UμA TEMÁTICA

31ª EDIÇÃO
ANO 13
2021

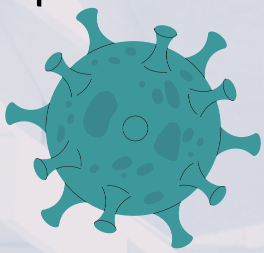
EDITORES: GUILHERME SCHILDT DUARTE
MÁRIO HENRIQUE SORIANO ROSA

PET matemática ufsm

CONFIRA NESTA EDIÇÃO:

INFORMAÇÃO

A trigésima primeira edição do jornal Uμa Temática traz para você muitas informações acerca da pandemia do novo coronavírus (COVID-19), que vem vitimando o mundo todo há mais de um ano.

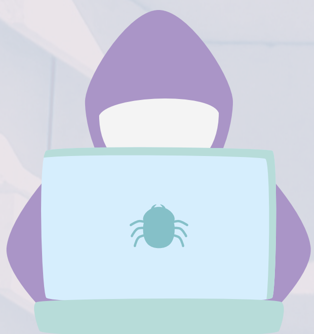


O petiano Mauricio, em seu artigo "Pandemia em números: um retrato do Brasil", apresenta importantes dados estatísticos sobre a evolução da pandemia em nosso país. (Pág. 19).

Buscando auxiliar as pessoas a passar por tempos difíceis como o que estamos vivendo, a petiana egressa Celine apresenta algumas dicas para manter a nossa saúde mental em equilíbrio, bem como métodos de distrair sua mente dos problemas que nos cercam, para que você consiga fazer melhor uso do seu tempo enquanto estiver cumprindo o isolamento social. Basta conferir o artigo "Falando de saúde mental na pandemia". (Pág. 23).

MATEMÁTICA

Caso seu intuito seja ficar por dentro de algum tema relacionado à Matemática, confira o artigo desenvolvido pelo petiano Anderson, intitulado "Isometrias do Plano Euclidiano como composição de reflexões em retas", no qual ele faz uma demonstração extremamente interessante para provar o assunto proposto, lançando mão de teoremas que permeiam o conteúdo de Isometrias. (Pág. 10).



Ainda, você pode encontrar uma curiosidade matemática, mais especificamente, sobre os números primos, que pode te deixar preocupado. O petiano Guilherme mostra, no artigo "A ameaça dos números primos", como eles podem nos deixar totalmente expostos virtualmente. (Pág. 21).

PASSATEMPO

Para os momentos de lazer e distração, buscamos uma atividade mais lúdica e interativa. Pensando nisso, a petiana egressa Luísi apresenta, em seu artigo intitulado "Ponto Cruz: da Pré-História aos dias atuais", um passatempo que te exigirás muita atenção e concentração, mas que no final o resultado poderá lhe deixar tão contente e orgulhoso que nem perceberás que talvez tenha encontrado um novo "vício" para seu tempo livre. (Pág. 17).

SUMÁRIO

O PASSADO E O FUTURO DO NOSSO GRUPO

A cada que dia que passa, o grupo PET Matemática UFSM aproxima-se do 30° aniversário, o qual será comemorado em abril de 2022. Temos muitas histórias pra contar e, pensando nisso, desenvolvemos o projeto "PET Visão de Futuro" em abril de 2021. Optamos por este nome, pois um dos objetivos da atividade era, principalmente, descobrir quais as principais contribuições do Programa na vida pessoal e profissional de antigos integrantes.

As quatro edições do evento consistiram em conversas entre petianos atuais e egressos e, a partir delas, foi possível aprendermos um pouco mais sobre nossa história, além de notarmos semelhanças e diferenças ao longo desses 29 anos. Tivemos a oportunidade de conversar com petianos da época que o grupo foi criado, em 1992, e com pessoas que vivenciaram o "Programa Especial de Treinamento", focado, principalmente, na pesquisa acadêmica. Ainda, tivemos a participação de petianos que presenciaram a transição do programa para "Programa de Educação Tutorial" e petianos que, assim como os atuais, participaram do PET com foco na tríade de Ensino, Pesquisa e Extensão. As gravações do evento podem ser acessadas ao escanear o QR Code ao lado.

