IV EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
2º Encontro Nacional Pibid Matemática
Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas
06 a 08 agosto 2014

ISSN 2316-7785

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS MATEMATICOS EM ESQUADREJAMENTO E CUBAÇÃO DE TERRAS

Weverton Augusto da Vitória[1]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
wevertonvitoria@gmail.com

Isaias Amorim Lemos[2]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
isaias-al@hotmail.com

Rodolfo Chaves[3]
Instituto Federal do Espírito Santo - Ifes
rodolfochaves20@gmail.com

Resumo

O presente texto apresenta um conjunto de dinâmicas (3 etapas) desenvolvidas a partir de ambientes investigativos de aprendizagem, com referências à semi-realidade, tomando etnoconhecimentos, discutidos nos moldes de uma Prática Educativa Investigativa (PEI), com *pibidianos*, professores, licenciandos e membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem – Ifes, campus Vitória). A estratégia desse trabalho foi testar, discutir, comparar e analisar os modelos de cálculos de áreas – *esquadrejamento* e *cubação* − apresentados no artigo "Análise de modelos matemáticos utilizados na agricultura na determinação de áreas" de Moretti; Grando (1995) para, a partir de tal dinâmica, produzir com licenciandos *pibidianos*, Materiais Didático-Pedagógicos (MDP), com o intuito de serem replicados em classes da rede pública, a partir de ambientes de aprendizagem também pautados em cenários investigativos, com referências à semi-realidade[4] e à Matemática, nos moldes de PEI. Devido ao espaço deixaremos para exibir os gráficos e tabelas resultantes das práticas na apresentação do trabalho. O MDP produzido foi uma sequência didática construída a partir da proposta do texto em questão, nos moldes de PEI.

Palavras-chave: Etnomatemática; modelos matemáticos; produção de significados; Práticas Educativas Investigativas (PEI).

---

[1] Licenciando em Matemática do Ifes – Campus Vitória. Membro do Gepemem – Ifes, participante do PIBID desde 2011.

[2] Licenciando em Matemática do Ifes – Campus Vitória. Membro do Gepemem - Ifes.

[3] Mestre e Doutor em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro. Docente do curso de Licenciatura em Matemática, campus Vitória. Coordenador institucional do Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores (LIFE – CAPES). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Matemática Pura, Matemática Aplicada e Educação Matemática (Gepemem – Ifes).

[4] Semi-realidade porque se refere à realidade de um grupo (no caso de agricultores e assentados em propriedades rurais), mas não necessariamente faz parte dos contextos histórico, socioeconômico, socioambiental e cultural dos envolvidos na prática educativa em questão. Tal conceito advém de Skovsmose (2000) ao tratar de ambientes de aprendizagem.

1. Problemática

Nas aulas inaugurais das disciplinas de Tendências de Pesquisas em Educação Matemática (22 alunos), Matemática Aplicada às Ciências da Natureza (11 alunos) e Tópicos Especiais em Matemática (3 alunos), do curso de Licenciatura em Matemática do Ifes, campus Vitória, os professores discutiram Moretti; Grando (1995). O texto compara os cálculos de modelos clássicos[5] de áreas de polígonos com os métodos de *esquadrejamento* e *cubação*[6] utilizados por agricultores, assim como em Knijnik (1996).

Ao chegar às páginas 85 e 86 do texto base, o professor solicitou que os licenciandos tomassem os modelos propostos, para o cálculo de áreas (expressões [1], [2] e [3]) e construíssem uma tabela a partir da figura 1, com $0 \leq k \leq 10$. Também pediu que comparassem as áreas calculadas por modelos clássicos e às *esquadrejadas* pelos agricultores.

$$A_t = \frac{L_1}{2} \cdot \frac{(L_2 + L_3)}{2} \qquad [1]$$

Para:

L_1: base do triângulo.

L_2 e L_3: os outros dois lados do triângulo.

$$h = \frac{\sqrt{4k^2 - 1}}{2} \qquad [2]$$

Para:

k: lados congruentes do triângulo isósceles.

h: altura relativa à base unitária do triângulo.

---

[5] Consideraremos modelos clássicos aqueles legitimados pela comunidade acadêmica, disponíveis nos compêndios acadêmicos.

