IV EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
2º Encontro Nacional Pibid Matemática
Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas
06 a 08 agosto 2014

ISSN 2316-7785

ENUNCIAÇÕES A RESPEITO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO EGÍPCIO: O CASO DA MULTIPLICAÇÃO E DA DIVISÃO NO OLHAR DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

Veronica Borsonelli Marcarini[1]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
veronicabmarcarini@gmail.com

Jean Geraldo Comper[2]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
jcomper2@gmail.com

Rodolfo Chaves[3]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
rodolfochaves20@gmail.com

Resumo

Neste trabalho tomaremos a Matemática como uma atividade histórica que está intimamente relacionada à cultura predominante nas sociedades. A segunda premissa a ser considerada leva em conta que no decorrer da História, diferentes civilizações produziram diferentes atividades que contemporaneamente podemos nomear de Matemática. Nosso propósito é apresentar neste Relato de Experiência, significados produzidos por licenciandos a respeito da Matemática desenvolvida no Egito Antigo. Elegemos como referencial teórico às análises o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), proposto por LINS (1999 e 2012), sendo que nossos resultados foram obtidos a partir de uma oficina aplicada a alunos, grande parte *pibidianos*, na disciplina de Tendências de Pesquisa em Educação Matemática, do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática, do Ifes, campus Vitória, durante o mês de junho do presente. Tal oficina faz parte do conjunto de atividades de extensão desenvolvidas pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem – Ifes). Para análise dos registros utilizamos as técnicas de filmagem, fotos e recolhimento de material produzido pelos participantes, a partir de questionários com entrevistas estruturadas, efetuando assim uma triangulação entre os registros. A oficina foi apresentada de forma expositiva com uso de data-show e com atividades interativas envolvendo operações numéricas no Egito Antigo.

---

[1]Licenciando em Matemática do Ifes – Campus Vitória. Membro do Gepemem – Ifes, participante do PIBID desde 2012.

[2]Licenciando em Matemática do Ifes – Campus Vitória. Membro do Gepemem - Ifes, participante do PIBID desde 2012.

[3]Mestre e Doutor em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro. Docente do curso de Licenciatura em Matemática, campus Vitória. Coordenador institucional do Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores (LIFE – CAPES). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem – Ifes).

Palavras-chave: Modelo dos Campos Semânticos (MCS); Produção de Significados; História da Matemática; Formação de Professores.

MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Entendemos a Matemática como uma atividade histórica que está intimamente relacionada à cultura predominante nas sociedades. Também tomaremos como premissa que, no decorrer da História, diferentes civilizações produziram diferentes atividades que contemporaneamente podemos nomear de Matemática.

Pretendemos, neste trabalho, discutir os significados produzidos respeito da Matemática desenvolvida no Egito Antigo, por licenciandos, participantes da disciplina de Tendências de Pesquisa em Educação Matemática, do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática, do Ifes, campus Vitória. Elegemos como referencial teórico às análises o Modelo dos Campos Semânticos, proposto por LINS (1999 e 2012).

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Para além da História da Matemática como tendência em Educação Matemática, pretendemos, neste trabalho, apresentar que significados produzidos por professores de Matemática, em formação, atribuem à História da Matemática. Defendemos a pertinência do trabalho já que, segundo D'Ambrosio (2007), é frequente licenciandos em Matemática terem, nos primeiros períodos da licenciatura, uma antipatia pela leitura.

Defendemos também a formação integral do professor de Matemática, que envolva o conhecimento de técnicas de Resolução de Problemas, uma sólida base conceitual e o reconhecimento da Matemática como produção humana situada na História. Uma formação que leve o professor a construir para si uma imagem da Matemática o mais próximo possível do que ela realmente seja. Daí a importância da História da Matemática na formação do professor, pois

> O estudo de história ajuda os futuros professores a entenderem o seguinte: a evolução da matemática como processo sociocultural de construção humana; o processo construtivista como a ação humana que leva à aprendizagem; a semelhança entre o processo histórico e a aprendizagem das crianças; a álgebra como processo geométrico e a importância da geometria na fundamentação matemática; os problemas motivadores para a construção da matemática e como tais problemas levaram ao desenvolvimento de diferentes áreas da matemática; a compreensão de soluções alternativas para problemas

> que são triviais quando se utiliza a matemática moderna; e a evolução do rigor lógico e de provas matemáticas. (D’AMBROSIO, 2007, p. 400)

A inclusão da História da Matemática na formação de professores se justifica não apenas pela formação do professor em si, mas também na importância que a História da Matemática pode vir a assumir na sala de aula da Educação Básica.