O PASSADO E O FUTURO DO NOSSO GRUPO

Mas não nos limitamos ao passado! É por isso que pedimos para os nossos mais novos integrantes relatarem suas expectativas relacionadas à participação no grupo e o resultado você confere a seguir.

Para o petiano Anderson, ”ser bolsista PET é muito gratificante, pois ao mesmo tempo em que aprendemos muita Matemática, desenvolvendo atividades de iniciação científica com professores do Departamento de Matemática, também desenvolvemos atividades relacionadas ao ensino e extensão, o que vai agregar muito à minha formação profissional. Sendo um estudante de bacharelado, participar de um grupo interdisciplinar como o PET, me proporcionará o aprimoramento de certas habilidades e o desenvolvimento de outras, que serão muito importantes no futuro, quando estiver trabalhando. Na minha passagem pelo PET, espero aprender muita Matemática, contribuir para a melhoria do meu curso e aprender muito com os demais integrantes do PET”.

Anderson Moreira da Silva

”Fazer parte do grupo PET Matemática é uma enorme oportunidade e alegria, pois aprendemos muito por meio das diversas atividades desenvolvidas. Aprimoramos habilidades como a escrita, oralidade e os conhecimentos matemáticos, e, além disso, aprendemos a ter mais responsabilidade, disciplina e trabalhar em coletivo. Assim, espero continuar contribuindo com o grupo e desenvolvendo minhas capacidades”, disse a petiana Manuela.

Manuela Engelmann dos Santos

Qual o PET do futuro? Ainda não temos certeza. Porém, agora temos uma ideia do que podemos esperar!

Construção de um jogo eletrônico utilizando o *software* Scratch

Manuela Engelmann dos Santos, *UFSM*.

HÁ algum tempo o mundo vem sofrendo modificações, principalmente, com o advento da internet, e, de forma análoga, a escola deve adaptar-se a tal realidade e buscar estratégias pedagógicas que possibilitem acompanhar a contemporaneidade dos alunos. Conforme Sápiras, Vecchia e Maltempi (2015 apud JEKINS et al., 2009), existe, cada vez mais, a necessidade de adaptação do ambiente educacional para contribuir com a chamada "literacia digital", ou seja, a capacidade de lidar e interpretar as mídias digitais.

Desde a terceira Revolução Industrial, com a evolução das tecnologias digitais e, posteriormente, com as novas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), acentuou-se as transformações econômicas, sociais e culturais. Além disso, propiciou o surgimento de atividades socioculturais e de entretenimento, como os jogos digitais (PEREIRA, 2015).

O jogo é uma ferramenta que visa o lúdico, composto por desafios, objetivos e regras que devem ser seguidas e que são estipuladas previamente. Segundo Pereira (2015), os jogos eletrônicos também seguem esse padrão, em que são regidos por um programa de computador, tablet, smartphone, entre outros. Eles funcionam como ambientes que proporcionam a experimentação, simulação e resolução de problemas, além de despertar o interesse e trazer prazer às pessoas. Ainda, conforme o mesmo autor, o universo dos jogos digitais permite acionar as competências e objetivos educacionais de forma dinâmica e dialética, com percepções transdisciplinares, em que habilidades se entrecruzam e há maiores interações e competências envolvidas.

Dessa forma, podemos relacionar a temática desenvolvida com a teoria do Construcionismo de Papert, que propõe a criação de ambientes que possibilitem a investigação, em que o aluno constrói um objeto de seu interesse, seja ele real ou virtual, o que viabilizará a construção do conhecimento, como é o caso da criação e investigação de problemas por meio de jogos eletrônicos (SÁPIRAS; VECCHIA; MALTEMPI, 2015).

Além disso, existe uma habilidade denominada "simulação" proposta por Sápiras, Vecchia e Maltempi (2015), conforme citado por Jekins et al. (2009), que permite interpretar e construir modelos dinâmicos baseados no mundo real, que poderá auxiliar na expansão da capacidade cognitiva. Conforme esses autores, muitos jogos permitem simular situações, em que essas podem auxiliar em decisões futuras, tornando-as mais simples e favorecendo uma maior imersão frente à atividade desenvolvida.

Dito isso, é possível perceber as inúmeras potencialidades dos jogos digitais e suas contribuições para o ensino e aprendizagem no ambiente escolar, levando em conta a teoria do Construcionismo de Papert e o processo de simulação proposto pelos autores citados anteriormente. Agora, vamos caracterizar o *software* Scratch e, em seguida, construir um jogo.

