Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Rurais
Departamento de Tecnologia e Ciência dos Alimentos
Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia dos Alimentos

Uso da estatística para validação de produtos e processos

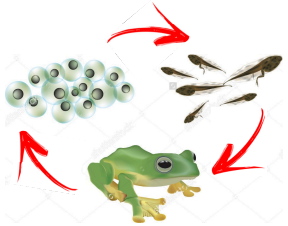
Renius Mello

1º Fórum de Qualidade de Carnes & Derivados (FQCD)
"Processamento térmico e estabilidade de produtos cárneos"
Santa Maria/RS, 27 de setembro de 2016

© by Prof. Renius Mello

Ciclo de Vida
Validação de Produtos e Processos

- **Estágio 1**:
  Delinear o Processo
  Estatísticas para analisar e otimizar os resultados (DOE, análise de variação, etc.)



- **Estágio 2**:
  Qualificação do Processo
  Análise de variação, capacidade (aptidão), análise de estabilidade

- **Estágio 3**:
  Monitoramento e melhoria do Processo
  Capacidade do processo e gráficos de controle

© by Prof. Renius Mello

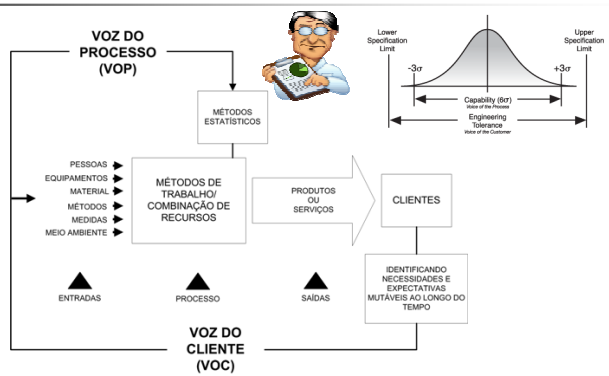
Entendendo o Processo

Testar o produto final e passar nas especificações não confere conhecimento do processo

Entender a variação de cada estágio de produção
Conhecer a estabilidade e capacidade

© by Prof. Renius Mello

Controle Estatístico de Processo



© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Objetivo

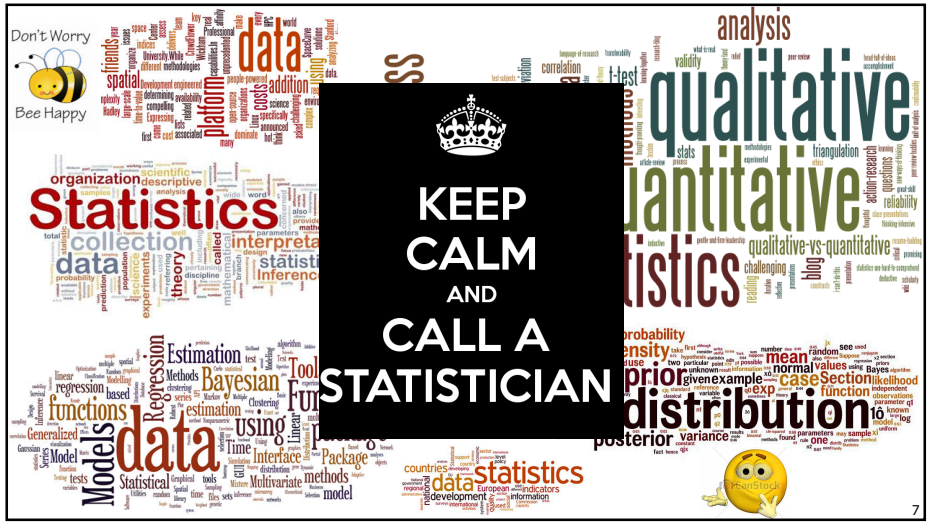
Demonstrar algumas ferramentas estatísticas (técnicas) que podem ser aplicadas pela indústria para a validação de produtos e processos com o intuito de:

- ✓ Desenvolver novos produtos e melhorar o desempenho de produtos
- ✓ Estimar efeito de fatores do processo em relação a qualidade (ex.: influência de diferentes matérias primas na qualidade do produto)
- ✓ Otimizar processo (redução da variação, redução do tempo, melhoria do rendimento)
- ✓ Reduzir o custo operacional

© by Prof. Renius Mello

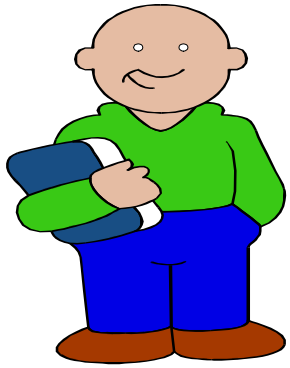
$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Estatística Descritiva vs. Inferencial



