BIOMECÂNICA

Trigonometria e álgebra vetorial

Carlos Bolli Mota

bollimota@gmail.com

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA

Laboratório de Biomecânica

SUMÁRIO

TRIGONOMETRIA

VETORES

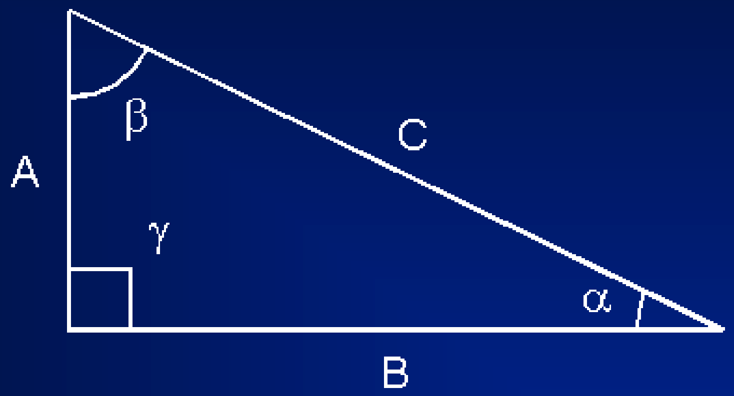
ÁLGEBRA VETORIAL

EXERCÍCIOS

Trigonometria

As relações trigonométricas fundamentam-se nas relações existentes entre os lados e os ângulos de triângulos. Muitas funções derivam do triângulo retângulo – um triângulo que possui um ângulo reto.

Considere o triângulo abaixo:



Os dois lados que formam o ângulo reto (A e B) são os catetos e o lado C, oposto ao ângulo reto, é a hipotenusa.

Uma das relações trigonométricas mais usadas é o *Teorema de Pitágoras*. Este teorema é uma expressão da relação existente entre a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo. Seu enunciado é:

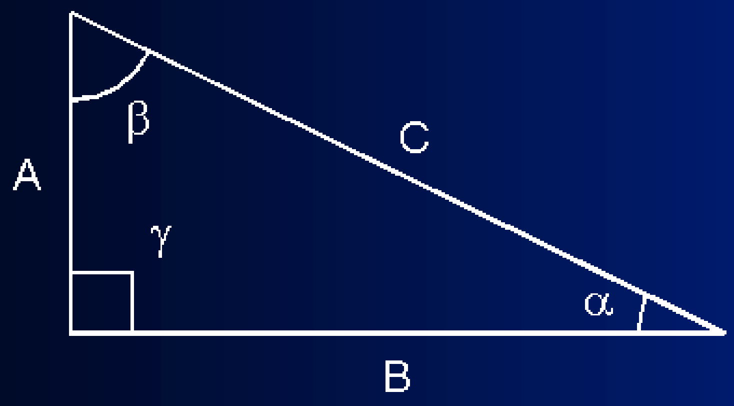
"O quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos."

$$C^2 = A^2 + B^2$$

Funções trigonométricas diretas

As funções trigonométricas diretas – seno, cosseno e tangente – fundamentam-se nas relações entre os comprimentos dos lados de um triângulo retângulo.

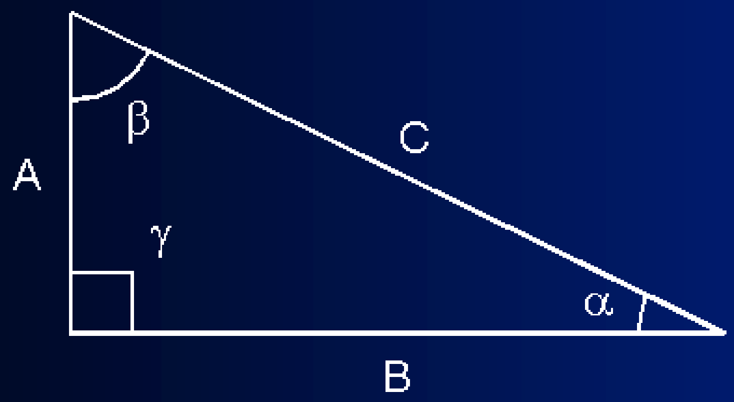
O *seno* (abrevia-se *sen*) de um ângulo é definido como a relação entre o comprimento do cateto oposto a este ângulo e o comprimento da hipotenusa. Para o triângulo da figura tem-se:



$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{A}{C}$$

$$\text{sen}\beta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{B}{C}$$

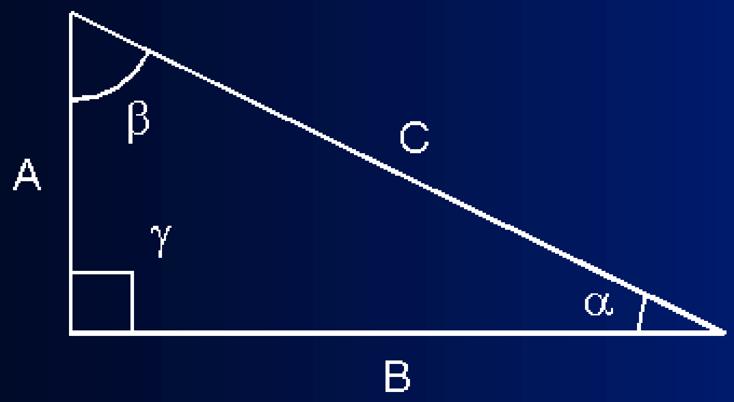
O *cosseno* (abrevia-se *cos*) de um ângulo é definido como a relação entre o comprimento do cateto adjacente a este ângulo e o comprimento da hipotenusa. Para o triângulo da figura tem-se:



$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{B}{C}$$

$$\cos\beta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{A}{C}$$

A *tangente* (abrevia-se *tan*) de um ângulo é definido como a relação entre o comprimento do cateto oposto a este ângulo e o comprimento do cateto adjacente a ele. Para o triângulo da figura tem-se:



$$\tan\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{A}{B}$$

$$\tan\beta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{B}{A}$$

Álgebra vetorial

Grandezas escalares

Grandezas vetoriais

Vetores

Decomposição de vetores

Adição de vetores

Grandezas escalares

São grandezas que ficam perfeitamente definidas por um número, que exprime sua medida, seguido da unidade empregada.

Exemplos: massa, comprimento, tempo

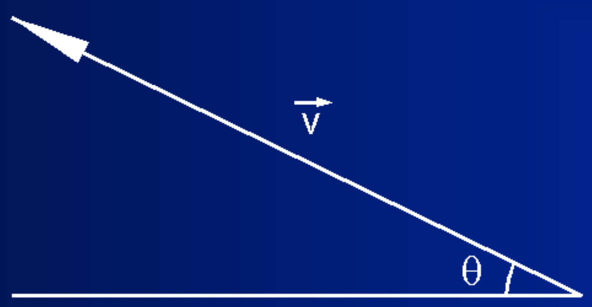
Grandezas vetoriais

São grandezas que para serem perfeitamente definidas é necessário que sejam indicados, além do seu valor numérico e da unidade empregada, a direção e o sentido em que elas atuam. Para isto são usados os *vetores*.

Exemplos: força, velocidade, aceleração

Vetores

Vetores são segmentos de reta orientados usados para representar grandezas vetoriais. Um vetor possui intensidade ou módulo, direção e sentido.



Intensidade ou *módulo*: É o número que indica quantas vezes a grandeza vetorial considerada contém determinada unidade. Graficamente é o comprimento do vetor.

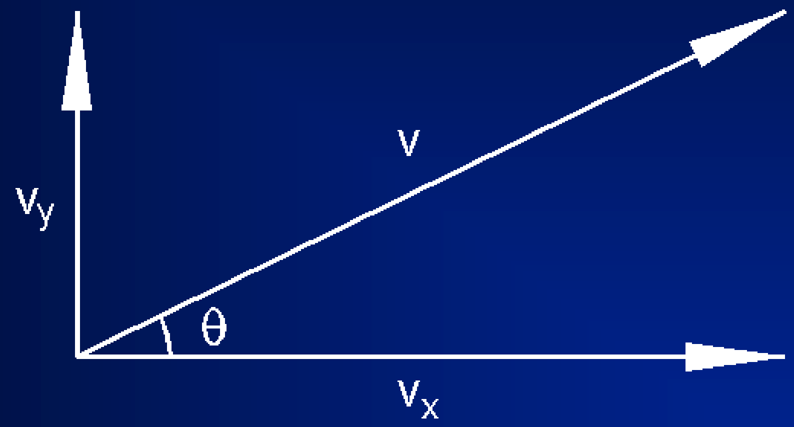
Direção: É o ângulo que o vetor forma com um eixo de referência.

Sentido: É a orientação do vetor sobre sua direção. Para cada direção existem dois sentidos, indicados por um sinal (positivo ou negativo). Graficamente, o sentido é dado pela extremidade da seta que representa o vetror.