[6] De acordo com Moretti; Grando (1995) o *esquadrejamento* é a "transformação da figura dada em um quadrilátero de ângulos retos" enquanto que a *cubação* é a "determinação da medida da área" (MORETTI; GRANDO, 1995, p. 77).

$$S = \frac{\sqrt{4k^2 - 1}}{4} \qquad [3]$$

Para:

k: lado do triângulo isósceles.

h: altura relativa à base unitária do triângulo.

S: modelo clássico para o cálculo da área do triângulo.

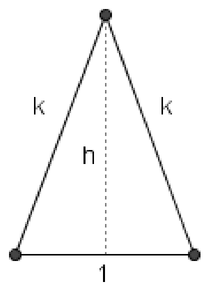


Figura 1 – Triangulo isósceles de base 1 e lado *k*.

O professor levou a problemática ao Gepemem e solicitou aos componentes que ajudassem na condução do processo. Alguns participantes (9 alunos *pibidianos*, 2 licenciandos com regência de classe em escolas da rede pública, 1 monitor de Matemática para alunos dos cursos técnicos e PROEJA do Ifes e 1 monitor de Matemática para alunos surdos de cursos de EJA da Rede Municipal de Ensino de Vitória), os professores das disciplinas e o professor orientador, em plenária, elaboraram uma proposta de oficina que foi testada, simulada, avaliada e aplicada pelos integrantes do grupo, por alunos voluntários e também pelos alunos inscritos nas disciplinas em questão.

O que está em voga, na realização deste trabalho, é analisar e discutir se os modelos populares adotados convergem ou divergem, em que graus de pertinência, dos modelos acadêmicos; quais as relações de ganho ou perda ao adotar tais modelos.

Tal dinâmica foi desenvolvida em 3 etapas: (i) construção e manipulação dos polígonos (figura 2) em folha de papel A4 com aplicação de técnicas de esquadrejamento; (ii) comparação dos cálculos de áreas com os modelos em questão; (iii) comparação dos cálculos da áreas no triângulo (figura 1) com estimativas de erros e comparação gráfica. Todas essas etapas foram desenvolvidas segundo os processos peculiares às PEI de discussão, elaboração, execução e plenária.

2. Justificativa

A dinâmica de funcionamento do Gepemem propiciou a formação de um ambiente fecundo à discussão, reflexão, análise e disseminação de propostas diferenciadas das usuais, normalmente adotadas no Ensino Tradicional de Matemática (ETM)[7], por seguirem a configuração apresentada em Chaves (2001), produzindo Material Didático Pedagógico (MDP) onde:

> A sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de ***discussão em grupo sobre um problema ↔ planejamento de uma ação diferencial para atacar esse problema ↔ aplicação conjunta (professor + monitor/licenciando + aluno) da ação diferencial planejada ↔ discussão da ação realizada ↔ replanejamento*** [...] caracterizam mudanças substanciais proporcionando a licenciandos e professores a compreensão da matemática como uma disciplina de investigação, onde o avanço se dá como consequência do processo de investigação de problemas [...]. (CHAVES, 2001, p. 201).

e

> **MDP (material didático-pedagógico)**: Subentende-se por **MDP** todo material produzido com o propósito de atender as expectativas básicas de cada subgrupo. De técnicas de utilização de lousa e giz à utilização de softwares educativos; da produção de textos científicos à produção de cartilhas e catálogos de práticas pedagógicas; da confecção de apostilas a livros; do desenvolvimento de dinâmicas, métodos, materiais concretos e manipulativos, e a técnicas de avaliação. Todo material produzido pelo professor, com o propósito de modificar e melhorar sua prática docente. (CHAVES, 2001, p. 46).

Tomamos Chaves (2001) para iniciarmos a etapa de discutir o problema no grupo e, em seguida, planejar, testar e executar uma prática, usando o MDP produzido com fins de aplica-lo em um ambiente investigativo de aprendizagem, com referência à semi-realidade e à Matemática. Um dos pontos em questão refere-se à qualificação do uso das expressões

[7] Tomamos ETM segundo o referencial de Chaves (2004, p. 76-117; 174-214).

