IV EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
2º Encontro Nacional Pibid Matemática
Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas
06 a 08 agosto 2014

ISSN 2316-7785

NOÇÕES DE INFINITO MATEMÁTICO DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO DO INSTITUTO FEDERAL FARROUPILHA

Gabriel de Oliveira Soares
Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete
gobigabriel@hotmail.com

Marcia Viaro Flôres
Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete
marcia.flores@iffarroupilha.edu.br

Fernando Freitas dos Anjos
Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete
sgtfernandodosanjos@hotmail.com

Resumo
Esta pesquisa investiga as diferentes noções do infinito matemático de uma turma de terceiro ano do ensino médio do Curso Técnico em Informática – Modalidade Integrada, do Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete. Ela deriva do projeto de pesquisa intitulado: Uma abordagem possível de noções de Cálculo Diferencial e Integral no ensino médio, no qual pretende-se desenvolver atividades para a inserção de tópicos de cálculo no ensino médio. Sendo utilizada a metodologia da pesquisa-ação, busca-se através da fase inicial aqui apresentada, explorar os conhecimentos e conceitos já apropriados pelos alunos, para desenvolver um plano de ação das atividades a serem desenvolvidas. A coleta de dados foi realizada através de um questionário, onde os alunos puderam dissertar sobre a sua noção do infinito matemático. Após a análise destes dados, partirá-se para o desenvolvimento da primeira atividade, trabalhando com a ideia intuitiva de limites no ensino médio. A análise dos dados categorizou diferentes noções do infinito matemático, de forma que estas serão discutidas no decorrer do texto, a fim de explicitar os conceitos aprendidos pelos alunos e desenvolver atividades que possam contribuir de forma significativa, para a aprendizagem.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Infinito; Ensino Médio.

1. Introdução

Atualmente, enfrentamos um grande problema no ensino de Cálculo Diferencial e Integral nas universidades e instituições de ensino em todo Brasil. Altos índices de

reprovação[1], falta de conhecimento básico para o desenvolvimento do componente curricular, e até mesmo dificuldades dos professores em ensinar esta disciplina são algumas das causas apontadas para o insucesso no desenvolvimento da aprendizagem.

Com isso, buscam-se inúmeras formas de como melhorar este ensino, com foco na aprendizagem dos alunos. Uma das estratégias que vem sendo apontada para melhorar o aproveitamento dos alunos seria a inserção de tópicos de Cálculo Diferencial e Integral no ensino médio. Rezende (2003) defende:

> De fato, a ausência das ideias e problemas essenciais do Cálculo no ensino básico de matemática, além de ser um contrassenso do ponto de vista da evolução histórica do conhecimento matemático, é, sem dúvida, a principal fonte dos obstáculos epistemológicos que surgem no ensino superior de Cálculo. Assim, fazer emergir o conhecimento do Cálculo do "esconderijo forçado" a que este está submetido no ensino básico é, sem dúvida, o primeiro grande passo para resolvermos efetivamente os problemas de aprendizagem no ensino superior de Cálculo. (REZENDE, 2003, p. 420).

Neste contexto, devido à realidade preocupante do ensino de cálculo e ainda, a constante formação do professor de matemática, desenvolveu-se um projeto de pesquisa intitulado Uma abordagem possível de noções de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio, no qual, busca-se desenvolver materiais para a introdução de noções de cálculo no ensino médio.

Nesse projeto cuja metodologia baseia-se na pesquisa-ação, buscamos desenvolver estratégias para o ensino de noções cálculo no ensino médio. Pensando nesta perspectiva, foi desenvolvida a primeira atividade, que busca trabalhar com a noção de infinito matemático dos alunos de uma turma do terceiro ano do ensino médio do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha – Câmpus Alegrete. Através da análise de dados, busca-se refletir acerca das maiores dificuldades do entendimento dos conceitos matemáticos mais abstratos. Após esta análise, já estamos

[1] MOLON, J. **Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software geogebra**. 2013. 195f. Dissertação (Mestrado). Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

desenvolvendo a primeira atividade, que tratará do conceito de infinito e da introdução da ideia intuitiva de limite.