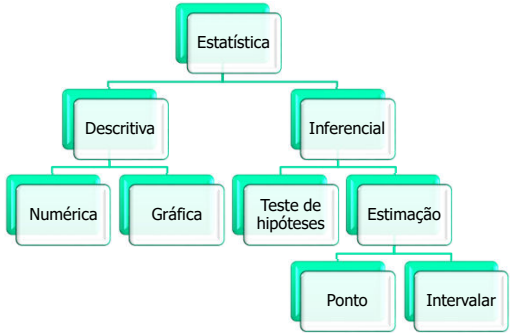
Σ

KEEP CALM BECAUSE I'M A STATISTICIAN



© by Prof. Renius Mello

Principais divisões da estatística



© by Prof. Renius Mello

Estatística Descritiva

- Medidas de posição
  - Tendência central
    - Média $\hat{\mu} = \hat{m} = \overline{X} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i / n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
    - Mediana
    - Moda
  - Separatrizes
    - Mediana
    - Quartis
    - Decis
    - Percentis

© by Prof. Renius Mello

Estatística Descritiva

- Medidas de dispersão
  - Amplitude
  - Variância

$$\hat{\sigma}^2 = s^2 = \hat{V}(X) = \frac{\sum (x - \overline{X})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \frac{SQD_x}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

  - Desvio Padrão (DP)

$$\hat{\sigma} = s = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \sqrt{s^2}$$

  - DP Relativo (CV)

$$CV(\%) = \frac{s}{\overline{x}} \cdot 100$$

© by Prof. Renius Mello

Estatística Descritiva

- Resumindo ou mostrando os fatos

"Os dados não fazem qualquer sentido, teremos que recorrer as estatísticas."

- Média = soma de todas obs / nº de obs
- Amplitude = máx. – mín.
- Desvio Padrão (DP)

  Variância = DP²

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}}$$

- DP relativo (CV) = DP × 100 / média

© by Prof. Renius Mello

Desvio padrão relativo (CV)

Exemplo 1:

Grupo	n	Média	DP	CV (%)
1	10	80	0,8	1,0
2	10	90	0,9	1,0
3	10	100	1,0	1,0
4	10	110	1,1	1,0
5	10	120	1,2	1,0

O desvio padrão é proporcional à média e o CV permanece inalterado

Exemplo 2:

Grupo	n	Média	DP	CV (%)
1	10	80	1,0	1,4
2	10	90	1,0	1,1
3	10	100	1,0	1,0
4	10	110	1,0	0,9
5	10	120	1,0	0,8

O CV altera porque a média é alterada e o desvio padrão não

© by Prof. Renius Mello

Exemplo: Uniformidade da mistura

- Especificação:
  - ✓ 90-110%
  - ✓ CV ≤ 5,0%

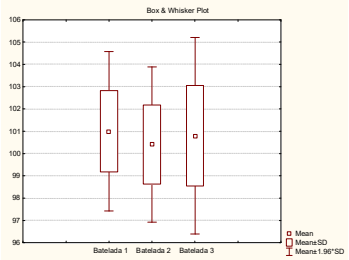
Situação	Batelada 1	Batelada 2	Batelada 3
1	101	100	102
2	98	99	104
3	99	101	99
4	100	103	97
5	103	97	101
6	102	102	100
7	101	100	102
8	100	101	98
9	102	102	103
10	104	99	102

© by Prof. Renius Mello

Exemplo: Uniformidade da mistura

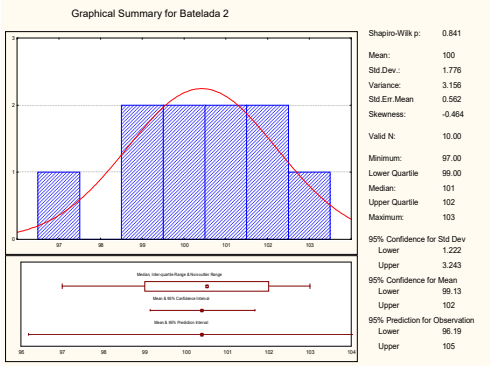
Situação	Batelada 1	Batelada 2	Batelada 3
1	101	100	102
2	98	99	104
3	99	101	99
4	100	103	97
5	103	97	101
6	102	102	100
7	101	100	102
8	100	101	98
9	102	102	103
10	104	99	102

Variable	Descriptive Statistics							
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Range	Variance	Std.Dev.	Coef.Var.
Batelada 1	10	101.0	98.0	104.0	6.00	3.33	1.83	1.81
Batelada 2	10	100.4	97.0	103.0	6.00	3.16	1.78	1.77
Batelada 3	10	100.8	97.0	104.0	7.00	5.07	2.25	2.23



