



SOMA E PRODUTO DAS RAÍZES DA EQUAÇÃO QUADRÁTICA: CONHECER PARA APLICAR

Denise Ritter

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha

deniseritter7@hotmail.com

Alessandra Vargas

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha

alelekavargas@hotmail.com

Suziane Bopp Antonello

Colégio Técnico Industrial de Santa Maria – CTISM – UFSM

suzibopp@gmail.com

Luciani Missio

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha

lumissio@jc.iffarroupilha.edu.br

Resumo

Esse trabalho é referente a uma análise sobre a aplicação do método da soma e produto das raízes na resolução de equações algébricas de segundo grau. A análise foi desenvolvida por duas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha Campus Júlio de Castilhos e realizada em três etapas. Primeiramente foi realizado um embasamento teórico sobre o assunto. Em seguida, testou-se essa estratégia de resolução de equação com alunos de Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Doutor Júlio Prates de Castilhos e com alunos da Licenciatura em Matemática do IF Farroupilha, Campus JC. Por fim, foi realizada a análise propriamente dita. O objetivo do trabalho é verificar se os alunos conhecem esse método e principalmente se o utilizam, considerando que é uma forma rápida e prática para a resolução de uma equação de segundo grau e que obter sua solução consiste numa ferramenta aplicada em muitos problemas que recaem em tais equações.

Palavras-chave: Equação de segundo grau; Raiz; Método.

Introdução

O presente artigo é baseado em uma análise realizada por duas acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha Campus Júlio de Castilhos. A ideia surgiu quando constatou-se uma grande dificuldade por parte dos alunos de Ensino



Médio e também dos acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática do IF Farroupilha Campus JC para resolverem equações algébricas de segundo grau. Pelo convívio diário em sala de aula com os colegas da graduação e nas atividades do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência - CAPES) desenvolvidas com alunos de Ensino Médio da Escola Estadual Júlio Prates de Castilhos foram observados problemas na resolução de equações de segundo grau quanto à delonga para a obtenção da solução e muitos erros de solução das mesmas. Tais fatos instigaram as acadêmicas a pesquisar uma metodologia eficaz para resolver essas equações e contribuir para sanar tais dificuldades.

Justificativa

De um modo geral, os estudantes da Educação Básica apresentam muitas dificuldades na aprendizagem da matemática, alegam que é muito difícil compreendê-la e isso acaba refletindo em níveis altos de reprovação na disciplina. A resolução de equações algébricas de segundo grau está entre as dificuldades objetivas encontradas pelos alunos, que levam muito tempo para resolvê-las e cometem diversos erros na resolução das mesmas. Um dos papéis do professor de Matemática é o de ajudar os alunos a identificar as causas de suas dificuldades e apresentar metodologias para que os mesmos consigam melhores resultados no aprendizado. Pensando nisso, procurou-se apresentar uma técnica prática e mais rápida que a fórmula de Bhaskara, que diminuísse os erros (principalmente os cometidos nas operações com os números inteiros) e fizessem com que os alunos percebessem que a matemática, em alguns casos, não possui um caminho único para a resolução de um problema.

Considerou-se importante testar essa estratégia também com alunos da Licenciatura em Matemática para verificar se os mesmos a conheciam e a utilizavam. Os objetivos eram totalmente diferentes dos buscados com os alunos do Ensino Médio, pois tinha-se ciência de que os alunos da Graduação não costumavam cometer erros na resolução de uma equação de segundo grau, mas sim, no tempo despendido para a resolução das mesmas.



O principal objetivo de apresentar o método da Soma e Produto para os alunos da Graduação é porque a técnica é muito rápida e prática que estimula o raciocínio lógico, coincidindo com o que os alunos da Graduação buscam que é a perfeição e a agilidade.

A Soma e Produto é uma importante ferramenta na resolução de equações do segundo grau, pois, além de ser muito prática e rápida, desenvolve o raciocínio lógico dos alunos estimulando os, a pensar e a efetuar cálculos mentais.

Metologia

Sabemos que uma equação algébrica do 2º grau possui a seguinte forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

Nessa expressão, temos que os coeficientes a , b e c são números reais, com $a \neq 0$.

Para solucionar uma equação deste tipo logo pensamos em utilizar a fórmula de Bháskara, porém para facilitar a resolução e torná-la mais prática poderíamos utilizar um método diferenciado como o da Soma e Produto. Este método, quando se leva em conta os números negativos, foi estabelecido por Albert Girard, um matemático grego. Segundo Noé:

Por volta do século XVII, inúmeros matemáticos ocidentais desenvolveram estudos no intuito de estabelecer relações entre as raízes e os coeficientes de uma equação quadrática. O grande obstáculo era a presença de números negativos como resultado das raízes, o que não era aceito entre os estudiosos. Foi Girard que desenvolveu um método capaz de determinar as relações com a utilização de números negativos. (NOÉ, Marcos)

A formula de Bhaskara é escrita da seguinte forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

As raízes obtidas por essa fórmula são as seguintes:



$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

Somando essas raízes obtém-se:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \frac{-b - b + \sqrt{\Delta} - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \frac{-2b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{a} \quad (5)$$

e multiplicando-as, obtém-se:

$$\begin{aligned} \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) * \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) &\Rightarrow \frac{(-b)^2 - (\sqrt{\Delta})^2}{4a^2} \Rightarrow \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} \Rightarrow -\frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} \\ &\Rightarrow \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} \Rightarrow \frac{4ac}{4a^2} \Rightarrow \frac{c}{a} \end{aligned}$$

(6)

Percebe-se que a generalização acima tem uso mais prático quando $a = 1$, caso contrário é mais trabalhoso utilizar o método da Soma e Produto. Considerando $a = 1$, constatou-se que a soma é dada pelo oposto de b :

$$S = -b \quad (7)$$

e o produto é o próprio c :



$$P = c \quad (8)$$

Portanto para encontrar as raízes de uma equação de segundo grau, basta usar o raciocínio de encontrar dois números que somados resultem no oposto de b , e que multiplicados resultem no próprio c da equação.

Utilização da soma e produto com alunos de Ensino Médio

Considerando as dificuldades que os alunos de Ensino Médio em geral enfrentam para resolver uma equação de segundo grau, e que essa dificuldade é bastante evidente nos alunos do Ensino Médio da E.E.E.M. Dr. Júlio Prates de Castilhos, participantes do Projeto PIBID, pensou-se em, inicialmente, testar o método de resolução acima com esses alunos.

A partir do que foi exposto, pensou-se em utilizar um procedimento para facilitar a resolução dessas equações. Inicialmente, foi solicitado aos alunos para que resolvessem 10 equações de segundo grau num tempo delimitado de trinta minutos. Encerrados os trinta minutos observou-se que a maioria dos alunos tinha resolvido somente metade das equações. Todos os alunos se utilizaram da fórmula de Bháskara para resolver os exercícios.

Em seguida, com o auxílio do projetor multimídia, apresentou-se o método de resolução anteriormente descrito, incentivando a participação dos alunos na descoberta das relações.

Os alunos ficaram surpresos ao descobrir que é possível resolver uma equação de segundo grau de uma forma prática e rápida. É interessante notar que nenhum aluno da turma conhecia essa forma de resolução.

Logo após, foi solicitado para que novamente eles resolvessem as dez equações de segundo grau, utilizando, dessa vez, o método da Soma e Produto. Constatou-se, surpreendentemente, que todos os alunos conseguiram resolver os dez exercícios em, no máximo 20 minutos e, o que é melhor, com um índice de 100% de acerto nas soluções. Essa atividade foi uma espécie de desafio para os alunos, despertou o interesse deles e os deixou intrigados, pois estavam frente a uma estratégia de resolução de equação algébrica



totalmente nova. É importante destacar, ainda, que os alunos que participaram das atividades, se empenharam na resolução das equações, desenvolveram seu raciocínio e descobriram uma importante ferramenta de resolução de equações algébricas de segundo grau.

Utilização da Soma e Produto com alunos da Licenciatura em Matemática

O mesmo teste foi aplicado aos acadêmicos da Licenciatura em Matemática do IF Farroupilha, Campus Júlio de Castilhos. Na ocasião, as quatro turmas do curso foram reunidas e foi solicitado, a elas, que resolvessem as mesmas dez equações lançadas aos alunos de Ensino Médio, em vinte minutos. Quando utilizaram da fórmula de Bhaskara nenhum acadêmico conseguiu resolver as dez equações no tempo estabelecido. Em seguida foi perguntado aos acadêmicos se eles conheciam o método da Soma e Produto. A maioria respondeu que sim, mas que não o utilizava por falta de prática. No entanto, quanto foram submetidos ao mesmo método de resolução utilizado com os alunos do Ensino Médio constatou-se que todos aqueles que conheciam as relações da soma e do produto para a resolução de equações algébricas de segundo grau não sabiam como as soluções eram obtidas. Observou-se que, quando, pela segunda vez foi aplicado esse último método, todos os acadêmicos levaram quinze minutos, no máximo, para encontrar as raízes procuradas das equações. Os próprios acadêmicos ficaram impressionados com a agilidade com que conseguiam, por esse método, resolver essas equações, e se convenceram de que ele é mais prático e mais rápido do que a busca da solução através da fórmula de Bhaskara,

Conclusão

Como conclusão, pode-se constatar com esse trabalho que o método de resolução de equações de segundo grau pelo método Soma e Produto de suas raízes nem sempre é trabalhado durante o estudo dessas equações. Outra conclusão à que se pode chegar é que, tanto alunos de Ensino Médio quanto da Graduação apresentam dificuldades na resolução desse tipo de equação. Mais ainda, que através do método Soma e Produto, os alunos tiveram



menos dificuldades no processo de resolução dessas equações diminuindo, assim, a chance de erros nas operações e, com isso, na obtenção da solução. Visto que muitos problemas práticos da realidade podem ser modelados por equações algébricas do segundo grau, é importante que os alunos conheçam um método rápido de solucioná-las e, nesse sentido, o método da soma e produto mostrou-se bastante eficaz.

Referências bibliográficas

NOÉ, Marcos. **Estudando as Relações de Girard.** Disponível em: <http://www.brasilescola.com/matematica/estudando-as-relacoes-girard.htm>. Acesso em 05 de julho de 2012.