Decomposição de vetores

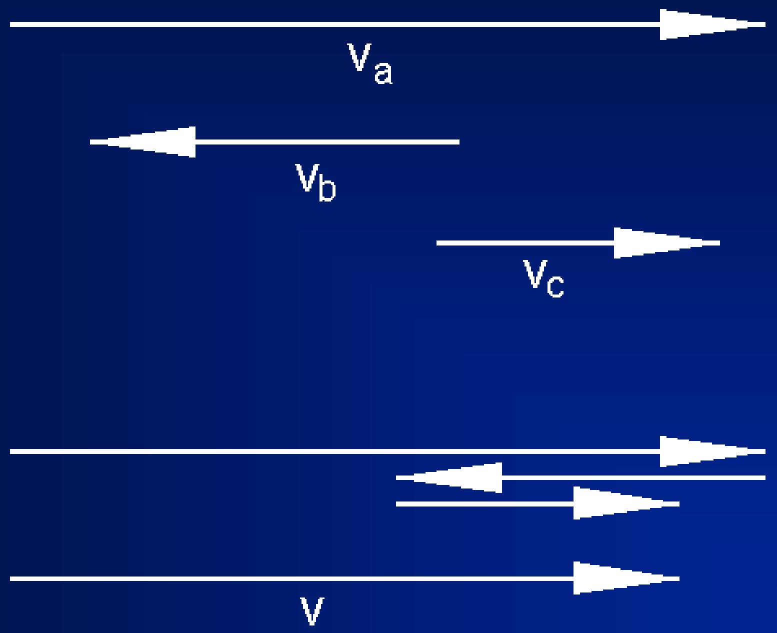
Decompor um vetor significa encontrar dois ou mais vetores (componentes) que juntos tenham o mesmo efeito do vetor original. O caso de maior interesse é a decomposição de um vetor em dois componentes ortogonais.

Decomposição de vetores



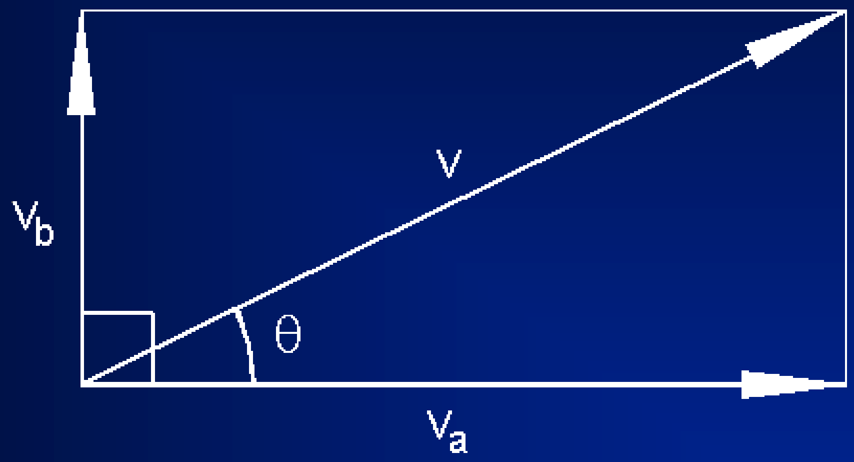
$$v_x = v \cdot \cos\theta$$
$$v_y = v \cdot \operatorname{sen}\theta$$

