28ª EDIÇÃO

# JORNAL UμA TEMÁTICA

2020

*Editoras: Isadora Roth & Viviane Lopes*

# Nesta edição:

## SUMÁRIO



PET matemáticaufsm

# Aconteceu no PET Matemática

## Página de PET Matemática UFSM

No dia 7 de novembro foi realizada a 10ª edição do Café com Matemático. Nessa edição, o tema abordado foi saúde mental do universitário e, para conversarmos sobre, o convidado foi o Prof. Dr. Victor Crestani Calegaro, professor assistente de neuropsiquiatria na UFSM e membro do CAEd. Na página 13 você pode conferir o que rolou nesse dia!

Nos das 15, 16 e 17 de novembro de 2019, alguns dos petianos estiveram representando o grupo no XI ENAPETMAT, organizado pelo grupo PET Matemática da Universidade de Brasília. O evento tem por objetivo reunir os grupos PET Matemática do Brasil e proporcionar aos participantes uma troca de vivências e contato. Felicitamos os petianos Ana Paula, Isadora, Viviane e Gabriel que receberam menção honrosa pelos trabalhos apresentados.

No dia 30 de novembro de 2019, o grupo realizou a IV edição da Olimpíada Regional de Matemática, no campus sede da UFSM. Nessa edição, a ORM recebeu 103 inscritos entre seus três níveis. Após a aplicação das provas, o grupo reuniu-se para a correção e somatório das notas. Os resultados foram divulgados nas mídias do PET no dia 10 de fevereiro de 2020.

Você e outras 2.845 pessoas curtiram.

Escrever um comentário...

**FOTOS:**

# A gênese do Cálculo Diferencial e Integral: os irmãos Bernoulli e o início da difusão do Cálculo Leibniziano

Isadora Roth, *UFSM.*

PENSAR na gênese do Cálculo é compreender a importância do conhecimento histórico na formação acadêmica, e assim, buscar identificar como tudo aconteceu questionando-se sobre as diversas aplicabilidades que essa ferramenta nos proporciona, visto que, assim como Alessio (2019), acredito que o Cálculo é a ferramenta responsável pelos diversos avanços na área da Matemática, implicando diretamente em muitas outras áreas do conhecimento.

Na Antiguidade tivemos vários filósofos que, sem ligação direta com a área Matemática, deixaram resquícios que serviram como ponto de partida à formação de conceitos que temos hoje. Um dos fatos curiosos é que o Cálculo aconteceu na sua forma inversa do que é ensinado nos cursos de graduação e afins, isto é, a integração surgiu muito antes da diferenciação.

Conforme Ribeiro (2016), "a integral foi criada através de problemas relacionados com comprimentos, áreas e volumes e a diferenciação através dos problemas de tangentes de curvas". Uma vez que, no começo de tudo os estudiosos que se dedicaram a estas pesquisas não se preocupavam com o rigor matemático e sim, como funcionavam as técnicas.

Com isso, entende-se que muitos matemáticos contribuíram para a evolução do Cálculo, dentre eles podemos destacar Arquimedes, Kleper e Fermat, e a partir do século XVIII, duas novas figuras expandiram os estudos, Newton e Leibniz. Por fim, para lapidar e aprofundar a teoria destacam-se os irmãos Bernoulli, L'Hospital, Lagrange, D'Alembert, Cauchy, Weierstrass e Riemann. Todos esses grandes nomes colaboraram, de uma forma ou outra, para descobrir e/ou inventar (fica a cargo do leitor acreditar que a Matemática e suas ferramentas foram construídas ou descobertas) os conceitos e assim, disseminar tais estudos.

Sendo assim, neste artigo o intuito é permear pela gênese do Cálculo Diferencial e Integral, trazendo algumas reflexões e/ou discussões do avanço de tal disciplina. Para isso, caminharemos em direção as ideias advindas de Leibniz, buscando refletir sobre algumas de suas contribuições a esse conceito/conteúdo e, em seguida, os irmãos Bernoulli, com um breve relato de como chegaram à Matemática fazendo com que esses estudos difundissem, expondo o início da difusão do Cálculo Leibniziano.

Gottfried Wilhelm Leibniz (Figura 1), mais conhecido por apenas Leibniz, é considerado um dos grandes estudiosos, intitulado de último gênio universal. Nasceu em Leipzig, na Alemanha no ano de 1646 e morreu em 1716 (MAIER, 1985). Para além disso, Leibniz ingressou na universidade onde estudou Teologia, Filosofia, Direito e Matemática.

Figura 1. Leibniz

Fonte: Google Imagens (2020).

Ainda, conforme o mesmo autor, Leibniz contribuiu com algumas técnicas, como o uso dos coeficientes indeterminados, a determinação dos contornos, a integração das funções racionais mediante as frações parciais e a chamada "regra de Leibniz". Além disso, desenvolveu três ideias que fundamentaram a "invenção do seu Cálculo":

1) O interesse pelo símbolo, pela notação, vinculado a uma ideia de uma linguagem simbólica geral;
2) Reconhecer que somar sequências e tomar as suas diferenças são operações inversas, analogamente, determinar áreas e tangentes são operações inversas;
3) Triângulo característico para deduzir transformações gerais de áreas.

Depois de um tempo, Leibniz começou a explorar novos símbolos e então, foi ele quem usou pela primeira vez o símbolo da integral: $\int$. Outra preocupação do pesquisador foi o fato de que o Cálculo era diferencial, ou seja, de acordo com Fulini (2016), "era uma diferença entre dois valores infinitamente próxima de uma variável. Sendo Leibniz [...] quem cria as notações: $dx$, $dy$ para as diferenciais $x$ e $y$".

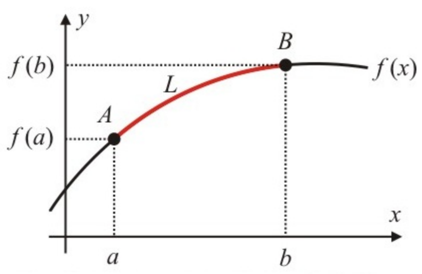
Ademais, o pesquisador encontra algumas regras para a integração, sendo elas:

1) $\int al = a \int l$; se $a$ é uma constante;
2) $\int (y + z) = \int y + \int z$.

O próximo passo foi estabelecer soluções para problemas de quadraturas, pois ele percebeu que tais situações poderiam ser resolvidas por meio de retângulos infinitamente pequenos que formam a área limitada pela curva. Dessa forma, "Leibniz escrevia $dy = f(x + dx) - f(x)$ de modo que $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}$ é a aproximação secante habitual para a inclinação da tangente" (STEWART, 2014, p. 153 apud ALÉSSIO, 2019, p. 24).

Posteriormente, ainda conforme o autor citado, Leibniz sabia integrar e diferenciar qualquer potência de x, induzindo a regra que conhecemos nos meios acadêmicos. E assim, em 1680, desenvolveu a fórmula para o comprimento de arco de curva (Figura 2) e do volume de um sólido de rotação.

Figura 2. Representação gráfica e algébrica do comprimento de arco de curva




$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

Fonte: Google Imagens (2020).

Diante desses fatos, todas as contribuições deixadas por Leibniz foram de grande valia para o desenvolvimento do Cálculo. Nesse sentido, em 1684, ele teria publicado sua versão do Cálculo, e assim desencadeou novas dúvidas, novas pesquisas e novos estudiosos que deram sequência e lapidaram as informações deixadas por ele.

Foi assim que, Jacob I e Johann I (Figura 3), aprofundaram-se nos estudos de Leibniz e auxiliaram na difusão da disciplina. Jacob I, graduado na Universidade de Basileia como mestre em Filosofia e licenciado em Teologia, estudou Matemática e Astronomia, tendo ministrado a cadeira de Matemática em Basileia até a data da sua morte. Juntamente com o seu irmão Johann I, estudou e difundiu na Europa o Cálculo de Leibniz.

Johann I ou Jean Bernoulli, como também era chamado, estudou Medicina, mas o seu interesse pela Matemática se sobressaiu. Com forte influência de seu irmão, as disputas científicas estavam sempre presentes na vida dos dois. Em seguida da morte de Jacob I, Johann I ocupou a cadeira de Matemática na Universidade de Basileia até a data da sua própria morte. Ainda, havia sido professor de Física e Matemática em Groenigen. As suas áreas de maior interesse foram o estudo das propriedades da luz, as famílias de curvas, tal como o problema de Braquistócrone, a quadratura de áreas e as séries.

Figura 3. Irmãos Bernoulli: à esquerda Jacob I e à direita Johann I

Fonte: Google Imagens (2020).

Segundo Ribeiro (2016), os irmãos foram os primeiros estudiosos que entenderam a potência do Cálculo, e então, aplicaram esse instrumento a uma gama ampla de problemas. No meio do caminho, após um tempo de estudos juntos, Johann começou a se destacar, deixando Jacob um pouco mais atrás. Contudo, ambos foram essenciais para a difusão do Cálculo Leibniziano.

Nessa perspectiva, Jacob I destacou-se com a primeira integração de uma equação diferencial, a aplicação do Cálculo na construção de pontes suspensas, a resolução da equação $y' = p(x).y + q(x).y^n$, em que nos é apresentada como a "equação de Bernoulli". Também, atribui-se a Jacob o fato de que a "palavra integral ligada ao cálculo aparece pela primeira vez na resolução do problema da curva isócrona [...] publicada por Jakob na Acta eruditorum em 1690" (EVES, 2014 apud RIBEIRO, 2016, p. 6).

Já Johann I, escreveu alguns livros didáticos sobre Cálculo; firmou uma parceria muito forte com o matemático L'Hospital, que ensinou-lhe a nova disciplina Leibniziana, ou seja, "Jean Bernoulli descobria que se $f(x)$ e $g(x)$ são funções diferenciáveis em $x = a$ tais que $f(a) = 0$ e $g(a) = 0$ e $\lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ existe, então $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$" (BOYER 1996 apud ALÉSSIO, 2019, p. 27).

Além disso, Johann I desenvolveu vários estudos, principalmente, no Cálculo das variações, sobre refração da luz, trajetórias ortogonais da família das curvas e quadraturas de áreas em séries. Dessa forma, por volta de 1700, grande parte do Cálculo que nos é apresentado nos cursos de graduação já havia sido estabelecido, junto a alguns tópicos mais avançados.

Nesse sentido, este trabalho buscou apresentar um pouco do desenvolvimento do cálculo integral e diferencial na perspectiva de Leibniz e dos irmãos Bernoulli, perpassando sobre a evolução e a continuidade que se tem de um matemático para o outro. Também, pode-se destacar que a História da Matemática se torna uma ferramenta muito útil no decorrer de nossa formação, pois esclarece grande parte das dúvidas que deixamos passar ao longo da nossa formação.

## Referências:

[1] ALÉSSIO, A. **A importância do Cálculo Diferencial e Integral para a formação do professor de Matemática da Educação Básica**. 2019. 90 p. Dissertação (PROFMAT) - Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Presidente Prudente, 2013.

[2] FULINI, M. A. **História do cálculo diferencial e integral**. 2016, 56 p. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura em Matemática a Distância) - Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2016.

[3] MAIER, R. Curso de História da Matemática: **Origens e Desenvolvimento do Cálculo**. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, un. 3, 1985.