A OFICINA

A oficina foi planejada no Gepemem tomando como referência os moldes de propostas diferenciadas das usuais, normalmente adotadas no Ensino Tradicional de Matemática (ETM)[4], por seguirem a configuração apresentada em Chaves (2001), produzindo Material Didático Pedagógico (MDP) onde:

> A sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de ***discussão em grupo sobre um problema ↔ planejamento de uma ação diferencial para atacar esse problema ↔ aplicação conjunta*** **(*professor + monitor/licenciando + aluno*)** ***da ação diferencial planejada ↔ discussão da ação realizada ↔ replanejamento*** [...] caracterizam mudanças substanciais proporcionando a licenciandos e professores a compreensão da matemática como uma disciplina de investigação, onde o avanço se dá como consequência do processo de investigação de problemas [...]. (CHAVES, 2001, p. 201).

e

> **MDP (material didático-pedagógico)**: Subentende-se por **MDP** todo material produzido com o propósito de atender as expectativas básicas de cada subgrupo. De técnicas de utilização de lousa e giz à utilização de softwares educativos; da produção de textos científicos à produção de cartilhas e catálogos de práticas pedagógicas; da confecção de apostilas a livros; do desenvolvimento de dinâmicas, métodos, materiais concretos e manipulativos, e a técnicas de avaliação. Todo material produzido pelo professor, com o propósito de modificar e melhorar sua prática docente. (CHAVES, 2001, p. 46).

Com o intuito de analisar os significados produzidos por alunos, grande parte *pibidianos*, numa turma de 5º período de Licenciatura em Matemática, a respeito de parte da Matemática praticada no Egito organizamos a oficina em três momentos, cujos objetivos eram:

- *Primeiro* – Apresentar parte da história da civilização egípcia, bem como (principalmente) seu sistema de numeração e processos de multiplicação e divisão;

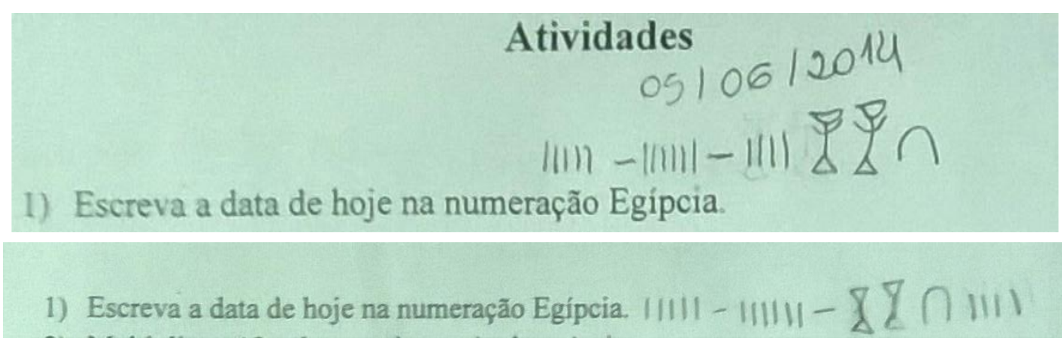
[4] Tomamos ETM segundo o referencial de Chaves (2004, p. 76-117; 174-214).

- *Segundo* – Discutir os algoritmos da multiplicação e divisão dos egípcios;

- *Terceiro* – Registrar, através de alguns questionamentos os significados que os licenciandos atribuíram à oficina.

No primeiro momento apresentamos *slides* contendo textos e gravuras referentes à História do povo egípcio, localidade, costumes, escrita e conhecimentos matemáticos que possuíam. Em seguida, apresentamos e discutimos o sistema de numeração egípcio em comparação com o sistema decimal, para melhor entendimento da estrutura do mesmo. Por exemplo, o nosso atual sistema é posicional, o egípcio não. Sugerimos que resolvessem a primeira questão da lista, e que depois alguns fossem ao quadro apresentar a resolução para os demais colegas, com o intuito de estimular uma discussão sobre as respostas diferentes.

