura 3.14 – Pontos estáveis e instáveis no plano complexo para a varredura de f_{kl} em relação ao sistema de controle de esterçamento.



Fonte: Autor.

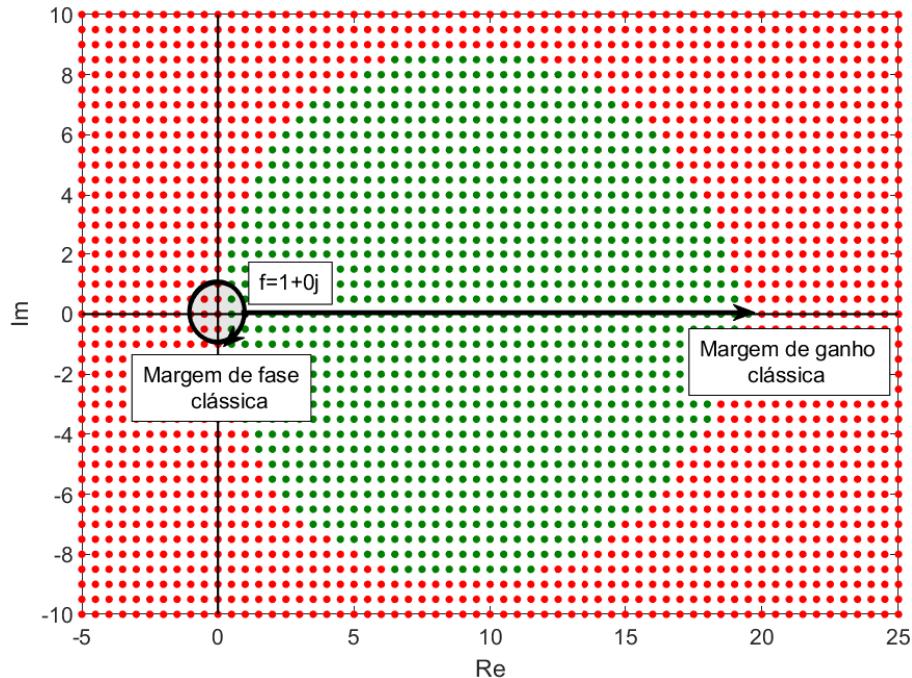
de $f = 1 + 0j$ até o valor máximo em que a estabilidade é garantida para perturbações somente de ganho, representado pela seta horizontal. Já, a margem de fase clássica de 66° é a medida angular no círculo unitário a partir de $f = 1 + 0j$ até o valor máximo em que a estabilidade é garantida para perturbações somente de fase. Conforme discutido anteriormente, esses valores são relativamente altos, porém, se a combinação for, por exemplo, $f = 3 - 3,5j$ tem-se um ganho de apenas $4,6 \text{ dB}$ com um atraso de fase de $40,6^\circ$, o que resulta em um atraso de transporte de $0,81 \text{ s}$ na frequência de corte de $0,87 \text{ rad/s}$. Nesse caso, essa combinação resulta em um sistema instável e, com isso, torna-se necessário um critério de estabilidade mais conservador.

De forma semelhante, a Figura 3.15 mostra a mesma varredura de pontos para o sistema de controle de velocidade.

Com base nas Figuras 3.14 e 3.15 pode-se definir a margem de disco. O disco $D(e, \alpha)$ é simplesmente o maior círculo possível dentro da região de pontos estáveis (Pontos verdes) em que e é a excentricidade do disco, ou simplesmente uma distância entre o centro do disco e o ponto nominal $f = 1 + 0j$, e α é a margem de disco, que pode ser considerado como uma medida de tamanho do disco. As Figuras 3.16 e 3.17 referem-se a uma ampliação das Figuras 3.14 e 3.15, onde os discos estão representados na cor azul claro.

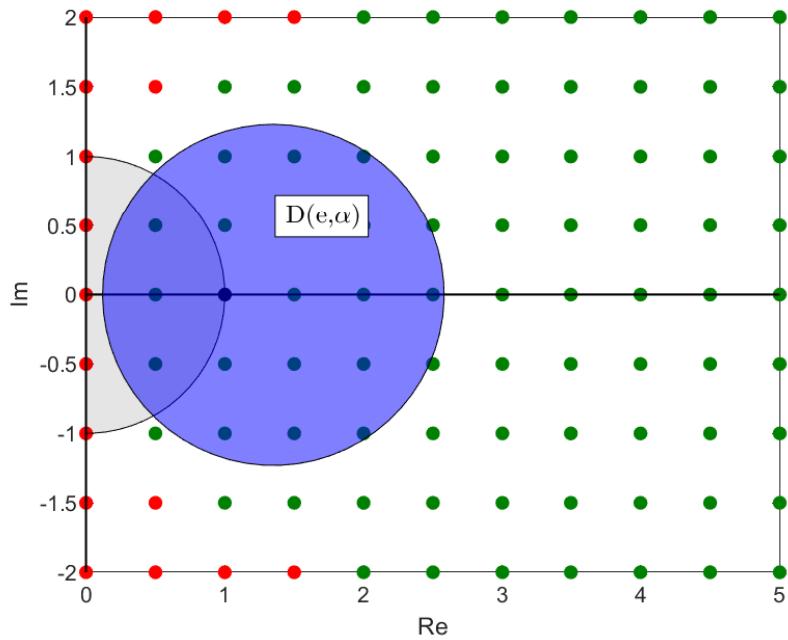
Nesse caso $e = 0$ para os dois sistemas, mas caso a faixa de combinações de ganho e fase das perturbações seja previamente conhecida, pode-se variar e , de modo que se o mesmo for mais positivo, ou seja, se o disco se deslocar para direita no eixo real, a margem de fase diminui e a de ganho aumenta e vice-versa. A combinação de ganhos tolerada vai da extremidade esquerda do disco até a extremidade direita. Já, a combinação de fases vai do ponto $f = 1 + 0j$ até a intersecção entre o círculo unitário e o disco. Assim, o critério de estabilidade com base na margem de disco pode ser alterado com a variação de e , fazendo com que os intervalos das margens de ganho e de fase sejam maiores ou

Figura 3.15 – Pontos estáveis e instáveis no plano complexo para a varredura de f_{kl} em relação ao sistema de controle de velocidade.



Fonte: Autor.

Figura 3.16 – Margem de disco para o sistema de controle de esterçamento.

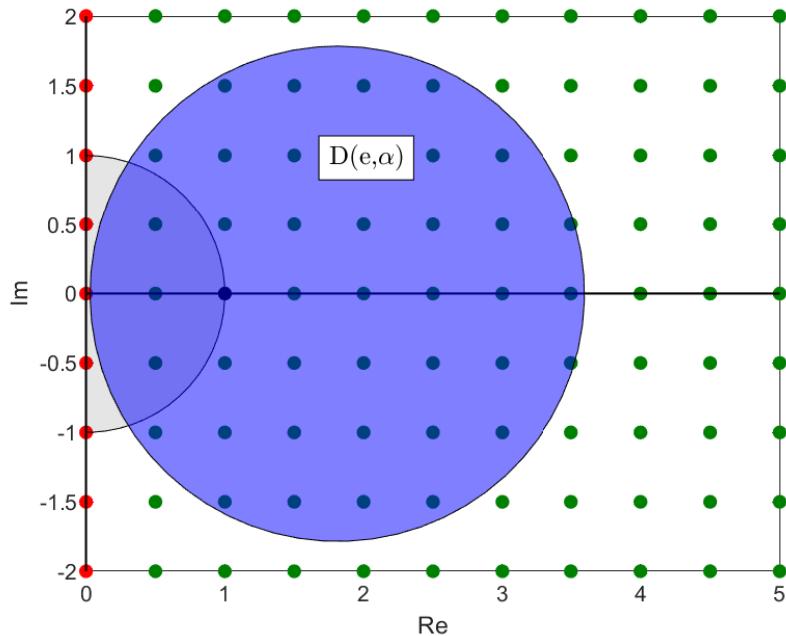


Fonte: Autor.

menores quando o disco desloca-se para a direita ou para a esquerda. Os resultados das margens de disco são resumidos nas Tabelas 3.4 e 3.5.

Observa-se que o sistema de controle de velocidade apresenta bastante robustez

Figura 3.17 – Margem de disco para o sistema de controle de velocidade.



Fonte: Autor.

Tabela 3.4 – Resultados da análise do disco para o sistema de controle de velocidade.

Parâmetro	Valor	Unidade
Margem de Ganho	[0, 2381 4, 1994]	dB
Margem de Fase	[-63, 2112 63, 2112]	graus
α	1, 2307	—
e	0	—
Frequência angular	0, 8707	rad/s

Fonte: Autor.

Tabela 3.5 – Resultados da análise do disco para o sistema de controle de velocidade.

Parâmetro	Valor	Unidade
Margem de Ganho	[0, 0569 17, 5818]	dB
Margem de Fase	[-83, 4894 83, 4894]	graus
α	1, 7847	—
e	0	—
Frequência angular	0, 9304	rad/s

Fonte: Autor.

tanto em relação à magnitude das perturbações quanto aos atrasos de transporte, visto que o mesmo tolera um ganho de aproximadamente 17,6 dB combinado com um atraso de fase de cerca de 83,5°. Nesse caso, os valores são muito semelhantes aos das margens clássicas, com uma diferença de 8,2 dB na margem de ganho e apenas 0,2° na margem de fase. Já, o sistema de controle de esterçamento possui robustez considerável em relação

aos atrasos de transporte, com uma margem de fase de $63,2^\circ$, a qual difere em apenas $5,8^\circ$ da margem de fase clássica. No entanto, a margem de ganho de $4,2 \text{ dB}$ difere consideravelmente da margem clássica de $30,2 \text{ dB}$. Com isso, pode-se afirmar que dentro dos limites apresentados nas Tabelas 3.4 e 3.5 o sistema mantém-se estável em malha fechada.

Mais detalhes referentes à estabilidade em malha fechada do sistema são apresentados no capítulo 4, onde são mostrados os resultados das simulações com a adição de distúrbios de entrada, de saída e de medida e as variações paramétricas na planta.

3.6 ALGORITMO DE GERAÇÃO DE REFERÊNCIA

Nesta seção apresenta-se um algoritmo de geração de referência baseado em pontos de trajeto predeterminados, os quais definem uma trajetória a ser rastreada. Especificamente, trata-se do algoritmo *Lookahead-Based Line of Sight Steering* (LOS) apresentado por Jensen (2011). Nesse caso, o ângulo de referência desejado ψ_d , que é igual ao ângulo comandado ψ_c apresentado anteriormente, é separado em duas partes conforme a Equação (3.62),

$$\psi_d(e) = \psi_p + \psi_r(e) \quad (3.62)$$

em que

$$\psi_p = \alpha_k \quad (3.63)$$

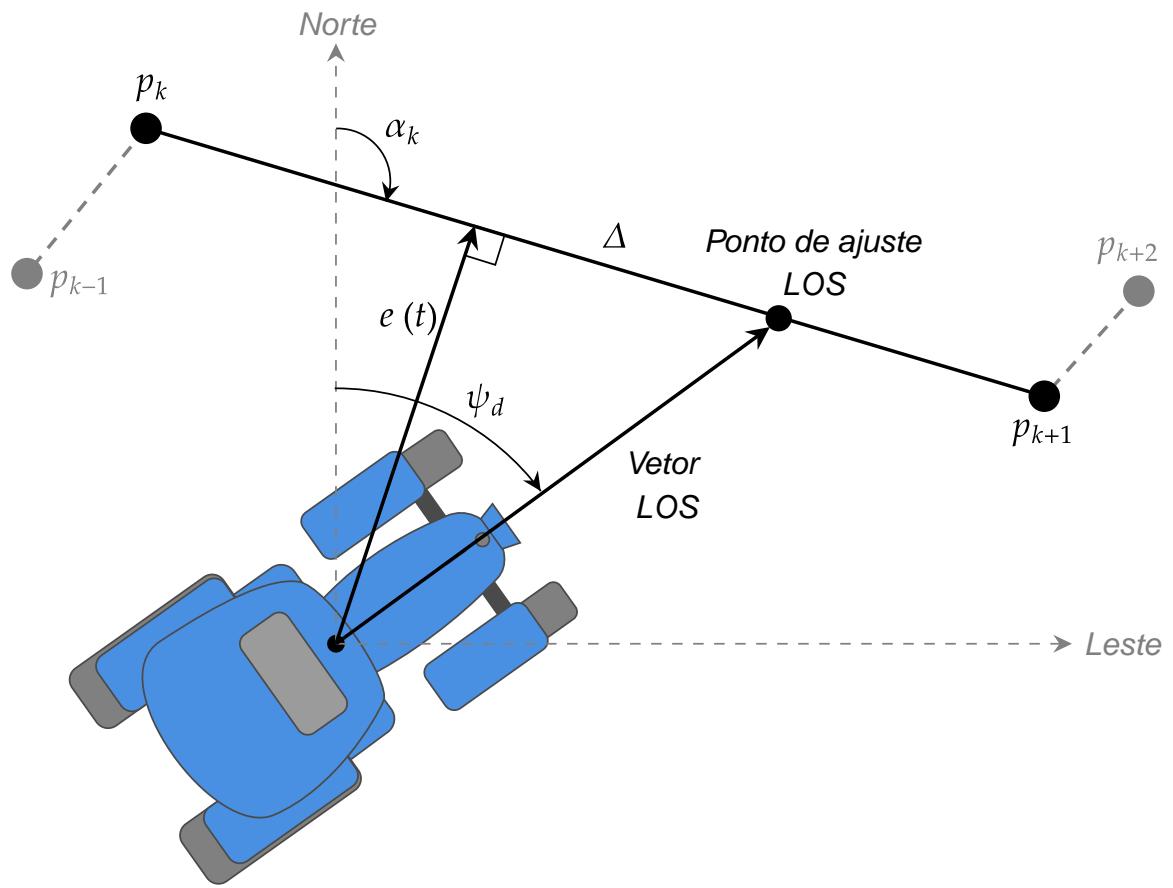
$$\psi_r(e) = \arctan\left(\frac{-e(t)}{\Delta}\right). \quad (3.64)$$

O ângulo α_k é mostrado na Figura 3.18 e corresponde ao ângulo entre a linha que define a trajetória e o eixo “Norte” fixo no veículo. A linha de trajetória no instante de rastreio é simplesmente a distância entre os pontos p_k e p_{k+1} . O ângulo ψ_r , por sua vez, corresponde ao ângulo formado entre o vetor $e(t)$ e o vetor que vai da origem do sistema de referência mostrado na Figura 3.18 e o ponto de ajuste.

A distância Δ pode ser escolhida arbitrariamente e afeta a sensibilidade do esterçamento. Ou seja, quanto menor é Δ , mais agressivo é o esterçamento. É importante observar que a escolha de Δ está diretamente relacionada com a velocidade de translação do veículo e a distância entre os pontos de trajeto escolhidos.

A Figura 3.19 apresenta o diagrama de blocos do sistema de guiagem. Os dados de entrada correspondem aos pontos de trajeto escolhidos previamente e às posições iniciais x_g e y_g , as quais são saídas da dinâmica do veículo. Com base nesses dados de

Figura 3.18 – Pontos de trajeto do algoritmo de linha visada com distância de visada Δ e ângulo tangente ao trajeto α_k .

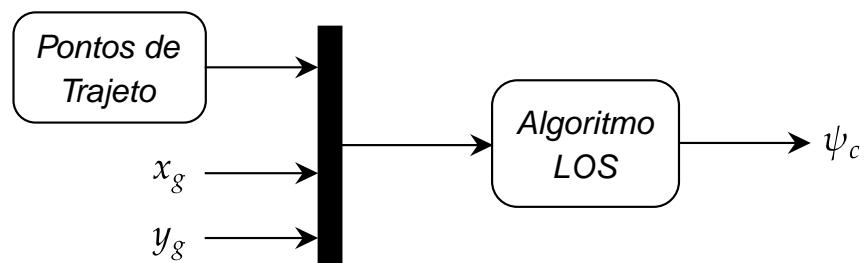


Fonte: Autor.

entrada, a distância entre a posição atual do veículo e o próximo ponto a ser rastreado é calculada da seguinte forma:

$$d_h(t) = \sqrt{(x_g(t) - x_{k+1})^2 + (y_g(t) - y_{k+1})^2}. \quad (3.65)$$

Figura 3.19 – Diagrama de blocos do sistema de guiagem.



Fonte: Autor.

Essa distância varia conforme $x_g(t)$ e $y_g(t)$ variam, ou seja, varia com o tempo. Assim, quanto mais próximo o veículo está do ponto de trajeto, menor é d_h . A distância fixa entre os pontos de trajeto é calculada conforme a Equação (3.66) e é atualizada conforme ocorre a troca dos mesmos.

$$d_k = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (y_{k+1} - y_k)^2} \quad (3.66)$$

A troca dos pontos de trajeto é feita quando a distância $d_r(t)$, calculada conforme a Equação (3.67), atinge um valor crítico definido previamente.

$$d_r(t) = \sqrt{d_h^2(t) - e^2(t)} \quad (3.67)$$

Nessa equação, $e(t)$ é nulo quando $(x_g, y_g) = (x_k, y_k)$ e é calculado da seguinte forma:

$$e(t) = \frac{(y_{k+1} - y_k)(x_k - x_g(t)) - (x_{k+1} - x_k)(y_k - y_g(t))}{d_k} \quad (3.68)$$

4 RESULTADOS DE SIMULAÇÕES

Neste capítulo são apresentados os testes em SIL com o intuito de verificar o desempenho dos sistemas de controle projetados. Primeiramente, realiza-se a verificação do rastreio de uma trajetória, definida com base em pontos de trajeto, semelhante a uma aplicação convencional na agricultura. Na sequência, são inseridos distúrbios, com magnitude e atraso de transporte, ao erro total nas malhas de controle, da mesma forma em que foi mostrado na Figura 3.13, a fim de verificar as margens de estabilidade teóricas apresentadas na seção 3.5. Em seguida, analisa-se a resposta do sistema a variações paramétricas na planta, especificamente, variações de massa e de coeficientes de rigidez dos pneus, os quais são alterados de acordo com o tipo de terreno. A resposta devido aos distúrbios de saída é verificada através da inserção de obstáculos na pista como subidas, descidas e ondulações. Por fim, analisa-se o desempenho dos controladores após a aplicação de ruídos de medida em cada variável realimentada nas malhas de controle.

