UMA PROPOSTA PARA A INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE INCÓGNITA E RESOLUÇÃO DE SISTEMAS

Nedir do Espirito-Santo[1]
Universidade Federal do Rio de Janeiro
nedir@im.ufrj.br

Resumo
Neste trabalho apresentamos proposta de metodologia para introdução do conceito de incógnita na Matemática, resolução de equação do primeiro grau e resolução de sistema do primeiro grau com duas incógnitas. A proposta foi elaborada e aplicada em alunos do Ensino Médio, com o objetivo de contribuir para sanar deficiências do Ensino Fundamental. Portanto as atividades não são apresentadas na sequência em que, em geral, são ministrados esses conteúdos, nesse nível de ensino. Introduzimos o conceito de incógnita, já inserido na resolução de equação do primeiro grau a uma incógnita, e seguimos com o conceito de sistemas de equações lineares a duas variáveis.

Palavras-chave: incógnita; equações, sistemas.

Introdução

O presente trabalho faz parte do conjunto de atividades realizadas pela equipe da Área de Matemática do Programa da Iniciação à Docência (PIBID), da CAPES, na Universidade Federal do Rio de Janeiro.

O PIBID surgiu como elemento determinante para valorização do curso de licenciatura, pois sua função é motivar o licenciando para a profissão docente.

O programa fomenta a atuação do licenciando na escola, com participação ativa no ensino, orientado pelo professor da universidade (*coordenador de área*) e professor da escola (*professor supervisor*).

O PIBID exige que a atuação dos licenciandos nas escolas, além de motivadoras, contribuam, efetivamente, para o bom desempenho da Educação Básica.

[1] Esteve na coordenação do sub-projeto da Área de Matemática do PIBID, na UFRJ, de 2008 a julho de 2010. Atualmente é colaboradora do projeto.

O sub-projeto de Matemática d PIBID - UFRJ se inseriu nas escolas propondo atividades no contra-turno, com o objetivo de complementar o trabalho realizado pelos professores por meio de recursos alternativos para fixação de conceitos e prática. Propomos às escolas contribuir, prioritariamente, com o ensino de Matemática para alunos da primeira série do Ensino Médio, pelo seu número expressivo de evasão. A proposta foi fortemente aceita pelas escolas.

As turmas são formadas com participação voluntária e por recomendação de professores das escolas aos seus alunos.

Pelo fato de terem contato com licenciandos, os alunos se descontraem e externam suas dificuldades em conteúdo. As informações extraídas dos encontros dos licenciandos com os alunos adicionam elementos para a elaboração de atividades, discutidas e preparadas pelo coordenador em conjunto com os licenciandos e a participação dos professores supervisores, num trabalho contínuo. Os licenciandos aplicam as atividades nos alunos das escolas, supervisionados pelos professores supervisores.

A proposta surgiu quando os licenciandos nos informaram que a maioria dos alunos apresentou grande dificuldade nesses tópicos, quando foi abordada a resolução de sistemas.

Trabalhamos o conceito e não apresentamos, neste trabalho, atividades direcionadas para métodos de resolução de sistemas ou equações.

1. Trabalhando o conceito de incógnita na Matemática e equação do primeiro grau a uma variável.

Alguns objetos e estruturas em Matemática são definidos com palavras que utilizamos em nossa linguagem com significados bem próximos e esquecemos a importância de estabelecermos as diferenças entre o rigor matemático e o uso da palavra no cotidiano. Citamos por, exemplo, as palavras conjunto e função. Em relação à noção de incógnita, devemos, primeiramente, expor para os alunos que a palavra incógnito faz parte do vocabulário da língua portuguesa e expor seu significado: desconhecido.

Na Educação Básica, o objetivo é que o aluno apreenda que uma incógnita em Matemática significa um número desconhecido e que poderá ser determinada ou não, dependendo da situação em que é apresentada. Por ser um número podemos indicar sua operação com outros números. Grifamos a palavra indicar por que é importante que o aluno entenda que, exceto no caso de equações, não podemos obter resultados numéricos, apenas simplificações de expressões. Por exemplo, quando escrevemos a sentenças $a+b$, $a \times b$ e $a \div b$ não podemos escrevê-la mais simplificada se não sabemos os valores de a e b. Convencionamos representar a multiplicação e divisão, por ab e a/b, respectivamente, mas não podemos ir além disso. No entanto, dadas a sentença $3a + b\sqrt{2} + b + 2a$, podemos simplificá-la obtendo $5a + (1+\sqrt{2})b$, devido às propriedades associativa, comutativa, da adição e multiplicação, e distributividade da multiplicação em relação à adição.