[4] RIBEIRO, T. A. S. Cálculo diferencial e integral: abordagem histórica. **Educação e Sociedade**, v. 1, n. 2, 2016. Disponível em: <http://revista.unisal.br/lo/index.php/revistajornada/article/view/482>. Acesso em: 11 nov. 2019.

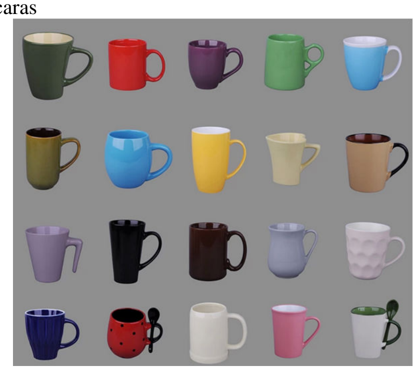
# Devorando números

Gustavo Streppel de Oliveira, *UFSM*.

MATEMÁTICA, ciência (quase) exata, que usa o raciocínio lógico e abstrato, que estuda espaços, medidas, quantidades, estruturas, variações, entre tantas outras coisas. Gastronomia, abrange a culinária, as bebidas, as culturas, os ingredientes e principalmente às pessoas. Nada a ver uma coisa com a outra, certo? Errado! Ambas estão muito presentes em nossas vidas. Você nunca parou para pensar na relação entre essas duas divindades no nosso dia a dia? Neste artigo, vamos mostrar ligações entre Gastronomia e Matemática, e como os números e demais áreas da Matemática influenciam para se ter uma cozinha equilibrada.

Muitas vezes, os livros de receita trazem as medidas dos ingredientes através de xícaras. Você nunca se questionou que: “ok, mas eu posso usar qualquer tamanho de xícara? E se eu tiver uma xícara em que posso colocar 1 litro de leite?”. Pois bem, é aí que entram as proporções, conteúdo matemático. Pense só, se a receita nos pede para colocarmos 250g de açúcar e 500g de farinha, é fácil ver que devemos colocar 2 vezes mais farinha do que açúcar. Logo, se eu colocar uma xícara de açúcar, terei que colocar duas xícaras de farinha, entendeu? É tudo questão de proporção. Nesse caso, é claro que teríamos que mudar a quantidade dos outros ingredientes da receita, conforme aumentamos ou diminuímos a quantidade de farinha e açúcar, mas nada que uma regra de três simples não resolva. Na figura 1, temos a representação dos diferentes estilos e tamanhos de xícaras que podemos encontrar.

Figura 1. Xícaras



Fonte: Google Imagens

Outro fato que pode aproximar Gastronomia e Matemática são os padrões. Matemáticos buscam sequências que possam indicar a existência de uma fórmula ou de um teorema. Já Chefs de cozinha buscam quantidades de ingredientes que fazem uma receita funcionar. Livros de receitas e livros com teoremas matemáticos, guardadas as devidas proporções, se assemelham bastante: ambos trazem uma definição, que pode ser usada em determinadas situações e que vai resultar em determinadas conclusões.

E formas geométricas? Tem relação com as nossas culinárias? Se você pensou que não, errou. Se vamos fazer um bolo, é comum aparecer o que? Isso aí, cubos de manteiga. Se fazemos brigadeiros, temos esferas. Quando pedimos uma pizza, ela vem em caixas quadradas, possuem formato redondo e normalmente a cortamos em fatias quase triangulares. Um bolo? Cortamos em cubos ou em prismas. Se formos mais afundo, ainda encontramos nossas superfícies de revolução, que são figuras planas rotacionadas através de um eixo cartesiano. Para cozinhar, é comum a utilização de bacias. Uma bacia, matematicamente, pode ser representada por um paraboloide elíptico, que possui equação $\frac{z}{c} = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ onde $a$ e $b$ são constante que determinam o grau de curvatura dos eixos $x - z$ e $y - z$, respectivamente. Essa não é nada mais, nada menos, que a revolução de uma parábola, com concavidade voltada para cima e centrada em (0,0), por exemplo, através do eixo y. Quando fazemos um pudim, temos o formato de um toro, que é o lugar geométrico tridimensional constituído pela rotação de uma superfície circular plana de raio r, em torno de uma circunferência de raio R. Na figura 2 é possível ver a semelhança entre o toro e um tudim.

Figura 2. Toro e pudim


Fonte: Google Imagens

Com todos esses relatos, pudemos ver que Matemática e Gastronomia tem sim muitas relações e que a primeira está presente em quase tudo nas nossas vidas, mas na grande maioria das vezes não notamos que ela está ali. Isso acontece pelo fato de não a utilizarmos diretamente a todo momento. Matemática e cozinha requerem sensibilidade, é preciso saber, sentir e fazer cada passo com maestria para tudo acontecer perfeitamente. Se você erra um cálculo, a questão já era. Se erra uma proporção, o bolo desanda. Tudo é atenção, tudo é proporção, tudo é sensibilidade, tudo é Matemática. Muitos dizem que cozinhar é terapia e Matemática é loucura. O que eu acho? Bom, eu amo os dois, pode ser que seja assim que encontre meu equilíbrio, ficando louco com algo que eu gosto e me acalmando com algo que eu amo. Cozinhar e “matematicar” é lindo simplesmente pelo fato de servir e ajudar os outros.

**Referências:**

[1] http://www.mat.ufrgs.br/ calculo/quadrica/pareli.htm) Acesso em: 15 de Janeiro de 2020;

# O “não”na Matemática

Mário Henrique Soriano Rosa, *UFSM*.

NA Matemática nos deparamos frequentemente com situações onde o “não”é utilizado seja na forma de negação, contraexemplo, contrapositiva ou ainda um não-exemplo e são essas formas que serão abordadas neste artigo. Podemos trabalhar com a negação de uma proposição, mas antes convém mostrar o que é uma proposição. “Chama-se proposição todo o conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo”(ALENCAR FILHO, 2002, p. 11). Existem apenas duas possibilidades para uma proposição, ou ela é verdadeira ou ela é falsa, e não há como ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Considere como exemplo as proposições $r$ e $s$ a seguir:

- $r$: O ano possui 4 estações.

Essa obviamente é uma proposição verdadeira. Se chamarmos de $x$ a quantidade de estações do ano podemos então reescrever nossa proposição como $x = 4$.

A negação é uma operação lógica que consiste em transformar uma proposição verdadeira em uma falsa ou uma falsa em verdadeira. Vamos então negar $r$ transformando-a em “não $r$”, denotada por $\sim r$, obtendo então uma proposição falsa nesse caso.

$\sim r$: Não é verdade que o ano possui 4 estações.

$\sim r$ quer dizer então que ou o ano possui menos que 4 estações ou o ano possui mais do que 4 estações, isso é o mesmo que dizer $x < 4 \vee x > 4$.

- $s$: $y^2 = 2y$ é válido para todo $y$ inteiro.

A proposição acima é claramente falsa, ou seja, não é verdade que $y^2 = 2y$ é válido para todo $y$ inteiro, o que significa dizer que existe ao menos um $y$ inteiro tal que $y^2 \neq 2y$. Isso se comprova ao tomarmos $y = 5$, por exemplo, pois $5^2 = 25$, $2 * 5 = 10$ e $25 \neq 10$.

Nesse caso, 5 é considerado um contraexemplo de $s$. Ele é um “exemplo”que contradiz a proposição em questão. Garante que $\sim s$ é verdadeira e portanto $s$ só pode ser falsa.

Existem ainda as chamadas proposições condicionais, costuma-se dizer que elas são da forma “se ... então”. Por exemplo, ao considerarmos as proposições $p$ e $q$ podemos ter “$p \to q$”, o que é o mesmo que dizer “se $p$ então $q$”, ou ainda, “$p$ implica $q$”.

A chamada “recíproca”de $p \to q$ é definida como $q \to p$, já a negativa da recíproca, ou seja, $\sim q \to \sim p$ é chamada de “contrapositiva”.

Na Figura 1 temos as tabelas verdade de $p \to q$ e $\sim q \to \sim p$. Note que a contrapositiva é equivalente à proposição original, diferentemente da negação e do contraexemplo vistos anteriormente que têm como fundamento terem o valor verdade oposto ao da proposição original.

Barnett (2003, p. 279 apud MORETTI, 2012, p. 475) traz como exemplo que “a contrapositiva da afirmação ‘Se você vive na cidade de Nova York, você vive no Estado de Nova York’ é ‘Se você não vive no estado de Nova York, então você não vive na cidade de Nova York’”, deixando evidente os elementos que compõem a contrapositiva e a equivalência entre as afirmações.

Figura 1. Tabelas verdade

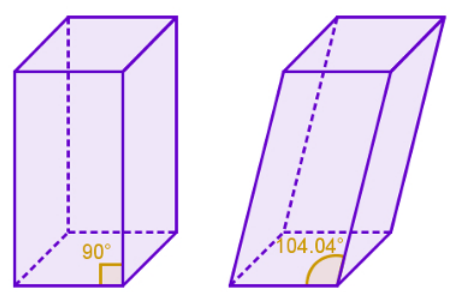
| p | q | p ⇒ q |
|---|---|---|
| V | V | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **V** |
| F | F | **V** |

| ~q | ~p | ~ q ⇒ ~p |
|---|---|---|
| F | F | **V** |
| V | F | **F** |
| F | V | **V** |
| V | V | **V** |

Fonte: Google Imagens (2020).

Temos ainda o “não-exemplo”que, ao destacar casos que não se aplicam determinados teoremas ou definições, acaba por tornar mais completo o entendimento do tema em questão. “Prisma reto é aquele cujas arestas laterais são perpendiculares aos planos das bases”(DOLCE; POMPEO, 1993). Após essa definição convém apresentar o que é classificado como prisma reto e o que não é, para que seja possível melhor compreender.

Figura 2. Prisma reto e prisma não reto




Fonte: Google Imagens (2020).

A compreensão direta de definições e proposições é importante mas, como pôde ser visto, saber o que algo não é, não significa ou ainda o que pode ser equivalente também tem sua relevância. A utilização do “não”na Matemática permite uma interpretação diferente a partir de um novo ponto de vista e o presente artigo buscou apresentar tais possibilidades de forma simplificada.

**Referências:**

[1] ALENCAR FILHO, E. de. **Iniciação à lógica matemática**. São Paulo: Nobel, 2002.

[2] DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar**. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993. 10 v.

[3] MORETTI, M. T.; BRANDT, C.F.; FRANCO, P. L.. Estudo das formas de negação no processo de ensino da matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru , v. 18, n. 2, p. 469-486, 2012 .

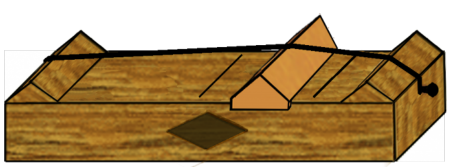
# Como os antigos relacionavam a Matemática e a Música

Gabriel Neves da Silva, *UFSM*.