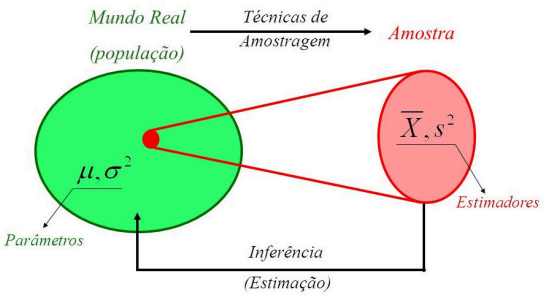
© by Prof. Renius Mello

Exemplo: Uniformidade da mistura



© by Prof. Renius Mello

Inferência Estatística



© by Prof. Renius Mello

Inferência Estatística

- A decisão sobre um lote baseia-se numa pequena amostra relativa tomada, dado que não é realístico testar todo o lote.
- Para confirmar que os dados são representativos do lote, estatísticas inferenciais (intervalos de confiança e tolerância) podem ser utilizadas para predizer a média verdadeira.

© by Prof. Renius Mello

Intervalo de Confiança

- É um intervalo dentro do qual acredita-se que a média verdadeira reside:

$$IC\ (\mu)_{1-\alpha} = \bar{X} \pm t_0 * \frac{s}{\sqrt{n}}$$

em que:

$\bar{X}$ é a média amostral

s é o desvio padrão amostral

n é o tamanho amostral

t_0 constante obtida da tabela distribuição *Student* $f(\alpha; (n-1)g.l.)$

© by Prof. Renius Mello

Intervalo de Tolerância

- É um intervalo dentro do qual acredita-se que os valores individuais residam:

$$IT\ = \bar{X} \pm k * s$$

em que:

$\bar{X}$ é a média amostral

s é o desvio padrão amostral

k constante obtida a partir de fatores (IC, proporção, n) para limites de tolerância bilateral para distribuições normais

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Exemplo

- Um lote foi testado para a uniformidade de conteúdo. O valor médio de 10 unidades testadas foi 99,1% e desvio padrão de 2,6%.
  - ✓ α = 1% (0,01)
  - ✓ Intervalo de confiança?
  - ✓ Intervalo de tolerância abrangendo 99% dos dados?

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Exemplo

- Intervalo de Confiança:
  - ✓ $IC\ (\mu)_{1-\alpha} = \bar{X} \pm t_0 * \frac{s}{\sqrt{n}}$
  - ✓ $IC\ (\mu)_{1-0,01} = 99,1 \pm 3,25 * \frac{2,6}{\sqrt{10}}$
  - ✓ $IC\ (\mu)_{0,99} = \mathbf{96,4\ a\ 101,8\%}$

	90%	95%	97.5%	99%	99.5%	99.95%	1-Tail Confidence Level
	80%	90%	95%	98%	99%	99.9%	2-Tail Confidence Level
	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.0005	1-Tail Alpha
df	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001	2-Tail Alpha
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	636.6192	
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	31.5991	
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	12.9240	
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	8.6103	
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	6.8688	
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.9588	
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	5.4079	
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	5.0413	
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	[illegible]	
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.5869	
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.4370	
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	4.3178	
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	4.2208	
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	4.1405	
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	4.0728	
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	4.0150	
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.9651	
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.9216	
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.8834	
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.8495	

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Exemplo

- Intervalo de Tolerância:
  - ✓ $IT\ = \bar{X} \pm k * s$
  - ✓ $IT\ = 99,1 \pm (5,594 * 2,6)$
  - ✓ $IT\ = \mathbf{84,6\ a\ 113,6\%}$