A estrutura de corpo do conjunto dos números racionais já deveria estar completamente apreendida pelo aluno ao findar o Ensino Fundamental. As propriedades são inseridas ao longo dos anos escolares e o aluno já tem conhecimento de algumas operações com números irracionais, por exemplo, quando trabalham com radicais, pois operam com algumas raízes irracionais.

Quando os licenciandos foram aplicar atividades sobre resolução de sistemas de equações, nos reportaram, um tanto impressionados, algumas perguntas dos alunos: o que é x? O que é $2x$? Por que usamos x? Por que utilizamos letras? Como *"somamos letras"*? O que é $x+y$?

Acreditamos que a melhor maneira para que o aluno entenda o conceito de incógnita é fazê-lo manipular a representação, relacionando números a letras.

Material utilizado: potes plásticos, bolinhas de isopor, velcro, papel cartão e pilot.

Na tampa de cada pote é colocado um pedaço de velcro para colocação da incógnita desejada ou número. Dividimos os alunos em duplas e damos a cada dupla três potes: dois vazios com incógnitas ou números escritos na tampa e um com bolas de isopor.

Atividades para introdução do conceito de incógnita e resolução de equação do primeiro grau.

As atividades que propomos nesta seção têm por objetivo:

a) Introduzir o conceito de incógnita, induzindo o aluno a associação de uma letra a um número.

b) Auxiliar o aluno na compreensão do que é uma equação do primeiro grau a uma incógnita e resolvê-la.

Desenvolvimento

i) Distribuímos 3 copinhos para cada dupla. Solicitamos que disponham sobre a mesa como na figura (Figura 1), Exemplo 1.1, sem fazer comentário sobre o que deve ser feito. Deve-se dar um tempo para que os alunos observem e manuseiem o material.

Exemplo 1.1.

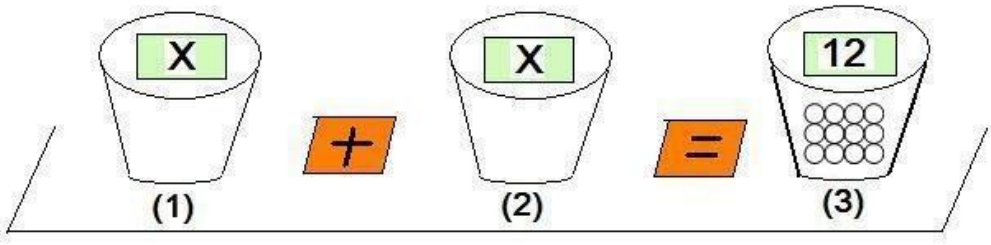

Figura 1

ii) Depois solicitamos aos alunos que esvaziem o terceiro copo distribuindo o conteúdo do terceiro nos outros dois.

Aguardamos a pergunta: quanto coloco em cada pote?

A resposta deve levar o aluno a observar o que está escrito na tampa. Respondemos: a tampa do pote dá uma informação sobre a relação entre as duas quantidades.

Esperamos que o aluno conclua que deve colocar quantidades iguais, caso contrário o induzimos a chegar a tal conclusão por meio de perguntas sobre o pote: o que está escrito? São letras diferentes?

Os alunos devem, facilmente, distribuir o conteúdo do terceiro em partes iguais. Como o objetivo é que o aluno assimile o que é uma incógnita, as operações devem ser simples.

iii) Distribuímos, para cada aluno, uma tabela (*Tabela 1*) com duas colunas. Na primeira devem ser escritas as situações propostas, com respectivas respostas. A segunda deve ser utilizada para reescrever a sentença (com aplicação de propriedades das operações ou introdução de convenções, conforme o caso) e escrever a operação que foi feita para distribuir a quantidade do terceiro copo para os dois primeiros.

A segunda coluna deve ser preenchida após a realização de algumas repetições da atividade do item 1.

Atividades com os copos	Equações e resoluções
Atividade 1:	
X + X = 12.	2 × X =12.
X = 6.	X= 12 ÷2.
	X=6.
Atividade 2:	
X + X + X= 27	3 × X =27.
X = 6.	X= 27 ÷3.
	X=9.

Tabela 1

iv) Utilizada mais uma coluna (Tabela 2) para simplificação de expressões, que é útil para que o aluno veja formas diferentes de representar uma equação e sua resolução.