O Scratch é uma linguagem de programação em blocos, criada em 2007 pelo grupo Lifelong Kindergarten no Media Lab do Massachusetts Institute of Technology, MIT (Jardim de Infância ao Longo da Vida no Laboratório de Comunicação do Instituto de Tecnologia de Massachusetts, tradução livre), em que é mantida e desenvolvida pela Equipa Scratch (SCRATCH, 2021). O *software* é gratuito, está disponível em mais de 150 países e 60 idiomas, incluindo o português, e pode ser acessado de forma on-line, por meio do site oficial, utilizando os navegadores *Chrome*, *Edge*, *Firefox* etc., ou instalado no computador ou tablet, para acessar off-line.

A linguagem de programação do Scratch é como a de um quebra-cabeça, em que cada peça é um comando, assim, quando encaixadas, formam um programa. Com isso, é possível criar histórias, animações, jogos, ambientes visuais de aprendizagem, músicas, entre outros. Além de partilhar essas criações com toda a comunidade Scratch através do site do projeto.

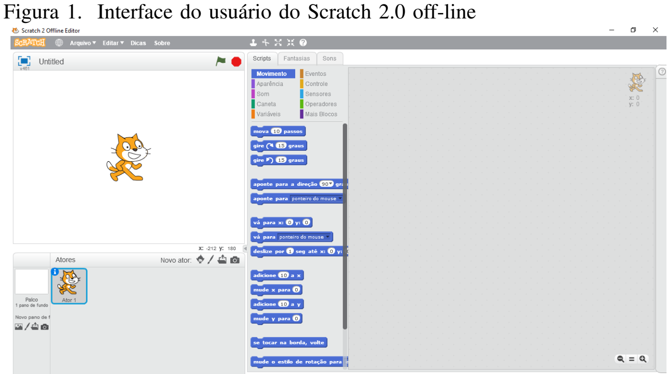
Com esse programa é possível simular situações reais por meio de jogos eletrônicos, que permitirá muito além da observação e experimentação, mas ludicamente, realizar simulações complexas que favoreçam a aprendizagem. Um ambiente criativo que permite a construção de jogos e animações interativos, feitos por meio da lógica de programação (SÁPIRAS; VECCHIA; MALTEMPI, 2015).

Antes de apresentar a interface do usuário do *software* e o jogo proposto, é importante frisar que as figuras, aqui ilustradas, são referentes ao Scratch versão 2.0 off-line. Porém, como mencionado anteriormente, utilizando o site oficial desse, podemos acessar de forma on-line e realizar a criação de projetos, em que a interface e configurações são semelhantes a versão abordada nesse trabalho.

Então, vamos conhecer um pouco sobre a interface do usuário do programa. Na figura 1, podemos observar que o *software* possui uma única janela com três painéis principais. O painel da esquerda contém o palco, em que na parte superior ocorre a ação, e, na parte inferior, podemos escolher o objeto, também denominado de ator, que executará a ação, bem como podemos determinar o cenário.

O painel do meio, por sua vez, contém a paleta de comandos, além da aba "panos de fundo" que permite a criação de um pano, e, também, visualização e edição de imagens, e aba "sons" que permite a gravação e importação de sons, referentes ao objeto em edição. Por fim, o painel da esquerda mostra os eventos (*scripts*) relacionados ao objeto (*sprite*) selecionado no momento, em que os blocos de comando devem ser arrastados e conectados para executar o projeto.

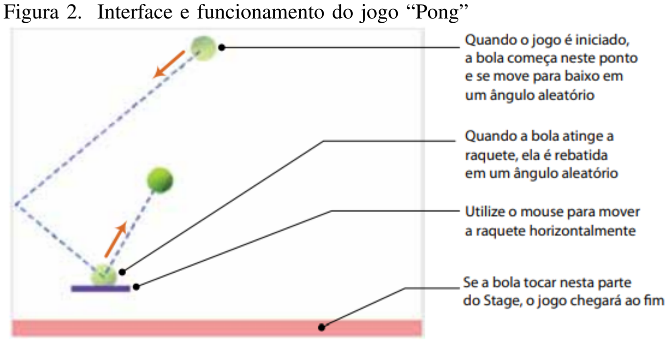
Figura 1. Interface do usuário do Scratch 2.0 off-line



Fonte: A autora (2021).