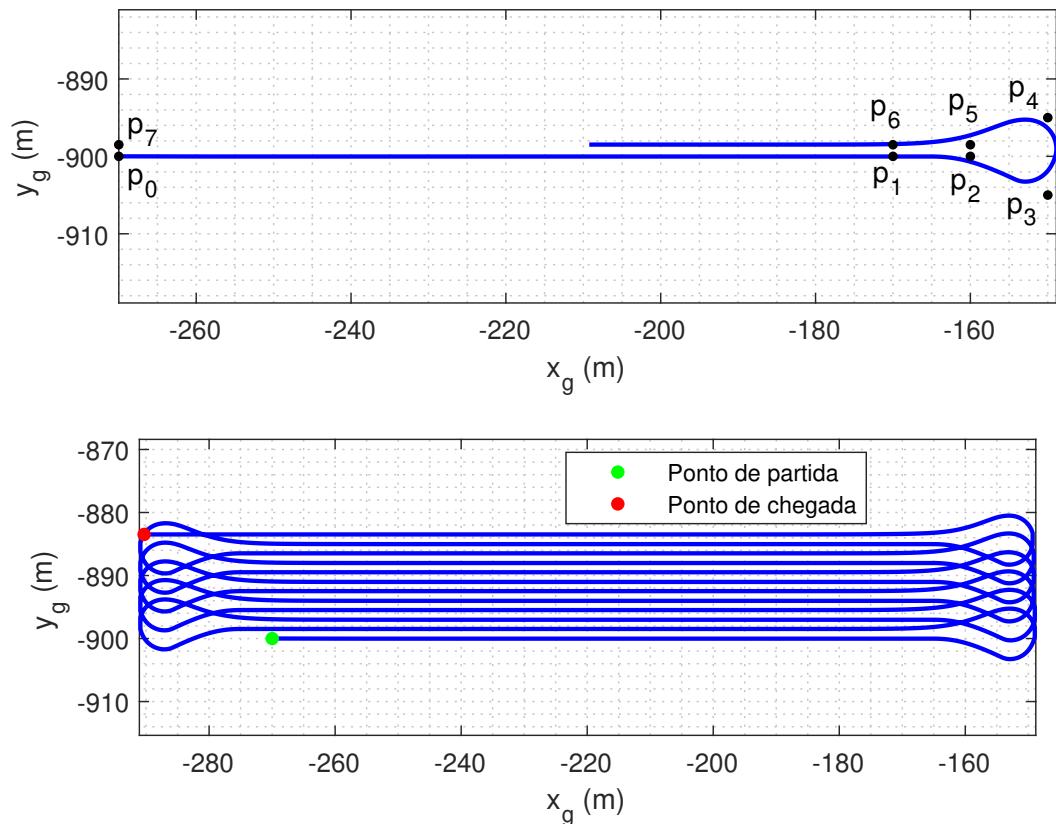
4.1 RASTREIO DE TRAJETÓRIA

Durante aplicações convencionais na agricultura como semeadura, aração e pulverização é comum que o trator percorra uma trajetória retilínea na maior parte do tempo e realize manobras de cabeceira no fim de cada uma, conforme é apresentado na Figura 4.1. Essa figura mostra o percurso realizado pelo trator em uma simulação no *Vortex Studio*, a partir do rastreio de uma referência variável $\psi_c(t)$ gerada pelo algoritmo de rastreio, o qual foi apresentado na seção 3.6. Na primeira imagem são mostrados os oito primeiros pontos de trajeto, denotados por pontos pretos, e a linha de trajetória em azul. Observa-se que o trator mantém uma trajetória retilínea entre p_0 e p_1 que corresponde a, aproximadamente, 100 metros. A partir de p_2 inicia-se a volta de cabeceira e em p_6 retoma-se a trajetória retilínea. A segunda imagem mostra o percurso completo, sendo que os pontos verde e vermelho denotam o início e o fim do trajeto, respectivamente.

Como já era esperado, durante a manobra de cabeceira a linha da trajetória não intercepta os pontos p_2 , p_3 , p_4 e p_5 . Isso ocorre devido à condição adotada para a troca de pontos, estabelecida pela distância d_r , a qual foi apresentada na seção 3.6. De fato, não é realmente necessário que a trajetória intercepte tais pontos, visto que, a manobra de cabeceira ocorre fora das linhas de plantio. Assim, o mais importante é que o trator siga as trajetórias retilíneas com o mínimo de desvio lateral possível.

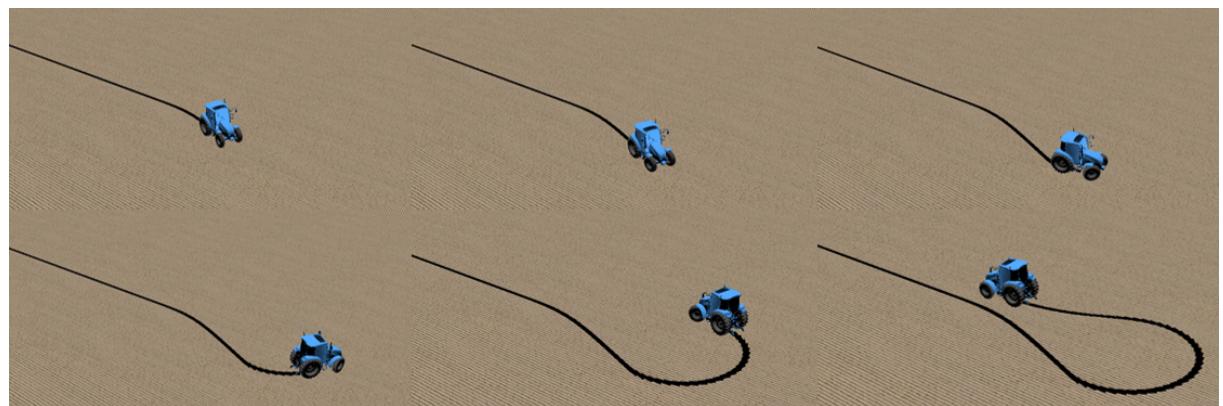
Para uma observação mais intuitiva, a Figura 4.2 mostra um compilado de imagens tridimensionais da trajetória rastreada durante a realização da manobra de cabeceira.

Figura 4.1 – Pontos de trajeto e trajetória percorrida.



Fonte: Autor.

Figura 4.2 – Manobra de cabeceira - *Vortex Studio*.



Fonte: Autor.

4.2 VERIFICAÇÃO DAS MARGENS DE ESTABILIDADE

Na seção 3.5 realizou-se a análise de estabilidade em malha fechada dos dois sistemas de controle. Foi mostrado que a margem de estabilidade pode ser representada por um disco de pontos estáveis, o qual corresponde a uma região no plano complexo. No

entanto, devido às não linearidades presentes no modelo do *Vortex Studio*, é importante verificar as margens de estabilidade através de simulações. Nesse sentido, são aplicados distúrbios com certas magnitudes e atrasos de transporte dentro e fora das regiões de ganho e fase mostradas anteriormente nas tabelas 3.4 e 3.5.

Os testes são realizados de forma separada para cada um dos sistemas de controle. Em ambos, parte-se de uma condição de equilíbrio e insere-se um ganho e um atraso de transporte no sinal do erro. Na sequência, aplica-se um degrau na entrada e verifica-se a resposta das variáveis ψ e v_{xb} para o controle de esterçamento e de velocidade, respectivamente.

4.2.1 Verificação das Margens de Estabilidade do Controle de Esterçamento

Para o controle de esterçamento a magnitude do degrau aplicado foi de 10° . Com relação aos distúrbios, varia-se inicialmente o ganho de $0,83 \text{ dB}$ até $3,52 \text{ dB}$ e mantém-se um atraso de transporte constante de $1,26 \text{ s}$. Na sequência, mantém-se um ganho fixo de $4,08 \text{ dB}$ e varia-se os atrasos de $0,3 \text{ s}$ até $0,9 \text{ s}$. Os resultados são mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Respostas do controle de ψ para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados.

Ganho (mag)	Ganho (dB)	Atraso (s)	Estável?	Sobressinal (%)	ζ	ω_n (rad/s)
1,10	0,83	1,26	Sim	42,81	0,26	1,21
1,30	2,28	1,26	Sim	54,71	0,19	1,74
1,50	3,52	1,26	Sim	68,59	0,12	2,84
1,60	4,08	0,30	Sim	18,12	0,48	1,05
1,60	4,08	0,60	Sim	33,01	0,33	1,22
1,60	4,08	0,90	Sim	47,92	0,23	1,73
2,00	6,02	1,50	Não	-	-	-

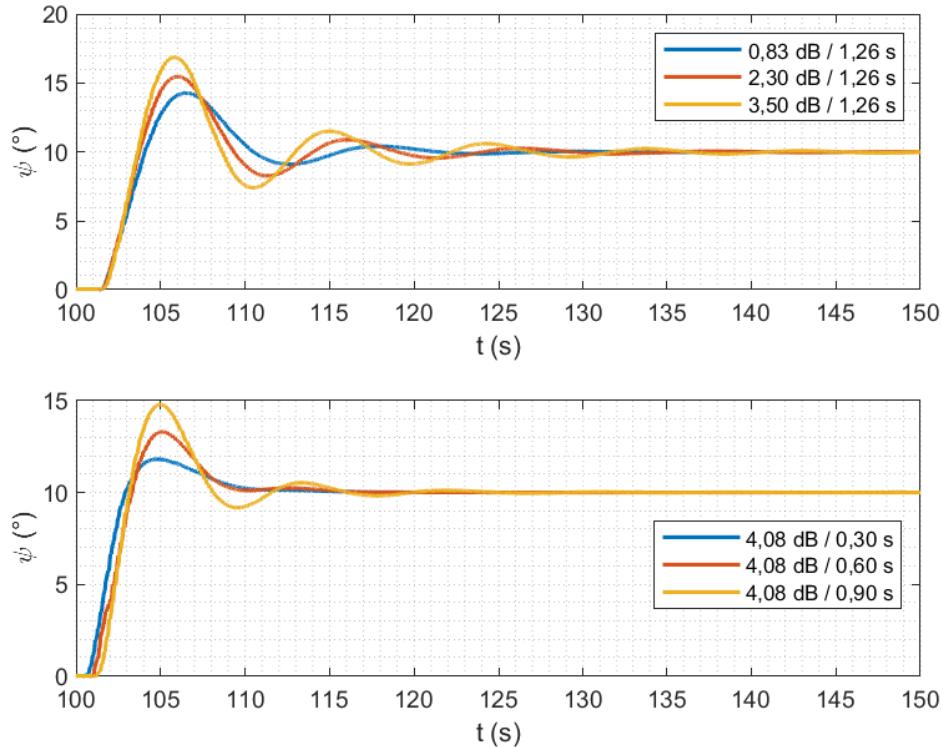
Fonte: Autor.

Observa-se que todos os distúrbios com ganhos e atrasos combinados que estão dentro das faixas delimitadas pela margem de disco, mostradas anteriormente na Tabela 3.4, são estáveis em malha fechada. O único ponto instável corresponde ao distúrbio com ganho de $6,02 \text{ dB}$ e atraso de $1,5 \text{ s}$, o qual está fora da região garantida pela margem de disco. Portanto, os resultados das simulações mostram que a margem de disco teórica para o controle de esterçamento faz sentido.

A Figura 4.3 mostra a resposta ao degrau de ψ com a inclusão dos distúrbios. A combinação de ganho com atraso de fase resulta em um aumento do sobressinal e do tempo de acomodação das respostas. Isso também é verificado através da Tabela 4.1, em que as razões de amortecimento ζ diminuem e as frequências naturais ω_n aumentam

conforme a magnitude das combinações de ganho e atraso aumentam.

Figura 4.3 – Resposta ao degrau de ψ com inclusão de distúrbios combinados.



Fonte: Autor.

Para analisar os efeitos de forma isolada, aplica-se somente um ganho ou um atraso de transporte. Essa análise é útil devido a duas razões: a primeira é que com isso é possível identificar o impacto do ganho e do atraso de transporte na resposta ao degrau de maneira independente, e a segunda refere-se a análise das margens clássicas.

A Tabela 4.2 mostra os resultados da análise isolada. É possível observar que um ganho de 26,02 dB provoca instabilidade no sistema e que o limiar de estabilidade está em cerca de 20 dB, o que corresponde a um valor 1,5 vezes menor do que a margem de ganho clássica teórica. Isso mostra que as não linearidades presentes no modelo acabam “gastando” uma parte da margem de estabilidade, tornando o sistema mais sensível a distúrbios com ganhos consideravelmente menores do que o previsto.

Por outro lado, o atraso de transporte de 2 s gera uma condição de estabilidade em malha fechada. Isso corresponde a um atraso de fase de 64,6° na frequência de 0,564 rad/s e é um pouco menor do que a margem de fase clássica. Dessa forma, pode-se concluir que, nesse caso, o sistema se comporta de maneira semelhante ao que foi previsto em termos da margem de fase.

Conforme já era esperado, com base na Figura 4.4, nota-se que a resposta tende a ser mais agressiva quando aplica-se o ganho isoladamente e menos amortecida quando

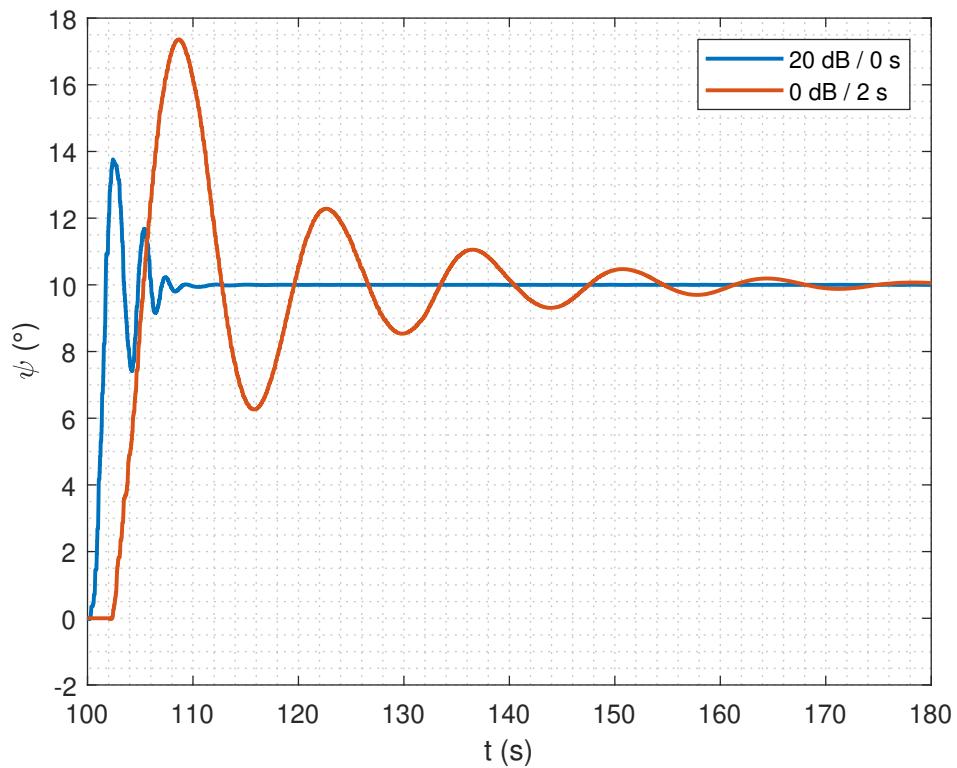
Tabela 4.2 – Respostas do controle de ψ para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte separados.

Ganho (mag)	Ganho (dB)	Atraso (s)	Estável?	Sobressinal (%)	ζ	ω_n (rad/s)
10	20	0	Sim	37,63	0,297	2,46
0	0	2	Sim	73,61	0,097	2,31
20	26,02	0	Não	-	-	-
0	0	3	Não	-	-	-

Fonte: Autor.

somente o atraso de transporte é inserido. Isso é confirmado a partir dos resultados da Tabela 4.2, sendo ζ aproximadamente 3 vezes maior para o caso do ganho isolado.

Figura 4.4 – Resposta ao degrau de ψ com inclusão de distúrbios separados.



Fonte: Autor.

4.2.2 Verificação das Margens de Estabilidade do Controle de Velocidade

De forma semelhante, os resultados para o controle de velocidade são mostrados nas Tabelas 4.3 e 4.4. Nesse caso, percebe-se que o distúrbio combinado de 3 dB com atraso de 1,3 s torna o sistema instável, mas está dentro da faixa permitida pela margem de disco. A diferença é considerável, visto que a margem teórica tolera um distúrbio com-

nado de 17,6 dB com atraso de 1,5 s. Além das não linearidades presentes no modelo de simulação, o modelo matemático da planta que foi utilizado para gerar a margem de disco teórica é muito simplificado nesse caso e pode ser um dos motivos dessa discrepância.

O ganho isolado de 14,81 dB mostrado na Tabela 4.4 é cerca de 11 dB menor do que a margem de ganho clássica, semelhante ao resultado do controle de esterçamento. No entanto, o atraso de transporte máximo tolerado é cerca de 2 s, que corresponde a um atraso de fase de 57,64° a uma frequência de 0,503 rad/s. Nesse caso, ao contrário do controle de esterçamento, a diferença da margem de fase é considerável, cerca de 26°.

Tabela 4.3 – Respostas do controle de v_{xb} para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados.

Ganho (mag)	Ganho (dB)	Atraso (s)	Estável?	Sobressinal (%)	ζ	ω_n (rad/s)
1,10	0,83	1,00	Sim	24,63	0,41	1,23
1,30	2,28	1,00	Sim	26,93	0,38	0,88
1,60	4,08	1,00	Sim	30,48	0,35	1,22
1,80	5,11	0,40	Sim	21,06	0,44	1,48
1,80	5,11	0,60	Sim	26,51	0,39	1,24
1,80	5,11	0,80	Sim	37,13	0,30	1,73
3,00	9,54	1,30	Não	-	-	-

Fonte: Autor.

Tabela 4.4 – Respostas do controle de v_{xb} para distúrbios com ganhos e atrasos de transporte separados.