DIVERSAS vezes ouvimos dizer que a Matemática está presente na música e que quem a estuda pode vir a ser um bom músico ou vice-versa. Observando de maneira mais ampla, pode-se dizer que ela está presente em todo o universo. Dessa forma, grandes filósofos da antiguidade propuseram-se a estudar e denominar termos que, até os dias de hoje, são extremamente relevantes, como a relação matemática na música. Este artigo discute a evolução do pensamento matemático básico fundamentado em construções musicais, a fim de estabelecer a relação existente entre elas e refletir sobre como os povos antigos lidavam com esta forma de entender a música.

Em meados do século VI a.C, na Grécia Antiga, foi registrado o que viria a ser o primeiro estudo científico da Matemática com a Música. Elaborado pelos filósofos pitagóricos, esse correlaciona razões matemáticas com intervalos musicais. O experimento denominado Monocórdio de Pitágoras (Figura 1) consiste em uma caixa de ressonância sobre a qual os intervalos musicais eram obtidos pelas razões matemáticas do comprimento de uma corda vibratória estendida sobre ela.

Figura 1. Monocórdio

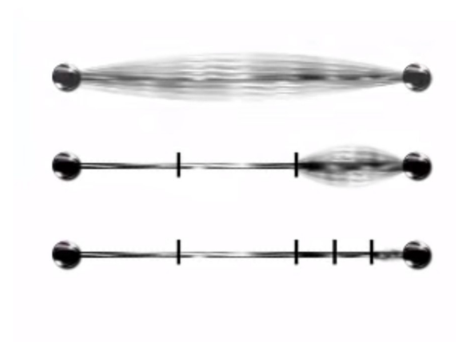


Fonte: Clubes de Matemática da OBMEP

De acordo com Carvalho (2013), ao pressionar a metade da corda, Pitágoras constatou que a razão produzia o que hoje é conhecido como uma oitava perfeita, ou seja, o mesmo som da corda solta, porém mais agudo. Analogamente, constatou que as razões 2/3 e 3/4 produziam sons consonantes, que são as combinações mais agradáveis e, respectivamente, as denominadas atualmente de quinta e quarta perfeita. Dessa forma, com uma série de sons produzidos pelo manuseio de frações matemáticas, ele fez música.

Segundo Cabral (2015), estudos indicam que os chineses foram os responsáveis pelo desenvolvimento da sequência conhecida como pentatônica, que contém *Dó, Ré, Mi, Sol e Lá*. O que mais chama atenção é que podemos encontrá-la por meio das mesmas técnicas de razões matemáticas. Exemplificando (Figura 2), se um som produzido por uma corda é consonante ao som produzido pela terça parte dela mesma, ao dividir sucessivamente, novos sons surgirão e por meio desse método podemos identificar a sequência pentatônica, uma escala onde todos os sons combinam entre si. Além disso, se prosseguirmos nas divisões, encontraremos outros sons mais complexos como o *Si*, que é resultado de uma fração 15/16 e, pelo seu resultado ser próximo de 1, assemelha-se ao *Dó*.

Figura 2. As divisões de uma corda



Fonte: YouTube, 2012.

Posteriormente, no século XI d.C, o italiano Guido d'Arezzo desenvolveu a pauta de quatro linhas para escrever música e nomeou as notas músicais *Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá e Si* que conhecemos hoje. Além disso, ele utilizou relações matemáticas e teoria dos conjuntos para escrever um algoritmo que relaciona as notas musicais com as letras do alfabeto.

Diversos são os tipos de escalas e determinações criadas por diferentes povos. Os Hindus, por exemplo, elaboraram escalas com 22 notas musicais. Com isso, podemos perceber que existem muitas maneiras de manusear matematicamente a Música. Digamos que tudo é um número, ou seja, somos capazes de relacionar tudo com a Matemática e, assim, chegarmos a conclusão de que ela está presente em todo o universo. Conforme Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716): "A Música é um exercício de Aritmética secreto e aquele que a ela se entrega às vezes ignora que maneja números". Sendo assim, podemos estar manipulando diversas relações matemáticas ao lidar com a música e nem sequer perceber o quão formidável essa ciência é.

**Referências:**

[1] CABRAL, R. B.. **Matemática e Música: Uma Proposta de Aprendizagem** Jataí: UFJ, 2015;

[2] CARVALHO, J.G.. **A Matemática na composição musical.** Florianópolis: UFSC, 2013;

[3] CLUBES DE MATEMÁTICA DA OBMEP; Construção de um Monocórdio. Disponível em http://clubes.obmep.org.br/blog/aplicando-a-matematica-basica-construcao-de-um-monocordio/. Acesso em: 15 jan. 2020.;

# Modelagem matemática: algumas concepções

Inês Farias Ferreira, UFSM.

A Modelagem matemática é considerada uma tendência na área de Educação Matemática, como metodologia de ensino. Esta perspectiva começou a ser discutida entre os educadores já na década de 70. Como método, ela se propõe a conectar a realidade com a matemática, proporcionando um estudo a partir de aspectos do mundo concreto para a análise de conteúdos abstratos e resolução de problemas. Neste artigo, iremos descrever sucintamente concepções da modelagem matemática a partir da visão de quatro pesquisadores: Ubiratan D'Ambrósio, Rodney Carlos Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak.

## 1. Ubiratan D'Ambrósio

Em termos de representações da realidade, D'Ambrósio (1986) afirma que o ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos que informam o indivíduo. Esse processa a informação e define motivações e estratégias para ação e essa vai modificar a realidade, estabelecendo um ciclo.

Por exemplo, uma árvore é objeto de minha atenção. A árvore me fornece muitas informações: cor, cheiro, altura, quantidade de folhas, de galhos, grossura, dimensão global, forma e tantas outras. Mas eu posso decidir ignorar essa multiplicidade de informações e selecionar apenas dimensão global, forma e cor e só me ocupar de informações sobre esses fatos. Não estarei mais lidando com a árvore como um todo, mas com uma representação parcial e limitada dessa árvore, ou como também se costuma chamar, com um modelo da árvore. Nesse sentido, a construção e a elaboração de modelos é o que se chama modelagem.

Em relação aos modelos matemáticos, esses utilizam informações descritas em termos matemáticos, usando representações numéricas e geométricas. Observemos uma forte relação entre modelagem e resolução de problemas. Os problemas, como são tratados normalmente, são proposições sobre as representações e não sobre o fato real. Muitas vezes, nas aulas de matemática, ao se falar em resolução de problemas, o que não se traduz em parâmetros matemáticos não é sequer considerado. Ao propor o problema em sala de aula o professor incorporará a "sua" representação do fato usando linguagem matemática e, portanto, trabalhará "numa abstração" para o aluno. É muito importante que essa abstração não desligue o aluno da realidade.

Uma vez construído o modelo, e pensando nesse como uma estratégia de conhecimento, passamos a tratá-lo como um sistema em si. Naturalmente, são sistemas bem mais simples que os fatos originais que provocaram a representação sobre a qual construímos o modelo. Dessa forma, lidaremos com as várias partes, com os componentes desse sistema e, igualmente, com as relações entre esses componentes. A ação se exerce sobre esse sistema, que é o modelo. Essa ação poderá ser de natureza diversa. Uma vez que se pode analisar o sistema, modelo da árvore, com um instrumental matemático, ou físico, ou mesmo interdisciplinar. Naturalmente, a ação resultante terá limitações e mesmo poderá ir se afastando da realidade. A árvore, como um todo, é um sistema muito mais complexo que o modelo que foi adotado para analisá-la.

Além disso, para nos mantermos próximos à situação real faz-se necessário verificar, com frequência, se o modelo está se comportando. Em particular, os modelos matemáticos são caracterizados pela natureza dos parâmetros que são escolhidos, que devem ser parâmetros quantificáveis e sujeitos a um tratamento matemático. Sempre será necessário selecionar parâmetros e, portanto, também o modelo matemático é uma aproximação do real. Entretanto deverá ser evitado o distanciamento da realidade e, nesse caso, torna-se necessária uma avaliação, a cada instante, da adequação do modelo.

## 2. Rodnei Carlos Bassanezi

Bassanezi (2010) considera modelo matemático como sendo um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. Já a modelagem matemática é considerada por este pesquisador como sendo um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

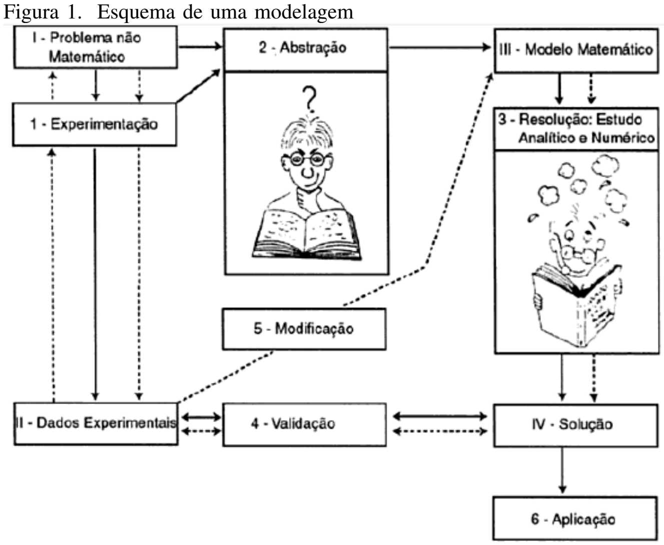
A modelagem é eficiente a partir do momento em que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele. A obtenção do modelo matemático pressupõe a interpretação de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa.

Nessa perspectiva, Bassanezi (2010) indica que as atividades intelectuais da modelagem matemática são compostas por seis etapas, conforme mostra a Figura 1. No esquema apresentado, as setas contínuas indicam a primeira aproximação, e as setas pontilhadas, a busca por um modelo que melhor descreve o fenômeno.

## 3. Maria Salett Biembengut

Biembengut (2008) trabalha na perspectiva que a modelagem matemática corresponde ao processo que envolve a obtenção de um modelo. Esse poderia ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além de conhecimento relacionado, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se

Figura 1. Esquema de uma modelagem




Fonte: Bassanezzi (2010), p. 27.

adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Além disso, afirma que a elaboração de um modelo depende do conhecimento matemático que se tem. Se o conhecimento matemático se restringe a uma matemática elementar, como aritmética e/ou medidas, o modelo pode ficar delimitado a esses conceitos. Assim, tanto maior os conhecimentos matemáticos, maiores serão as possibilidades de serem resolvidas questões que exijam uma matemática mais sofisticada. Porém, o valor não está restrito à sofisticação matemática.

A modelagem matemática é, assim, uma arte ao formular, resolver e elaborar expressões que valham, não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias. De forma geral, pode-se dizer que a matemática e a realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir. A pesquisadora descreve que essa interação que, permite descrevermos uma situação "real" a partir de "ferramentas" matemáticas (modelo matemático), envolve três etapas básicas: interação, matematização e modelo, as quais são subdivididas em outras subetapas.

Na Figura 2, ilustra-se um esquema de desenvolvimento da modelagem matemática, segundo Biembengut (2011). É importante, ao concluir o modelo, a elaboração de um relatório que registre todas as fases do desenvolvimento, a fim de usá-lo de forma adequada.