n \ P	γ = 0.95					γ = 0.99				
	0.75	0.90	0.95	0.99	0.999	0.75	0.90	0.95	0.99	0.999
2	22.858	32.019	37.674	48.430	60.573	114.363	160.193	188.491	242.300	303.054
3	5.922	8.380	9.916	12.861	16.208	13.378	18.930	22.401	29.055	36.616
4	3.779	5.369	6.370	8.299	10.502	6.614	9.398	11.150	14.527	18.383
5	3.002	4.275	5.079	6.634	8.415	4.643	6.612	7.855	10.260	13.015
6	2.604	3.712	4.414	5.775	7.337	3.743	5.337	6.345	8.301	10.548
7	2.361	3.369	4.007	5.248	6.676	3.233	4.613	5.488	7.187	9.142
8	2.197	3.136	3.732	4.891	6.226	2.905	4.147	4.936	6.468	8.234
9	2.078	2.967	3.532	4.631	5.899	2.677	3.822	4.550	5.966	7.600
10	1.987	2.839	3.379	4.433	5.649	2.508	3.582	4.265	5.594	7.129
11	1.916	2.737	3.259	4.277	5.452	2.378	3.397	4.045	5.308	6.766
12	1.858	2.655	3.162	4.150	5.291	2.274	3.250	3.870	5.079	6.477
13	1.810	2.587	3.081	4.044	5.158	2.190	3.130	3.727	4.893	6.240
14	1.770	2.529	3.012	3.955	5.045	2.120	3.029	3.608	4.737	6.043
15	1.735	2.480	2.954	3.878	4.949	2.060	2.945	3.507	4.605	5.876
16	1.705	2.437	2.903	3.812	4.865	2.009	2.872	3.421	4.492	5.732
17	1.679	2.400	2.858	3.754	4.791	1.965	2.808	3.345	4.393	5.607
18	1.655	2.366	2.819	3.702	4.725	1.926	2.753	3.279	4.307	5.497
19	1.635	2.337	2.784	3.656	4.667	1.891	2.703	3.221	4.230	5.399
20	1.616	2.310	2.752	3.615	4.614	1.860	2.659	3.168	4.161	5.312
21	1.599	2.286	2.723	3.577	4.567	1.833	2.620	3.121	4.100	5.234
22	1.584	2.264	2.697	3.543	4.523	1.808	2.584	3.078	4.044	5.163
23	1.570	2.244	2.673	3.512	4.484	1.785	2.551	3.040	3.993	5.098
24	1.557	2.225	2.651	3.483	4.447	1.764	2.522	3.004	3.947	5.039
25	1.545	2.208	2.631	3.457	4.413	1.745	2.494	2.972	3.904	4.985
26	1.534	2.193	2.612	3.432	4.382	1.727	2.469	2.941	3.865	4.935
27	1.523	2.178	2.595	3.409	4.353	1.711	2.446	2.914	3.828	4.888

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Exemplo

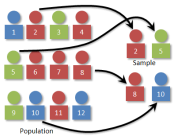
- Se a amostra de 10 unidades tem valor médio de 99,1% e desvio padrão de 2,6%
- Então, podemos dizer que:
  - ✓ Estamos 99% certos de que a verdadeira média do lote esteja entre **96,4 e 101,8% (IC)**
  - ✓ Estamos 99% certos de que 99% da uniformidade de conteúdo situa-se entre **80,6** e **117,6% (IT)**

© by Prof. Renius Mello

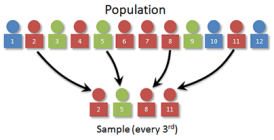
$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Amostragem

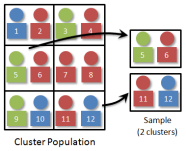
Aleatória simples



Sistemática



Agrupamento



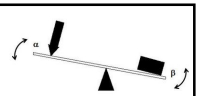
Conveniência

Estratificada

© by Prof. Renius Mello

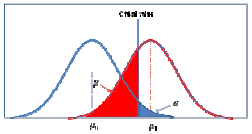
$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Riscos da amostragem



Disposição	Impacto se (realidade)	
	Lote é bom (H_0 verdadeiro)	Lote é ruim (H_0 falso)
Lote é aceito (aceitar H_0)	Decisão correta (P=1-α ou confiança do fabricante)	**Decisão errada (P=β ou risco do consumidor)**
Lote é recusado (rejeitar H_0)	**Decisão errada (P=α ou risco do fabricante)**	Decisão correta (P=1-β ou confiança do consumidor)

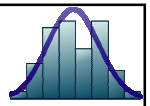
1-α = intervalo de confiança
1-β = poder do teste

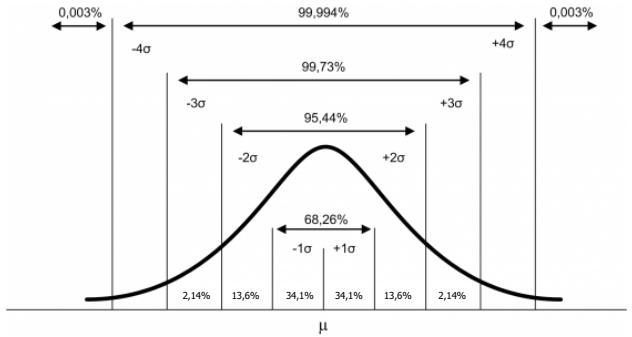


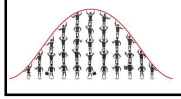
© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Variações





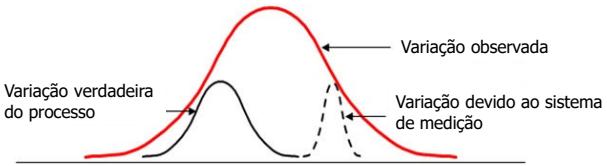


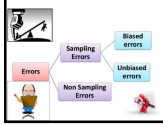
© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Variações

- Tipos:
  - ✓ Aleatória
  - ✓ Sistemática





$$\sigma^2 observada = \sigma^2 atual + \sigma^2 medição$$

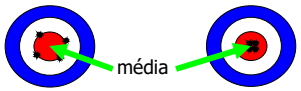
Erros aleatórios vs. sistemáticos

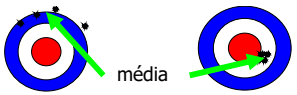
Erro aleatório

- Origina-se de variações nos parâmetros que estão fora do controle do operador, mas que influenciam no valor da mensuração que está sendo feita.
- O erro médio deve ser zero se um número suficiente de mensurações são efetuadas.