Ganho (mag)	Ganho (dB)	Atraso (s)	Estável?	Sobressinal (%)	ζ	ω_n (rad/s)
5,5	14,81	0	Sim	6,670	0,65	1,53
0	0	1,5	Sim	37,49	0,30	1,19
6	15,56	0	Não	-	-	-
0	0	2	Não	-	-	-

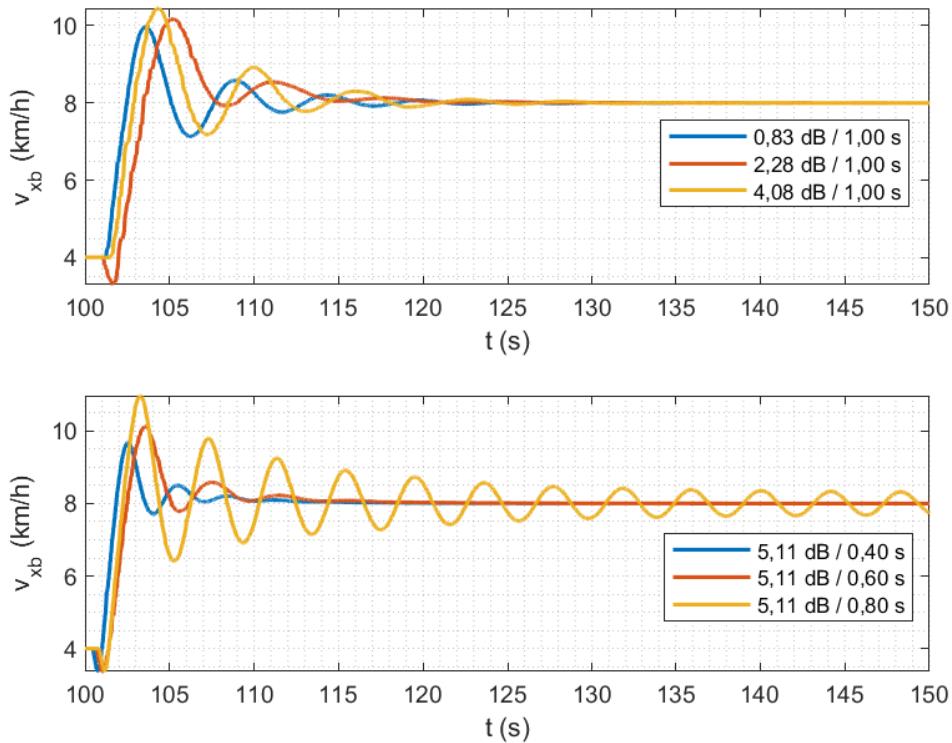
Fonte: Autor.

Entretanto, embora o sistema com controle de velocidade apresente margens de estabilidade consideravelmente menores do que aquelas previstas pela margem de disco teórica, o mesmo ainda possui uma boa margem de estabilidade e, assim, pode apresentar respostas satisfatórias mesmo na presença de distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados.

Com relação à resposta transitória do sistema, a magnitude do degrau aplicado em v_{xb} foi de 4 km/h. As Figuras 4.5 e 4.6 mostram as respostas ao degrau para o caso dos distúrbios com ganhos e atrasos combinados e separados, respectivamente. De maneira similar aos resultados do controle de esterçamento, o aumento na magnitude dos ganhos e atrasos combinados provoca um aumento no sobressinal e no tempo de acomodação da resposta e os ganhos isolados resultam em uma resposta mais agressiva. Além disso, nota-se que a inserção do atraso de transporte faz com que a velocidade

decresça instantaneamente, o que faz sentido pois como o atuador demora mais para responder, as forças de resistência atuantes no pneu se tornam maiores do que a força de tração e ocorre uma desaceleração instantânea do veículo.

Figura 4.5 – Resposta ao degrau de v_{xb} com inclusão de distúrbios separados.



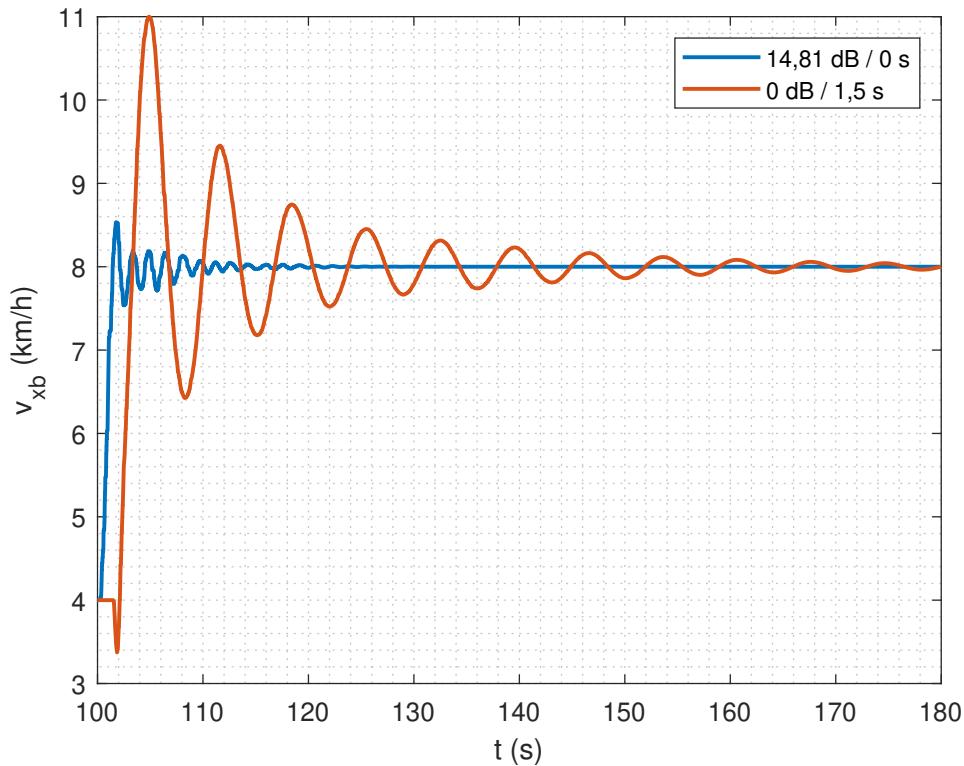
Fonte: Autor.

4.3 RESPOSTA A VARIAÇÕES PARAMÉTRICAS

Além da verificação das margens de estabilidade, é necessário que o sistema apresente bom desempenho mesmo na presença de incertezas no modelo. Sendo assim, pode-se variar alguns parâmetros de interesse de modo a avaliar a robustez do sistema quanto a essas variações paramétricas.

Conforme foi discutido na seção 2.4, os coeficientes de rigidez lateral dos pneus variam consideravelmente com o terreno e podem inclusive tornar o sistema instável em malha aberta para uma certa velocidade crítica. Além disso, a massa do sistema pode variar significativamente caso sejam acoplados implementos agrícolas no trator. Portanto, foram realizados testes variando a massa do veículo e o terreno, e consequentemente C_{α_f} e C_{α_r} .

Figura 4.6 – Resposta ao degrau de v_{xb} com inclusão de distúrbios separados.



Fonte: Autor.

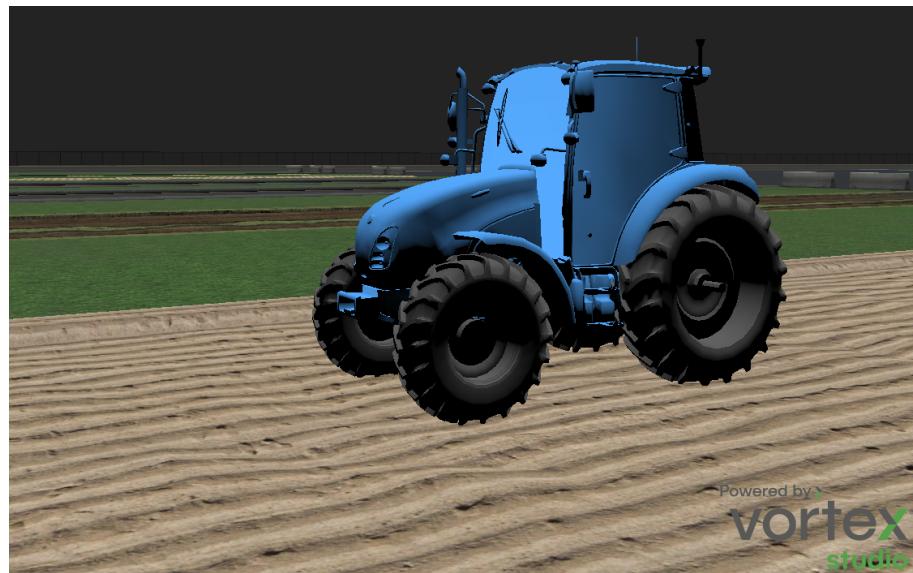
4.3.1 Variação de Terreno

As Figuras 4.7 e 4.8 mostram o veículo trafegando no terreno irregular e no asfalto, respectivamente. Os resultados referentes à variação de terreno foram analisados em termos dos erros RMS do ângulo de guinada, da velocidade longitudinal e da posição lateral do veículo.

A Tabela 4.5 apresenta os valores de referência e os erros RMS das variáveis de interesse provenientes das simulações no terreno irregular e no asfalto. Os erros RMS estão na mesma unidade das variáveis de referência. Como esperado, esses erros são maiores no terreno irregular, porém, ainda são pequenos. O erro RMS da posição lateral é menor do que 5 cm, cerca de 2 cm, e, portanto, atende ao requisito de desempenho **R1**. De maneira similar, o erro RMS do ângulo de guinada atende ao requisito de desempenho **R2** e vale aproximadamente 0,55°.

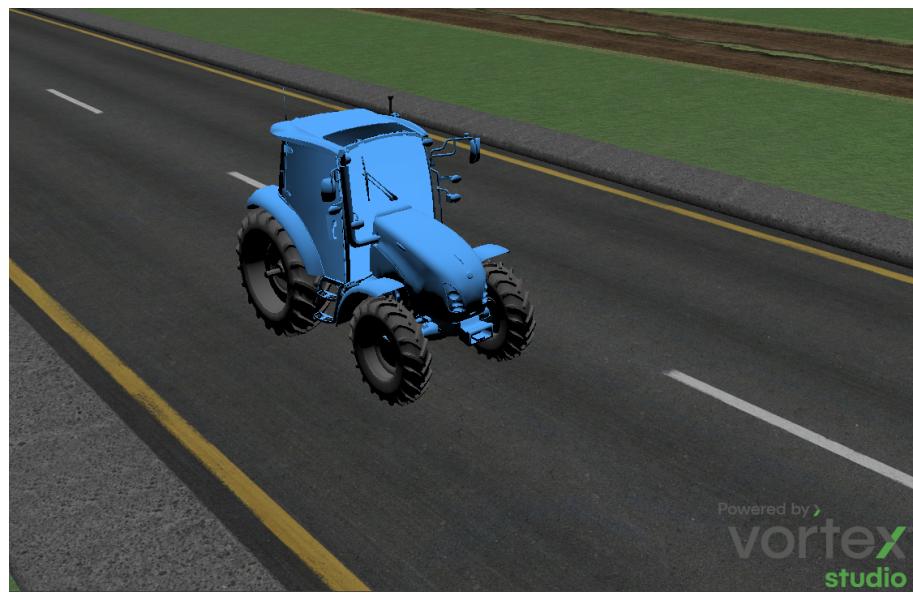
O erro RMS da velocidade longitudinal também é pequeno, cerca de 0,08 km/h, e, embora não tenha sido estabelecido um requisito de desempenho para este valor, provavelmente o mesmo estaria dentro do limite tolerado. Isso é relevante pois, como a velocidade do veículo é consideravelmente baixa, uma pequena variação pode ser crucial para a degradação do desempenho do sistema. Também, percebe-se que esse valor é ainda menor no asfalto, cerca de 0,0011 km/h. Além disso, os erros de ψ e y_g também são muito

Figura 4.7 – Veículo trafegando no terreno irregular.



Fonte: Autor.

Figura 4.8 – Veículo trafegando no asfalto.



Fonte: Autor.

Tabela 4.5 – Valores de referência e erros RMS do ângulo de guinada, posição lateral e velocidade longitudinal em simulações com diferentes terrenos. RMSE na mesma unidade da variável de referência.

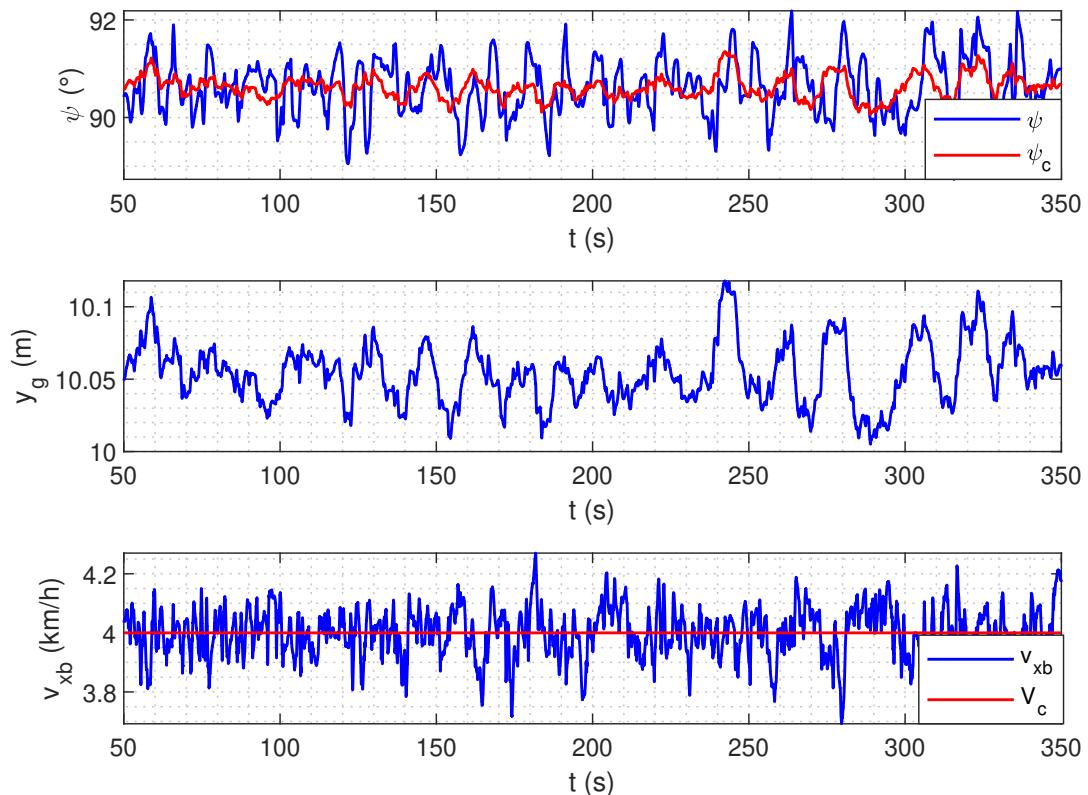
Terreno	$\hat{\psi}(\circ)$	$\hat{y}_g(m)$	$\hat{v}_{xb}(km/h)$	$RMSE(\hat{\psi})$	$RMSE(\hat{y}_g)$	$RMSE(\hat{v}_{xb})$
Irregular	90,620	10,05	4	0,5461	0,0202	0,0842
Asfalto	90,056	50,00	4	0,0057	1,23E-4	0,0011

Fonte: Autor.

menores do que os da simulação em um terreno irregular, o que faz sentido pois o terreno é praticamente plano.

As Figuras 4.9 e 4.10 mostram a variação temporal de ψ , y_g e v_{xb} nas simulações do veículo no terreno irregular e no asfalto, respectivamente. O tempo de simulação para o cálculo dos erros RMS de cada variável é mostrado no eixo horizontal das figuras e corresponde a 5 min, partindo de uma condição de regime permanente. Como foi gerado um trajeto retilíneo e as perturbações do terreno provocam variações em ψ , a referência ψ_c varia com o tempo e é mostrada em vermelho no gráfico de ψ . O valor médio aproximado é cerca de 90,62° para o terreno irregular e 90,056° para o asfalto, que corresponde à magnitude de $\hat{\psi}$ na Tabela 4.5.

Figura 4.9 – Variação de ψ , y_g e v_{xb} ao longo do tempo na simulação do veículo no terreno irregular.

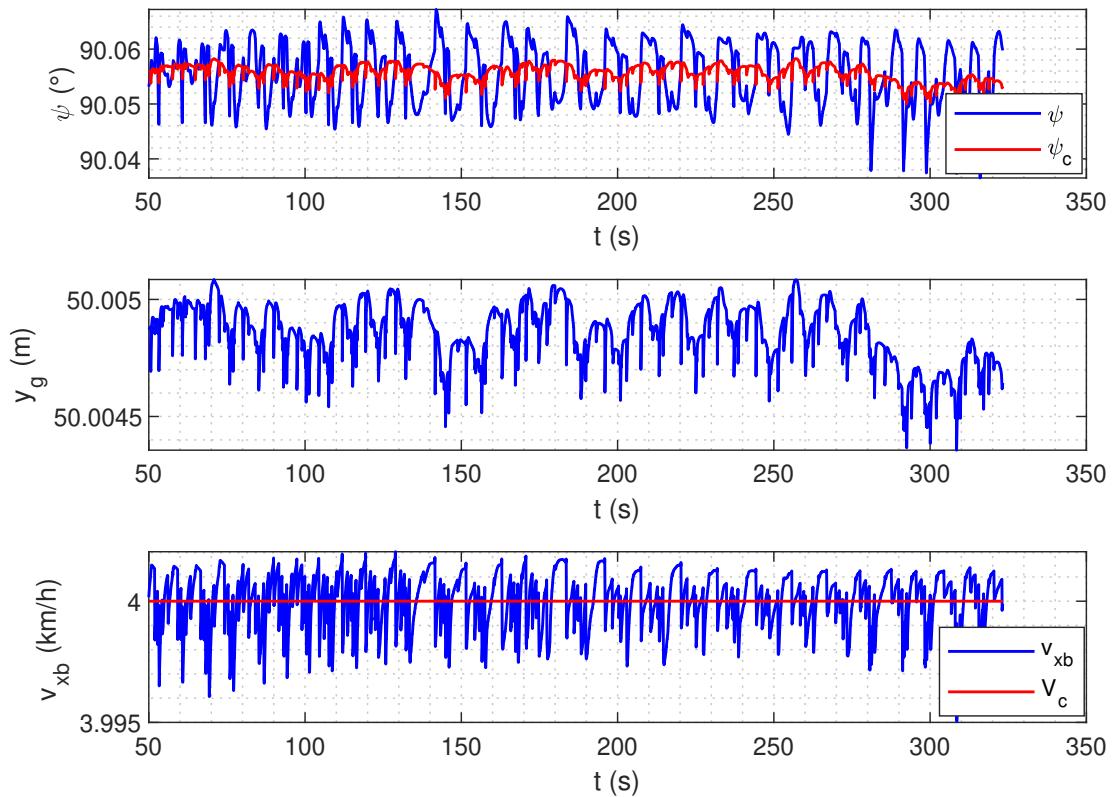


Fonte: Autor.