## 4. Dionísio Burak

Segundo Burak (1992), a modelagem matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões. Para o educador, a modelagem matemática, na prática, tem início com um questionamento ou situação-problema do mundo onde vivemos. Uma vez determinado o problema que se pretende estudar, tem início o processo de abstração, que consiste

Figura 2. Dinâmica de modelagem matemática, segundo Biembengut


Fonte: Biembengut (2011), p.14.

em traduzi-lo para uma linguagem simbólica, a linguagem matemática onde o problema começa a ser simplificado. De início, procura-se incluir poucas variáveis essenciais, procurando facilitar o seu manejo. Outro passo na sequência da modelagem é a construção do modelo, que estabelece a forma como essas variáveis devem ser relacionadas para melhor expressar o problema a ser estudado.

Assim, o modelo é a relação entre as variáveis do problema. Nessa fase são usadas as ferramentas matemáticas, pois favorecem uma maior precisão na formulação das ideias, possui uma linguagem concisa, bem como um grande número de resultados já estabelecidos (teoremas e postulados). Esse é, geralmente, constituído sob a forma de equações ou inequações. O passo seguinte é a resolução desse por qualquer método disponível. Uma vez resolvido o modelo, tem início a sua validação, que consiste na aplicação dos dados disponíveis e comparação do resultado com o real.

Se existir uma boa correlação entre o modelo matemático e a situação real, então ele é válido. Sendo validado, torna-se possível fazer predições a respeito do problema. No entanto, se não existe boa correlação entre o modelo e o problema estudado, há a necessidade de reformulação, que consiste em se estabelecer novas relações entre as variáveis, a fim de possibilitar ao modelo reproduzir características gerais do problema. Novamente volta-se ao processo.

Este texto descreveu, brevemente, alguns aspectos da modelagem matemática, a partir do olhar de quatro educadores que destacaram em suas pesquisas este assunto. No entanto, existem outros pesquisadores que ao longo dos últimos 50 anos tem se dedicado a abordar o tema.

**Referências:**

[1] BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2010.
[2] BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. Modelagem matemática no ensino. 5ª ed. São Paulo: Contexto, 2011.
[3] BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo de Ensino-aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.
[4] D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática. 5ª ed. São Paulo: Summus, 1986.

# Por que existe evasão no Ensino Superior?

Paola N. Brum, *UFSM*.

PARA milhões de brasileiros, a conquista do diploma universitário é um grande sonho que pode trazer ascenção social e realização profissional. Além disso, o Brasil está entre os países em que mais vale a pena ter uma graduação, conforme matéria da revista Quero Bolsa (2019) que cita um estudo da empresa norte-america J.P. Morgan. Isso porque entre os portadores de diploma a taxa de desemprego é 5% menor em comparação com aqueles que possuem apenas o ensino básico e o salário chega a ser duas vezes maior.

Entretanto, apesar dessa vantagem, muitos acadêmicos optam por interromper sua formação. Segundo a pesquisa "Evasão no Ensino Superior", realizada pelo Instituto Lobo, em 2017, que analisou dados entre 2011 e 2015, o índice de evasão nas Instituições de Ensino Superior (IES) públicas nesse período se manteve em torno de 24% na modalidade presencial e 30% na modalidade à distância. Esses dados são preocupantes social e economicamente, pois implicam dano ao desenvolvimento profissional do estudante e desperdício de recursos financeiros para as IES.

Ainda que existam esforços para calcular a dimensão do sumiço de estudantes nas universidades, não há índices oficiais consolidados sobre a evasão no Brasil. (ASSIS, 2017). Isso ocorre em virtude de dificuldades impostas por uma complexidade de características: o aluno pode seguir diversos rumos dentro da universidade, como mudar de curso, de turno, de instituição, trancar a matrícula ou abandonar. Por isso ainda não há uma definição generalizada de evasão.

Diversos pesquisadores buscam entender as causas desse problema para planejar soluções. Seguindo essa ideia, foi publicado um estudo intitulado "Pode-se identificar a propensão e reduzir a evasão de alunos? Ações estratégicas e resultados táticos para instituições de ensino superior" de autoria de Gérson Tontini e Silvana Anita Walter, ambos da Universidade Regional de Blumenau em 2012. Nesse trabalho, os autores analisaram casos de desistência e permanência na própria IES considerando variáveis baseadas na literatura científica sobre o tema, em seguida, buscaram identificar alunos em risco de evasão para serem acompanhados em vista de incentivar a permanência.

As dimensões consideradas para o estudo foram: colocação profissional e vocação, vida pessoal, qualidade do curso, conservação da infaestrutura, tempo para estudo, atendimento na IES, situação financeira e necessidade de reforço. Analisados esses fatores, concluiu-se que os de maior influência sobre a propensão a evadir e sobre a evasão efetivada foram: colocação profissional e vocação, vida pessoal, tempo para estudo e qualidade do curso respectivamente. Sendo que colocação profissional e vocação compreendem aspectos como escolha e identificação com o curso, perspectiva de melhoria de vida, desenvolvimento pessoal e oportunidades profissionais. A dimensão da vida pessoal se refere a estabilidade pessoal e familiar, saúde pessoal e persistência nos objetivos. A dimensão do tempo para estudo abrange, também, a disponibilidade para frequentar as aulas e intregrar-se com a turma. Já sobre a qualidade do curso compreende-se a atualização e organização do curso, competência dos professores, relação entre teoria e prática, atendimento na coordenação e qualidade dos laboratórios.

Para a surpresa dos autores, a situação financeira não influenciou o grupo pesquisado. Uma possibilidade levantada é a assistência estudantil prestada pela instituição, no caso a Universidade Regional de Blumenau. Porém, a partir dessa análise, torna-se evidente que o engajamento do aluno com o curso e o gosto por ele, a integração com a comunidade acadêmica e a visão positiva do futuro como profissional são aspectos determinantes para a sua permanência. Ademais, dados do Censo da Educação Superior, realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), mostra que dos 362.005 ingressantes em IES Federais em 2018, 64.567 fizeram o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) novamente, mesmo frequentando uma IES. O censo também traz estatísticas da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) sobre a proporção da matrícula no ensino médio em programas vocacionais em 2017, no qual o Brasil aparece com, somente, 9%, enquanto a Finlândia, referência mundial em qualidade na educação, lidera a lista com 71%. Diante disso, percebe-se a importância de um trabalho de orientação vocacional feito antes do ingresso na graduação para garantir o sucesso do aluno na conquista do seu diploma.

**Referências:**

[1] ASSIS, L. R. S.; **Perfil de Evasão no Ensino Superior Brasileiro: uma Abordagem de Mineração de Dados**. Dissertação (Mestrado Profissional em Computação Aplicada) - Universidade de Brasília. Brasília. 2017;

[2] INEP. **Censo da Educação Superior 2018**. 2019. Brasília - DF;

[3] LOBO, R. L. **A Evasão no Ensino Superior Brasileiro - Novos Dados**. 2017. Instituo Lobo para o Desenvolvimento da Educação, da Ciência e da Tecnologia. Mogi das Cruzes - SP. Disponível em: encurtador.com.br/ikoHR. Acesso em: 16 jan. 2020;

[4] SASSATELLI, C. Brasil é o país em que mais vale a pena ter uma graduação. **Revista Quero Bolsa**. 5. mar. 2019. Disponível em: encurtador.com.br/wEPU2. Acesso em: 16 jan. 2020.

[5] TONTINI, G.; WALTER, S. A. **Pode-se Identificar a Propensão e Reduzir a Evasão de Alunos? Ações Estratégicas e Resultados Táticos para Instituições de Ensino Superior**. Avaliação, Campinas; Sorocaba - SP, v. 19, n. 1, p. 89-110, mar. 2014;

# A Matemática em “Vingadores: Ultimato”

Viviane Lopes, *UFSM.*

OS filmes do Universo Cinematográfico Marvel (do inglês, *Marvel Cinematic Universe* ou MCU) são uma série de filmes de super-heróis baseada em personagens que aparecem nas publicações da Marvel Comics. Desde a estreia do filme “Homem de Ferro” (2008) a série tem arrecadado, coletivamente, mais de US\$ 21.1 bilhões em todo o mundo. Ao longo dos anos, outros filmes foram produzidos e, em 2019, “Vingadores: Ultimato” chegou aos cinemas mundiais. Com uma bilheteria mundial beirando os US\$ 2,8 bilhões, o filme estreou nos cinemas do Brasil em 25 de abril de 2019 e tornou-se o filme com maior bilheteria mundial da história. Com uma franquia que compreende 23 filmes, “Ultimato” foi o penúltimo filme da fase 3 (baseada nas HQs) do MCU, que encerrou-se, posteriormente, com “Homem-Aranha: Longe de casa” (2019). A Figura 1 traz ilustrado os pôsteres de divulgação do filme.

Fig. 1. Pôsteres utilizados para as ações de marketing de divulgação do filme

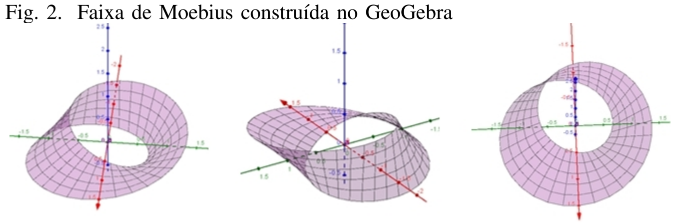

Fonte: Wikipédia (2020).

Ao longo da trama, o grupo de super-heróis precisa buscar uma solução para os acontecimentos do filme anterior, “Vingadores: Guerra Infinita” (2018). Buscando alternativas para a recuperação das jóias do infinito, o super-herói Homem de Ferro descobre, por meio da faixa de Moebius, a solução para derrotar Thanos e trazer de volta aqueles que foram dizimados pelo estalar de dedos do vilão. A faixa de Moebius é um espaço topológico obtido pela colagem das duas extremidades de uma fita, após efetuar meia volta em uma delas. O objeto foi criado, em 1858, pelo matemático alemão August Ferdinand Moebius e desafia as leis da física há mais de 160 anos. Ao juntar as extremidades de um pedaço de papel, Moebius formou uma faixa contínua de apenas um lado. Por ser um “objeto não orientável”, é impossível determinar qual é a parte de cima, a de baixo, a de dentro e a de fora. Se, por exemplo, você começasse a caminhar pela parte de “cima” de uma faixa de Moebius, quando desse a volta completa e chegasse novamente ao ponto de partida, estaria, sem se dar conta, parado na parte de “baixo”. Moebius estudou este objeto tendo em vista a obtenção de um prêmio da Academia de Paris sobre a teoria geométrica dos poliedros. A importância do estudo deste objeto, na época, prendia-se à noção de orientabilidade, que não era ainda bem compreendida. Uma maneira de representar a fita de Moebius como um subconjunto do espaço Euclidiano tridimensional é usando a parametrização:

$$x(u,v) = (1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}) \cos u$$
$$y(u,v) = (1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}) \sin u$$
$$z(u,v) = \frac{v}{2} \sin \frac{u}{2}$$

onde $0 < u < 2\pi$ e $-1 < v < 1$. Isso cria uma fita de largura 1, cujo círculo central tem raio 1, encontra-se no plano *xy* e centrada em (0, 0, 0). O parâmetro *u* roda em torno da fita enquanto *v* se move de um lado para o outro. A Figura 2 ilustra a fita de Moebius construída no *software* GeoGebra com a parametrização mencionada.