Erro sistemático

- Permanece constante ou pode variar de forma previsível ao longo de uma série de mensurações.
- Não pode ser reduzido pela realização de mensurações repetidas. Pode ser permitido para subtração de valores de branco.





© by Prof. Renius Mello

Medidas de Incerteza

- Sistemas de medição:

$$Resultado = Média - Erro\ sistemático \pm Incerteza$$

- Tipos de Incerteza:
  - Incerteza padrão
  - Teste de valor extremo (Grubbs)
  - Erro normalizado

© by Prof. Renius Mello

Incerteza padrão

- É obtida pela estimativa da variância da média, dada por:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

em que,

s é o desvio padrão

n é número de leituras

© by Prof. Renius Mello

Incerteza padrão

- Exemplo:
  - Dado um processo de calibração da massa padrão, o avaliador realizou 5 medidas da diferença entre a massa padrão e a massa desconhecida:

Leitura 1	Leitura 2	Leitura 3	Leitura 4	Leitura 5
15 mg	25 mg	20 mg	13 mg	18 mg

$\bar{x} = 18{,}20$

$s = 4{,}66$

  - Cálculo:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{4{,}66}{\sqrt{5}} = 2{,}08$$

© by Prof. Renius Mello

Teste de valor extremo (Grubbs)

- A estatística do teste de Grubbs é:

$$Z = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s}$$

em que,

x_i é a i-ésima observação amostral $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$

$\bar{x}$ é a média amostral

s é o desvio padrão amostral

© by Prof. Renius Mello

Teste de valor extremo (Grubbs)

- Hipóteses:
  - H_0: a observação **não** é considerada um valor extremo
  - H_1: a observação **é** considerada um valor extremo
- Teste unicaudal (unilateral à direita)
  - Rejeita-se H_0 se $Z > Z_c$
  - OBS.: os valores críticos (Z_c), baseados na distribuição Z, encontram-se na tabela de Grubbs para α = 0,5%, 1%, 2,5%, 5% e 10% em função dos distintos tamanho amostrais (n)

© by Prof. Renius Mello

Teste de valor extremo (Grubbs)

- Exemplo:

1ª	**2ª**	**3ª**	**4ª**	**5ª**	**6ª**
11,90	11,96	11,90	11,91	12,04	12,15
7ª	**8ª**	**9ª**	**10ª**	**11ª**	$\bar{x} = 12,01$
11,94	11,87	11,86	12,13	12,60	$s = 0,21$

- Cálculo do teste de Grubbs para a 11ª mensuração:

$$Z = \frac{|x_i - \bar{x}|}{s} = \frac{|12{,}60 - 12{,}01|}{0{,}21} = 2{,}81$$

© by Prof. Renius Mello

Teste de valor extremo (Grubbs)

- Cálculo do teste de Grubbs para a 11ª mensuração:
  - Z_c α=5% (tabela) = 2,23
  - Regra Decisória:
    - $Z > Z_c$ (2,81 > 2,23) → Rejeita-se H_0
  - Conclusão:
    - Essa medida é um valor extremo (*outlier*)

© by Prof. Renius Mello

Teste de valor extremo (Grubbs)

- Medições brutas (com *outlier*):
  - $\bar{x} = 12{,}01$
  - $s = 0{,}21$
- Medições editadas (sem *outlier*)

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
11,90	11,96	11,90	11,91	12,04	12,15
7ª	**8ª**	**9ª**	**10ª**	11ª	$\bar{x} = 11{,}97$
11,94	11,87	11,86	12,13	12,60	$s = 0{,}10$

© by Prof. Renius Mello

Erro normalizado

- O erro normalizado (EN) é dado pela estatística:

$$EN = \frac{|M_{SM1} - M_{SM2}|}{\sqrt{{I_{SM1}}^2 + {I_{SM2}}^2}}$$

em que,

M_{SM1} é a média do sistema de medição 1 e M_{SM2} do 2

I_{SM1} é a incerteza expandida do sistema de medição 1 e I_{SM2} do 2

- $EN \leq 1$ os dois sistemas de medição são compatíveis
- $EN > 1$ os dois sistemas de medição **não** são compatíveis

© by Prof. Renius Mello

Erro normalizado

- Exemplo:
  - Durante processo de acreditação de um laboratório foi feito estudo de comparação interlaboratorial entre o participante e o de referência. Com os dados abaixo, calcule o erro normalizado e faça as devidas conclusões.