4.3.1.1 Observações acerca de C_α

Conforme foi comentado, o coeficiente de rigidez lateral dos pneus é um parâmetro intrínseco ao modelo e depende do tipo de terreno. É importante notar que esse parâ-

Figura 4.10 – Variação de ψ , y_g e v_{xb} ao longo do tempo na simulação do veículo no asfalto.



Fonte: Autor.

metro foi estimado com base nas simulações em malha aberta para terrenos deformáveis utilizando o modelo de pneu de Bekker. Portanto, o modelo matemático da planta foi linearizado para essa condição. No entanto, para simulações em terrenos não deformáveis não é conveniente utilizar o modelo de pneu de Bekker e sim um modelo mais apropriado como o *Magic Formula* ou o Fiala. Dessa maneira, os coeficientes C_{α_f} e C_{α_r} são dados de entrada para o problema e precisam ser conhecidos de antemão.

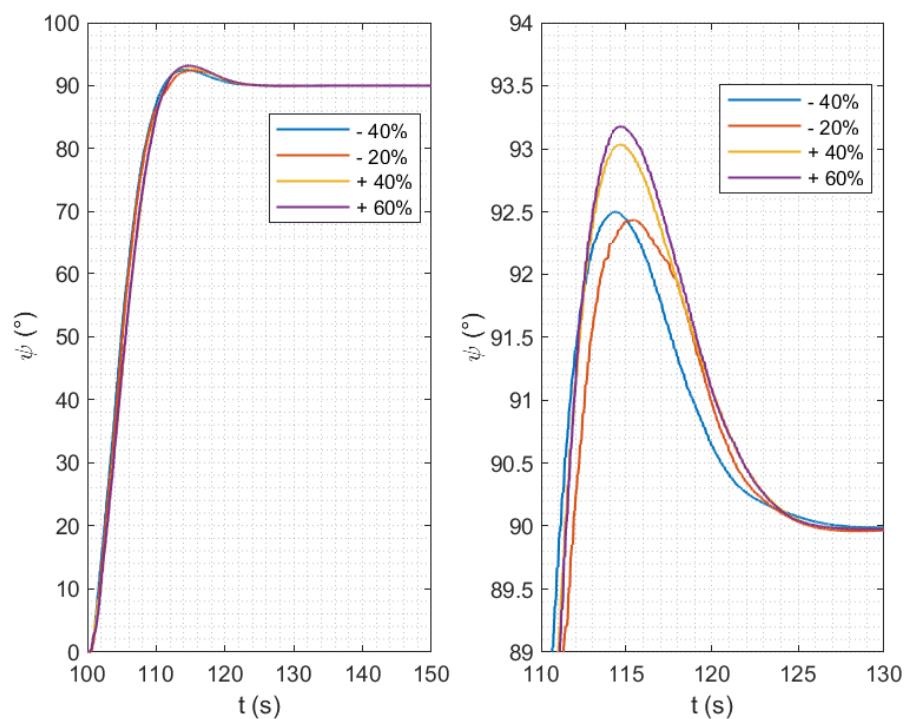
Com isso, para as simulações no asfalto utilizou-se o modelo de pneu de Fiala, disponível no *Vortex Studio*, com uma estimativa de $C_{\alpha_f} = C_{\alpha_r} = 15000 \text{ N/rad}$. Como o sistema de controle foi projetado para um valor muito menor, cerca de 4000 N/rad , a resposta ao degrau no asfalto é mais amortecida e, caso C_α estimado seja muito grande, o sistema pode tornar-se muito agressivo em malha fechada, devido à magnitude dos ganhos do controle de esterçamento. Para reduzir essa incerteza podem ser realizados testes experimentais para medir C_α , e/ou o sistema de controle pode ser projetado utilizando técnicas de controle adaptativo.

4.3.2 Variação de Massa

A partir da massa inicial de 2800 kg , variou-se esse valor na faixa entre $\pm 60\%$ e observou-se a resposta de ψ e v_{xb} ao degrau. Em outras palavras, o aumento de 60% na massa corresponde a um valor adicional de 1680 kg na massa inicial de 2800 kg . A magnitude do degrau aplicado em ψ foi de 90° e em v_{xb} de 4 km/h . Nas simulações, foi assumido que o acréscimo ou a diminuição de massa não alteram o centro de massa do veículo e os momentos de inércia foram recalculados para cada variação de massa.

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram a resposta ao degrau de ψ e v_{xb} , respectivamente. Nota-se que a variação da massa tem pouco impacto na resposta de ψ . Para decréscimos de massa observa-se uma resposta ligeiramente mais amortecida e para acréscimos de massa menos amortecida, com um vago aumento do sobressinal. Já, para a resposta de v_{xb} as variações são mais claras e um acréscimo de massa torna a resposta consideravelmente mais amortecida. Para o caso de -40% a resposta é superamortecida e, portanto, tem sobressinal nulo. Além disso, percebe-se que todas as respostas apresentam um sub-sinal e o mesmo aumenta na medida em que o valor absoluto da variação de massa aumenta, semelhantemente ao que ocorre quando inserem-se atrasos de transporte no sistema.

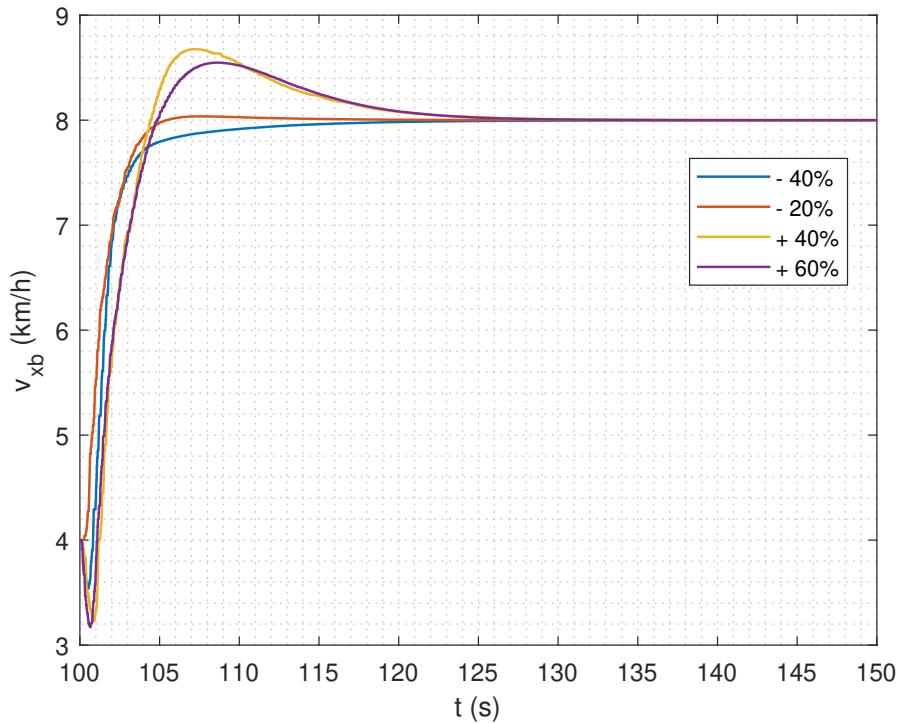
Figura 4.11 – Resposta de ψ ao degrau para diferentes massas.



Fonte: Autor.

O sobressinal máximo da resposta de v_{xb} ocorre para a variação de $+40\%$ e corresponde a aproximadamente $8,4\%$. Já, o maior tempo de acomodação, cerca de 20 s , ocorre

Figura 4.12 – Resposta de v_{xb} ao degrau para diferentes massas.



Fonte: Autor.

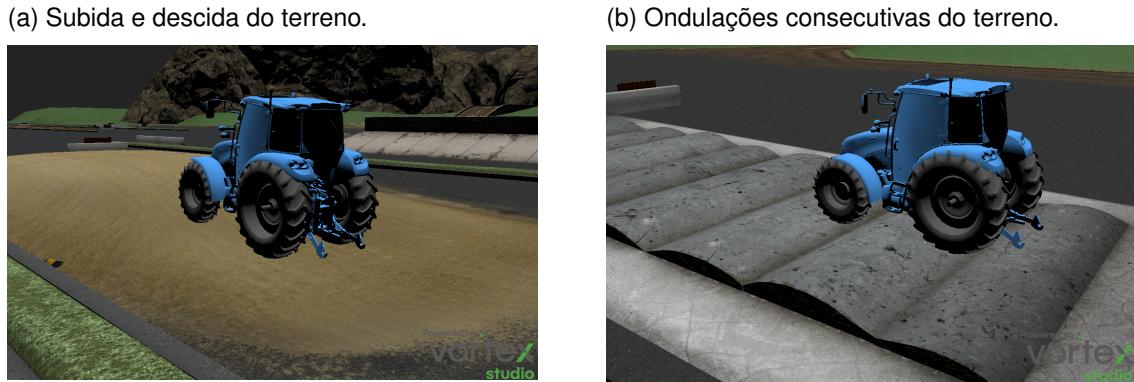
para as variações de $+40\%$ e $+60\%$. Conclui-se, portanto, que mesmo com variações consideráveis de massa, o desempenho transitório dos dois sistemas de controle mantém-se aceitável e próximo dos requisitos de desempenho estabelecidos na seção 3.1.

4.4 RESPOSTA À DISTÚRBIOS DE SAÍDA

As variações de terreno, mostradas na seção 4.3.1 podem ser consideradas como distúrbios de saída da planta, pois somam-se com os estados da planta. Além disso, podem ser inseridos obstáculos no trajeto e observar como os sistemas de controle respondem aos mesmos. Nesse caso foram inseridos dois obstáculos. O primeiro corresponde a uma pequena elevação no terreno seguida de uma descida com a mesma inclinação e o segundo são ondulações consecutivas. Esses obstáculos são apresentados na Figura 4.13.

As Figuras 4.14 e 4.15 mostram os resultados das simulações para esses dois casos. Nas duas simulações o veículo parte de uma condição inicial de $\psi = 0^\circ$ e $v_{xb} = 10 \text{ km/h}$ e após passar pelas perturbações retorna para os valores iniciais. Analisando a Figura 4.14 nota-se que durante a subida o veículo perde velocidade e, consequentemente, a atuação u_t aumenta para corrigir essa perda. Também, os pneus escorregam

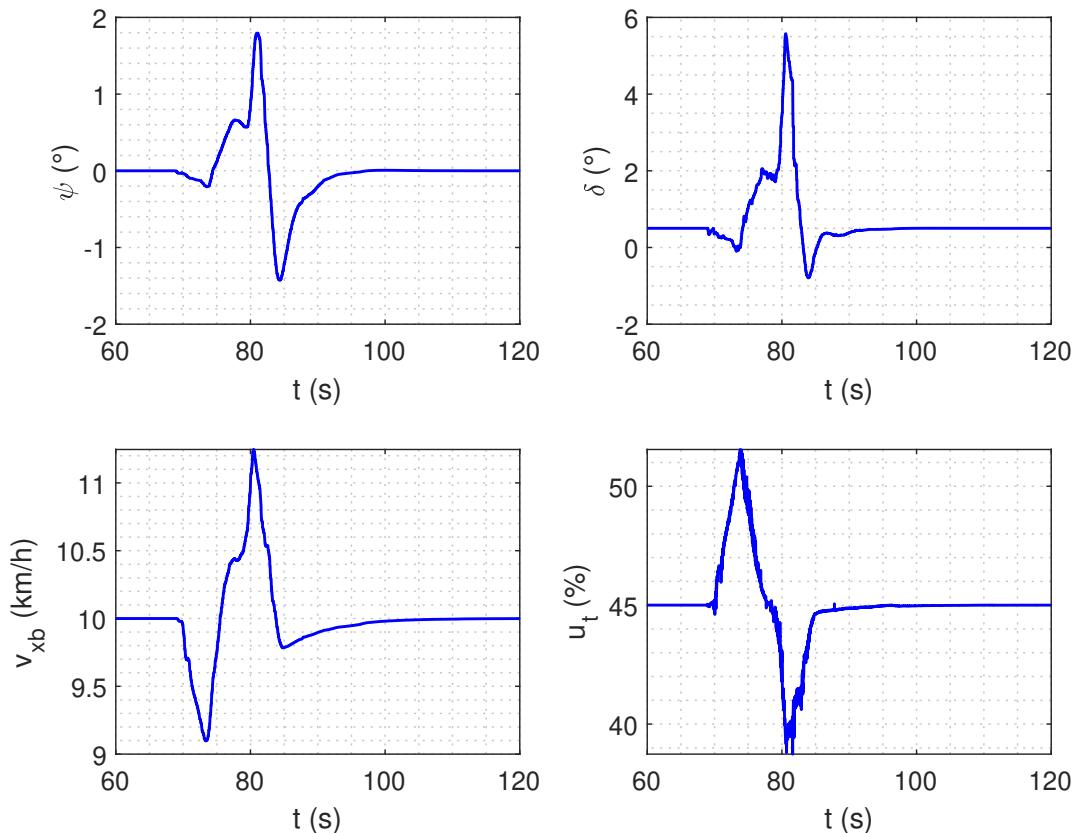
Figura 4.13 – Obstáculos nos terrenos.



Fonte: Autor.

levemente, o ângulo de guinada aumenta e o veículo esterça quase 6° para manter a referência constante. Em seguida, ocorre o contrário durante a descida e o veículo retorna às condições iniciais.

Figura 4.14 – Variação temporal dos estados rastreados e das atuações de controle para a elevação do terreno.

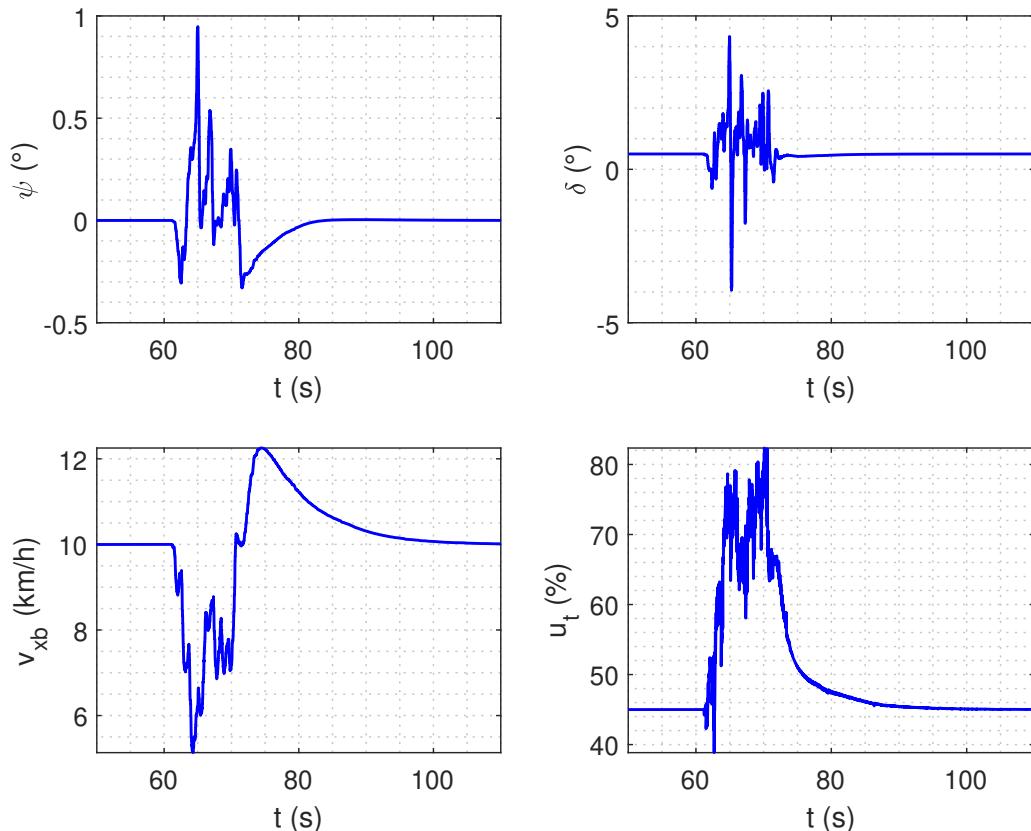


Fonte: Autor.

Na Figura 4.15 ocorre algo semelhante, porém, quando o veículo entra em contato

com o obstáculo tem-se um impacto maior que faz com que a velocidade reduza quase 50%. Além disso, devido às ondulações consecutivas do terreno, as variações instantâneas são mais acentuadas.

Figura 4.15 – Variação temporal dos estados rastreados e das atuações de controle para as ondulações do terreno.



Fonte: Autor.

4.5 RESPOSTA À RUÍDOS DE MEDIDA

Embora as medidas enviadas do *Vortex Studio* não apresentem nenhum tipo de ruído, na prática, não existem sensores que forneçam uma medida sem ruídos, por mais pequeno que sejam estes. Dependendo da precisão desejada, os ruídos podem tornar o desempenho do sistema de controle tão ruim a ponto de inutilizá-lo. Além disso, a presença desse tipo de distúrbio pode tornar o sistema instável em malha fechada. Sendo assim, a verificação dos sistemas de controle é complementada quando analisa-se o efeito dos ruídos nas respostas em malha fechada.

Nesse sentido, a análise foi feita da seguinte forma: variou-se o desvio padrão

do ruído, σ_r , de modo a aumentar sua amplitude e calculou-se o erro RMS da variável de interesse. As variáveis medidas são: velocidade angular, r , ângulo de guinada, ψ , e velocidade longitudinal, v_{xb} . Assim, foram inseridos ruídos aditivos brancos com tempo de amostragem igual a 0,01 s em cada uma dessas variáveis de forma separada, ou seja, primeiro inseriu-se o ruído em r e verificou-se a resposta, depois em ψ e por último em v_{xb} .