Matemática acadêmica e Matemática popular. Knijnik (1996) trata essas duas questões da seguinte maneira:

> Falo de Matemática popular e Matemática acadêmica com um “duplo” olhar, dizendo-as — e problematizando-as — em suas dimensões de “autonomia”, de coerência interna, e também no quanto cada uma delas deve às relações de dominação e subordinação social dos grupos que as produzem e por elas também são produzidos. (KNIJNIK, 1996, p. 102)

Além disso, comenta a existência de uma operação etnocêntrica praticada pelos que detêm o saber legitimado cujo objetivo é descaracterizar o que não é sua própria produção cultural:

> É nessa perspectiva que pode ser interpretado o desprezo de algumas/alguns (ou muitas/os, dependendo do contexto onde atuam) matemáticas/os profissionais em relação a outros modos — que não os seus — de produção de significados matemáticos, caracterizando como um mero “arremedo” de processos mais nobres, aqueles que, pela “logicidade” dos procedimentos que envolvem, pelo predomínio de raciocínios “padrões”, são os que têm, para eles, as credenciais para se apresentar como “a” Matemática (KNIJNIK, 1996, p. 102).

Tal texto evidencia que a Etnomatemática faz oposição às teorias etnocêntricas, pois deseja:

> [...] Estudar as Matemáticas dos grupos sociais subordinados, enfatizando sua coerência interna, buscando descrevê-las não de um ponto externo ao contexto onde são produzidas, para que os valores e, códigos que lhes dão sentido e, por sua vez dão sentido a elas, possam ser descritos dentro de sua própria lógica (KNIJNIK, 1996, p. 103).

Com o propósito de exemplificar tal questão o professor orientador expôs sua experiência em Escolas-Famílias Agrícolas de MG, trabalhando com Pedagogia da Alternância, destacando a formação de ambientes investigativos de aprendizagem com referência à realidade (PEI) e, portanto, além de pautar-se nos princípios apresentados por Knijnik (1996, p. 103) tomou Skovsmose (2000) e Chaves (2001 e 2005) no que se refere ao uso da pesquisa-ação como procedimento metodológico para formação de tais ambientes. Tal relato de experiência foi o mote para iniciarmos a discussão de comparação de modelos segundo Knijnik (1996) – estratégia − comparando e discutindo a “Matemática popular” e “Matemática acadêmica” com um “duplo” olhar, para construirmos MDP que possam, como tática, ser adotados por *pibidianos* em aulas.

Adotando tal configuração partimos para o planejamento de ações diferenciais e alguns testes foram feitos inicialmente utilizando modelos proporcionais aos apresentados (figura 2) utilizando os seguintes materiais: papel cartão, tesoura, esquadros, compasso, transferidor e lápis.

