



**PAPMEM**

**Janeiro/2019**

**Sistemas Lineares**

**Professor: Ledo Machado**

Questões

1) Seja a curva de equação  $ax + by = c$ . Tome três pontos distintos sobre essa curva, A, B e C e prove que a distância de A até B somada com a distância de B até C é igual a distância de A até C. Conclua que todos os pontos dessa curva estão sobre uma reta.

2) Fixe, arbitrariamente, um ponto  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  sobre a superfície  $ax + by + cz = d$ , ou seja, um ponto cujas coordenadas são tais que  $ax_0 + by_0 + cz_0 = d$ , e considere um ponto A qualquer sobre a mesma superfície. Considere, também, o ponto  $P(x_0 + a, y_0 + b, z_0 + c)$ , não necessariamente sobre a superfície. Prove, através do teorema de Pitágoras, que os segmentos  $\overline{P_0P}$  e  $\overline{P_0A}$  são perpendiculares. Conclua que todos os pontos dessa superfície estão sobre um plano.

3) O Professor Raphael Alcaires de Carvalho apresentou o seguinte problema a seus alunos:

Uma barraca vende cachorro- quente com uma salsicha a R\$ 15,00 e cachorro- quente com duas salsichas a R\$ 18,00. Ao final de um determinado dia, o vendedor conseguiu receber R\$ 810,00 com a venda de cachorro- quente e contou que foram vendidos 46 pães. Determine o número de salsichas que foram consumidas.

Um de seus alunos deu a seguinte resposta:

Suponha que todos os sanduíches tenham apenas uma salsicha. Então, o vendedor ganharia com a venda de 46 pães o valor de  $46 \times 15 = 690$  reais. No entanto, ele ganhou 810 reais. Isso porque, na verdade, teve cachorro- quente sendo vendido com duas salsichas. Então, os 120 reais ( $810 - 690$ ) a mais vem dos 3 reais ( $18 - 15$ ) a mais que são ganhos com a venda de cachorro- quente com duas salsichas. Portanto, temos  $120 \div 3 = 40$  cachorros- quentes vendidos com duas salsichas, e os outros 6 vendidos com uma salsicha. Logo,  $2 \times 40 + 6 = 86$  salsichas foram consumidas.

Outra forma de atacar esse problema é através do uso de sistemas de equações. Resolva esse problema construindo um sistema de equações nas variáveis  $x$  e  $y$  tais que:

- a)  $x$  seja o número de cachorros- quentes vendidos com uma salsicha, e  $y$  seja o número de cachorros- quentes vendidos com duas salsichas;
- b)  $x$  seja o preço de um pão, e  $y$  seja o preço de uma salsichas.

4) O curso de Matemática no semestre passado teve três provas. As questões valiam um ponto cada uma, mas os pesos das provas eram diferentes. Jorge, que acertou 6 questões na primeira prova, 5 na segunda e 4 na terceira, obteve no final um total de 47 pontos. Fernando acertou 3, 6 e 6, totalizando 54 pontos. Por sua vez, Marcos acertou 2, 7 e 5 questões, atingindo a soma de 50 pontos no final. Já Renato fez 5 questões certas na primeira prova, 8 na segunda e 3 na terceira, obtendo 15 pontos nessa terceira prova. Qual foi o total de pontos de Renato?