2. Referencial Teórico

2.1. O ensino do Cálculo Diferencial e Integral na escola básica brasileira

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral no Brasil, especificamente no ensino básico, sofreu grandes mudanças através da história. No início da década de 30, ocorreu uma reforma educacional, chamada Reforma Francisco Campos que propôs a divisão do ensino em duas fases: o ensino fundamental e o ensino complementar.

Conforme os programas da Reforma Francisco Campos analisados por Dassie (2008), podemos perceber que o ensino de noções de derivada já estava presente na quinta série do ensino fundamental:

> Quinta Série
> Aritmética, Álgebra e Geometria.
> [...] "Derivada de um polinômio inteiro em x; Noção de limite. Derivada de x. Derivada de seno de x, co-seno de x, tangente de x e cotangente de x; Interpretação geométrica da noção de derivada. Aplicação da noção de derivada ao estudo da variação de algumas funções simples;" (BRASIL apud DASSIE, 2008, p. 248).

Ainda, no ano de 1942, uma nova legislação conhecida como Lei Orgânica do Ensino Secundário modificou a organização curricular do ensino. O ensino foi separado em dois ciclos, o ginasial e o colegial, e o ensino de conceitos de Cálculo estava presente no terceiro ano e na terceira série destes cursos, respectivamente.

Em 1951, uma Portaria incumbiu o Colégio Dom Pedro II da elaboração dos programas das disciplinas do curso secundário e todas as escolas brasileiras deveriam aderir a esse programa. O estudo de noções de cálculo estava presente na terceira série do curso colegial, como vemos a seguir:

> [...] "Conceito de função. Representação cartesiana, reta e círculo, noção intuitiva de limite e continuidade. Noções sobre derivadas e primitivas; interpretações; aplicações." (BRASIL apud OLIVEIRA, 2010, p. 17).

Mas, a partir das décadas de 60 e 70, o ensino de matemática foi influenciado pelo movimento da matemática moderna e houve a exclusão de alguns conteúdos dos antigos programas, dentre eles, o cálculo.

Assim, atualmente, este conteúdo não é mais tratado no ensino médio na maioria das escolas.

2.2. O Infinito Potencial e o Infinito Atual

O processo de aprendizagem do conceito do infinito matemático é tido como um tópico de elevada dificuldade, devido ao fato de se ter muito em mente a visão intuitiva.

Historicamente, com intuito de compreendermos a ideia do infinito matemático, é necessário distinguir o infinito atual do infinito potencial.

Um dos primeiros a distinguir estes termos foi Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), descrevendo o infinito como sendo fruto de um processo crescente e interminável, descartando a ideia do infinito como algo que se pudesse determinar. Conforme Aristóteles (2008):

> Pois bem, se o infinito não se pode quantificar – senão seria uma quantidade como de duas ou três coisas, pois isto é o que significa quantidade – assim também o que está num lugar é assim porque ocupa algum sítio: e isto para cima ou para baixo, ocupando uma das seis direções, e cada uma destas apresenta um certo limite. Fica claro que na atualidade não existe um corpo infinito. (…) Tornando-se evidente que o infinito existe num sentido e noutro não. Pois bem, diz-se que é, por um lado, em potência e por outro em atualidade. (…) De maneira que existe um número infinito em potência e não em atualidade. (ARISTÓTELES apud SAMPAIO, 2008, p.207).

Mas foi São Tomas de Aquino (1225 – 1274) que usando das ideias de Aristóteles, classificou o infinito em potencial ou atual. Para ele, o infinito potencial seria um processo interminável, enquanto o infinito atual é algo que teria fim. Pimentel (2010) aponta:

> Tudo que é inacabado e tem potencial, tende à sua forma atual quando busca o acabamento como, por exemplo, a semente, quando enterrada, desenvolve-se e se transforma no carvalho em ato, que já era em potência. Para São Tomás de Aquino, o infinito atual era o próprio Deus que não teve início e não terá fim. (PIMENTEL, SANTOS, MOMMETI, 2010, p. 54).