	Laboratório referência	Laboratório
Média	11,6	12,6
Incerteza expandida	0,3	0,4

© by Prof. Renius Mello

Erro normalizado

- Cálculo:

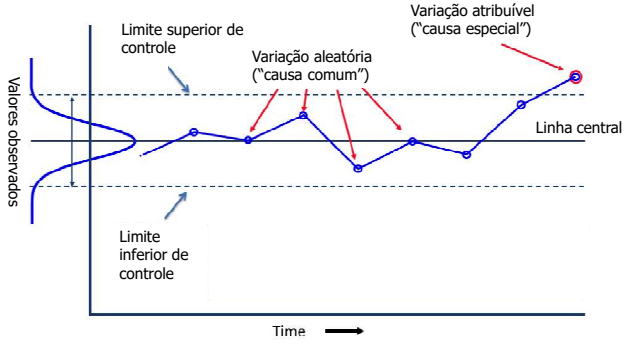
$$EN = \frac{|M_{SM1} - M_{SM2}|}{\sqrt{{I_{SM1}}^2 + {I_{SM2}}^2}} = \frac{|11{,}6 - 12{,}6|}{\sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2}} = 2$$

- Conclusão:
  - Os resultados dos laboratórios são incompatíveis.

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

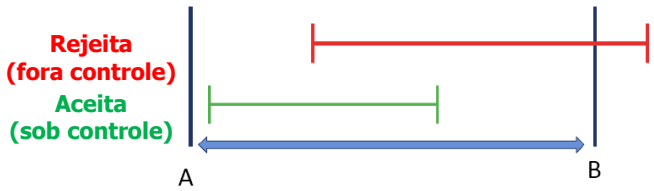
Gráficos de Controle



© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Gráficos de Controle



© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Gráficos de Controle

- Gráficos por Variáveis
  - $n = 1$ → X & R_m (valor individual e amplitude móvel)
  - $2 \leq n \leq 9$ mediana → $\tilde{X}$ & R (mediana e amplitude)
  - n 'pequeno' $3 \leq n \leq 8$ → $\bar{X}$ & R (média e amplitude)
  - n 'grande' $n \geq 8$ → $\bar{X}$ e S (média e desvio padrão)

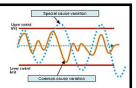
© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Gráficos de Controle

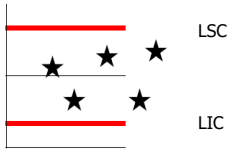
- Gráficos por Atributos
  - Não conformidade ou defeitos por unidade
    - Tamanho amostral constante → Gráfico c (nº de não conformidade por unidade)
    - Tamanho amostral variável → Gráfico u (taxa de não conformidade por unidade)
  - Unidades defeituosas
    - $n \geq 50$ constante → Gráficos p ou np (proporções não conforme) ou (unidades não conforme)
    - $n \geq 50$ variável → Gráfico p (proporções não conforme)

© by Prof. Renius Mello



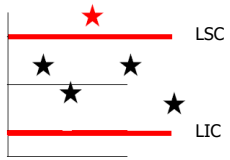
Estabilidade do Processo

Processo estável ("sob controle")



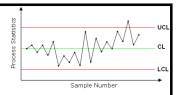
É aquele que as respostas-chave do processo não mostram sinais de causas especiais.

Processo instável ("fora de controle")

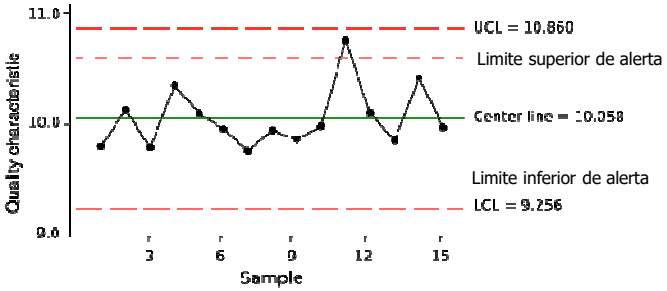


Tem causas comuns e especiais presentes.