Fig. 2. Faixa de Moebius construída no GeoGebra



Fonte: O Autor (2020).

No filme, o Homem de Ferro trabalha com a faixa de Moebius invertida para encontrar uma maneira de viajar no tempo. Porém, de acordo com os pesquisadores Michael Milford e Peter Stratton, da Universidade de Queensland (Austrália), embora a faixa de Moebius tenha uma gama de propriedades matemáticas interessantes, além de algumas tentativas de alto nível para explicar o “paradoxo do avô”, sua relevância técnica para as viagens no tempo é tênue. O “paradoxo do avô” se refere às inconsistências que podem vir a surgir no presente caso o passado seja alterado. Se você voltar no tempo e matar seu avô antes que ele tenha conhecido a sua avó, você não poderá nascer porque um de seus pais não existirá. Já que você nunca nasceu, como pode ter voltado no tempo e matado seu avô? Assim, surge um paradoxo temporal e um conflito lógico a partir do momento em que os acontecimentos do passado, responsáveis pela sua existência, são alterados.

Em vez da ideia sobre viagem no tempo empregada no clássico “De Volta para o Futuro”, “Ultimato” investe na abordagem de realidade alternativa, na qual qualquer mudança no tempo faz com que um novo universo seja criado - o que os vingadores planejam evitar ao devolver as joias do Infinito às respectivas linhas temporais depois de usá-las. Infelizmente, a ideia de viagem no tempo está apenas em obras de ficção. Por enquanto.

**Referências:** [1] IMPA; A Matemática em “Vingadores: Ultimato”. Disponível em: http://bit.ly/35z1s25. Acesso em: 3 jan. 2020. [2] WIKIPÉDIA; Avengers: Endgame. Disponível em: http://bit.ly/2tKB9bW. Acesso em: 3 jan. 2020.

# 10º Café com Matemático

Luísi Emanuelly Silveira do Nascimento, *UFSM*.

NA segunda edição do Café com Matemático do ano de 2019, a roda de conversa tomou um rumo diferente. Com a possibilidade de realizar algo voltado a um assunto muito discutido atualmente e que contribuiria para a vida dos acadêmicos, surgiu o tema do 10º Café com Matemático: A saúde mental do universitário.

A décima edição do evento ocorreu no dia 7 de novembro de 2019, no período da tarde e contou com a presença do Prof. Dr. Vitor Calegaro, psiquiatra da Coordenadoria de Ações Educacionais (CAEd) da UFSM, que realizou uma palestra intitulada "Estresse na vida acadêmica: até que ponto é normal?". Assim, iniciou explicando que "saúde mental tem a ver com o estado de bem estar que nos encontramos e em alguns momentos podemos perder essa saúde em função do estresse que vivenciamos, estresse decorrente da vida acadêmica. Devemos saber como lidar com ele de modo a manter nossa saúde mental".

Com o auxílio de slides, o Dr. Vitor Calegaro mostrou estatísticas de transtornos mentais e explicou os principais sintomas da depressão, distimia, ansiedade, entre outros. Além disso, explicou um pouco mais sobre quando estamos com a saúde mental em dia, isto é, sentimos um bem estar subjetivo, bem estar social e boa adaptação com o meio em que vivemos, além de conseguir desenvolver bem a sexualidade, ter uma percepção coerente e realista de si mesmo, conseguir desenvolver suas habilidades cognitivas, etc. "Saúde mental é algo dinâmico, não é algo que tu tem ou não tem, dependendo do momento da vida tu pode estar em crise e depois ficar bem", disse ele.

Figura 1. Palestra: estresse na vida acadêmica

Fonte: PET Matemática (2019).

Posteriormente, o palestrante resolveu abordar os ouvintes com uma dinâmica de questionamento sobre quais eram os estresses vividos atualmente e listá-los no quadro para uma melhor visualização. Surgiram várias respostas, dentre elas: provas, trabalhos, dinheiro, falta da família, saúde, relacionamento e falta de tempo. Depois, foram listadas aquelas situações que deixavam os acadêmicos bem, tais como: estar com os amigos, dormir, assistir televisão, viajar, fazer atividade física, namorar e estar com a família. Assim, concluiu: "Para lidar com esse estresse temos que deixar essa balança equilibrada, mas às vezes o estresse é tão intenso que não conseguimos e isso leva a um problema na saúde mental."

Diante disso, o Dr. Vitor Calegaro afirmou que a falta de sono é um fator que induz o aumento do estresse e, ainda, indicou que em caso de sobrecarga de atividades, deve-se elencar prioridades e tentar manter a organização para não desequilibrar a balança, ou seja, realizar as atividades e manter os momentos de lazer. Ainda, citou da música *Há tempos* de Renato Russo, "disciplina é liberdade", e explicou: "é através da disciplina e da organização que tu consegue dedicar um tempo pra ir ao cinema, ir à festa sexta-feira e consegue ser livre pra fazer o que tu quiser".

Figura 2. Público do 10º Café com Matemático

Fonte: PET Matemática (2019).

Com isso, o Prof. Dr. Vitor Calegaro deixou os participantes da décima edição do Café com Matemático muito mais informados e conscientes com relação a importância de cuidar e manter a saúde mental. Desse modo, ficam aqui algumas dicas sobre como cuidá-la e mantê-la:

1) Pratique atividades físicas regularmente;
2) Descanse e durma, pelo menos, 8 horas por noite;
3) Tenha uma alimentação saudável e nutritiva;
4) Conviva com seus amigos e familiares, o relacionamento e contato com essas pessoas é fundamental;
5) Organize-se e priorize suas atividades, afim de não se sobrecarregar;
6) Procure auxílio médico ou psicológico quando sentir que não está conseguindo lidar com o estresse sozinho.

Por fim, o PET Matemática deseja que o 10º Café com Matemático traga para os acadêmicos, através da informação compartilhada, um ano de 2020 com mais equilíbrio, menos estresse e com a saúde mental em dia.

# A Matemática através da história: desenvolvimento da Agricultura

Ana Paula Stefanello, *UFSM*.

A Matemática como várias pessoas dizem está presente em tudo e um dos exemplo que podemos citar é a sua presença na agronomia. A Matemática cada vez é mais explorada e já existe há muito tempo, está sempre sendo "descoberta"ou "inventada", mas isso é uma questão complexa e que não será discutida nesse artigo.

De acordo com D'ambrósio (1999 apud OLIVEIRA, 2011) um dos maiores erros é desvincular a Matemática das outras atividades humanas. Em toda a evolução da humanidade, ela vem desenvolvendo estratégias para lidar com o ambiente. Historicamente, as principais disciplinas dentro da Matemática surgiram da necessidade de efetuar cálculos no comércio, medir terras e prever eventos astronômicos.

Nesse sentido, na Pré-história houve a elaboração de um processo rudimentar de contagem, como ranhuras em ossos e desenhos em cavernas e pedras. Para relacionar quantidades eram utilizadas pequenas pedras em um saquinho, onde cada pedra era referente a uma unidade.

No Egito Antigo, em virtude das grandes cheias anuais do Rio Nilo, que fertilizavam as suas margens, possibilitando assim a agricultura foi inventada a Geometria, segundo afirmava Heródoto, pois quando a àgua voltava ao leito normal era preciso refazer as marcações dos terrenos. As cheias do rio eram consideradas um problema para as pessoas e, a partir disso com o desenvolvimento de diferentes ramos da Matemática foram construídas obras hidráulicas, reservatórios de água e canais de irrigação no Rio Nilo.

A Matemática oriental surgiu com o objetivo de facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, organização de obras públicas e a cobrança de impostos. É importante destacar que:

> A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1998, p. 40).

Com o passar dos anos a Matemática permitiu que a agricultura fosse economicamente mais eficiente e aumentou o nível de produtividade, bem como possibilitou aos agricultores melhor organização do tempo e gereciamento do dinheiro.

Todas as atividades no campo dependem de conhecimentos Matemáticos e de muitos cálculos. Alguns produtores utilizam diferentes maneiras para medir a área de sua plantação. Além da área é importante medir o tempo, vento, quantidade de fertilizantes e defensivos agrícolas necessários por determinada área de terra e quantidade de água para irrigação. Já para planejar o armazenamento da produção de grãos é fundamental saber o volume do silo. Pode-se observar a Matemática por diversas vezes no meio agrícola, seja nas unidades de medidas utilizadas pelos agricultores, razão, proporção, regra de três simples, porcentagem, além de cálculos para obter a margem de lucros ou prejuízos.

Outro conceito importante para os agricultores é a estimativa. Quando tratamos da agricultura estamos falando de algo imprevisível, pois depende do tempo e do mercado de grãos. Mas é possível estimar os elementos do tempo que são baseados nos tipos de culturas, máquinas e recursos humanos disponíveis e assim, os agricultores podem se planejar adequadamente, pois sabem, aproximadamente, quantas horas precisam para semear e colher.

Utilizando de conhecimentos matemáticos é possível tentar estimar o rendimento de um determinado campo de grãos. Para isso deve-se escolher uma planta, contar a quantidade de sementes, estimar o número de plantas por metro quadrado e a área da plantação.

Para finalizar, a modelagem Matemática para a agricultura permite refletir sobre os efeitos de fatores ambientais ou de manejo sobre a produtividade das culturas, assim ter um matemático por perto pode ser um grande aliado. Se for analisado para a cultura de milho, conforme afirma Silva (2015), a simulação através da modelagem permite prever a produtividade da cultura do milho relacionado com a necessidade de adubação nitrogenada em função de sua absorção e extração do mineral na área colhida. Além disso, é possível estudar as interações desta fertilização com outros fatores.

Nesse sentido, este artigo buscou apresentar um pouco dos avanços na agricultura, proporcionados pelo desenvolvimento crescente da Matemática ao longo dos anos. Também, pode-se destacar a importância de vincular a matemática às diversas atividades, como a agricultura, que ocupa um papel importante no desenvolvimento humano, sempre estando presente no aperfeiçoamento de como manusear a terra e a vida.

**Referências:**

[2] BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1998.
[4] OLIVEIRA, W. J. G. História da matemática: um estudo de seus significados na educação matemática. Revista Brasileira de Educação e Saúde, Brasil, v. 1, n.1, p. 10 – 14, jan/dez de 2011
[5] SILVA, M. R. et al. Estimativas da necessidade de nitogênio para produção de grãos e silagem de milho. Disponível em: https://tinyurl.com/s5ldrks. Acesso em: 10. jan. 2020.

# Gráfico da montanha de neve

João Pedro Calgaro, *UFSM*.

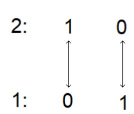
A Matemática nos proporciona resultados e relações surpreendentemente lindas. Neste texto abordarei a sequência de Rémy Sigrist e o gráfico obtido. É necessário, porém, conhecimento básico de sistema de numeração binário.