Figura 1: Licenciandos participantes da Oficina.



Questão 1:

Figura 2: Algumas respostas relativas à primeira atividade.

Na primeira questão as respostas se diferenciaram em relação à ordem dos símbolos na escrita do ano. Como mostra a figura, um licenciando iniciou com bastão, depois com flor de lótus e depois com calcanhar. Outro iniciou com flor de lótus, depois com calcanhar e depois com bastão. Apesar de diferentes, entramos em consenso de que ambas estão corretas, pois o sistema de numeração egípcio não é posicional.

No segundo momento, após a apresentação dos algoritmos da multiplicação e divisão dos egípcios, iniciamos uma discussão a respeito de possíveis vantagens e desvantagens em utilizar os algoritmos egípcios e em utilizar os algoritmos do nosso sistema de numeração, o decimal. Depois os licenciandos solicitaram a resolução da segunda e da terceira questão da lista.

Questão 2:

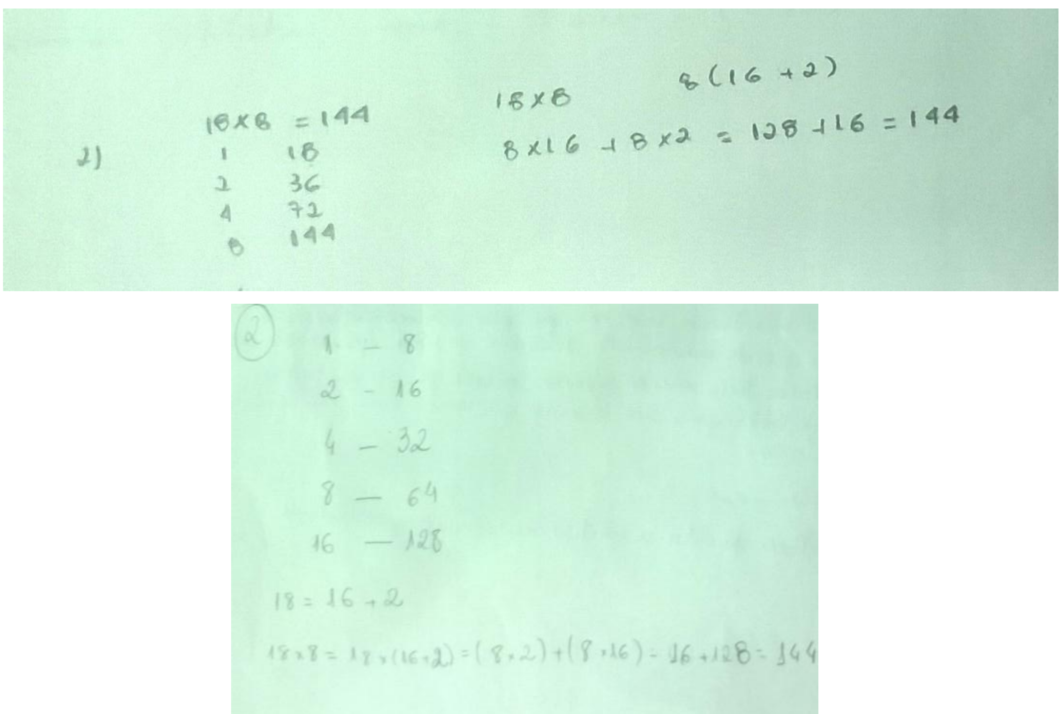


Figura 3: Algumas respostas relativas à segunda atividade.

Assim que os participantes concluíram a resolução, pedimos que se dirigissem novamente ao quadro a fim de apresentarem as diversas respostas, isso para que o grupo destacasse os pontos de divergência e através de discussões pudesse entrar em consenso.