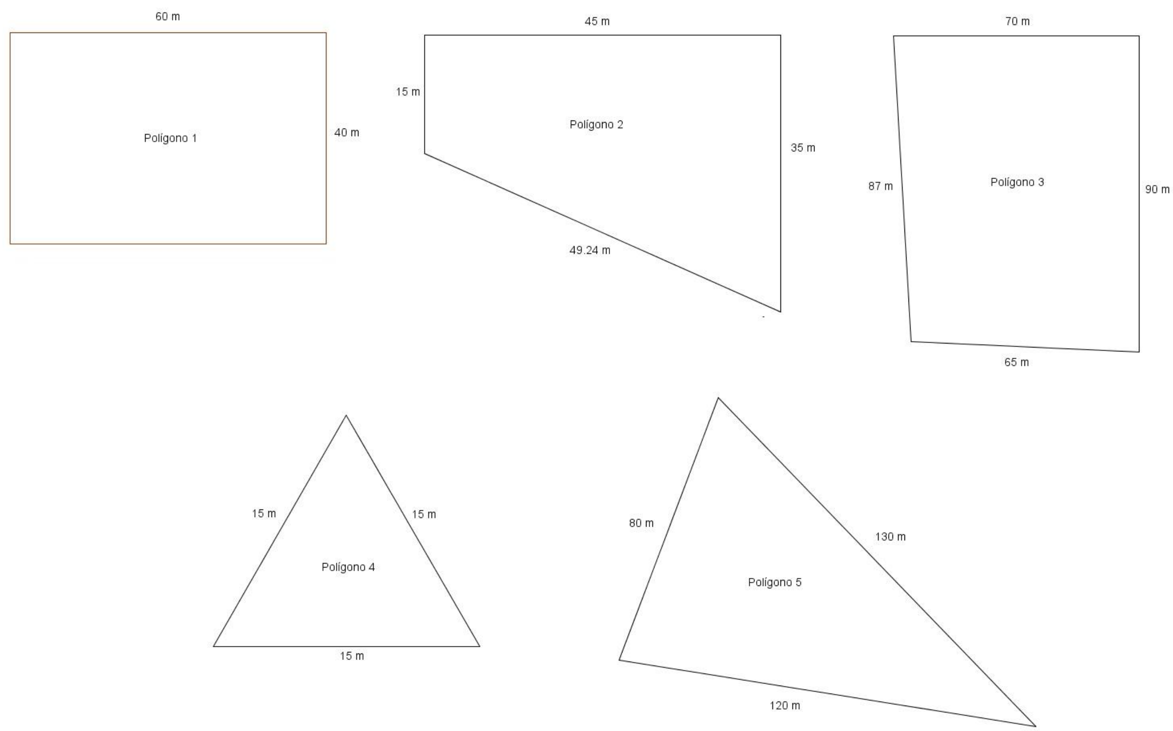


Figura 2: Polígonos sugeridos em Moreti; Grando (1995, p. 76).

O propósito do uso de material manipulativo foi permitir que os alunos testassem as técnicas de *esquadrejamento* e que a partir daí, discutissem os modelos e metodologias de *cubação* praticados pelos agricultores, bem como propusessem, a partir de seus conhecimentos acadêmicos, técnicas de cálculo de áreas para as figuras propostas. Várias discussões surgiram a partir desta proposta: cálculo de área total por decomposição; sistemas de equações do 2º grau, para resolução do cálculo de áreas; conceitos de Geometria Analítica[8]; técnicas de topografia (uso do pseudo-determinante para o cálculo de áreas); utilização e demonstração da fórmula de Heron; escalas, constantes de proporcionalidade (*t*) e suas respectivas relações com

[8] Fixando um vértice na origem e efetuando o cálculo de áreas de triângulos consecutivos.

medidas lineares (t) e de superfície (t^2); condição de existência de um triângulo levando em conta o princípio da desigualdade triangular; progressão aritmética.

Como uma consequência natural, necessária e suficiente, os próprios envolvidos propuseram que utilizássemos não apenas planilhas eletrônicas (Excel), mas também que recorrêssemos ao uso do *software* GeoGebra[9] para construção e comparação das áreas, que denominaram de "valor real", e daí que comparassem com os modelos propostos por Moretti; Grando (1995) e com os modelos acadêmicos.

Desde o planejamento, passando pela execução e reflexão das práticas adotadas tivemos a oportunidade de testar as práticas propostas no Laboratório de Práticas de Ensino Integrado (LPEI/LIFE[10] − CAPES[11]). O MDP produzido, a partir das tarefas, foi replicado com três turmas de licenciandos (nas disciplinas em questão), onde grande parte são *pibidianos*, com o propósito de apresentarmos em turmas de EJA da rede pública estadual na semana subsequente ao fechamento dos prazos de entrega deste trabalho. Portanto, a experiência que tivemos advém do teste das propostas desenvolvidas no LPEI, bem como nas aulas das disciplinas em questão, com 36 licenciandos e *pibidianos*.

3. Desenvolvimento

A dinâmica ocorreu em 3 etapas (explicitadas anteriormente). Na primeira etapa os licenciandos construíram os polígonos da figura 2 e se depararam com alguns desafios nas construções. O primeiro ponto refere-se à escolha de uma escala adequada. No polígono 1 dois licenciandos utilizaram a escala de 1:250 e os demais utilizaram a escala de 1:1000. No polígono 2: dois licenciandos utilizaram a escala de 1:250; 1 utilizou a escala de 1:500 e os demais utilizaram a escala de 1:1000. Esse polígono gerou uma dúvida no lado de 49,24m e a

[9] Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um *software* gratuito de Matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, Probabilidade, Estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente.