Tomemos, por exemplo, o número 1101 em binário. Para saber o seu representante na base decimal, leia o número da direita à esquerda, pegue o primeiro numeral multiplicado por 2 elevado na 0: $1 \cdot 2^0$, depois, o segundo numeral multiplicado por 2 elevado na 1: $0 \cdot 2^1$, o terceiro multiplicado por 2 elevado na 2: $1 \cdot 2^2$, e assim por diante. Dessa forma, fazemos a soma de todos os termos, temos então:

$$(1 \cdot 2^3) + (1 \cdot 2^2) + (0 \cdot 2^1) + (1 \cdot 2^0) = 13$$

Após essa rápida apresentação de binário, entraremos então na sequência de Rémy Sigrist. A definição da sequência consiste em atribuir ao número $(n)$ o menor número natural $(a(n))$ possível, e que em $(n)$ não ocorra sobreposição de número em binário (o número correspondente em binário estará descrito entre parênteses do lado do número). Começando com o 1(1), atribuímos o menor valor possível, nesse caso é o 0. Para o 2(10), perceba que não existe sobreposição com o número 1(1), então colocamos novamente o número 0. Observe mais claramente a não sobreposição na figura 1.

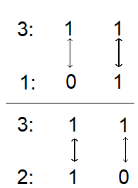
Figura 1: Sobreposição do número 1 e 2 em binário.




Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o 3(11), o correspondente dele em binário sobrepõe na primeira casa em a(1), e na segunda casa com a(2), ou seja, não podemos usar o 0, temos que atribuir ao a(3) o número 1, porque é o menor número inteiro que não foi usado. Vide a figura 2.

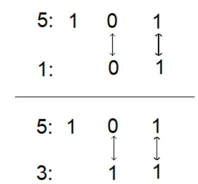
Figura 2: Sobreposição do número 3, 1 e 3, 2 em binário.




Fonte: Elaborada pelo autor.

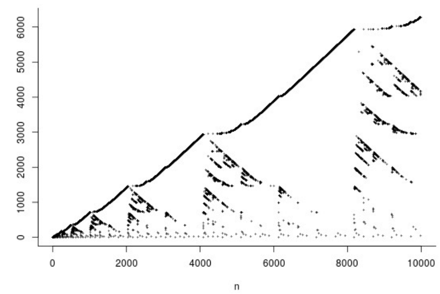
Para o 4(100), como 100 não sobrepõe nenhum número anterior, $a(4) = 0$. Já com o número 5(101), o mesmo sobrepõe, no primeiro dígito, o número 1(1), então a(5) não pode ser 0, e sobrepõe o número 3(11) no primeiro dígito, não podendo assim ser 1. Atribuímos então o menor natural possível, assim, $a(5) = 2$. Verifique a figura 3. Observe como o gráfico da sequência (figura 4) é extremamente similar a foto de uma montanha genérica (figura 5).

Figura 3: Sobreposição do número 5, 3 e 5, 1 em binário.




Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4: Gráfico com $x = n$ e $y = a(n)$.




Fonte: The On-line Encyclopedia of Integer Sequences.

Figura 5: Montanha qualquer.

Fonte: Wallpaperswide

Finalmente, é possível observar como, a partir de uma regra tão simples, a matemática consegue realizar resultados surpreendentes.

**Referências:**

[1] The On-line Encyclopedia of Integer Sequences. Disponível em: https://oeis.org/A279125 Acesso em: 22 outubro 2019;
[2] Disponível em: http://wallpaperswide.com/mountain_snow-wallpapers.html. Acesso em: 22 outubro 2019.

# A razão áurea e a espiral logarítmica

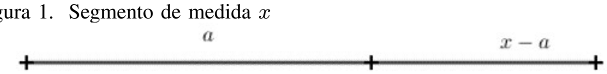
Camila Taís Schuh, *UFSM.*

GEOMETRIA, natureza, arte, construções arquitetônicas e diversas aplicações matemáticas todos ligados por uma razão, a *razão áurea*. A razão ou proporção áurea é considerada como a máxima expressão da harmonia e equilíbrio, sendo representada pelo número irracional 1,6180399..., chamado número de ouro ($\phi$), que pode ser obtido matematicamente através de construções geométricas ou algébricas.

Para encontrar o número de ouro, temos o seguinte problema: dado um segmento de medida $x$ encontrar dentro dele um segmento de medida $a$ (Figura 1), tal que,

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{x-a} = \phi.$$

Figura 1. Segmento de medida $x$




Fonte: O Autor (2020).

Por meio desta relação obtemos uma equação quadrática:

$$x^2 - ax - a^2 = 0.$$

Para resolvê-la, dividimos em ambos os lados por $a^2$

obtendo:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{ax}{a^2} - \frac{a^2}{a^2} = 0 \Rightarrow \langle\frac{x}{a}\rangle^2 - \frac{x}{a} - 1 = 0.$$

Substituindo $(\frac{x}{a}) = \phi$, resulta:

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0.$$

A partir dessa equação chegamos em:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1,6180339... \, .$$

Deste resultado surge as seguintes propriedades:

*Propriedade 1:* $\phi^2 = \phi + 1$.

**Dem:** Já foi demonstrado anteriormente.

□

*Propriedade 2:* A soma de duas potências inteiras consecutivas de $\phi$ resulta na próxima potência, ou seja,
$\phi^{k+2} = \phi^{k+1} + \phi^k$, para todo $k \,\epsilon\, \mathbb{Z}$. (AMARAL, 2014).

**Dem:** Partindo da igualdade $\phi^2 = \phi+1$ e multiplicando ambos os lados por $\phi^k$, com $k \,\epsilon\, \mathbb{Z}$ temos:

$$\phi^k \cdot \phi^2 = (1+\phi) \cdot \phi^k \Rightarrow \phi^{k+2} = \phi^k + \phi^{k+1}.$$

□

*Propriedade 3:* A soma de todas as potências de expoente negativo e base $\phi$ resulta no próprio $\phi$, ou seja,
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \phi^{-n} = \phi$. (AMARAL, 2014).

**Dem:**

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi^{-n} = \phi^{-1} + \phi^{-2} + \phi^{-3} + ...$$

Os termos dessa soma formam uma progressão geométrica infinita de razão $q = \frac{1}{\phi} < 1$, com primeiro termo $a_1 = \frac{1}{\phi}$. Sabemos que a soma (S) dessa sequência pode ser expressa por:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{\phi}}{1-\frac{1}{\phi}} = \frac{1}{\phi-1}.$$

Multiplicando numerador e denominador por $\phi+1$, temos:

$$S = \frac{1}{\phi-1} * \frac{\phi+1}{\phi+1} = \frac{\phi+1}{\phi^2-1}.$$

Mas $\phi^2 = \phi+1$, então:

$$S = \frac{\phi+1}{\phi^2-1} = \frac{\phi^2}{\phi} = \phi.$$

□

Observando a presença da razão áurea no nosso cotidiano, podemos a encontrar na arte e nas construções arquitetônicas, obras como o *Homem vitruviano* de Leonardo da Vinci (1452 - 1519), e em construções como o monumento Partenon em Atenas e as pirâmides do Egito. Na natureza, em plantas como as babosas espirais e o miolo de um girassol; em animais, como a concha do *Nautilus* e até no corpo humano. Um exemplo, disso é a medida de comprimento do queixo até o final de sua testa e calcula-se a razão da mesma com a medida do comprimento do queixo até a altura dos olhos, esta razão tende ao número de ouro, observe alguns dos exemplos citados na Figura 2.

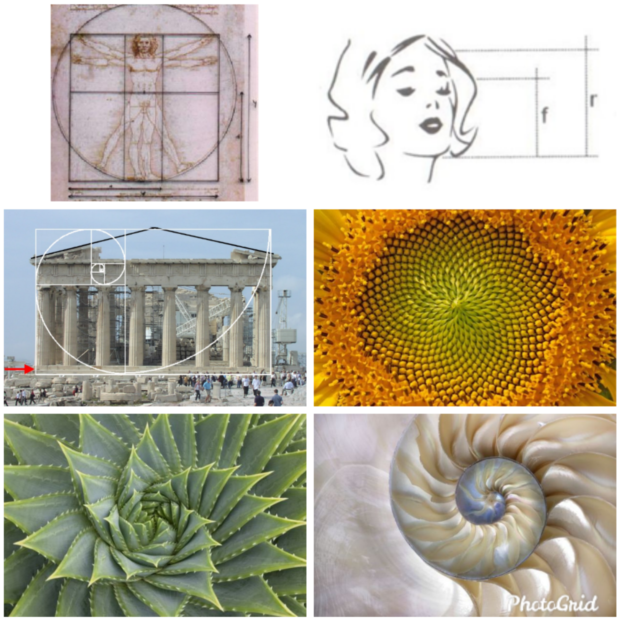
Uma aplicação matemática encontra-se na sequência de Fibonacci, devida ao matemático italiano Leonardo Fibonacci (1170 – 1250). Essa sequência é tal que cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. Ou seja, se os dois primeiros termos da sequência são os números inteiros 1 e 1, os subsequentes serão 2, 3, 5, 8, 13, 21, .... e satisfazem a propriedade que a divisão de dois termos consecutivos tende ao número de ouro. Em termos matemáticos isto é representado por:
Sequência de Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,...

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$$

Sequência: $(b_n) = (\frac{a_{n+1}}{a_n}) = (\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, ...)$ , onde

$$\lim_{n\to\infty} b_n = \phi \; .$$

Figura 2. Razão áurea exemplos



Fonte: Google Imagens (2020).

Outra relação envolvendo a proporção áurea se dá através da geometria, sendo possível construir a espiral de Fibonacci (essa é um caso particular da espiral logarítmica). A espiral logarítmica também chamada de espiral equiangular, pode ser definida como: dado um ponto O, a espiral logarítmica é uma curva tal que a amplitude de ângulo formado pela tangente de qualquer ponto P com a reta OP se mantém constante. (AMINO, 2020).

É a partir da espiral logarítmica que a razão áurea se expressa na natureza. Essa espiral pode ser construída através dos polígonos: triângulo, retângulo, pentágono e decágono. Esses polígonos que possuem proporções áureas, são chamados polígonos áureos, suas definições são:

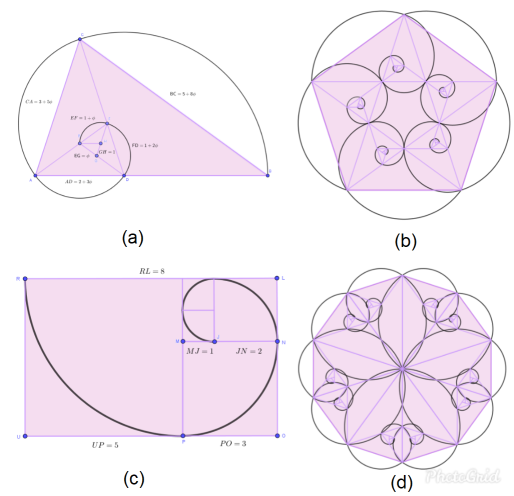
- Triângulo áureo: é um triângulo isósceles, cuja razão entre o seu maior lado e o menor é o número de ouro. Neste caso, demonstra-se que "Um triângulo isósceles é áureo se, e somente se, possuir dois ângulos equivalentes a 72°";
- Retângulo áureo: é um retângulo, cuja razão entre o seu maior lado e o menor é o número de ouro;
- Pentágono áureo: é um pentágono regular, cuja razão entre sua diagonal e seu lado é igual ao número de ouro;
- Decágono áureo: é um decágono regular, cuja razão entre o raio do círculo circunscrito e o seu lado é o número de ouro.