Em relação à resolução da segunda questão, escolhemos para discutir dois casos que representam métodos de resolução opostos. No primeiro caso percebemos que o licenciando resolveu a questão decompondo o número 8 como múltiplo de 2 e criando a tabela, fazendo corresponder a 1 o número 18, a 2 o número 36 e assim por diante, até atingir a correspondência de 8 com 144. Assim, 144 é o resultado da multiplicação de 18 por 8. No segundo caso o licenciando escolheu por decompor o número 18 como soma de múltiplos de 2. Construiu a tabela e decompôs 18 como soma de 16 + 2. Na tabela, a 2 correspondia 16 e a 16 correspondia 128. Efetuando a soma de 16 + 128 ela obteve o resultado esperado, 144.

Questão 3:

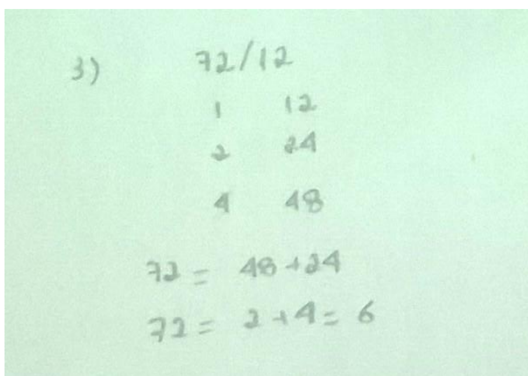


Figura 4: Algumas respostas relativas à terceira atividade – 1º caso.

No primeiro caso (figura 4) a questão foi resolvida utilizando-se a tabela com os múltiplos de 2 e de 12, sendo que o resultado da divisão proposta (72/12) foi encontrado somando-se os valores da coluna do 2 que são correspondestes aos valores da coluna do 12, que quando somados resultam em 72.

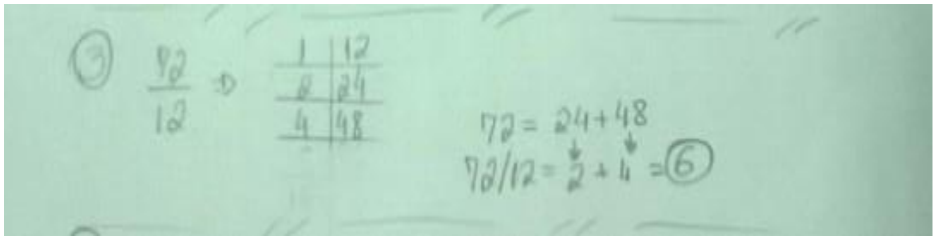


Figura 5: Algumas respostas relativas à terceira atividade – 2º caso.

No segundo caso (figura 5), a linha de raciocínio traçada foi a mesma que no primeiro, porém chamamos atenção para os registros dos cálculos feitos. O licenciando chegou ao resultado esperado utilizando-se de sentenças matemáticas não verdadeiras, pois 72 é diferente de 4 + 2. Aqui, percebemos a dificuldade de sistematização das ideias.

Dando continuidade a ideia de divisão, falamos das divisões não exatas e de como os egípcios às representavam. Iniciamos com uma discussão sobre como resolver o seguinte problema utilizando o sistema de numeração egípcio: "Como dividir 10 pães entre 6 pessoas?". Várias tentativas foram feitas.

Então, apresentamos o conceito de frações dos egípcios de acordo com REFERÊNCIA, e juntos fomos construindo a resolução do problema anterior. Depois, pedimos que fosse resolvida a quinta questão, para que, assim como nas anteriores, pudéssemos tecer comentários a respeito das respostas diferentes.

Questão 4:

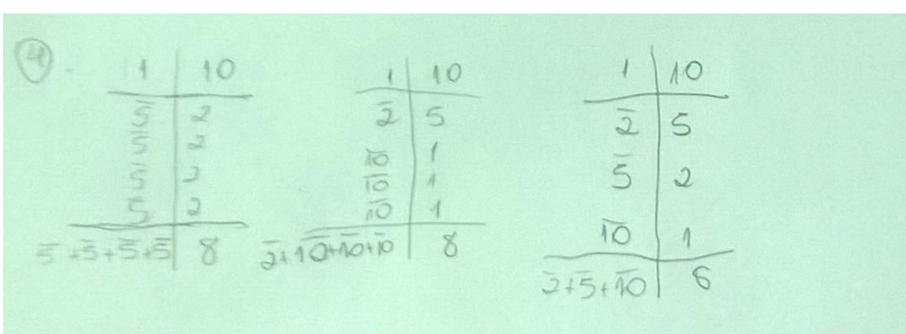


Figura 6: Respostas relativas à quarta atividade – 1º caso.