Composição de vetores - mesma direção



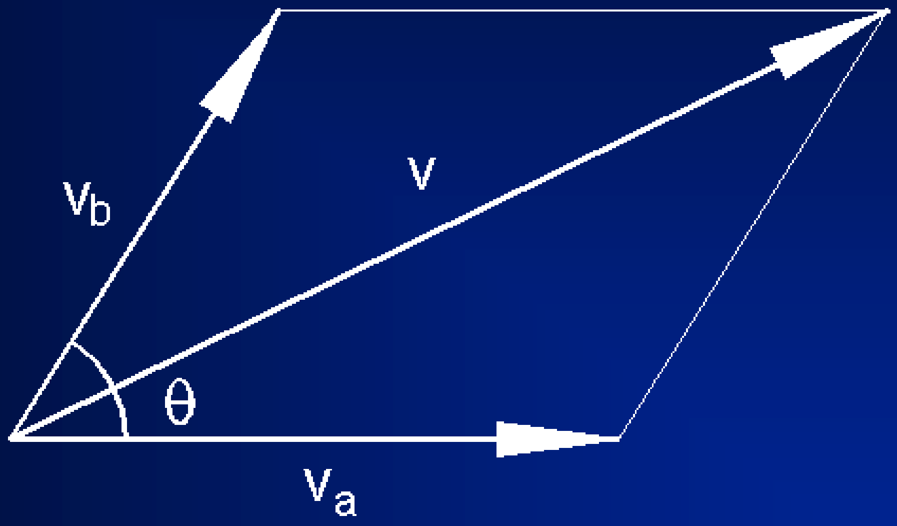
$$V = V_a - V_b + V_c$$

Composição de vetores - ortogonais



$$v = \sqrt{v_a^2 + v_b^2} \qquad \tan\theta = \frac{v_b}{v_a}$$

Composição de vetores - não ortogonais

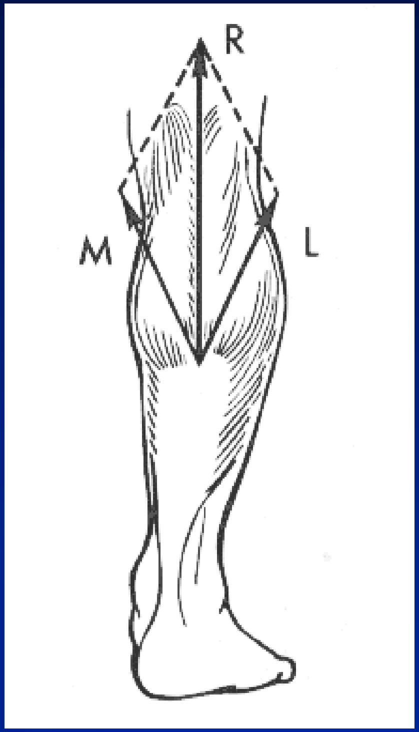


$$v = \sqrt{v_a^{\,2} + v_b^{\,2} + 2 \cdot v_a \cdot v_b \cdot \cos\theta}$$

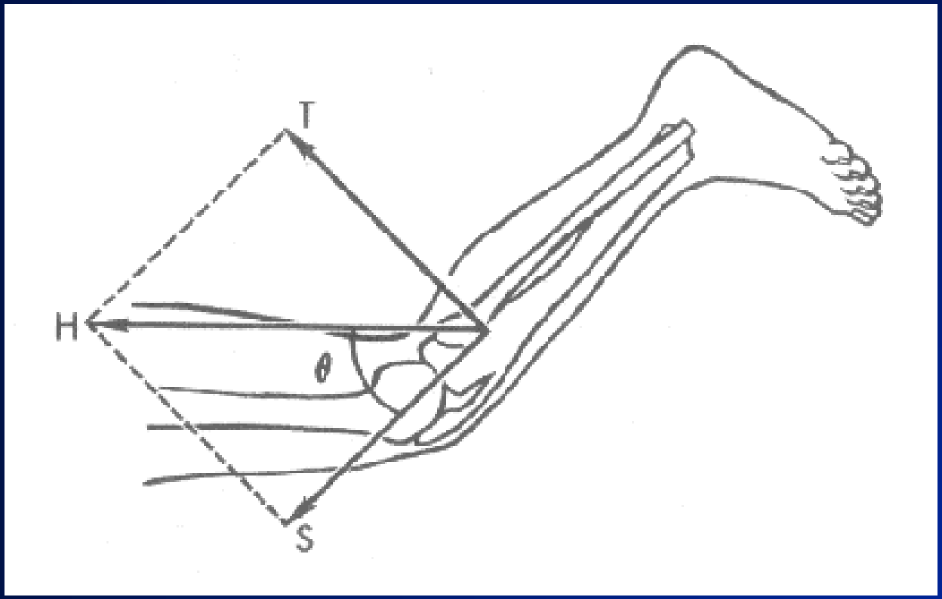
LAPEM

Exercícios

Calcular o módulo da força resultante (R) sobre o tendão de Aquiles, sabendo que as forças das porções lateral (L) e medial (M) do gastrocnêmio são iguais a 30 kgf e a 25 kgf respectivamente. O ângulo entre elas é igual a 50 graus.



Sendo a força muscular (H) igual a 80 kgf e o ângulo de inserção do músculo (θ) igual a 40º, calcular o valor das componentes T e S, perpendiculares entre si.



Determinar a intensidade e a direção da resultante do sistema de forças sendo F_1 = 10 N, F_2 = 20 N, F_3 = 80 N, F_4 = 80 N, θ_1 = 45º, θ_2 = 60º, θ_3 = 30º e θ_4 = 45º.