As Tabelas 4.6 e 4.7 mostram os erros RMS das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} em função do desvio padrão dos ruídos aplicados nas medidas de r e ψ , respectivamente. Observa-se que o aumento de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ tem comportamento semelhante nos dois casos. Isso faz sentido, pois nessa condição a taxa de variação de ψ , isto é, $\dot{\psi}$, é aproximadamente igual à velocidade angular r . Ainda, como já era esperado, o ruído inserido nessas variáveis resulta em um erro RMS maior para $\hat{\psi}$. Nota-se, também, que o ruído nas medidas de ψ e r provoca um aumento do erro RMS em v_{xb} . Isso gera uma combinação de erros que prejudica ainda mais o desempenho dos sistemas.

Tabela 4.6 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de r .

σ_r (°/s)	σ_r (rad/s)	Potência Ruído	$RMSE(\hat{\psi})$ (°)	$RMSE(\hat{v}_{xb})$ (km/h)
0,025	4,36E-4	1,90E-9	0,0011	4,82E-4
0,050	8,73E-4	7,61E-9	0,0022	8,00E-4
0,100	1,74E-3	3,05E-8	0,0040	0,0019
0,200	3,49E-3	1,22E-7	0,0101	0,0028
0,400	6,98E-3	4,87E-7	0,0179	0,0060
0,800	1,40E-2	1,95E-6	0,0361	0,0094
1,600	2,79E-2	7,80E-6	0,0681	0,0157
3,200	5,58E-2	3,12E-5	0,1171	0,0258
6,400	1,12E-1	1,25E-4	0,2801	0,0277
12,80	2,23E-1	4,99E-4	0,5070	0,0331

Fonte: Autor.

As Figuras 4.16 e 4.17 mostram o comportamento da variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função do desvio padrão dos ruídos aplicados em r e ψ . Nota-se que no caso de $RMSE(\hat{\psi})$ o comportamento da curva é semelhante a uma variação logarítmica, enquanto que para $RMSE(\hat{v}_{xb})$ é aproximadamente linear. Assim, nesse caso, a taxa de variação de $RMSE(\hat{\psi})$ é mais acentuada para pequenos desvios dos distúrbios de medida e diminui com o aumento dos mesmos.

No caso da inserção de ruído em v_{xb} ocorre o oposto, isto é, o aumento da amplitude do ruído provoca uma variação não linear de $RMSE(\hat{v}_{xb})$ e, diferentemente do caso anterior, a taxa de variação é crescente. Isso é comprovado a partir da análise da Tabela 4.8 e da Figura 4.18. De maneira semelhante aos ruídos inseridos em r e ψ , nesse caso, também existe uma influência do ruído na magnitude de $RMSE(\hat{\psi})$ e a variação do mesmo é praticamente linear.

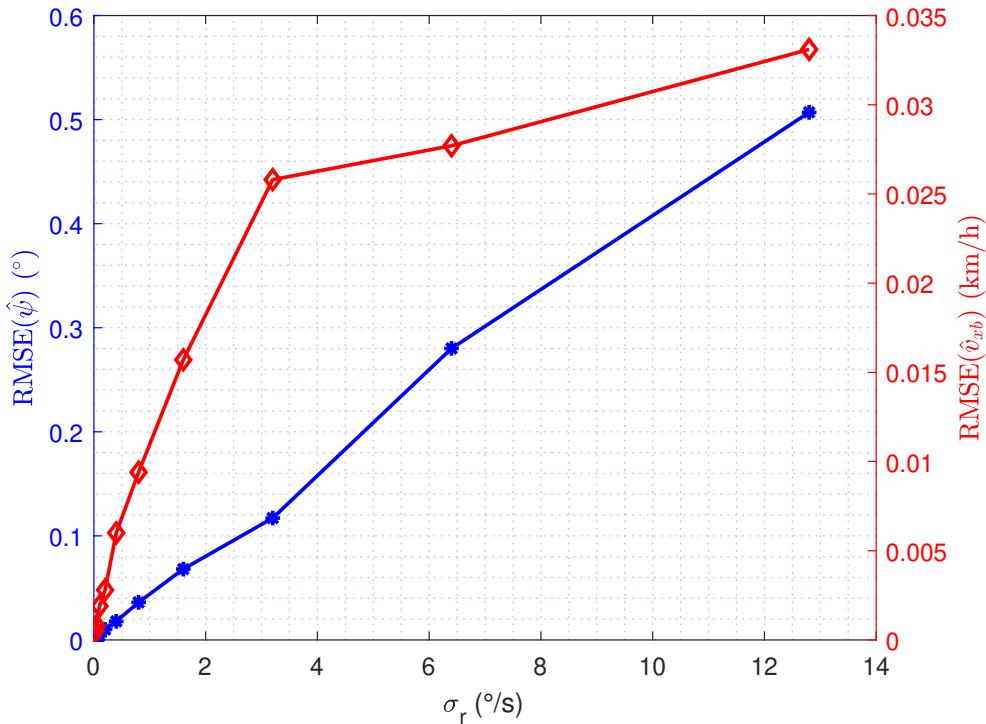
Embora não tenha sido observado instabilidade do sistema devido à presença dos

Tabela 4.7 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de ψ .

σ_r (°)	σ_r (rad)	Potência Ruído	$RMSE(\hat{\psi})$ (°)	$RMSE(\hat{v}_{xb})$ (km/h)
0,0125	2,18E-4	4,76E-10	0,0011	4,50E-4
0,0250	4,36E-4	1,90E-9	0,0022	7,52E-4
0,0500	8,73E-4	7,61E-9	0,0056	0,0019
0,1000	1,74E-3	3,05E-8	0,0096	0,0030
0,2000	3,49E-3	1,22E-7	0,0201	0,0051
0,4000	6,98E-3	4,87E-7	0,0372	0,0071
0,8000	1,40E-2	1,95E-6	0,0697	0,0138
1,6000	2,79E-2	7,80E-6	0,1362	0,0240
3,2000	5,58E-2	3,12E-5	0,2894	0,0335
6,4000	1,12E-1	1,25E-4	0,5597	0,0343

Fonte: Autor.

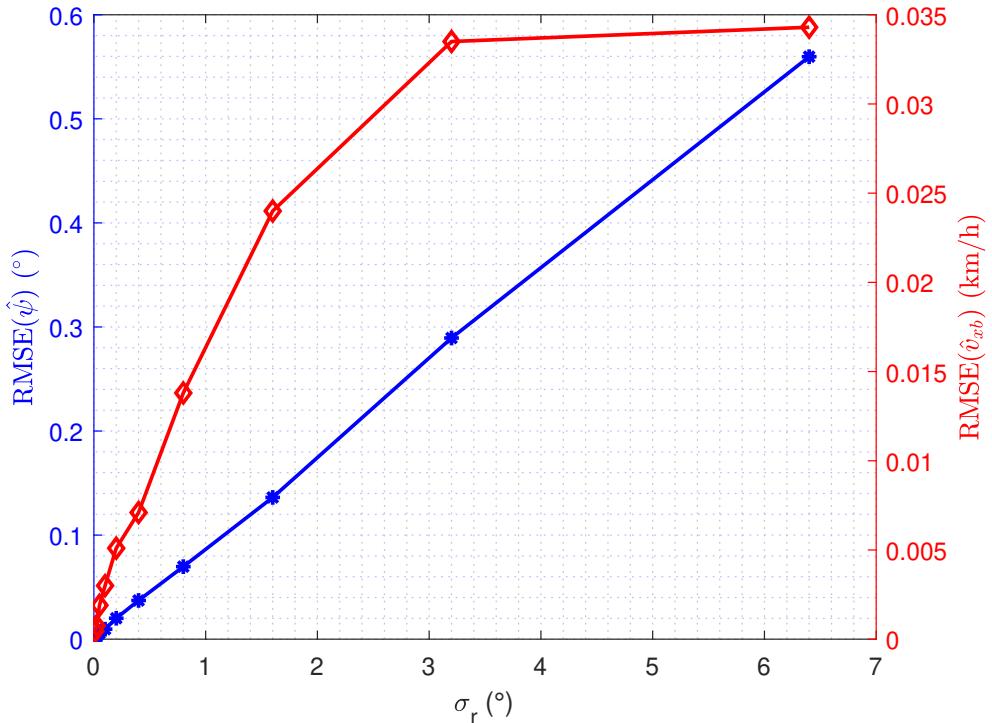
Figura 4.16 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em r .



Fonte: Autor.

distúrbios de medida apresentados nas Tabelas 4.6, 4.7 e 4.8, isso não é descartado. Caso sejam inseridos ruídos de medida com amplitudes maiores o sistema pode tornar-se instável em malha fechada. No entanto, é importante observar que conforme a amplitude dos ruídos aumenta, a resposta do sistema se torna mais agressiva, ou seja, as variações instantâneas das atuações de controle δ e u_t aumentam e, consequentemente, o rastreio da referência é prejudicado. Nesse sentido, verifica-se que existe um limite de amplitude

Figura 4.17 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em ψ .



Fonte: Autor.

Tabela 4.8 – Erros RMS das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , em função do desvio padrão do ruído aplicado na medida de v_{xb} .

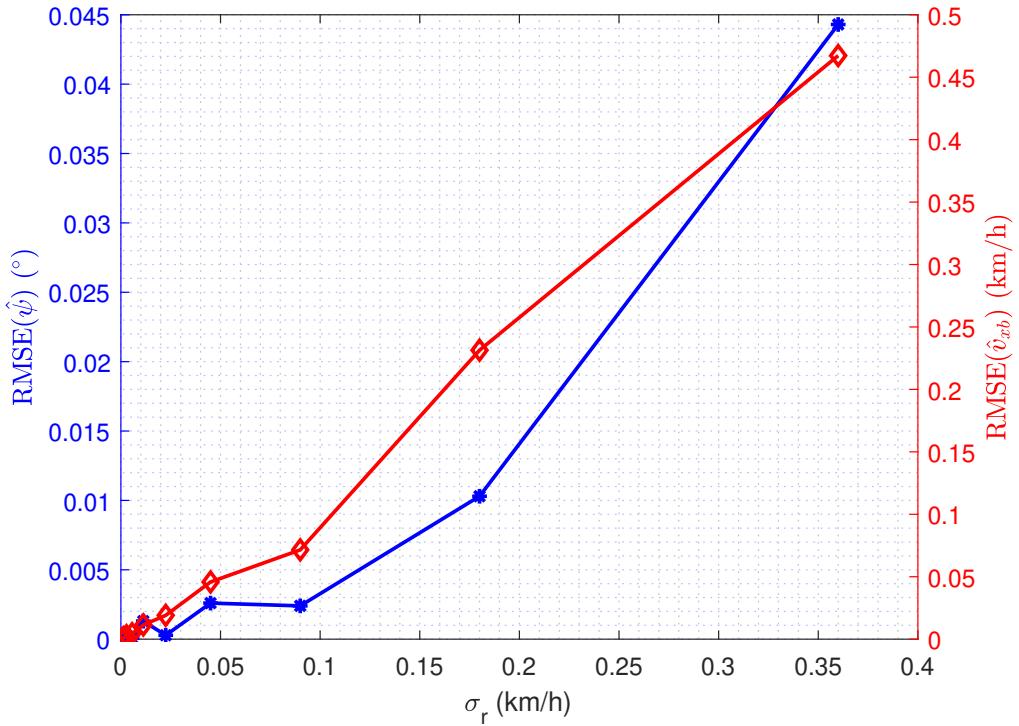
σ_r (km/h)	σ_r (m/s)	Potência Ruído	$RMSE(\hat{\psi})$ (°)	$RMSE(\hat{v}_{xb})$ (km/h)
7,03E-4	0,00020	3,81E-10	1,16E-5	6,16E-4
1,41E-3	0,00039	1,53E-9	1,79E-5	0,0011
2,81E-3	0,00078	6,10E-9	4,17E-5	0,0028
5,63E-3	0,00156	2,44E-8	7,07E-5	0,0044
0,01125	0,00313	9,76E-8	1,30E-3	0,0114
0,02250	0,00625	3,91E-7	2,82E-4	0,0191
0,04500	0,01250	1,56E-6	2,60E-3	0,0458
0,09000	0,02500	6,25E-6	0,0024	0,0715
0,18000	0,05000	2,50E-5	0,0103	0,2314
0,36000	0,10000	1,00E-4	0,0443	0,4673

Fonte: Autor.

de ruído no qual o sistema ainda se comporta de forma razoável. No caso de r esse limite está entre $\sigma_r = 0,8^\circ/s$ e $\sigma_r = 1,6^\circ/s$. Para ψ está entre $0,4^\circ$ e $0,8^\circ$ e para v_{xb} entre $0,0225 \text{ km/h}$ e $0,045 \text{ km/h}$.

As respostas das variáveis rastreadas, ψ e v_{xb} , e das atuações de controle δ e u_t são apresentadas nas Figuras 4.19, 4.20 e 4.21. Embora a visualização no domínio do tempo não seja a mais apropriada para esse tipo de análise, as figuras servem para a

Figura 4.18 – Variação de $RMSE(\hat{\psi})$ e $RMSE(\hat{v}_{xb})$ em função de σ_r aplicado em v_{xb} .

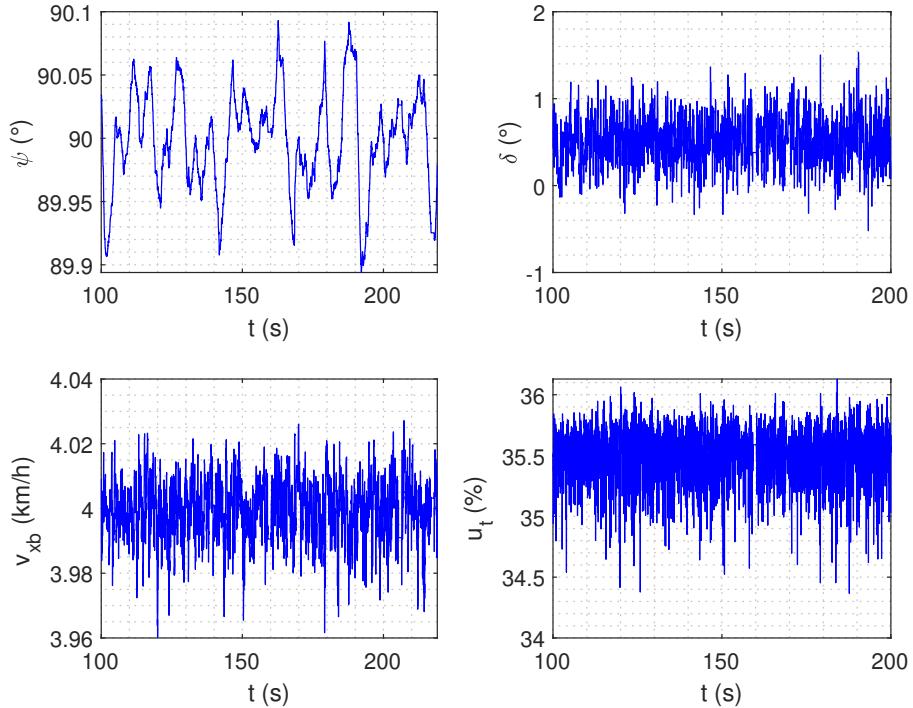


Fonte: Autor.

verificação da variação de ψ e v_{xb} em relação aos seus respectivos valores de referência. A Figura 4.19 corresponde ao caso em que foi aplicado um distúrbio de medida em r com $\sigma_r = 0,8^\circ/s$. Já, as Figuras 4.20 e 4.21 referem-se aos distúrbios em ψ e v_{xb} com $\sigma_r = 0,4^\circ$ e $\sigma_r = 0,01125\ km/h$, respectivamente. Conforme foi discutido, os ruídos provocam grandes variações instantâneas das medidas rastreadas e, consequentemente, das atuações de controle. Isto é de certa forma semelhante ao que ocorre na Figura 4.9, mostrada anteriormente na seção, 4.3.1, em que o veículo percorre um terreno irregular.

É importante observar que a amplitude dos ruídos depende muito dos sensores utilizados para medir r , ψ e v_{xb} . Nesse caso, a utilização de um giroscópio para a medição de r com um estimador para ψ pode fornecer resultados com amplitudes de ruído dentro da faixa limite verificada através das simulações. Já, no caso de v_{xb} a medida pode ser obtida através da fusão de dados de um sensor inercial com o GPS (Sistema de Posicionamento Global) presente no trator, por exemplo. No entanto, como a faixa de amplitude tolerada para o ruído em v_{xb} é muito pequena, na ordem de $0,01\ km/h$, o GPS pode não ser a melhor opção, visto que a velocidade de operação do trator é muito baixa e, no caso do GPS, o ruído de medida aumenta com a redução da velocidade. Sendo assim, uma alternativa pode ser a utilização de um sensor para a medição das velocidades angulares das rodas, que por sua vez, podem ser convertidas em v_{xb} . Ainda assim, por mais pequenos que sejam os deslizamentos dos pneus em baixa velocidade, isso pode prejudicar a precisão

Figura 4.19 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de r com $\sigma_r = 0,8^\circ/s$.



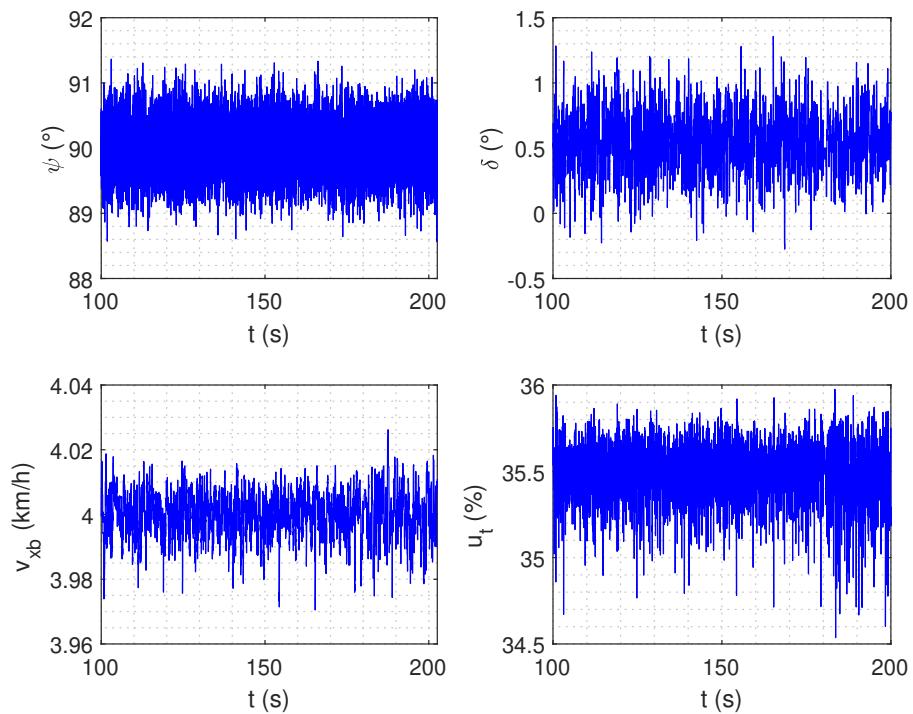
Fonte: Autor.

de v_{xb} com base nas velocidades angulares das rodas.