Para construir a espiral logarítmica, a partir do triângulo áureo, iniciou-se com um triângulo, o seguinte tinha sua base coincidente com um dos lados do triângulo anterior e assim sucessivamente os próximos triângulos foram criados, sempre mantendo o mesmo sentido do lado escolhido como base inicial. Pode-se observar que os lados dos triângulos seguem a ordem da sequência de Fibonacci (Figura 3a): 1, $\phi$, $1+\phi$, $1+2\phi$, $2+3\phi$, $3+5\phi$, $5+8\phi$, ...

Voltando ao fato de que é possível construir a espiral logarítmica a partir da sequência de Fibonacci e da razão áurea, isto geometricamente é obtido quando se agrupam quadrados de lados seguindo a ordem da sequência de Fibonacci (Figura 3c). Além disso, é possível perceber que estes quadrados agrupados formam retângulos áureos, quando dividimos a medida do lado maior pela medida do lado menor tende ao número de ouro, como visto anteriormente, este fato acontece por causa da propriedade da sequência.

No pentágono áureo é possível encontrar cinco triângulos áureos, através de algumas propriedades e relações da geometria plana. Até o momento não foi encontrada uma maneira de construir a espiral logarítmica a partir do pentágono, similarmente como no triângulo e retângulo, então com os 5 triângulos áureos construímos 5 espirais logarítmicas, como indicado na Figura 3b.

Figura 3. Espiral logarítmica construída através dos polígonos áureos




Fonte: O Autor (2020).

Já no decágono áureo, claramente é visto 10 triângulos áureos, sendo assim possível construir 10 espirais logarítmicas. Por opção da autora as espirais foram construídas 5 para um lado e 5 para o outro, formando a imagem na Figura 3d. No decágono também não foi encontrada uma forma de construir a espiral logarítmica similar ao triângulo e retângulo áureos.

Este artigo trouxe apenas algumas curiosidades e aplicações da razão áurea no cotidiano e no mundo matemático. Ainda existe muito a ser investigado, sobre essa razão considerada como a da perfeição e da beleza e sobre a espiral logarítmica.

## Referências:

[1] AMARAL, Janine Velloso et al. **A Razão Áurea e a sequência de Fibonacci.** 2014. Disponível em: <https://ufsj.edu.br/portal-repositorio/File/profmat/Janine.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2020.

[2] AMINO. Espiral Logarítmica. Disponível em: https://encurtador.com.br/hIKT1. Acesso em: 16 jan. 2020.

[3] UEL. Desenho Geométrico. Disponível em: encurtador.com.br/bmsOT. Acesso em: 16 jan. 2020;

# O lema de Rick

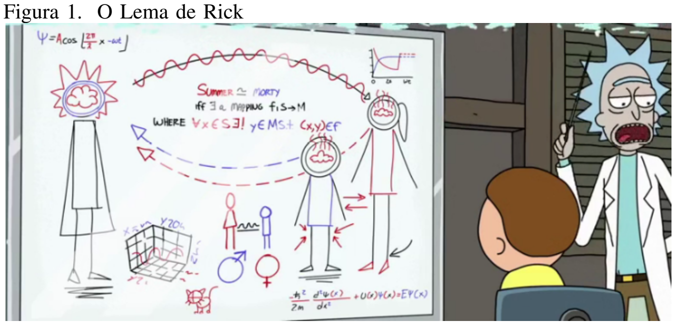
Enzo Massaki Ito, *UFSM*.

PARTICULAMENTE eu sou um grande fã de animações, cresci assistindo coisas como *Catdog*, *A Vaca e o Frango*, entre outros desenhos sensacionais que passavam no *Cartoon Network*. Assim como de costume, estava revendo alguns episódios de *Rick and Morty* que, sem dúvidas, é um desenho que desde a primeira temporada me chamou muito atenção, por conta de como o absurdismo e o nonsense tomam conta de quase todos os episódios da série.

*Rick and Morty* se passa em uma espécie de multiverso, o que significa que existem diversos e infinitos universos e dimensões paralelas muito diferentes da qual vivemos. O desenho retrata as aventuras que Rick, um cientista que é uma das pessoas mais inteligentes de todo o multiverso, tem junto ao seu neto Morty, um garoto terráqueo comum. Devido ao enredo que o desenho tem, cada episodio abre espaço para coisas absurdas envolvendo qualquer tipo de assunto, inclusive a Matemática.

No primeiro episódio da segunda temporada (T2:E1 “Fratura Temporal”), Rick faz uma demonstração do que poderíamos encaixar como sendo um lema, em que ele tenta mostrar a Morty e a sua irmã, Summer, são equivalentemente idiotas em relação a inteligência que ele mesmo possui. Nesse sentido, o que faremos aqui é tentar entender a demonstração de Rick e ver se a sentença a seguir na Figura 1, faz algum sentido.

Figura 1. O Lema de Rick




Fonte: Adult Swin (2019).

A sentença enunciada é essa:

$$\text{Summer} \simeq \text{Morty}$$

Se $\exists$ um mapa $f : S \to M$

onde $\forall\, x \in S,\ \exists!\ y \in M$ tal que $(x, y) \in f$

Sendo assim, o que Rick quer dizer aqui, é que se considerarmos Summer como sendo um conjunto de propriedades do tipo $\{S_1, S_2, S_3, ..., S_n\}$ e Morty como um conjunto de propriedades $\{M_1, M_2, M_3, ..., M_n\}$, para Summer e Morty serem equivalentes, esses dois conjuntos devem ser relacionados um a um, sem nenhuma propriedade podendo ficar de fora da relação $f$. Mostrado isso, Morty e Summer seriam equivalentes por isomorfismo (em idiotice).

Dito isso, Rick agora precisaria apenas provar que de fato as propriedades de Summer se relacionam com as propriedades de Morty. A partir daqui podemos apenas especular que ele faz isso usando o diagrama do quadro, em que nele pode-se ver que as ondas cerebrais de Rick sofrem interferência ao chegarem a Summer, mas as ondas cerebrais dela não sofrem interferência quando chegam a Morty, talvez porque ele, assim como ela, compartilha o mesmo nível de idiotice.

Seguindo na mesma linha e observando outro diagrama, vemos que um símbolo de masculino desenhado embaixo de um esboço do corpo de Summer e um símbolo de feminino embaixo do esboço do corpo de Morty, indicando que os dois compartilham características femininas e masculinas equivalentes. Assim, como as propriedades dos dois se relacionam e Summer é idiota, pois causa interferência nas ondas cerebrais de Rick então, pelo seu lema, Morty é equivalentemente idiota a Summer.

Rick and Morty, apresentam sempre alguns detalhes que passão bem despercebidos em cada um de seus episódios. Um outro exemplo de Matemática aparecendo como uma surpresa é em um episódio dos Simpsons, em que Homer está de frente pra uma lousa tentando resolver o último teorema de Fermat, um problema muito interessante, mas que vai ficar para um próximo jornal.

No final, tal sentença de Rick não tem valor matemático algum. Afinal, não é como se Rick tivesse provado algo inovador e surpreendente, pois tem um “buraco” em sua demonstração. Como podemos definir o que seria idiotice? Se disséssemos que idiotice é, por exemplo, é a capacidade que uma pessoa tem de fazer atos idiotas, a tarefa mais difícil seria testar se tal definição usada apresentaria alguma contradição. Podemos pensar que definições são como pequenos tijolos, as construções que um matemático faz com esse tijolos são os teoremas, lemas e corolários. Se apenas um tijolo quebra, toda a construção desmorona.

Uma questão pode vir a surgir, afinal, a Matemática pode ser usada para provar que um indivíduo é idiota ou algo do tipo? A resposta é sim, tudo pode ser moldado usando a Matemática, desde que todas as definições não apresentem contradições ou ambiguidades. E qual o valor disso? Nenhum pra falar a verdade, entretanto é um exercício que vale a pena ser pensado, principalmente, para ver que Matemática está longe de ser algo sobre números e equações, mas sim, e somente, sobre definições e lógica pura.

**Referências:**

[1] Netflix.”Rick and Morty”, 2019.

# Etnomatemática: inserção e preservação de aprendizados na escola

Carlos Daniel Raminelli, *UFSM*.

A Matemática como conhecemos faz parte de uma ciência imprescindível para o desenvolvimento da sociedade contemporânea, visto que, está presente em todos grandes desenvolvimentos realizados pelos seres humanos. Nessa perspectiva, temos que entender que tal ciência não é estática e sim uma ciência mutável que está em constante crescimento e ampliação pelos estudiosos. Ou seja, uma disciplina com tanta relevância, prestígio na sociedade atual e de suma importância para o desenvolvimento, deve ser compreendida pelos nossos alunos nas escolas, e para que ela seja entendida cabe muitas vezes a nós, professores, a adaptação das metodologias de ensino para a compreensão desta ciência. Dito isso, este artigo tem por objetivo apresentar a conceituação de uma tendência em Educação Matemática chamada "Etnomatemática", e como ela pode ser abordada em sala de aula para uma compreensão e entendimento da disciplina de Matemática.

A Etnomatemática é definida por D'Ambrosio (2019, p.13), como sendo "uma subárea da História da Matemática e da Educação Matemática", e que segundo ele, mostra um caráter político já que, caracteriza que toda a matemática apresentada pelos diferentes grupos históricos é importante. Sendo assim, não segrega o conhecimento acadêmico como o conhecimento "principal", mas sim toda a matemática produzida pelos diferentes povos, logo, classifica todos os seres humanos como produtores de conhecimento matemático.

Uma definição mais precisa dada por D'Ambrosio (2019) para Etnomatemática é:

> A matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (p.13)

Ou seja, tem se que todo o indivíduo produz conhecimento, seja ele matemático ou não, sendo esse conhecimento muitas vezes transformado através dos tempos e passado de geração para geração, como é o caso, muitas vezes das pequenas produções agrícolas, que em sua maioria são produções familiares, em que os ensinamentos do plantio, da colheita e da venda são passados de seus progenitores para seus filhos, e até mesmo de uma receita de bolo.

Apresentada essa conceituação prévia de que Etnomatemática é a matemática aprendida por diferentes grupos culturais e até mesmo a matemática aprendida por apenas um indivíduo, temos que observar ao longo dos anos que toda a aprendizagem desenvolvida pelos povos que não eram considerados dominantes, no sentido de detentores do conhecimento e do financeiro, eram desacreditados pela burguesia, pelo fato de se considerar ter apenas uma verdade absoluta sobre tudo o que conhecemos, seja esta verdade no campo da matemática, medicina, agricultura, entre outros. O que podemos observar é que o que aconteceu anos atrás, ainda persiste nos dias atuais, pois segregamos os conhecimentos de acordo com o que achamos de maior importância e relevância para o desenvolvimento pessoal, profissional e da sociedade. Com isso, acabamos impondo aos alunos as nossas maneiras de ensino, sendo assim, desvalorizamos muitas vezes, o conhecimento que o indivíduo traz à escola e desconhecemos a realidade que o nosso alunado está inserido na sociedade. Vale ressaltar então que a Etnomatemática leva em conta a realidade em que o aluno está inserido e toda a construção do conhecimento matemático que ele possui.