No primeiro caso (figura 6), o licenciando fez uma tabela onde ficaram na primeira coluna, as frações unitárias e na segunda coluna, os resultados inteiros da multiplicação destas por 10. O resultado da divisão proposta deu-se por meio da soma das frações unitárias correspondentes aos valores inteiros, que quando somados resultam em 8. Ao final, representou as frações com números decimais aparentemente para fazer a "prova real" do resultado encontrado.

No segundo caso, o procedimento utilizado foi análogo ao primeiro, sendo que o participante apresentou três possibilidades de adição de frações unitárias que correspondessem a 8/10.

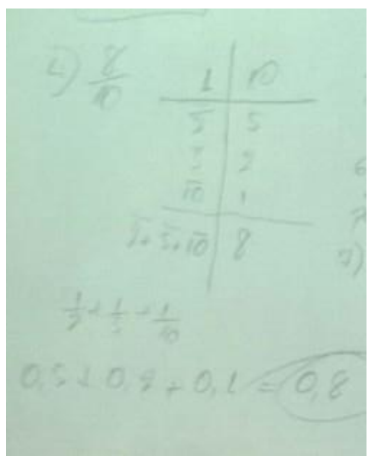


Figura 7: Respostas relativas à quarta atividade – 2º caso.

No último momento, os participantes questionaram a respeito do que foi trabalhado, se de fato entenderam como se davam a multiplicação e divisão no sistema de numeração egípcio, se ficaram dúvidas e pediram para que fossem resolvidas as demais questões que não se tratavam especificamente da multiplicação e divisão dos egípcios, mas que explicitariam a produção de significado e a opinião dos licenciandos de maneira ampla.

Questão 5:

Para esta questão tivemos algumas reflexões interessantes que demonstram que os licenciandos dessa turma têm consciência dos benefícios que o estudo da História da Matemática trás para alunos e professores de qualquer nível de ensino.

Destacamos um trecho em que o licenciando diz que: "Muitos alunos (e professores) têm a impressão de que os conteúdos surgem do nada." (sic.). De fato, esse pensamento é comum em muitas aulas de Matemática, onde principalmente os alunos dizem não se interessar em estudar determinados conteúdos por não entenderem a existência dos mesmos. Durante a discussão um licenciando relatou que os conceitos matemáticos são "soltos", e que para ministrar uma aula de Matemática é necessário situar os alunos historicamente para que eles percebam a importância de tal conceito.

Vale destacar outro trecho no qual um licenciando diz que estudar História da Matemática é importante, pois "é uma forma de compreender os procedimentos desenvolvidos por culturas antigas e provar que a matemática não é algo estático [...]" (sic.). É comum ouvir falar que a Matemática é uma ciência que não muda e que não tem meio certo, ou uma resposta está certa ou está errada. Conforme foi discutido, este é um pensamento que muitos professores têm ao corrigir exercícios e avaliações e trabalhar com História da Matemática poderia mudar tal concepção.

Questão 6:

Na sexta questão 10 dos 13 licenciandos que participaram da oficina responderam que já conheciam o sistema de numeração egípcio, mesmo que superficialmente. A maioria apontou como desvantagem, o fato de ser muito trabalhoso operar com números grandes, pois como o sistema não é posicional fica inviável a escrita de tais números. Mas deixam claro que entendem que para a época, este não era um grande problema, pois os egípicios não necessitavam de cálculos com valores muito altos.

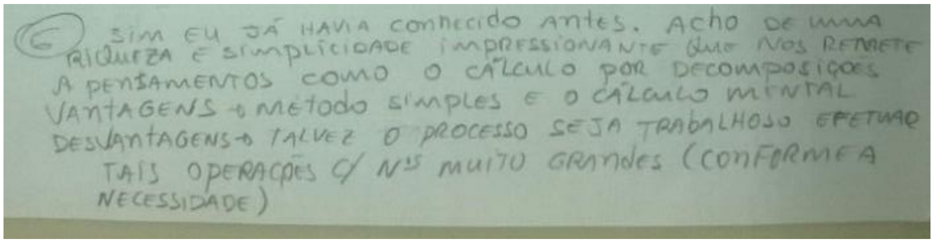


Figura 8: Respostas relativas à sexta atividade.