Na prática, os distúrbios que foram analisados separadamente neste trabalho ocorrem de maneira simultânea. Ou seja, durante uma aplicação real vão existir atrasos de transporte dos atuadores, imperfeições no terreno, variações de massa e ruídos de medida de forma combinada. Foi visto que, no geral, ambos os sistemas de controle apresentam boas respostas em relação à presença de distúrbios separados. Para verificar o desempenho dos mesmos com distúrbios combinados foi realizada uma simulação em um terreno irregular inserindo-se ruídos em r , ψ e v_{xb} com desvio padrão de $\sigma_r = 0,8^\circ/s$, $\sigma_r = 0,4^\circ$ e $\sigma_r = 0,0225 km/h$, respectivamente.

A Figura 4.22 mostra a variação de ψ , v_{xb} e y_g ao longo do tempo de simulação para o caso dos distúrbios combinados. Semelhantemente ao que foi realizado na análise de variação de terreno na seção 4.3.1, definiu-se uma velocidade de rastreio de $4 km/h$ e uma sequência de pontos de trajeto de modo a formar uma linha reta. Portanto, o ângulo rastreado ψ_c varia com o tempo e é apresentado em vermelho no gráfico de ψ . Para essa combinação específica de distúrbios, o erro RMS de ψ foi de $0,66^\circ$. Em relação ao $RMSE(\hat{\psi})$ da simulação em terreno irregular sem distúrbios de medida tem-se um aumento de $21,66\%$ com a adição dos ruídos. Já, o erro RMS de v_{xb} nesse caso foi de $0,1127 km/h$, $33,8\%$ maior do que na simulação sem ruídos.

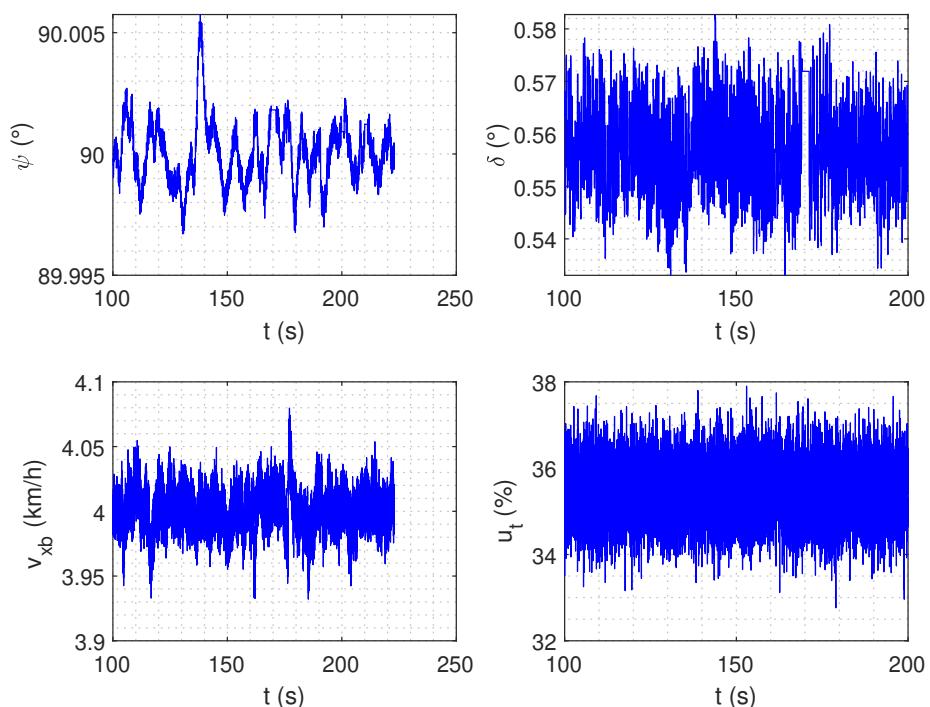
Figura 4.20 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de ψ com $\sigma_r = 0,4^\circ$.



Fonte: Autor.

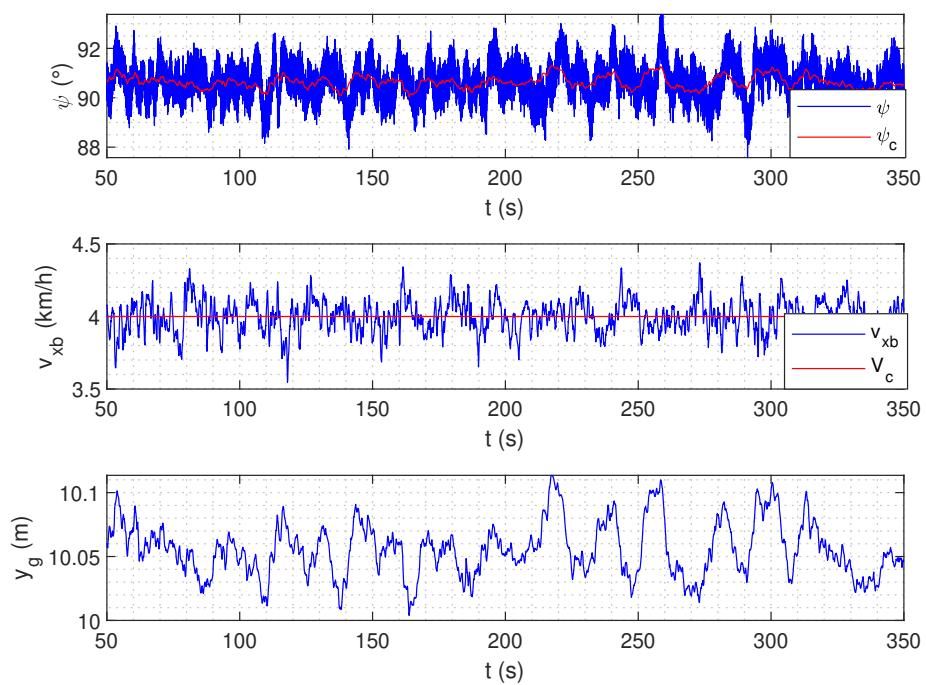
Embora esses aumentos sejam consideráveis, o erro RMS da posição lateral foi de apenas 2,12 cm e, portanto, o veículo mantém um desempenho satisfatório mesmo com a combinação de distúrbios. Obviamente, análises adicionais podem ser feitas com o intuito de verificar o limite dessa combinação de efeitos. Porém, essas análises estão fora do escopo deste trabalho e servem como sugestões para trabalhos futuros.

Figura 4.21 – Resposta das variáveis rastreadas ψ e v_{xb} e das atuações de controle δ e u_t para o ruído aplicado na medida de v_{xb} com $\sigma_r = 0,01125 \text{ km/h}$.



Fonte: Autor.

Figura 4.22 – Variação temporal de ψ , v_{xb} e y_g durante o rastreio de ψ e v_{xb} em um terreno irregular com a presença de ruídos de medida.



Fonte: Autor.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram vistos dois fatores essenciais para o aumento da eficiência na agricultura: evitar a sobreposição das linhas de plantio e manter a velocidade de deslocamento constante durante uma operação. Nesse sentido, foi projetado um piloto automático de esterçamento e velocidade, capaz de atender a esses dois fatores, bem como aos requisitos de estabilidade e desempenho estabelecidos, os quais foram verificados através de simulações SIL. Com isso, apresentam-se as seguintes considerações finais:

- As simulações SIL com o auxílio dos programas Matlab, Simulink e *Vortex Studio* serviram como uma forma rápida e de baixo custo para a realização de testes dos sistemas de controle projetados. Para isso, foi criado um modelo de simulação nessa última ferramenta com as características de um trator específico, bem como dos terrenos utilizados neste trabalho. Embora esse modelo não tenha sido validado na prática, garante-se uma maior fidelidade em relação ao modelo matemático devido ao grau de complexidade do mesmo e do ambiente de simulação;
- Para possibilitar o projeto de sistemas de controle lineares foi desenvolvido um modelo matemático para a dinâmica do veículo, com base nas equações do movimento, que pôde ser linearizado. Para o caso da dinâmica longitudinal, especificamente, foi obtido um modelo linear de primeira ordem que relaciona diretamente a posição do pedal do acelerador com a velocidade longitudinal. Com isso, verificou-se a compatibilidade entre o modelo matemático e o do *Vortex Studio* e demonstrou-se que um modelo simplificado é suficiente para descrever a dinâmica do veículo dentro da região de operação estabelecida;
- Os sistemas de controle foram então projetados utilizando uma técnica de controle moderno para rastreio de referência, em conjunto com o algoritmo LOS para geração do comando variante no tempo. De modo a garantir uma região de estabilidade na presença de distúrbios com ganhos e atrasos de transporte combinados, foi computada a margem de disco para os dois sistemas de controle. Verificou-se através de simulações que as margens clássicas e a margem de disco são, de fato, menores do que o esperado devido às não linearidades presentes no modelo do *Vortex Studio*. No entanto, as mesmas foram julgadas como satisfatórias;
- A robustez do sistema também foi analisada através da variação de massa do veículo, do terreno e da inserção de ruídos de medida e obstáculos no terreno. Constatou-se que a variação de massa, dentro das hipóteses estabelecidas, apresenta pouca influência na resposta transitória e o desempenho permanece aceitável. De forma

semelhante, os sistemas de controle são capazes de rejeitar os distúrbios provocados pelos obstáculos no terreno. Assim, conclui-se que os dois sistemas de controle apresentam robustez aceitável quanto à variações paramétricas na planta e podem, consequentemente, ser utilizados em outros veículos agrícolas. No entanto, as maiores degradações de desempenho são provocadas pela inserção de ruídos nas medidas, bem como pela perturbação contínua do terreno irregular. Portanto, foram estabelecidos limites nos quais os sistemas de controle conseguem manter um desempenho satisfatório;

- Por fim, a metodologia proposta neste trabalho possibilita o refinamento contínuo do modelo de simulação com base em informações detalhadas do veículo real, bem como dos modelos lineares, dos sistemas de controle e, consequentemente, das análises de estabilidade e desempenho. Assim, tendo em vista uma maior fidelidade do modelo de simulação, pode-se partir para a implementação dos sistemas de controle.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- Refinar o modelo de simulação e o matemático através de dados detalhados do veículo real;
- Realizar simulações adicionais incluindo todos os distúrbios apresentados neste trabalho de forma combinada e traçar os limites dos controladores de maneira detalhada;
- Realizar a validação do modelo de simulação;
- Especificar os sensores e atuadores a serem utilizados e obter os modelos matemáticos dos mesmos;
- Aprimorar o projeto dos sistemas de controle com a inserção da dinâmica dos sensores e dos atuadores especificados na etapa anterior;
- Realizar uma análise específica da inserção de ruídos de medida, bem como verificar a estabilidade em malha fechada para esse caso;
- Aprimorar o algoritmo de rastreio de referência, bem como implementá-lo em uma plataforma amigável ao usuário;

- Implementar as leis de controle em um microcontrolador e realizar testes *Hardware-In-the-Loop* (HIL) com a inclusão dos atuadores;
- Realizar testes em campo e refinar o processo com base nos mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AZIMI, A. et al. A multibody dynamics framework for simulation of rovers on soft terrain. **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, v. 10, 2015.
- BALDO, R.; MAGALHÃES, P. Sistema de controle de velocidade sincronizada entre dois veículos agrícolas. **Ciência Rural**, v. 42, n. 2, p. 298–304, 2012.
- BERNARDI, A. et al. **Agricultura de Precisão: Resultados de um Novo Olhar**. São Carlos, SP: Editora Cubo, 2014. 600 p.
- BRASIL. **Projeções do Agronegócio: Brasil 2016/17 a 2026/27 - Projeções de Longo Prazo**. [S.I.], 2017. v. 8, 125 p. Acesso em 01 jun. 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/politica-agricola/todas-publicacoes-de-politica-agricola/projecoes-do-agronegocio>>.
- _____. **Projeções do Agronegócio: Brasil 2018/19 a 2028/29 - Projeções de Longo Prazo**. [S.I.], 2019. v. 10, 126 p. Acesso em 02 jun. 2020. Disponível em: <<https://www.gov.br/agricultura/pt-br/assuntos/politica-agricola/todas-publicacoes-de-politica-agricola/projecoes-do-agronegocio>>.
- BROWN, R. et al. Comparison of generalized predictive control algorithms using a full vehicle multi-body dynamics model. **SAE International**, 2012.
- CHATRATH, K. **Vehicle Dynamics Control Using Control Allocation**. 2019. 122 f. Dissertação (Master Thesis) — Delft University of Technology, The Netherlands, 2019.
- CM-LABS. **Vortex Studio Theory Guide**. Montreal, Canada, 2017. v. 1, 65 p.
- CM-LABS. **Vortex Studio**: Vortex user documentation. 2019. Acesso em 14 nov. 2019. Disponível em: <https://www.cm-labs.com/vortexstudiodocumentation/Vortex_User_Documentation/Default.htm>.
- _____. **Vortex Studio**: Real-time simulation software. 2020. Acesso em 05 abr. 2020. Disponível em: <<https://www.cm-labs.com/vortex-studio>>.
- COEN, T. et al. Cruise control on a combine harvester using model-based predictive control. **Biosystems Engineering**, v. 99, p. 47–55, 2008.
- EMBRAPA. **Os solos do Brasil**. 2011. Acesso em 06 jun. 2020. Disponível em: <<https://www.embrapa.br/tema-solos-brasileiros/solos-do-brasil>>.
- HAN, K.; CHOI, M.; SEIBUM. Estimation of tire cornering stiffness as a road surface classification indicator using understeering characteristics. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, v. 67, p. 6851 – 6860, 2018.
- HARSH, D. **Full Vehicle Model of a formula student car**. 2018. 66 f. Dissertação (Master Thesis) — Delft University of Technology, The Netherlands, 2018.
- HASSALL, J. **Future Trends in Precision Agriculture**. Griffith, Australia: Nuffield Scholar, 2010. 36 p.
- HIRSCHBERG, W.; RILL, G.; WEINFURTER, H. User-appropriate tyre-modelling for vehicle dynamics in standard and limit situations. **Vehicle System Dynamics**, v. 38, n. 2, p. 103–125, 2002.

HOLPP, M. et al. Large-scale field evaluation of driving performance and ergonomic effects of satellite-based guidance systems. **Biosystems Engineering**, 2013.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamic: Theory and Application**. Melbourne, Australia: Springer, 2017. 992 p.

_____. **Advanced Vehicle Dynamics**. Melbourne, Australia: Springer, 2019. 380 p.

JENSEN, T. M. **Waypoint-Following Guidance Based on Feasibility Algorithms**. 2011. 131 f. Dissertação (Master Thesis) — Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2011.

KAYACAN, E. et al. Towards agrobots: Identification of the yaw dynamics and trajectory tracking of an autonomous tractor. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 115, p. 78–87, 2015.

KIANI, E.; BODUR, M.; HACISEVKI, H. Double look-ahead reference point control for autonomous agricultural vehicles. **Biosystems Engineering**, v. 113, p. 173–186, 2012.

LEWIS, F.; STEVENS, B.; JOHNSON, E. **Aircraft Control and Simulation**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2016. 764 p.

LIPINSKI, A. et al. Precision of tractor operations with soil cultivation implements using manual and automatic steering modes. **Biosystems Engineering**, 2016.

MASSRUHA, S. et al. **Tecnologias da Informação e Comunicação e suas relações com a agricultura**. Campinas, SP: Embrapa Informática Agropecuária, 2014. 237 p.

MOLIN, J. et al. Análise comparativa de sensores de velocidade de deslocamento em função da superfície. **Engenharia Agrícola**, v. 25, n. 3, p. 768–773, 2005.

MOUSAZADEH, H. A technical review on navigation systems of agricultural autonomous off-road vehicles. **Journal of Terramechanics**, 2013.

NOGUCHI, N.; ZHANG, C.; YANG, L. Leader-follower system using two robot tractors to improve work efficiency. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 121, p. 269–281, 2015.

NOGUCHI, N. et al. Optimization of steering control parameters based on a combine harvester's kinematic model. **Engineering in Agriculture, Environment and Food**, v. 7, p. 91–96, 2014.

O'CONNOR, M. et al. Automatic steering of farm vehicle using gps. **Precision Agriculture**, 1996.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. New Jersey, USA: Prentice Hall, 2010. 905 p.

RILL, G. **Advanced Vehicle Dynamics**. [S.I.]: CRC Press, 2012. 363 p.

SEILER, P.; PACKARD, A.; GAHINET, P. **An Introduction to Disk Margins**. [S.I.], 2020. 33 p. Acesso em 25 mai. 2020. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/2003.04771.pdf>>.

SHAKOURI, P. et al. Longitudinal vehicle dynamics using simulink/matlab. In: UKACC INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, 10., 2010, Coventry University, UK. SAGE Journals, 2010. Disponível em: <<https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/002029401004301002>>.

- STOLL, A.; KUTZBACH, H. Guidance of a forage harvester with gps. **Precision Agriculture**, v. 2, p. 281–291, 2000.
- SUN, J.-Q. et al. Automatic velocity control of a self-propelled windrower. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 47, p. 41–58, 2005.
- WONG, J. **Theory of Ground Vehicles**. Ottawa, Canada: John Wiley & Sons, 2001. 558 p.
- ZHANG, S. et al. Tractor path tracking control based on binocular vision. **Information Processing in Agriculture**, 2018.
- ZHANG, X. et al. Development of a remote control system for autonomous agricultural vehicles. In: WORLD CONGRESS OF INTERNATIONAL COMISSION OF AGRICULTURAL AND BIOSYSTEMS ENGINEERING, 17., 2010, Québec. **Information Systems Conference**. [S.I.]: Canadian Society for Bioengineering, 2010.