Para elucidar a ideia do infinito atual e potencial, Bertolucci (2009) traz um exemplo de fácil entendimento que contribui para a realização desta distinção.

> Consideremos a decimal periódica 0,999... .Se pensarmos que é sempre possível acrescentar mais um dígito 9 e, além disso, que esse processo nunca termina, indefinidamente, estamos pensando em termos de infinito como processo, ou seja **infinito potencial**. Por outro lado, a partir do momento em que aceitamos a equivalência: 0,999...= 1, **e**stamos interpretando o infinito como objeto (isto é, real), ou seja, **infinito real**. (Como se atualizássemos o infinito e transformássemos a decimal infinita em um "objeto", e neste caso, o número 1). (BERTOLUCCI, 2009, p. 17-18).

3. Metodologia

O grupo escolhido para a realização da proposta foi o terceiro ano do ensino médio do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal Farroupilha - Câmpus Alegrete. A turma 30 é atualmente composta por dezesseis alunos, estando presentes na data da coleta de dados sete.

Para a realização dessa proposta serão feitas várias intervenções que se aproximam mais da metodologia da pesquisa-ação. Segundo Gil (2010),

> "A pesquisa-ação difere significativamente dos outros tipos de pesquisa já considerados. Não apenas em virtude de sua flexibilidade, mas, sobre tudo, porque, além dos aspectos diferentes à pesquisa propriamente dita, envolve também a ação dos pesquisadores e dos grupos interessados, o que ocorre nos mais diversos momentos da pesquisa." (GIL, 2010, p. 151).

A pesquisa-ação também apresenta algumas fases de construção, sendo que os resultados que serão apresentados são obtidos através da investigação do conceito de infinito matemático na turma definida.

O primeiro passo é a análise situacional e reflexão. Os alunos são formandos do curso, e a maioria da turma está inscrita no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), onde foi constatado o interesse de um bom número de alunos em seguir carreira na área das ciências exatas e engenharias. Para Tripp (2005), a pesquisa-ação precisa ter algumas metas, destacando-se o "interesse de pesquisa por tópicos de interesse mútuo, um compromisso compartilhado na construção da pesquisa e ainda, deve permitir que os indivíduos participem ativamente e do modo que desejarem."

Logo após veio a fase do planejamento, onde foi feita a construção do projeto e também, a reflexão acerca das opiniões dos alunos. Em uma pesquisa-ação, esta é parte fundamental da prática.

Seguindo, encontramo-nos na fase investigação-ação, onde seguimos com um roteiro de uma entrevista qualitativa utilizando propositalmente tópicos dos conteúdos que serão abordados posteriormente, analisando os dados e respostas dos alunos para poder construir atividades que consigam beneficiar o conhecimento.

O próximo passo da pesquisa será a reflexão das respostas dos alunos e assim a elaboração das atividades. Para este trabalho, pretendemos desenvolver a primeira atividade com a ideia do infinito matemático e após, a ideia intuitiva de limites.

Assim, depois da elaboração, serão realizadas oficinas para aplicar o material previamente produzido, oportunizando a inserção dos conceitos básicos do Cálculo neste grupo. E por fim, aplicaremos um questionário abrangente que consiga avaliar qualitativamente e quantitativamente os resultados obtidos.

4. Resultados

Os resultados aqui apresentados foram obtidos através da primeira parte do projeto de pesquisa, tendo em vista que este encontra-se na fase inicial de aplicação. Dentro dessa ideia, trabalharemos com quatro grandes temas de estudo no Cálculo Diferencial e Integral: noção de infinito matemático; noção de derivação e continuidade através da análise de gráficos estudados no ensino médio; noção de integral para o cálculo de áreas abaixo de curvas; e construção de outros tipos de gráficos que não os vistos costumeiramente no ensino médio.