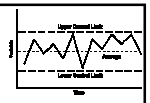
© by Prof. Renius Mello



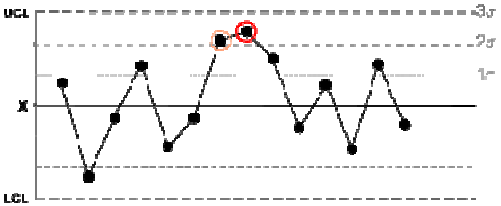
Estabilidade do Processo



© by Prof. Renius Mello

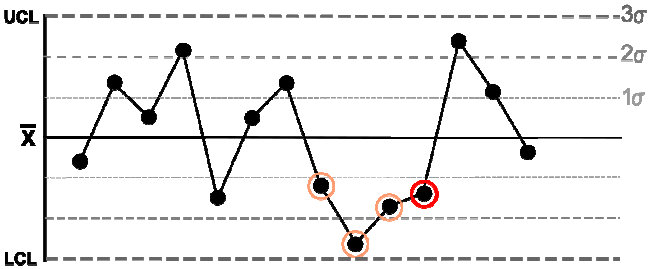


Estabilidade do Processo



© by Prof. Renius Mello

Estabilidade do Processo

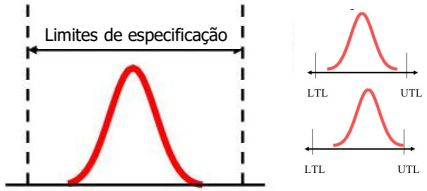


© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

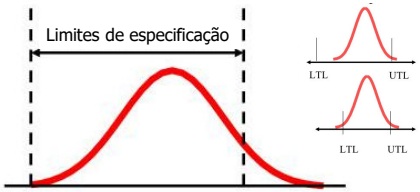
Capacidade do Processo

Processo capaz



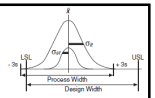
A saída do processo reside bem dentro dos limites de especificação.

Processo incapaz



Alguma saída do processo vai para fora dos limites de especificação permitidos.

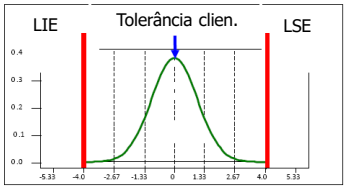
© by Prof. Renius Mello

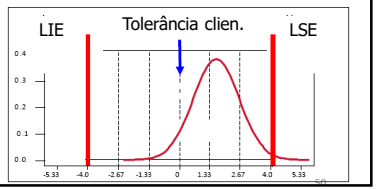


$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Capacidade do Processo

- Índices de capacidade a curto prazo:
- $C_p = \frac{LSE - LIE}{6s}$
- $CP_s = \frac{LSE - \mu}{3s}$
- $CP_i = \frac{\mu - LIE}{3s}$
  - ✓ $C_{pk} < 1$ incapaz
  - ✓ $C_{pk} = 1$ marginalmente capaz
  - ✓ $C_{pk} > 1$ capaz



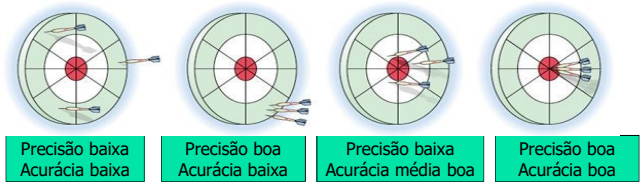


© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Acurácia vs. Precisão

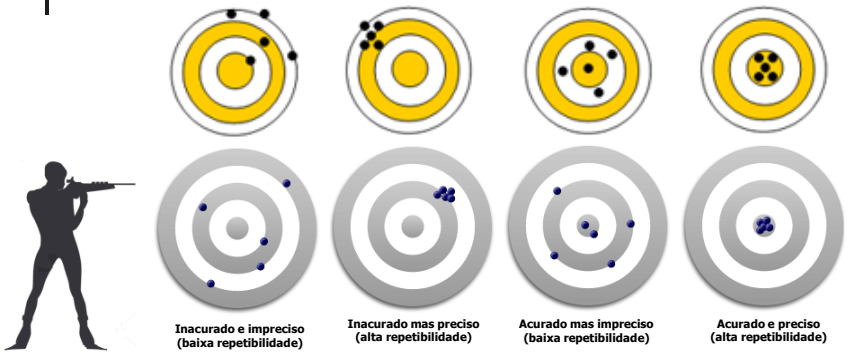
- A definição de 'acurácia' e 'precisão' no dicionário é aproximadamente a mesma, indicando que podem ser usadas como sinônimos. Todavia, na estatística estas têm significados distintos, a diferença é ilustrada por diagramas de alvo:



© by Prof. Renius Mello

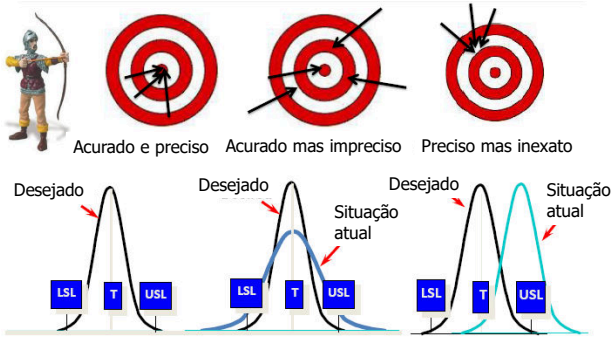
$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Acurácia vs. Precisão