[10] LIFE – Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores.

[11] CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

solução adotada pelos alunos foi a construção de um triângulo retângulo de catetos 45m e 20m e em seguida validaram a medida da hipotenusa com o Teorema de Pitágoras.

No polígono 3 surgiram outras dúvidas: se o ângulo formado entre os lados 70m e 90m é retângulo e como seria possível um dos lados desse polígono ter 87m e o outro 65m. Foi preciso utilizar o GeoGebra para confrontarem a "área real" com as propostas apresentadas (*esquadrejamento* e *cubação*) e com o modelo acadêmico.

Utilizaram o método de *esquadrejamento* e *cubação* (expressão [4]) para determinar a área de um quadrilátero (A_q) qualquer (polígonos 1, 2 e 3):

$$A_q = \frac{(L_1 + L_2)}{2} \cdot \frac{(L_3 + L_4)}{2} \qquad [4]$$

Para:

L_1 e L_2: quaisquer dois lados opostos no quadrilátero.

L_3 e L_4: dois lados que sejam opostos no quadrilátero e que não tenham sido escolhidos anteriormente.

Em seguida utilizaram esse mesmo método e determinaram a área de um triangulo (A_t) (expressão [5]) qualquer (polígonos 4 e 5):

$$A_t = \frac{L_1}{2} \cdot \frac{(L_2 + L_3)}{2} \qquad [5]$$

Para:

L_1: lado escolhido como base do triângulo.

L_2 e L_3: outros dois lados do triângulo.

Para finalizar esta etapa calcularam as áreas dos quadriláteros (S_q) e dos triângulos (S_t) com suas respectivas fórmulas acadêmicas e em seguida construíram tabelas para confrontar os dados encontrados. As tabelas, bem como os gráficos produzidos, serão exibidas na apresentação deste trabalho.

Na segunda etapa reproduziram no GeoGebra os polígonos apresentados no texto base e comprovaram a partir de comandos do *software* os valores das áreas, comparando-os com os encontrados nos modelos de *esquadrejamento* e acadêmicos.

Na terceira etapa calcularam os erros relativos para comparar o método de *cubação* com o método acadêmico. Nessa etapa produziram a partir do GeoGebra e do Excel gráficos de tendências de valores obtidos e erros.

Aplicaram a seguinte fórmula para encontrar o erro relativo de um quadrilátero (E_q) qualquer (polígonos 1, 2 e 3):

$$E_q = \frac{A_q - S_q}{S_q} \qquad [6]$$

Utilizaram a fórmula [7] para encontrar o erro relativo de um triângulo (E_t) qualquer (polígonos 4 e 5):

$$E_t = \frac{A_t - S_t}{S_t} \qquad [7]$$

4. Conclusões

Trabalhar em um cenário de investigação, seja com referência à semi-realidade ou à Matemática, rompe com dois exercícios de controle efetivados pelo ETM: o controle pela fidelidade à linearidade de um conteúdo programático a ser seguido; o controle pela adequação de intervalos de tempo específicos para que cada conteúdo seja ministrado. Chaves (2004, p. 209-212), ao discutir "*a exaltação aos mitos positivistas do especialista e do discurso neutro*", "*a caça às propostas educacionais libertárias da PEI*" e "*além das velhas interdições*" mostra que ambientes investigativos e PEI provocam mudanças tanto no espaço escolar quanto na dinâmica de organização do mesmo. Além do mais, "velhas interdições", como o de seguir fidedignamente certa relação de conteúdo programático, são colocadas em indagação, pois emergiram um *rol* de conteúdos e procedimentos metodológicos que foram bem além do que o artigo em análise propôs.

Observemos que além de romper com sistemas de controle, como relação espaço/tempo (quadro, sala, aula de 55 min etc.) rompemos também com o mito de que os alunos não se interessam por pesquisarem novas práticas. Os próprios alunos propuseram as tarefas e metodologias e replicaram para os demais como consequência de seus estudos e análises. Em momento algum houve imposição por parte daqueles que conduziam o processo.