Atividades com os copos:	Equações e resoluções:	Simplificações e convenções:
Atividade 1:		
X + X = 12.	2 × X =12.	2X =12.
X = 6.	X= 12 ÷2.	X= 12/2.
Atividade 2:	X=6.	X=6.
Exemplo 2		
X + X + X= 27	3 × X =27.	3X =27.
X = 6.	X= 27 ÷3.	X= 27/3.
	X=9.	X=9.

Tabela 2.

v) Introduzimos a nomenclatura: explicamos a atribuição do nome *incógnita* à letra X porque representa um número desconhecido e que cada expressão trabalhada (*2X=12, 3X=27*) é um exemplo de *equação do primeiro grau a uma incógnita*, que consiste de uma relação de igualdade envolvendo uma incógnita e números conhecidos. Resolver uma equação consiste em determinar o valor da incógnita.

vi) Após o aprendizado do que foi trabalhado nos itens anteriores, introduzimos situações que induzam o aluno a escrever as operações, ilustrada no Exemplo 1.2. (Figura 2).

Exemplo 1.2.

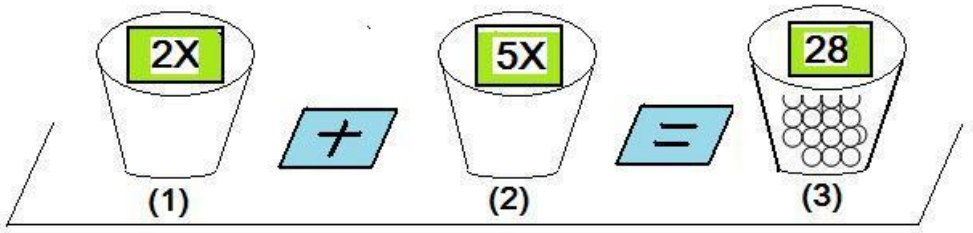

Figura 2

Nesta atividade, o aluno deverá obter o valor de X e depois calcular a quantidade de cada copo. Basta propormos uma situação com números maiores para que o aluno recorra aos cálculos no papel, fazendo o que desejamos, ou seja, abstraindo o problema, se distanciando do material concreto e tendo noção do que deseja obter ao realizar as operações. Na *Tabela 3* mostramos o desenvolvimento.

Atividades com os copos	Equações e resoluções
2X + 5X = 28.	(2+5)X = 28.
	7X = 28.
	X= 28/7.
	X= 4.
Copo 1: 2 × 4 = 8.	
Copo 2: 5 × 4 = 20.	

Tabela 3.

2. Trabalhando o conceito de sistemas de equações lineares de duas equações e duas incógnitas.

As atividades que propomos nesta seção têm por objetivo:

Introduzir o conceito de sistema de equações lineares de duas equações e duas incógnitas.

Atividades para introdução do conceito de sistema de equações lineares de duas equações e duas incógnitas.

Desenvolvimento

i) Utilizamos os 3 copinhos para cada dupla. Agora, nas tampas dos potes são colocadas letras distintas. Solicitamos que disponham sobre a mesa como na figura (Figura 3), sem fazer comentário sobre o que deve ser feito.

Exemplo 2.1.

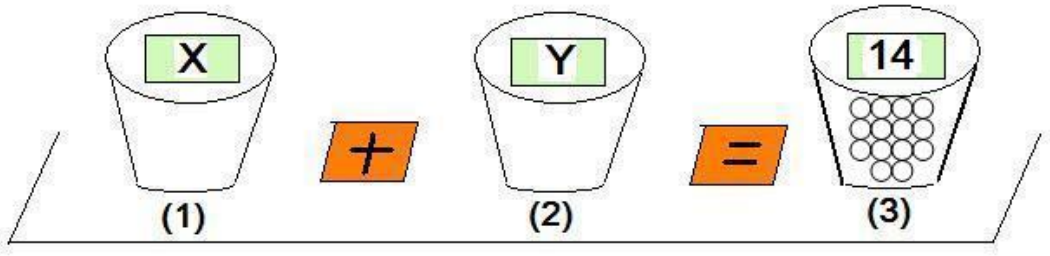

Figura 3

ii) Depois solicitamos aos alunos que esvaziem o terceiro, distribuindo o conteúdo do nos outros dois. Como as letras das tampas são diferentes, os alunos não sabem o que fazer, pois pensam que há apenas uma possibilidade de valor para cada incógnita. Explicamos que a escolha é livre, desde que a soma seja 14. Provavelmente alguém perguntará se poderá escolher números iguais, induzido pela paridade de 14 e respondemos que sim.