© by Prof. Renius Mello

Capacidade do Processo



© by Prof. Renius Mello

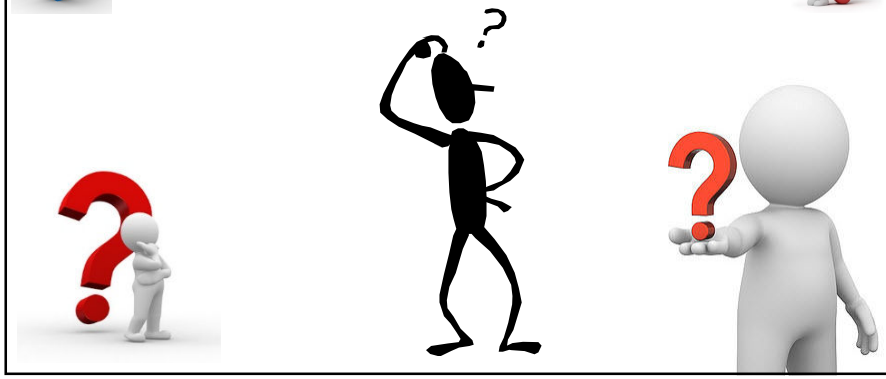
Considerações Finais

Utilize ferramentas estatísticas que sejam úteis e significativas para compreender o desempenho da linha base do processo.

Os critérios estatísticos de aceitação para validação devem proporcionar X% de confiança que a exigência foi cumprida.

© by Prof. Renius Mello

Dúvidas?



FÓRUM QUALIDADE DE CARNES E DERIVADOS

Processamento Térmico & Estabilidade de Produtos Cárneos

Renius Mello

reniusmello@gmail.com
(55) 9662-1408

© by Prof. Renius Mello

$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Tabela unicaudal do Teste de Grubbs

n	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
3	1,148	1,153	1,154	1,155	1,155
4	1,425	1,462	1,481	1,492	1,496
5	1,602	1,671	1,715	1,749	1,764
6	1,729	1,822	1,887	1,944	1,973
7	1,828	1,938	2,02	2,097	2,139
8	1,909	2,032	2,127	2,221	2,274
9	1,977	2,11	2,215	2,323	2,387
10	2,036	2,176	2,29	2,41	2,482
11	2,088	**2,234**	2,355	2,484	2,564
12	2,134	2,285	2,412	2,549	2,636
13	2,176	2,331	2,462	2,607	2,699
14	2,213	2,372	2,507	2,658	2,755
15	2,248	2,409	2,548	2,705	2,806
16	2,279	2,443	2,586	2,747	2,852
17	2,309	2,475	2,62	2,785	2,894
18	2,336	2,504	2,652	2,821	2,932
19	2,361	2,531	2,681	2,853	2,968

n	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
20	2,385	2,557	2,708	2,884	3,001
21	2,408	2,58	2,734	2,912	3,031
22	2,429	2,603	2,758	2,939	3,06
23	2,449	2,624	2,78	2,963	3,087
24	2,468	2,644	2,802	2,987	3,112
25	2,486	2,663	2,822	3,009	3,135
26	2,503	2,681	2,841	3,029	3,158
27	2,52	2,698	2,859	3,049	3,179
28	2,536	2,714	2,876	3,068	3,199
29	2,551	2,73	2,893	3,086	3,218
30	2,565	2,745	2,908	3,103	3,236
31	2,579	2,76	2,924	3,119	3,253
32	2,592	2,773	2,938	3,135	3,27
33	2,605	2,787	2,952	3,15	3,286
34	2,618	2,799	2,965	3,164	3,301
35	2,63	2,812	2,978	3,178	3,316
36	2,641	2,824	2,991	3,191	3,33

n	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
37	2,652	2,835	3,003	3,204	3,343
38	2,663	2,846	3,014	3,216	3,356
39	2,674	2,857	3,025	3,228	3,369
40	2,684	2,868	3,036	3,239	3,381
50	2,772	2,957	3,128	3,337	3,482
60	2,841	3,027	3,2	3,411	3,56
70	2,898	3,084	3,258	3,471	3,622
80	2,946	3,132	3,306	3,521	3,673
90	2,987	3,173	3,348	3,563	3,716
100	3,024	3,21	3,384	3,6	3,754
110	3,056	3,242	3,416	3,633	3,787
120	3,086	3,271	3,445	3,662	3,817
130	3,112	3,297	3,471	3,688	3,843
140	3,136	3,321	3,495	3,712	3,867