Caiu também "neutralidade do discurso científico", pois, por iniciativa dos envolvidos, os mesmos simularam situações de custos, tomando como base a média local. Comparando os custos das áreas, a partir dos modelos clássicos, com os propostos, os alunos verificaram que, para quem compra, há um custo exorbitante.

Trabalhar no cenário já apresentado facultou o trânsito por diversos ambientes de aprendizagem, como sugerido em Chaves (2004, p. 202-203), ao analisar Skovsmose (2000) e discutir "*a produção de efeitos específicos sobre a PEI e as questões socioambientais*". Quando necessário, transitou-se pelas referências à semi-realidade e à Matemática; todavia, foram os próprios alunos envolvidos que propuseram uma dinâmica de desenvolver um trabalho em um ambiente investigativo, com referência à realidade e isso se deu, a partir do momento em que buscaram comparar com os preços praticados no mercado local.

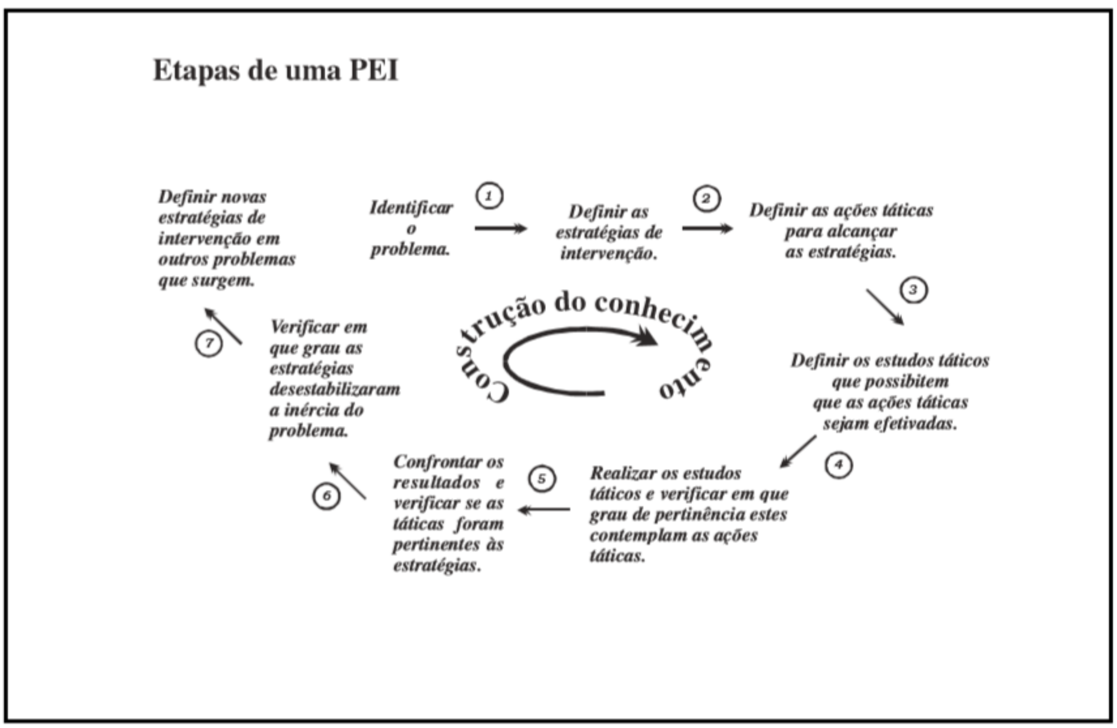
Com relação à discussão em grupo percebemos, assim como em Chaves (2001, p. 204) que os envolvidos portam-se como "agentes transformadores", não havendo quem fique passível às propostas apresentadas nas atividades.

> "... esta interação quebra o poder imperativo de um participante em detrimento a outro e a comum união nas ações planejadas reporta ao trabalho cooperativo e socializador. É a ação compartilhada de pesquisa e extensão que é um diferencial na formação de novos educadores." (CHAVES, 2001, p. 204)

A dinâmica proposta, envolvendo licenciandos, *pibidianos*, voluntários e professores foi bem aceita pelos envolvidos e, segundo análise nas plenárias, tal dinâmica leva à descentralização peculiar ao ETM e propicia a ruptura com a rígida estrutura escolar vigente. Tal aspecto é referendado por Nóvoa (1995) ao defender "a valorização de paradigmas de formação que promovam a preparação de professores reflexivos, que assumam a responsabilidade do seu próprio desenvolvimento profissional e que participem como protagonistas na implementação das políticas educativas." (apud. Chaves 2001, p.202).