Fazemos o levantamento das escolhas realizadas.

iii) Distribuímos, para cada aluno, uma tabela com duas colunas, para que escrevam todas as possibilidades.

Equação 1: X + Y = 14.	
X = 0	Y = 14
X = 1	Y = 13
X = 2	Y = 12
X = 3	Y = 11
X = 5	Y = 10
…	
X = 14	Y = 0

Tabela 4.

iv) Apresentamos outra equação: X+3Y=20 (Figura 4) com o recurso dos copos. O aluno pode encontrar dificuldade, pois não pode adicionar as incógnitas, como no Exemplo 1.2., porque são distintas. Podemos orientá-lo para atribuir um valor para X e verificar se o que sobra é múltiplo de 3. O resto deve ser divisível por 3, visto que as bolinhas representam quantidades inteiras.

Exemplo 2.2.

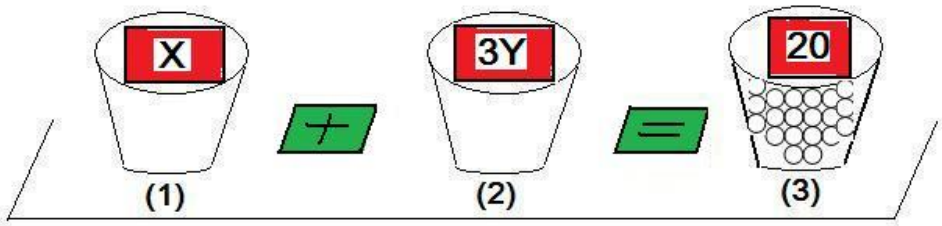

Figura 4.

v) Ao lado da tabela anterior os alunos montam uma tabela, na qual registram todas as possibilidades encontradas.

Equação 1: X + Y = 14.	
X = 0	Y = 14
X = 1	Y = 13
X = 2	Y = 12
X = 3	Y = 11
X = 4	Y = 10
X = 5	Y = 9
X = 6	Y = 8
X = 7	Y = 7
X = 8	Y = 6
X = 9	Y = 5
X = 10	Y = 4
X = 11	Y = 3
X = 12	Y = 2
X = 13	Y = 1
X = 14	Y = 0

Equação 2: X+3Y=20.	
X = 2	3Y = 18 → Y = 6.
X = 5	3Y = 15 → Y = 5.
X = 8	3Y = 12 → Y = 4.
X = 11	3Y = 9 → Y = 3.
X = 14	3Y = 6 → Y = 2.
X = 17	3Y = 3 → Y = 1.
X = 20	3Y = 0 → Y = 0.

Tabela 5.

vi) Os alunos observam a tabela e verificam que apenas uma das possibilidade satisfaz as duas equações: X =11 e Y=3.

vi) Introduzimos a nomenclatura: explicamos que quando são dadas duas equações e as incógnitas devem satisfazê-las, simultaneamente, chamamos o conjunto de equações de *sistema de equações* e também especificamos os tipos das equações consideradas. No caso tratamos de *sistemas de equações de primeiro grau a duas incógnitas*, que assim representamos

$$\begin{cases} X + Y = 14 \\ X + 3Y = 20. \end{cases}$$

vii) Após fazer mais alguns exemplos, apresentamos casos em que a solução é a trivial, $X=Y=0$, e casos em que não há solução.

Considerações finais

Quando o aluno adquire conhecimento de que o conjunto de pontos que satisfazem uma equação de primeiro grau a duas incógnitas é representado por uma reta, torna-se mais fácil a compreensão do que é a resolução de um sistema e o aluno verifica, geometricamente, a não existência de solução pela análise dos coeficientes angular e linear das retas do sistema. O método que aplicamos permite que o aluno assimile no que consiste a resolução de um sistema de equações, sem depender do conhecimento de equação de reta.

As atividades foram aplicadas em quatro parceiras da Área de Matemática e verificamos a boa receptividade dos alunos ao recurso utilizado com evolução na assimilação do conceito.

A seguir mostramos algumas fotos.

Figura 5 – alguns dos materiais utilizados.

Figura 6 – Aplicação do recurso didático na escola.

Figura 7 – Aplicação do recurso didático na escola.

Referências bibliográficas

LIMA, E..L. e outros. *A Matemática do Ensino Médio*. 3ª. Ed. Rio de Janeiro: SBM, 2003, (Coleção Professor de Matemática)

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília: MEC/SEB, 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Brasília: MEC/SEF, 1998.