Portanto, saliento a importância do conhecimento da realidade vivenciada pelos nossos alunos em sala de aula, pois sabemos que os mesmos possuem grande dificuldade no entendimento da matéria de Matemática e muitas dificuldades em encontrar a aplicabilidade daquilo que se está sendo visto em sala de aula. Por isso, deve-se assumir uma postura frente a sala de aula de compartilhamento de conteúdo, fazer com que o aluno se sinta seguro para compartilhar suas experiências e indagar as suas dificuldades, fazendo isso com o auxílio da Etnomatemática, podemos entender como diferentes grupos fazem matemática e inserí-los em sala de aula. Um exemplo prático disso é utilizar situações em sala de aula que correspondem ao cotidiano da criança ou do adolescente, assim preservando a origem do aluno e fazendo com que a matemática que ele considera fugir da sua realidade, seja revelada como base fundadora dela.

Corroborando com tais argumentos, "Percebe-se, que não há somente um caminho a seguir, mas sim possibilidades que possam melhorar o aprendizado dos indivíduos [...] e valorizar os mais diferentes grupos que atuam dentro deste contexto."(COSTA; PINHEIROS, 2016, p. 25). Assim, utilizando a Etnomatemática como uma ferramenta pedagógica, pode se inserir alunos dos mais extremos opostos em uma sala de aula, fazendo com que eles disseminem seus próprios aprendizados e contribuam com a nossa educação.

**Referências:**

[1] COSTA, W.C. LIMA da.; PINHEIRO, D. R. **A etnomatemática como ferramenta pedagógica no contexto escolar.** In: II Jornada de Estudos em Matemática Marabá, 2016. Disponível em: <https://jem.unifesspa.edu.br/images/2JEM/ANAIS/CC/A_ETNOMATEMTICA_COMO_FERRAMENTA_PEDAGGICA.pdf>. Acesso em 05 jan. 2020.

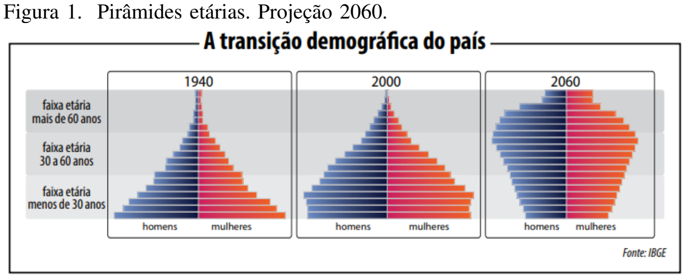
[2] D' AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.** 6ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

# Matemática e longevidade: como a ciência exata pode contribuir para a melhora da qualidade de vida dos idosos?

Emilly Machado Rigue, *UFSM*.

É evidente que a população brasileira com o passar dos anos está ficando cada vez mais idosa, como mostra a projeção da população, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatistica (IBGE), atualizada em 2018, publicada em Agência IBGE Notícias (2019) e ilustrada pelas pirâmides etárias abaixo (Figura 1). Dessa forma, é relevante que haja comprometimento por parte do governo e da sociedade em garantir qualidade de vida e uma verdadeira melhor idade a essa parcela da população.

Figura 1. Pirâmides etárias. Projeção 2060.




Fonte: Agência Senado (2018).

Sabemos que a matemática está presente em nosso cotidiano desde muito cedo e que, mesmo assim, muita gente ainda possui um certo receio quando se trata da matéria. Porém, segundo o site Colégio Erasto Gaertner (2017), ela é uma ciência que estimula a capacidade cognitiva, facilitando assim, até mesmo o aprendizado de outras disciplinas, já que desenvolve o raciocínio lógico, exercita a memória e desperta a criatividade de quem a pratica.

Diante disso, de que forma podemos utilizar a matemática para que possamos ajudar a população idosa a desfrutar de uma senioridade com um intelecto mais saudável? Atividades lúdicas que envolvem jogos, exercícios e atividades práticas com teor matemático podem ser praticadas com os idosos. Assim, ofertam a eles os benefícios que a matemática traz ao intelecto de seus praticantes, além de auxiliarem no processo de interação social com outras pessoas, visto que é essencial para que não se sintam tão a sós, o que é algo comum nessa faixa etária

Um exemplo disso é a rede brasileira de escolas de ginástica para o cérebro chamada Supera, onde são desenvolvidas atividades com pessoas de diversas idades, incluindo jogos lógicos com idosos (Figura 2). Em um artigo publicado pelo site da empresa Método Supera (2019), informa-se que para anciões os jogos são importantes, pois ajudam a manter o cérebro ativo, prevenindo doenças como o Alzheimer, além de contribuírem para a socialização entre colegas.

Figura 2. Idosas jogando blocos lógicos de encaixe

Fonte: Método Supera (2019).

Maria Santana de Souza possui 71 anos e é participante do Supera, ela ralatou ao site da empresa sua experiência desde que ingressou na rede: "Comecei a perceber muitas melhoras na minha memória em pequenas situações cotidianas, como lembrar onde guardei as coisas, horários de consultas médicas[. . . ]. Além disso, desenvolvi também minha concentração e autoestima porque em sala de aula eu conheço pessoas novas e faço amigos".

Com este artigo, vimos que a Matemática pode ser uma ciência temida por muitos, já que é considerada uma matéria difícil, mas como visto, ela é importante para o nosso desenvolvimento. Nesse sentido, praticar e estudar essa disciplina se torna indispensável, uma vez que traz benefícios até mesmo para a nossa saúde e em especial a saúde mental dos idosos.

**Referências:**

[1] AGÊNCIA IBGE NOTÍCIAS. Camille Perissé e Mônica Marli. Idosos indicam caminhos para uma melhor idade. Revista Retratos. 2019. Disponível em: https://bit.ly/2HwFpiU. Acesso em: 9 jan. 2020.;

[2] COLÉGIO ERASTO GAERTNER. Como a matemática ajuda a desenvolver o raciocínio no dia a dia. 2017. Disponível em: https://bit.ly/2OYfdlF. Acesso em: 9 jan. 2020;

[3] SUPERA GINÁSTICA PARA O CÉREBRO. Assessoria de Imprensa SUPERA. Jogos desenvolvem memória em idosos. 2019. Disponível em:https://bit.ly/2HreK7l; Acesso em: 13 jan. 2020.

[4] SENADO FEDERAL. Ricardo Westin. Metade das cidades do país ainda não dá voz aos idosos. (2018). Disponível em:https://bit.ly/2HvkUDj. Acesso em: 17 fev. 2020.

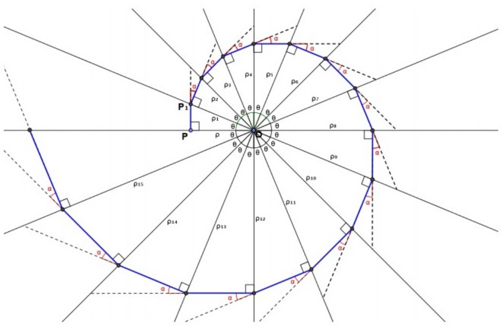
# Espiral Logarítmica e suas aplicações na natureza

Camila Silva de Lima, *UFSM*.

A Espiral é conhecida por vários nomes devido a algumas de suas propriedades; ela pode ser chamada de espiral equiangular, pois todos os ângulos formados entre as perpendiculares são iguais a $\alpha$. Também pode ser chamada de espiral geométrica, pois o raio polar cresce em progressão geométrica. Jakob Bernoulli (1654 - 1705) a chamou de espiral logarítmica, pois seu tamanho aumenta, mas sua forma não se altera.

Silva (2015, p.26) define que “a espiral logarítmica é uma curva dada no sistema de coordenadas polares $0\rho\theta$, cuja reta tangente em cada ponto P faz um ângulo constante com a reta que passa por P e pelo polo 0”.

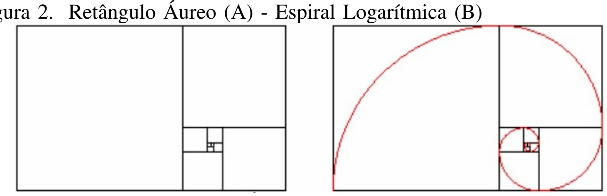
Figura 1. Construção da Espiral Logarítmica



Fonte: Silva (2015).

Segundo Hipercultura (2020), ao transformarmos os números da sequência de Fibonacci em quadrados e dispô-los geometricamente formamos o chamado retângulo áureo que ao ser dividido em um quadrado e outro retângulo, o novo retângulo será semelhante ao original. Um caso particular da espiral logarítmica é a espiral de Fibonacci, construída traçando uma curva plana que gira em torno da sucessão de retângulos áureos. Vejamos na figura 2 a ilustração da construção.

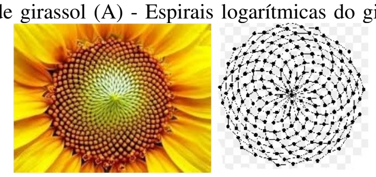
Figura 2. Retângulo Áureo (A) - Espiral Logarítmica (B)



Fonte: Silva (2015).

Aproximações de espirais logarítmicas são encontradas na natureza e em outras diversas situações como na arte. Um exemplo é encontrado na flor de girassol (Figura 3), em que se pode perceber a forma da espiral nas sementes, tanto para o lado esquerdo quanto para o direito. Também se encontra em estruturas naturais, como no caracol e na concha de *Nautilus* (Figura 4).

Figura 3. Flor de girassol (A) - Espirais logarítmicas do girassol (B)



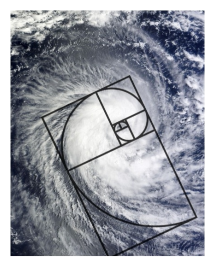
Fonte: Adaptado de Santos, Cardoso e Silva (2012).

Figura 4. Caracol (A) - Concha de Nautilus (B)

Fonte: Hipercultura (2020).

Na figura 5 temos a espiral de Fibonacci, onde vimos a formação da espiral no retângulo áureo em um furacão.

Figura 5. Furacão



Fonte: Hipercultura (2020).

Como esse fenômeno é predileto pela natureza, podemos citar vários outros em que ela se encontra, como em galáxias, chifres de cabras da montanha, vegetal chamado Brócoli Romanesco, rabo de cavalo marinho, pinha e onda do oceano. Com o texto, pode-se perceber como a matemática está presente na natureza a partir da espiral logarítmica.

**Referências:**

[1] HIPERCULTURA;**Sequência de Fibonacci: veja as suas aplicações na natureza e na arte**. Disponível em: https://www.hipercultura.com/sequencia-fibonacci/. Acesso em: jan. 2020.

[2] SANTOS, E. R. M.; CARDOSO,L. V. M.; SILVA.J. S. C..**Buriti: Relação entre Sequência de Fibonacci, Razão Áurea e Espiral Logarítmica**. Disponível em: http://proativa.virtual.ufc.br/sipemat2012/papers/200/submission/director/200.pdf. Acesso em: jan. 2020.

[3] SILVA, F. O. **Espiral Logarítmica: Da natureza para a sala de aula**, 2015. Disponível em: http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/bitstream/handle/unirio/11911/MMat. Acesso em: jan. 2020.