Finalmente, vamos realizar a criação do jogo, que chamaremos de “Pong”. A seguir, na figura 2, temos o *layout* e a configuração do game, em que o objetivo é mover a raquete horizontalmente com o mouse e, assim, evitar que a bola de tênis atinja o “chão”.

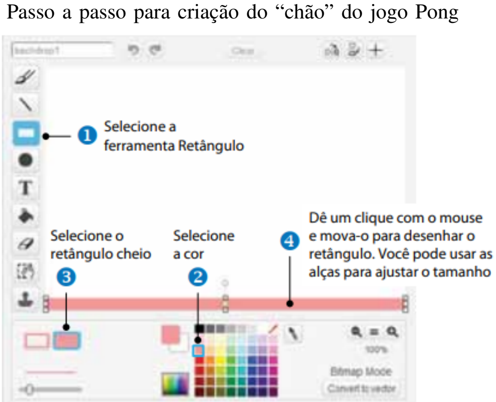
Figura 2. Interface e funcionamento do jogo “Pong”



Fonte: MARJI, 2014, p. 36.

Agora, conhecendo o funcionamento do jogo, vamos aos comandos que deverão ser realizados para sua criação. Inicialmente, é necessário criar o “chão”, então devemos clicar na aba panos de fundo, no segundo painel, em que abrirá uma janela, conforme explicitado na figura 3, que também contém os passos seguintes.

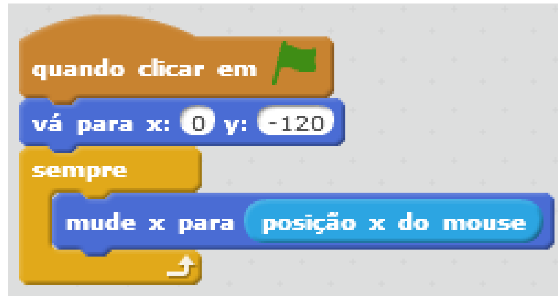
Figura 3. Passo a passo para criação do “chão” do jogo Pong



Fonte: MARJI, 2014, p. 37.

A seguir, temos os comandos dos blocos para execução do projeto. Para adicionar a raquete e a bolinha de tênis é necessário selecionar, no primeiro painel, “novo autor”, em que você deverá procurar os referidos objetos. Assim, na figura 4 temos os comandos para a raquete e na figura 5 os comandos referentes à bolinha de tênis.

Figura 4. Comandos para raquete



Fonte: A autora (2021).

Figura 5. Comandos referentes à bolinha de tênis

Fonte: A autora (2021).

Agora, para começar a jogar, basta você clicar na bandeira verde, contida no primeiro painel na parte superior.

Aprendeu a dinâmica do jogo? Espero que sim, e que continue desenvolvendo suas habilidades com esse *software* divertido. Além disso, desafio você a incluir um comando de som quando a bolinha de tênis tocar o chão, para indicar que você falhou. Mãos à obra!

Referências:

[1] MARJI, M. **Aprenda a programar com Scratch**: Uma introdução visual à programação com jogos, arte, ciência e matemática. São Paulo: Novatec, 2014. 288 p.

[2] PEREIRA, A. B. C. **Uso de jogos digitais no desenvolvimento de competências curriculares da Matemática**. 2015. 167 f. Tese (Doutorado em Ciências)–Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2017.

[3] SÁPIRAS, F. S.; VECCHIA, R. D.; MALTEMPI, M. V. Utilização do Scratch em sala de aula. **EMP-Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.5, p. 973 – 988, 2015.

[4] SCRATCH. **Perguntas Frequentes (PF)**. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/info/faq>. Acesso em: 25 maio 2021.

A Geometria na Arte

Maria José Sanabria Correa, *UFSM*.

O Dicionário Etimológico (2021) define a palavra Geometria como sendo uma junção do prefixo *geo*, relativo à terra, com *metria* que se refere à medida, trazendo o significado de "medir a terra". No que diz respeito a sua origem, é remetente aos geômetras egípcios, os quais eram conhecidos como agrimensores do antigo Egito, que com cordas ou cordéis esticadas sobre as parcelas de terreno, traçavam linhas simples, retas e circunferências, com o intuito de realinhar demarcações apagadas pelas enchentes dos rios ou para traçar as bases dos templos.