APÊNDICE A – DADOS DO VEÍCULO

Tabela A.1 – Parâmetros de modelagem do veículo.

Parâmetro	Valor	Unidade
m	2800	kg
g	9,81	m/s^2
a_1	0,94	m
a_2	1,14	m
b_f	0,73	m
b_r	0,74	m
h	1,25	m
I_{xx}	1492	kgm^2
I_{xz}	91,7501	kgm^2
I_{zz}	5638,2	kgm^2
C_{α_f}	3800	N/rad
C_{α_r}	4300	N/rad
N	4	—
τ	5,812	s
κ	17,2405	m/s

Fonte: Autor.

Tabela A.2 – Relações de transmissão.

R	N	D1	D2	D3	D4	D5	D6
-6,910	0	7,910	5,140	3,340	2,170	1,410	0,910

Fonte: Adaptado de (CM-LABS, 2019).

Tabela A.3 – Torque de frenagem do motor.

$\Delta\omega$ (RPM)	τ_B (N.m)
0	0
0	-20
250	-48,25
500	-80
700	-107,2
1104,4	-135,9
1426,4	-152
1725	-159
2005,3	-161,2
2270,8	-157,5
2524	-149,1
2766,6	-130,4
3000	-101,4

Fonte: Adaptado de (CM-LABS, 2019).

Tabela A.4 – Torque do motor em função da rotação e posição do pedal.

ω (RPM)	u_t (%)				
	100	75	50	25	0
0	20	20	20	20	20
250	96,5	72,2	57,4	40,4	26,8
500	160	128,2	91,4	60	28,8
700	214,4	166,5	114,6	72	0
1104,4	271,8	213,6	150,7	80	0
1426,4	304	237,1	165,4	70	0
1725	318	245,2	165,2	39	0
2005,3	322,4	242	150	0	0
2270,8	315	230	130,4	0	0
2524	298,2	211,3	100	0	0
2766,6	260,8	172,9	55	0	0
3000	202,8	120	0	0	0

Fonte: Adaptado de (CM-LABS, 2019).

Tabela A.5 – Conversor de torque: razão de velocidades angulares em função da razão de torques.

c_{sr}	c_{tr}
0	2
0,10	1,85
0,20	1,68
0,30	1,52
0,40	1,38
0,50	1,26
0,60	1,11
0,65	1,07
0,70	1,03
0,75	0,99
0,80	0,99
0,85	0,99
0,90	0,99
0,95	0,99
1,00	1,00

Fonte: Adaptado de (CM-LABS, 2019).

Tabela A.6 – Conversor de torque: razão de velocidades em função do fator de capacidade normalizado λ .

c_{sr}	λ
0	0,974
0,10	1,00
0,20	0,997
0,30	0,990
0,40	0,970
0,50	0,925
0,60	0,848
0,70	0,757
0,80	0,619
0,88	0,436
0,94	0,268
1,00	0
1,064	0,050
1,140	0,120
1,25	0,250
1,43	0,500
1,70	0,848
2,00	1,00

Fonte: Adaptado de (CM-LABS, 2019).

Tabela A.7 – Coeficientes do modelo de Bekker para terreno argiloso com teor de umidade de 23%.

Parâmetro	Valor	Unidade
k_c	11,42	kN/m^{n+1}
k_ϕ	808,96	kN/m^{n+2}
n	1	-
c	9,65	kPa
K	2	cm
ϕ	35	graus

Fonte: Tabela 2.3, Wong (2001).

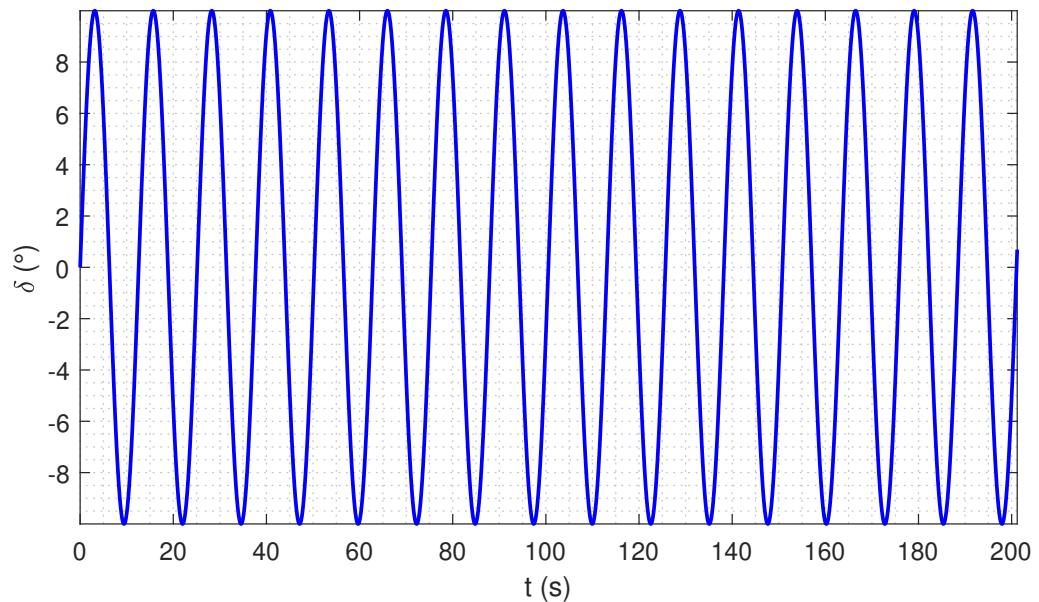
Tabela A.8 – Propriedades do terreno argiloso padrão do *Vortex Studio*.

Parâmetro	Valor	Unidade
Coeficiente de restituição	0	-
Limiar de restituição	0,001	m/s
Rigidez	400.000,00	N/m
Conformidade	2,5e-06	m/N
Amortecimento	100.000,00	kg/s
Coeficiente de atrito	0,47	-
Escala de atrito estático	1,2	-

Fonte: Adaptado de CM-LABS (2019).

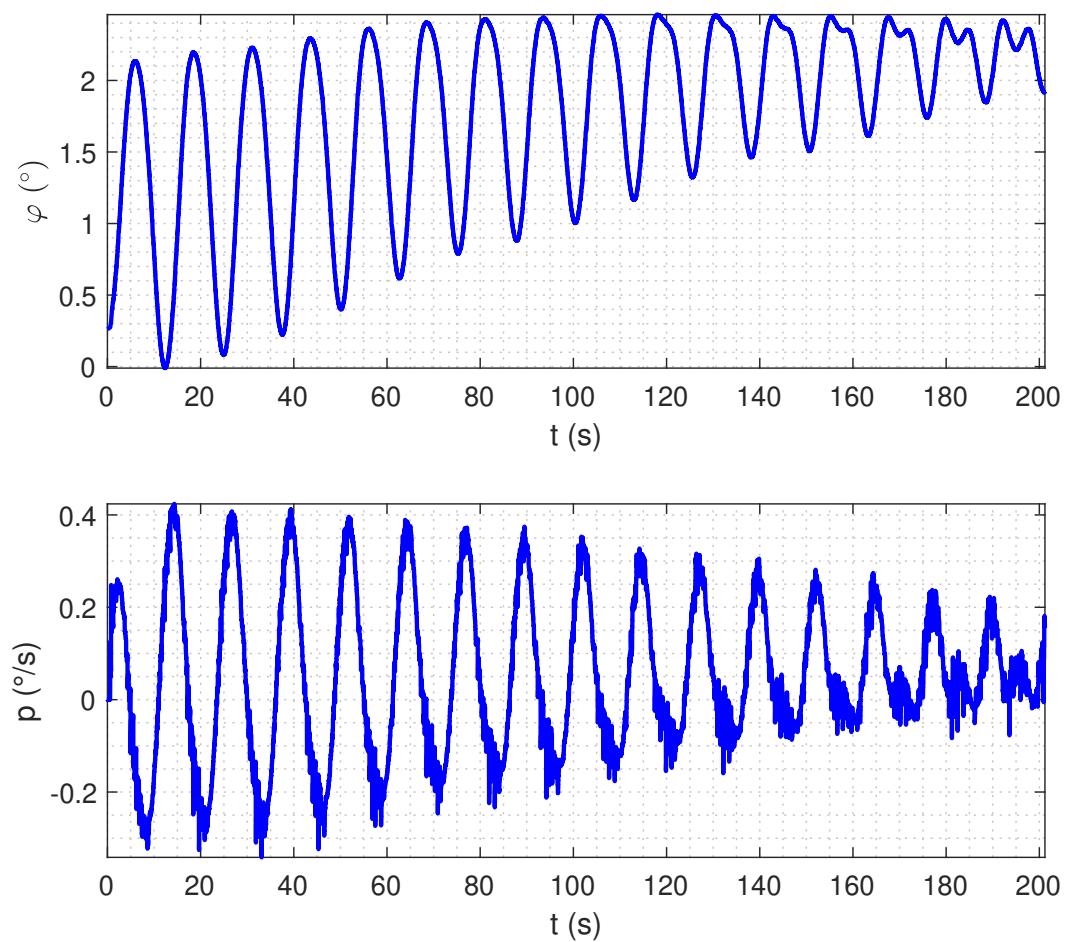
APÊNDICE B – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM MALHA ABERTA

Figura B.1 – Esterçamento senoidal com amplitude de 10° e frequência de $0,5 \text{ rad/s}$.



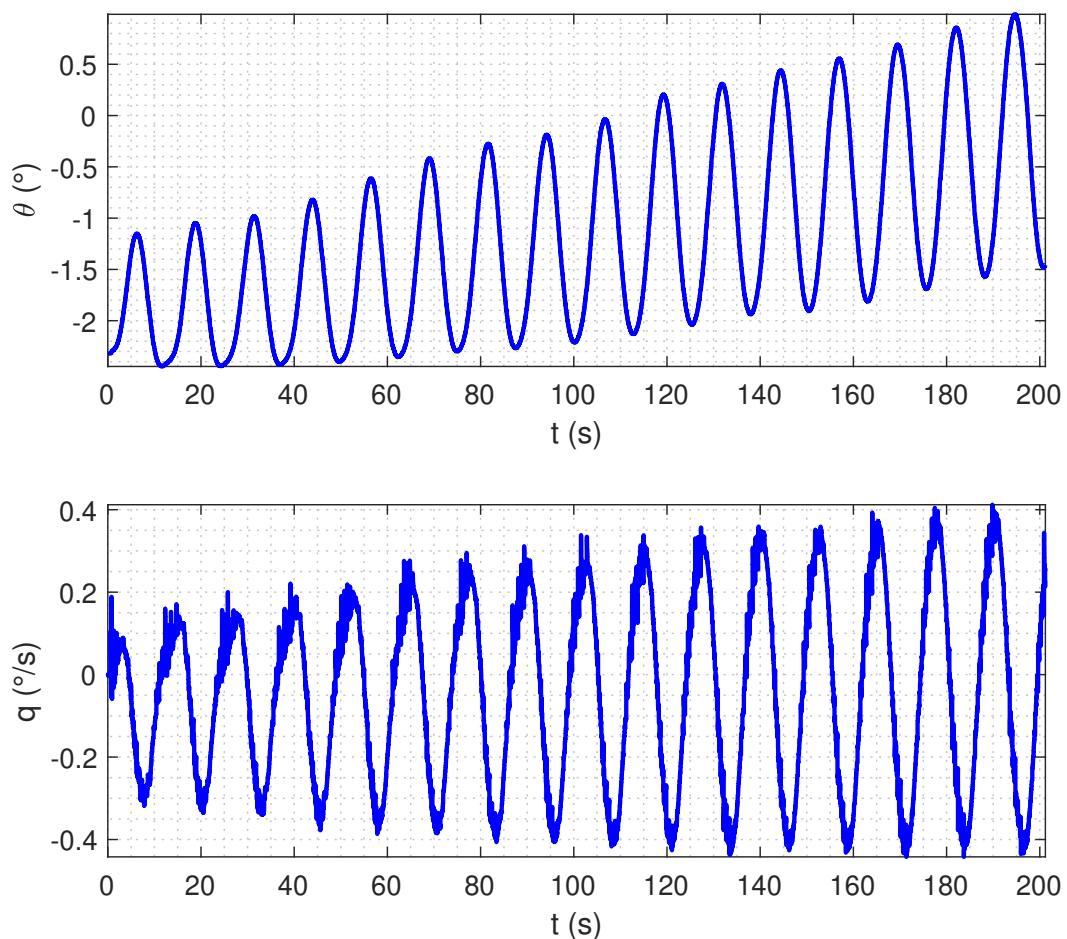
Fonte: Autor.

Figura B.2 – Variação do ângulo de rolamento, φ , e da velocidade de rolamento, p , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.



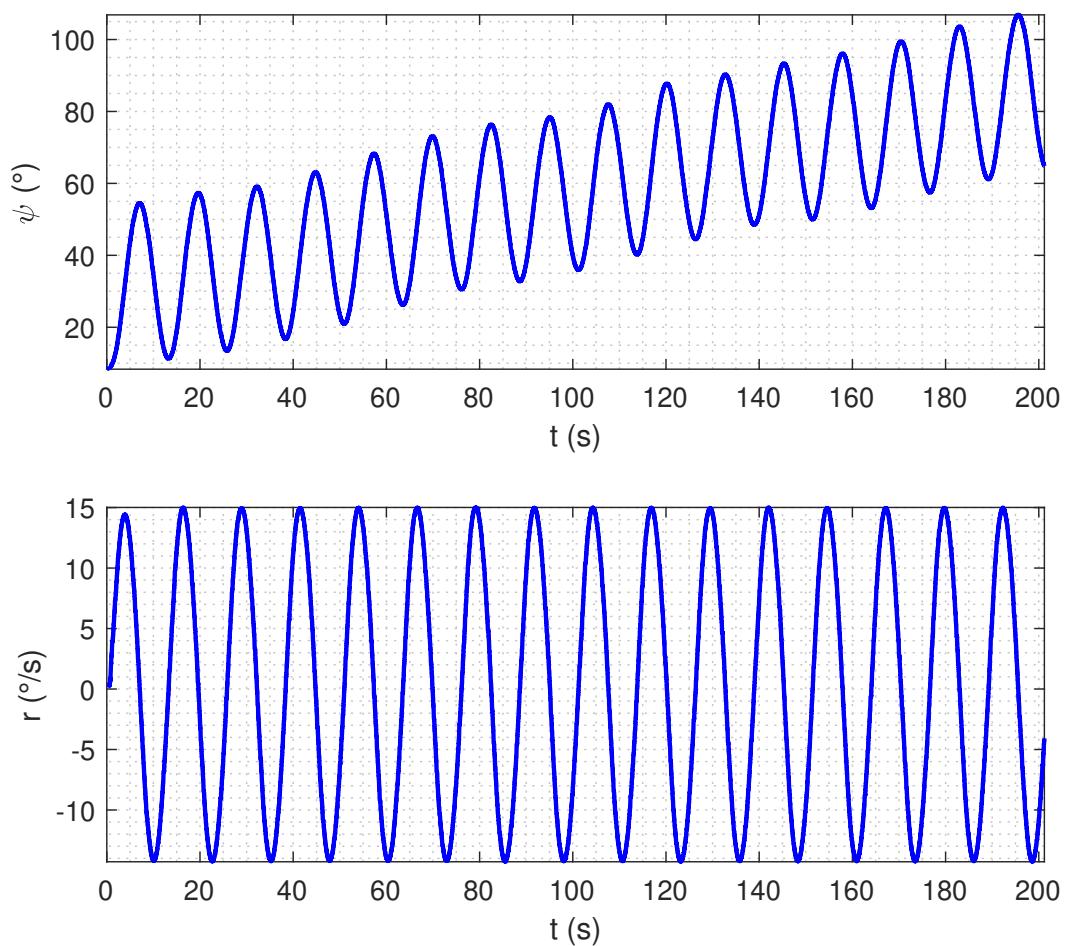
Fonte: Autor.

Figura B.3 – Variação do ângulo de arfagem, θ , e da velocidade de arfagem, q , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.



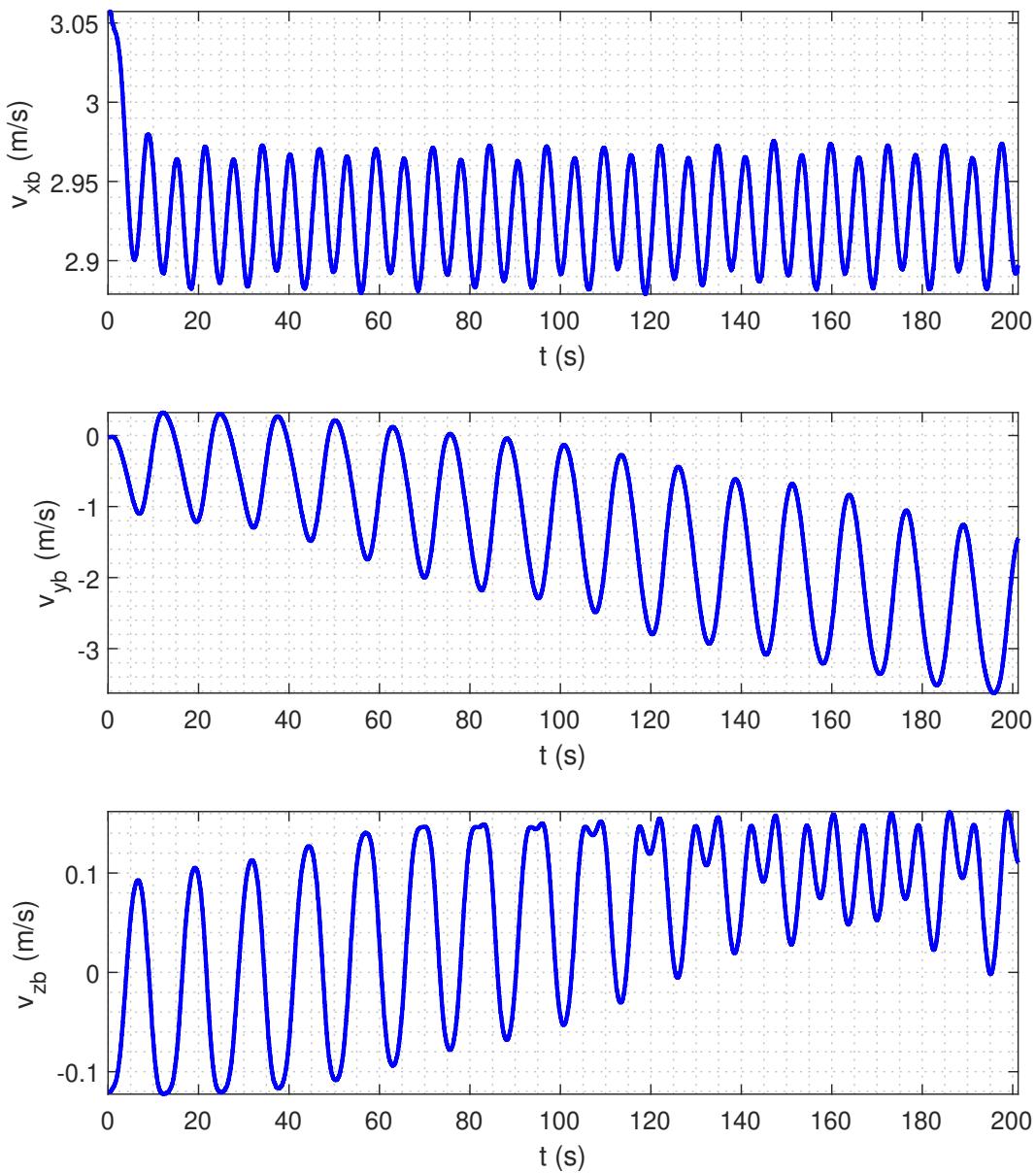
Fonte: Autor.