Assim, estão sendo elaborados questionários para cada atividade a ser desenvolvida. Em nosso caso, como esta é a primeira atividade, foi elaborado o primeiro questionário, que continha uma única questão descritivo-dissertativa, onde os alunos deveriam escrever detalhadamente a sua visão sobre o infinito matemático. A análise dos resultados apontou para diferentes visões deste conceito.

Uma parcela significativa dos alunos tem uma visão enumerável do infinito. Relacionaram suas respostas com as dízimas periódicas, com a construção do conjunto dos números naturais e dos números inteiros, mas em nenhum momento foram citados os números reais. A maioria com a visão do infinito potencial.

Por exemplo, vejamos o que disse o aluno 2: " - Porque existem uma quantidade infinita de tamanho na numeração, por exemplo, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e não existe um fim."

Pode-se perceber na resposta acima, a visão da limitação comentada anteriormente. Outro aspecto apontado foi a inexatidão, como no caso do aluno 1: " - Infinito entende-se por algo inalcançável, inexato, por exemplo, 10/3, seria 3,333..., dizima periódica que se seguíssemos dividindo daria infinitos 3".

A visão do aluno 1 foi a única que expressou uma visão diferente da construção dos números inteiros, passando pelas dízimas periódicas. Mesmo assim, há uma limitação no entendimento do conceito.

Ainda, encontramos respostas nas quais não pudemos encontrar a ideia do infinito matemático, mas sim a ideia subjetiva da palavra, como através da resposta do aluno 7: " - Algumas pessoas tentam achar o infinito, acho que algum dia alguém irá achar o infinito, pra mim o infinito é um lugar cheio de coisas legais".

5. Considerações Finais

A concepção do grupo pesquisador sobre o infinito matemático foi construída também com esta pesquisa, o que com certeza, contribuiu para a formação docente.

Pudemos perceber que os alunos possuem diferentes perspectivas acerca do infinito. Assim, será necessário tratar o conceito de modo a expandir o pensamento destes acerca deste tópico.

Acreditamos que com o desenvolvimento desta proposta, poderemos contribuir para o desenvolvimento do ensino do Cálculo Diferencial e Integral, e mudarmos de alguma forma, a realidade de nossa região.

Também, é necessário destacar o desenvolvimento da pesquisa-ação, modelo que foge ao tradicional, ao construirmos conceitos trabalhando na prática reflexiva com os alunos envolvidos na proposta. Vale ressaltar aqui, o grande entusiasmo em que o grupo está desenvolvendo a proposta.

Por fim, apontamos que pesquisas como estas são importantes para o desenvolvimento não só dos alunos, mas também do grupo pesquisador. Há a necessidade de se ter uma visão ativa da perspectiva docente, para podermos realmente, transformar a realidade encontrada.

6. Referências

BERTOLUCCI, C.C. *Noções de infinito matemático em adolescentes e adultos.* 2009. 98f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

DASSIE, B. A. *Euclides Roxo e a educação matemática no Brasil*. 2008. 271f. Tese (Doutorado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

GIL, A.C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas, 2002.

MOLON, J. *Cálculo no Ensino Médio: Uma abordagem possível e necessária com o auxílio do software geogebra*. 2013. 195f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

OLIVEIRA, F. R. *Uma proposta para o ensino de noções de cálculo no EM*. 2010. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

PIMENTEL, R.; SANTOS, A.A.P.; MOMETTI, A.L. O infinito: um estudo sobre as diferentes concepções. *Revista Interfaces*, Suzano, v. 2, 2010.

REZENDE, W. M. *O Ensino de cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica*. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SAMPAIO, P.A.S.R. *Infinito: Uma história a contar*. Disponível em: <http://www.ipv.pt/ millenium/millenium34/16.pdf >. Acesso em 11 jun. 2014.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, 2005.