Por outro lado, o princípio da palavra Arte recorre do latim *ars*, o qual expressa literalmente "técnica", "habilidade natural ou adquirida" ou "capacidade de fazer alguma coisa". Desse modo, com a evolução da língua, o termo latino *ars* passou a designar um tipo de técnica relacionada à produção de objetos esteticamente agradáveis aos sentidos humanos, surgindo assim o conceito de "arte".

Diante das etimologias apresentadas, é notório uma grande relação entre a Geometria e a Arte, principalmente ao levar em consideração o fato de que os egípcios realizaram desenhos a partir de suas percepções e ideais com objetivo de manifestar seus conhecimentos, auxiliá-lo em seu cotidiano. Além de estimular o interesse ou, até mesmo, intrigar outras pessoas, criando discussões sobre seu trabalho (BOYER, 2015, p. 16).

Nesse âmbito, pode-se analisar alguns dos artistas da modernidade que se tornaram conhecidos pelo uso da Geometria. Paul Cézanne $(1839-1906)$, pintor pós-impressionista francês, influenciou o movimento Cubista por utilizar figuras como cone, cilindro e esfera, as quais permitem englobar a Geometria Espacial em sua Arte.

Ainda, o artista desperta a Geometria Reflexiva, isto é, leva a pensar em diferentes modelos ou padrões como planos, cores, formas, perspectivas, ritmos, volumes, linhas, expressões e as técnicas geometrizantes. Representando as aparências complexas e misteriosas das imagens, conforme abordado na obra "Roses in a Bottle" ou "Rosas em uma Garrafa" desenvolvida em 1904, ilustrada pela figura 1.

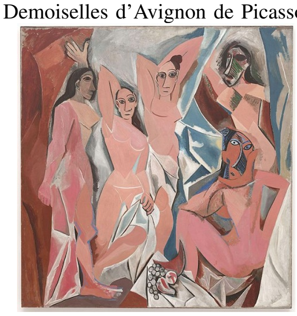
Figura 1. Obra Roses in a Bottle de Cézanne

Fonte: WikiArt Enciclopédias de Artes Visuais (2021).

A partir da influência de Cézanne, Pablo Picasso $(1881-1973)$ e Georges Braque $(1882-1963)$ iniciaram o Cubismo no século XX, o qual representava as formas da natureza por meio de figuras geométricas, simbolizando as partes de um objeto no mesmo plano. Por meio disso, realizava-se um exercício mental como maneira de expressar as ideias que proporcionam uma maior abstração das obras.

O marco inicial desse ínterim é a obra de Picasso "Lês Demoiselles d'Avignon" ou "As Senhoritas de Avignon", como pode-se observar na figura 2, cuja principal característica é a decomposição da realidade humana. Isso, deve-se marcar as bases de duas vanguardas do século XX: o Cubismo e o Abstracionismo. Picasso utilizou figuras e um fundo em planos geométricos, retirando os sentidos de volume, perspectiva e deformação dos corpos e do espaço. Com isso, mostrou que a Arte poderia ser afastada da realidade, e que a forma era tão importante quanto o conteúdo.

Figura 2. Obra Lês Demoiselles d'Avignon de Picasso



Fonte: WikiArt Enciclopédias de Artes Visuais (2021).

Portanto, após longas mudanças no tempo e nas civilizações, a Geometria foi tomando o seu devido lugar e conquistando aqueles que sentiam admiração por esse conteúdo da Matemática. Atualmente, está presente em diversas culturas por meio da Arte, através de grandes pintores como Cézanne, Picasso e Braque, os quais, em suas obras, explicitamente ou implicitamente, utilizaram conceitos, figuras ou formas geométricas.

Então, torna-se perceptível que toda Arte está intimamente ligada à Geometria, uma vez que cada obra é resultado de uma cultura trabalhada a partir da infinidade de linhas, retas ou curvas e de uma sucessão das formas geométricas.

Referências:

[1]BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. Tradução Elena Castro. 3 ed. São Paulo: Blucher, 2015. 16 p.