Figura B.4 – Variação do ângulo de guinada, ψ , e da velocidade de guinada, r , em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.



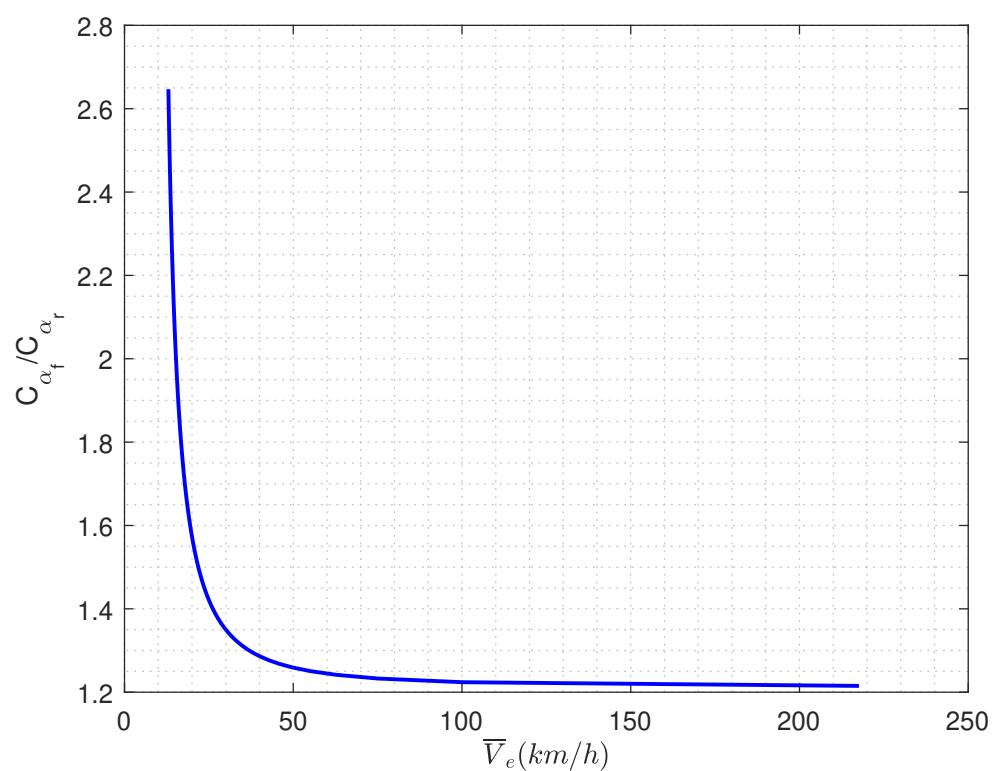
Fonte: Autor.

Figura B.5 – Variação das velocidades v_{xb} , v_{yb} e v_{zb} em função do tempo para uma entrada de esterçamento senoidal.



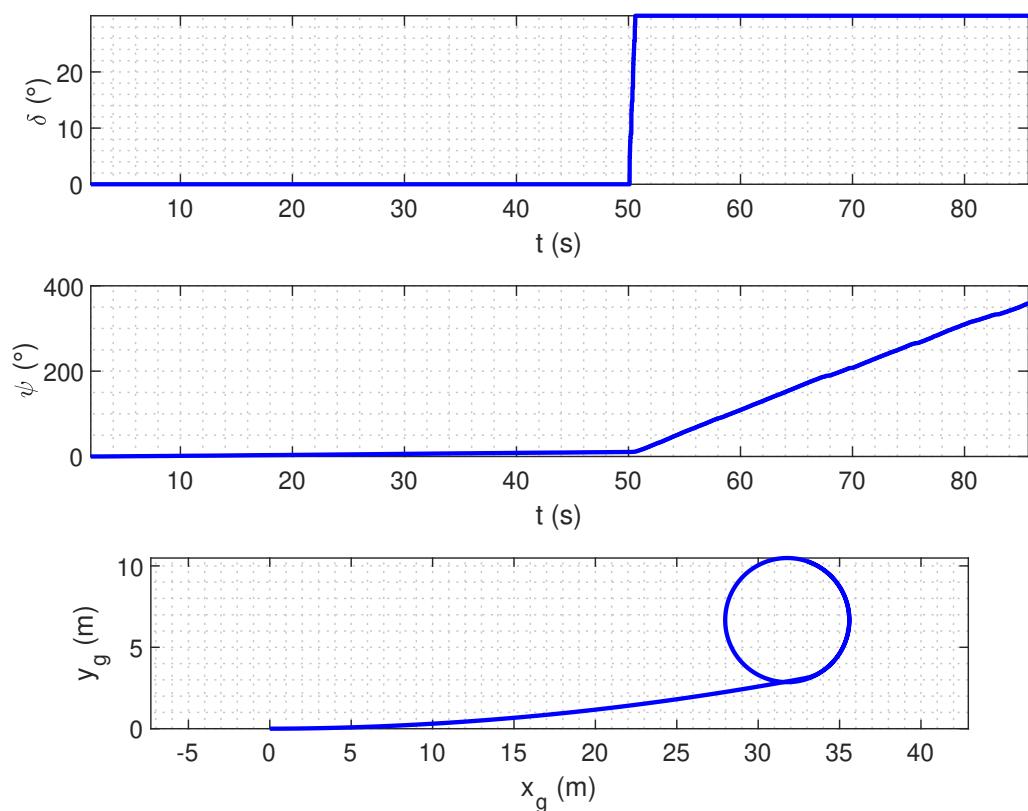
Fonte: Autor.

Figura B.6 – Variação da velocidade crítica em função da razão de coeficientes de rigidez lateral.



Fonte: Autor.

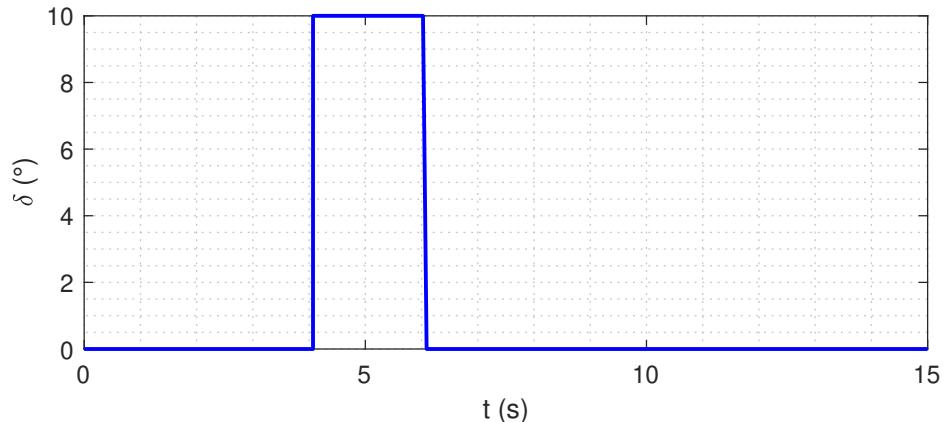
Figura B.7 – Variação do ângulo de guinada, ψ , para uma entrada ao degrau de $\delta = 30^\circ$ e trajetória circular do trator.



Fonte: Autor.

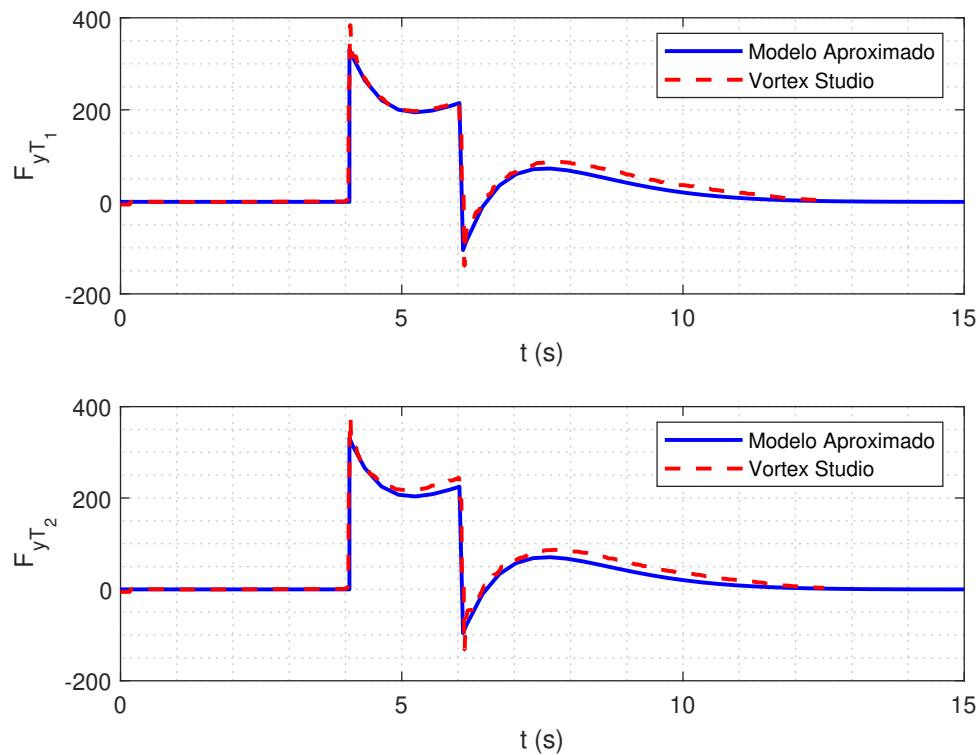
APÊNDICE C – VERIFICAÇÃO DA DINÂMICA LATERAL

Figura C.1 – Pulso δ aplicado.



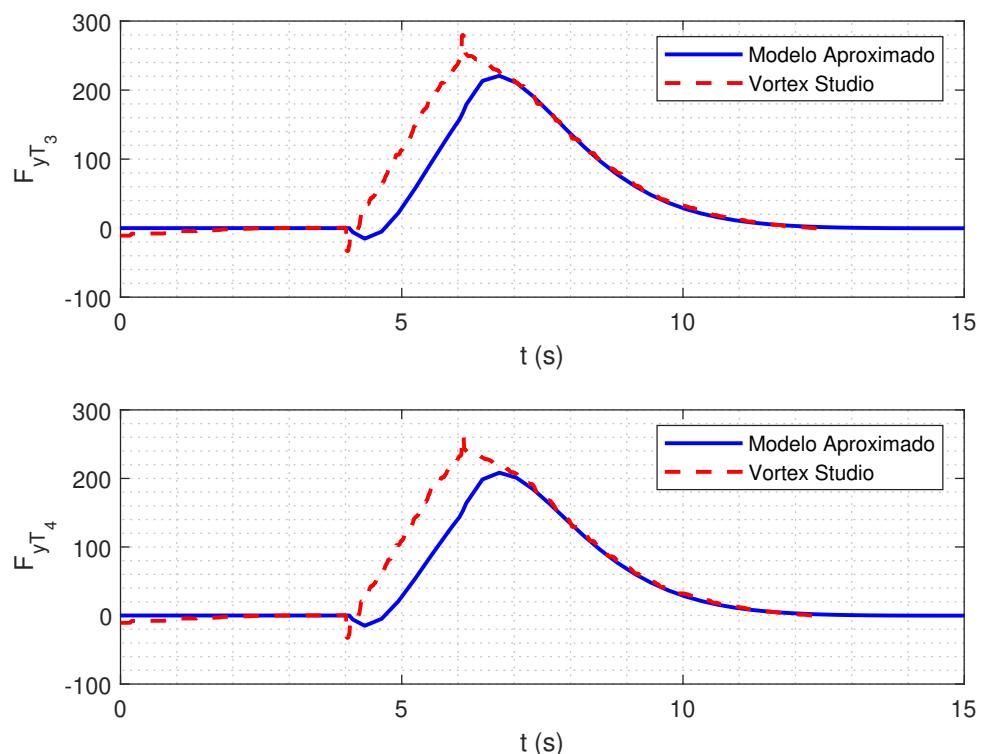
Fonte: Autor.

Figura C.2 – Resposta das forças laterais das rodas dianteiras para o pulso δ aplicado.



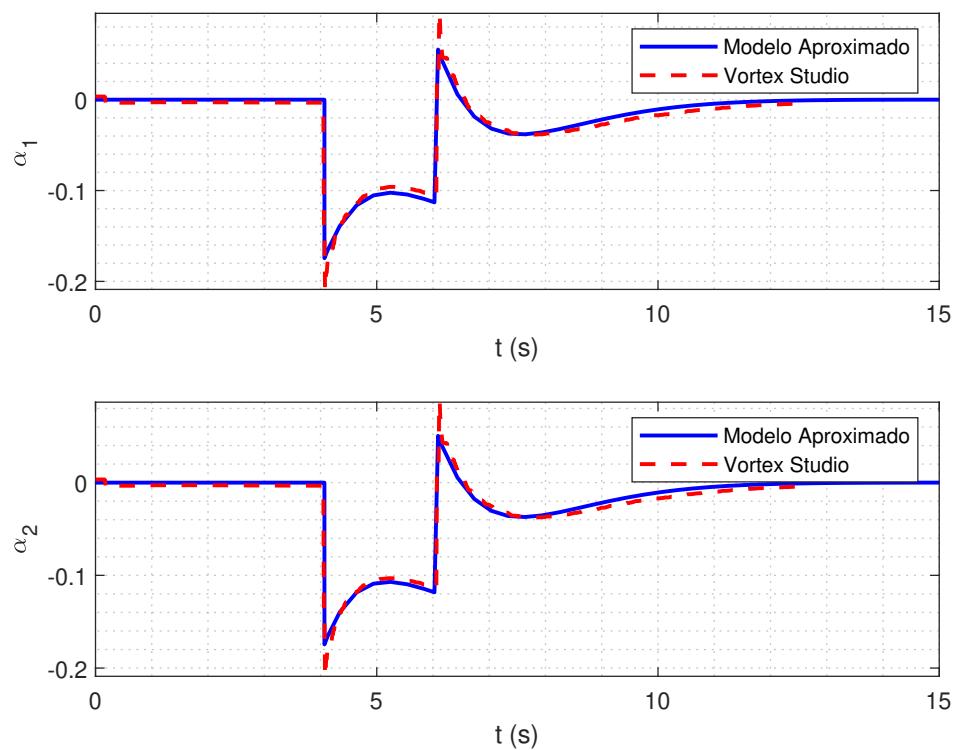
Fonte: Autor.

Figura C.3 – Resposta das forças laterais das rodas traseiras para o pulso δ aplicado.



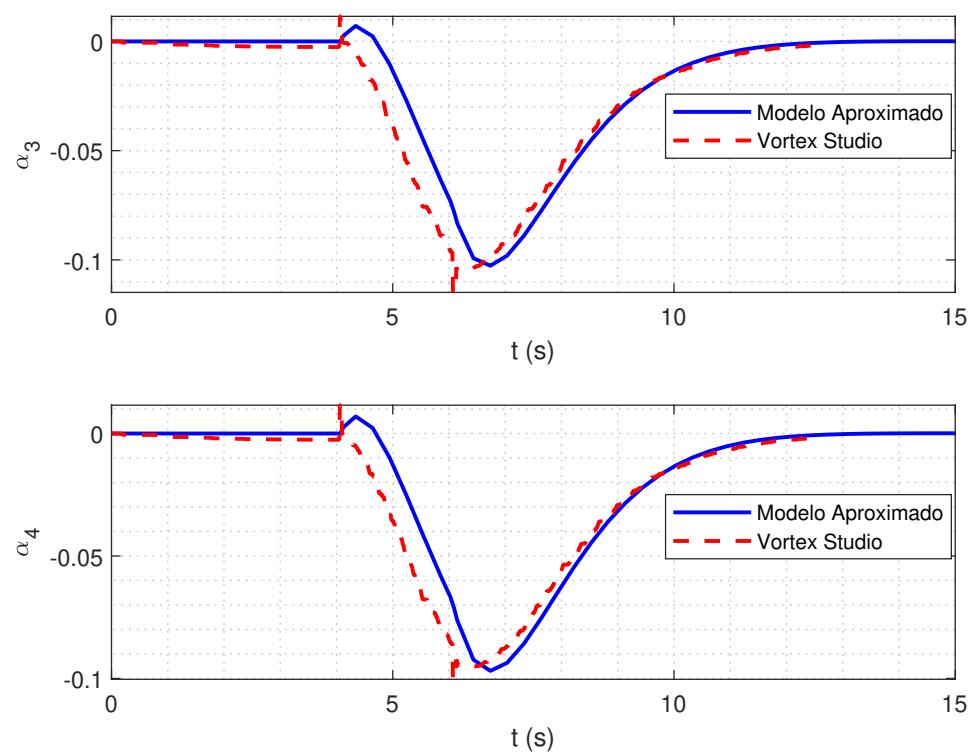
Fonte: Autor.

Figura C.4 – Resposta dos escorregamentos laterais das rodas dianteiras para o pulso δ aplicado.



Fonte: Autor.

Figura C.5 – Resposta dos escorregamentos laterais das rodas traseiras para o pulso δ aplicado.



Fonte: Autor.