Vários pontos vantajosos foram apontados pelos licenciandos, mas um destacou que "sabendo multiplicar por 2, o aluno consegue resolver qualquer multiplicação". Utilizar esse algoritmo seria uma saída para os alunos que ficam inseguros ao efetuar multiplicações com números grandes, pois só seria necessário saber somar e multiplicar por 2.

Questão 7:

Todos os licenciandos conheciam pelo menos mais um sistema de numeração, sendo o romano, o indo-arábico e o dos maias, os mais lembrados.

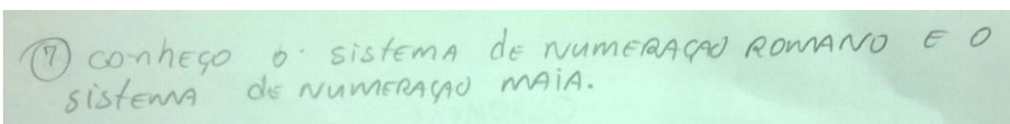


Figura 9: Respostas relativas à sétima atividade.

Questão 8:

6 licenciandos disseram que o sistema decimal foi o escolhido por nossa sociedade devido aos dez dedos que possuímos nas mãos, o que facilita a contagem. Muitos também lembraram a facilidade em representar quantidades muito grandes com poucos símbolos.

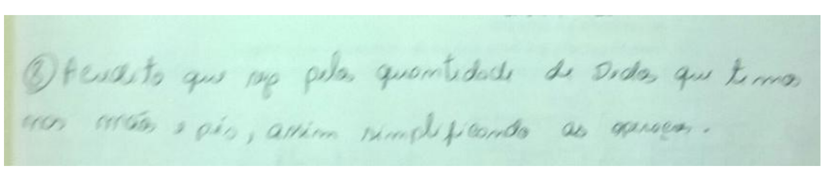


Figura 10: Respostas relativas à oitava atividade.

OUTRAS CONCEPÇÕES DOS LICENCIANDOS

Nesta seção apresentaremos mais algumas concepções representativas do grupo de licenciandos que participou da oficina. Os nomes apresentados são pseudônimos usados com o propósito de preservar os emissores da enunciação, pois o que nos interessa não é quem disse, mas o que disse.

A representação numérica do Egito Antigo

Pitágoras *"Não vejo vantagem para nós, pois para escrever um número muito grande daria muito trabalho em ficar desenhando esses símbolos. Mas para os egípcios com certeza era vantajoso e importante, pois era a forma que tinham para representar os números."* (sic.)

A notação não posicional

Proclo − "*Achei interessante a representação numérica a partir de* '*figuras*'. *Como vantagem as poucas figuras representativas; como desvantagem o fato do sistema numérico não ser posicional – pessoalmente, o fato de não ser posicional confunde*." (sic.)