Com relação à aplicação conjunta da ação diferencial planejada percebemos que os licenciandos sentiram dificuldades em construir os polígonos no papel, adotando a técnica de construção por régua e compasso e também apresentaram dificuldades em escolher a escala mais adequada de redução das figuras e construção das tabelas; contudo, o uso do *software* GeoGebra trouxe-lhes segurança, como se a máquina fosse mais confiável que o raciocínio humano. Mesmo que o uso do *software* proporcionara apenas uma constatação, e não demonstração, o mesmo foi importante quando, ao utilizarem os modelos clássicos, para compararem resultados.

Como fruto das discussões novas propostas surgiram, alimentando assim o caráter de retroalimentação do processo das etapas de uma PEI[12]:



[12] A respeito de PEI, táticas e estratégias tomamos como referência Chaves (2004, p. 89-90; 160-190).

Figura 3: Etapas de uma PEI, in: Chaves (2004, p. 183)

Das ações realizadas, bem como do uso do esquema antecedente, sugeriram que investigássemos a existência de alguma comunidade de assentados no estado que utilizassem essas técnicas de cálculos e que verificássemos a existência de outros modelos, bem como de tabelas de preços do custo/hectare de terra, pois assim a atividade ficaria mais próximo à realidade.

No geral, após avaliarmos a proposta de Moretti; Grando (1995) percebemos ser a mesma extensa para utilização em diferentes níveis de ensino. Os licenciandos, por exemplo, utilizaram 16 horas, com aulas de 4 horas de duração, para concluir as 3 etapas. Entretanto, nos moldes vigentes na Educação Básica, a disciplina de Matemática possui carga semanal de 220 minutos − cada aula com duração mínima de 55 minutos e máxima de 110 minutos/dia e nem sempre essas são geminadas. Esta coleta de dados sugere que para se trabalhar a proposta de Moretti; Grando (1995) na Educação Básica seria necessário, pelo o menos, um mês de aula. E ainda, diferentemente do que afirma o texto, não há tantas facilidades para aplicação da proposta em turmas da Educação Básica, pois alunos nesta etapa de ensino facilmente se desmotivam e dispersam, sem se falar na grande cobrança do desenvolvimento do conteúdo programático, segundo o que reza o currículo oficial.

Ainda no que se refere ao texto base, observamos: (i) que há erros matemáticos no gráfico apresentado na página 87; (ii) que há erros nos valores de A_1 e A_k quando $k = \frac{1}{2}$; (iii) que o polígono 3 está fora de escala, o que dificulta o entendimento de alunos do Ensino Básico.

Na utilização de *softwares* para a representação de gráficos comparativos de valores de áreas (real e *cubadas*), observamos que no GeoGebra a qualidade de representação é superior à apresentada no Excel.

5. Referencias Bibliográficas

CHAVES, Rodolfo. *Ensino de Matemática nas escolas família agrícola.* Viçosa (MG): Mimeog. 2005. 202 p. (Material Pedagógico na Base Nacional Comum na linha da Pedagogia da Alternância).

________. *Por que anarquizar o ensino de matemática intervindo em questões socioambientais?* 223 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Rio Claro – São Paulo. 2004.

_________. *Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa*. Rio Claro. 2000. 296 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

GRANDO, Neiva Ignês; MORETTI, Méricles T. *Análise de modelos utilizados na agricultura na determinação de áreas.* Zetetike (UNICAMP), Campinas - SP, v. 3, n.4, p. 73-93, 1995. Disponível em:<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2565/2309>. Acesso em 01 Jul 2014.

Instituto Geogebra no Rio de Janeiro. Disponível em:<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>. Acesso em 01 Jul 2014.

KNIJNIK, Gelsa. *Exclusão e resistência: educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. BOLEMA (PGEM/UNESP), n.14, p. 66-91. 2000.