TEXTO BASE DA OFICINA

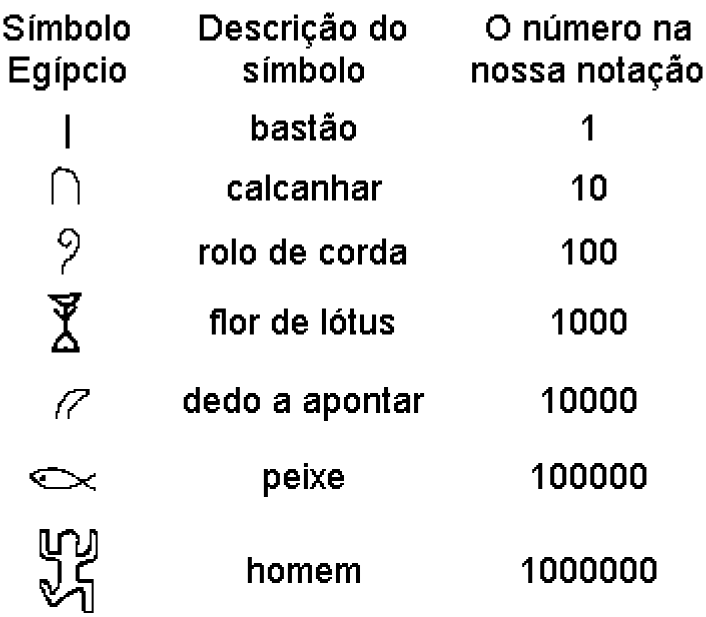
- A Matemática no Egito Antigo

As fontes de informação a respeito da Matemática praticada no Egito Antigo são papiros escritos na Antiguidade que preservaram-se até hoje. Segundo EVES (2004), os dois principais papiros são denominados de Papiro Rhind e Papiro Moscou. Em tais papiros estão inscritos problemas cujas soluções envolvem o uso de operações aritméticas simples.

Outra fonte de informação importante sobre as práticas desenvolvidas no Egito Antigo são os monumentos preservados como as famosas pirâmides. De acordo com EVES (2004), a grande pirâmide de Quéops levou 30 anos para ser construída e envolveu o trabalho organizado de cem mil homens. A construção das pirâmides envolveu problemas de engenharia e de matemática visto a perfeição das construções.

- Sistema numérico

O sistema numérico dos Egípcios era não posicional. Cada símbolo representava um valor específico independente da ordem na qual era escrito.



Símbolo Egípcio	Descrição do símbolo	O número na nossa notação
𓏺	bastão	1
𓎆	calcanhar	10
𓍢	rolo de corda	100
𓆼	flor de lótus	1000
𓂭	dedo a apontar	10000
𓆛	peixe	100000
𓁨	homem	1000000

Fonte: www.portalsaofrancisco.com.br

Figura 11: descrição do sistema de numeração egípcio.

- Multiplicação

Segundo Boyer (2012), a multiplicação Egípcia era realizada através de somas sucessivas. Dados dois números, x e y, escolhemos qual deles será multiplicado pelo outro. Vamos supor que escolhemos o y. Após construímos uma tabela onde na primeira coluna colocamos potências sucessivas de 2 e na segunda coluna colocamos as duplicações sucessivas do número x. A última linha da tabela é determinada pela última potência menor que o número y. Para finalizar, decompomos o número y como soma dos elementos da primeira coluna e somamos os elementos correspondentes da segunda linha. A seguir é ilustrada a multiplicação de 69 por 19.

1	**69**
2	**138**
4	**276**
8	**552**
16	**1104**

19 = 16 + 2 + 1

69x19 = 69x(1 + 2 + 16) = 69x1 + 69x2 + 69x16 = 69 + 138 + 1104 = 1311

- Divisão exata

A divisão egípcia é realizada por um processo bastante parecido com a multiplicação. Dados dois números *x* e *y* tal que *x*/*y* construímos uma tabela. Na primeira coluna colocamos os múltiplos de 2 até o primeiro múltiplo que exceda *y*. Na segunda coluna colocamos os múltiplos sucessivos de *y*. Com a tabela pronta, decompomos o número *x* como soma de alguns elementos da segunda coluna. O resultado da divisão corresponde à soma dos elementos correspondentes na primeira coluna. Abaixo ilustramos a divisão de 184 por 8.

1	**8**
2	**16**
4	**32**
8	**64**
16	**128**

184 = 8 + 16 + 32 + 128

184/8 = 1 + 2 + 4 + 16 = 23

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a oficina, tivemos a oportunidade de observar o contato dos licenciandos com uma cultura matemática diferente da Matemática contemporânea. Percebemos que os licenciandos produziram significados para Matemática egípcia a partir do que eles conheciam da Matemática atual. Ao mesmo tempo os licenciandos produziram novos saberes a respeito da Matemática que praticam. Perceberam como funcionam às ideias de base e notação posicional. Verificaram que os algoritmos das operações são convenções e que existem diferentes formas de se efetuar a multiplicação e a divisão.

Pensamos que a oficina foi um convite aos licenciandos entenderem melhor a História da Matemática, e também, para usufruírem das contribuições que a mesma pode proporcionar às suas formações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da Matemática.* 3. Ed. São Paulo: Blucher, 2012.

CHAVES, Rodolfo. *Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa*. Rio Claro. 2000. 296 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da Teoria a Prática*. 14. Ed. Campinas: Papirus, 2007. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. 1. Ed. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.