[2] DICIONÁRIO ETIMOLÓGICO. **Etimologia e origem das palavras**. Disponível em: <encurtador.com.br/gqAS8>. Acesso em: 17 fev. 2021.

[3] WIKIART ENCICLOPÉDIAS DE ARTES VISUAIS. Disponível em: <encurtador.com.br/dflGO>. Acesso em: 17 de fev. 2021.

Medidas, escalas e comparações

Mário Henrique Soriano Rosa, *UFSM.*

CERTA vez, procrastinando na internet, deparei-me com uma publicação contendo a imagem de um minidicionário com 1.200 palavras em inglês e alemão ao lado de um isqueiro (infelizmente não possuo a imagem agora, mas foque na história). Na descrição dessa imagem, era dito que o isqueiro (incrivelmente maior que o dicionário, por sinal) era apenas para que se tivesse uma escala. Nos comentários, alguém prontamente disse que aquilo não era uma escala e o isqueiro estava sendo usado como forma de medida. Uma terceira pessoa informou que na verdade o isqueiro servia apenas para comparação visto que o dicionário não foi de fato medido com base no isqueiro. Foi aí que eu pensei em abordar essas três palavras diferentes que estão no título, falando o que significam além de algumas aplicações e conceitos.

Alves e Rocha (2019) comentam que o ato de fazer medidas sempre foi muito natural para o ser humano. Assim, diferentes culturas desenvolveram seus próprios sistemas de medidas compostos por unidades que fossem facilmente verificadas por qualquer pessoa. O objetivo era definir algo como unidade padrão e, após, identificar qual era a relação desse padrão com que estava sendo medido.

Atualmente, o Brasil e diversos outros países seguem o Sistema Internacional de Unidades, conhecido como SI. O sistema utilizado por boa parte da população mundial tem sete definições de medidas padrão. Na figura 1, você pode conferir as grandezes determinadas pelo SI e suas unidades de medida.

Figura 1. Grandezas e unidades de medida do SI

GRANDEZAS DE BASE	UNIDADE DE MEDIDA
Tempo	segundo (s)
Massa	quilograma (Kg)
Comprimento	metro (m)
Temperatura	kelvin (K)
Quantidade de substância	mol
Corrente elétrica	ampére (A)
Intensidade luminosa	candela (cd)

Fonte: Google Imagens (2021).

Como pôde ser visto, a unidade de comprimento do SI é o metro (m) e, se compreendermos qual o comprimento de $1m$, é possível afirmar que uma alguém possui $1,70m$ e a maioria das pessoas conseguirá imaginar qual a altura desse indivíduo a partir do padrão definido. No caso do nosso dicionário, se o isqueiro fosse utilizado como unidade de medida, então poderia ser dito que a altura do dicionário é $0,6\ isqueiro$, por exemplo, mas essa ideia não ficou clara na situação.

Mas note que antes eu disse “boa parte da população mundial” e não “todo mundo”. Isso é porque existem países que utilizam o Sistema Imperial de Medidas. Na figura 2 são mostradas algumas conversões de comprimento entre os dois sistemas.

Figura 2. Conversões de comprimento entre os sistemas Internacional e Imperial

Sistema Internacional		Sistema Imperial
1 mm	=	0,03937 in (polegadas)
1 cm	=	0,3937 in (polegadas)
1 m	=	1,0936 yd (jardas)
1 km	=	0,6214 mile (milhas)
Sistema Imperial		**Sistema Internacional**
1 in (polegada)	=	2,54 cm
1 ft (pé)	=	0,3048 m
1 yd (jarda)	=	0,9144 m
1 mile (milha)	=	1,6093 km

Fonte: Google Imagens (2021).

Indo para a segunda palavra do título, Celi (2020) define escala como “uma relação entre o tamanho real de algo e sua representação”. Parece simples, não? E na verdade até é. Por exemplo, se pegarmos um mapa e nele estiver descrita a escala 1:80.000.000 isto quer dizer que cada $1cm$ no mapa representa 80 milhões de centímetros no mundo real. A escala determina uma alteração proporcional, não tamanhos distintos, logo, dizer que o isqueiro servia como escala é apenas uma má compreensão de conceitos.

Já a comparação, é o conceito mais óbvio dos três. Sim, ele significa isso mesmo que você está imaginando. Durante nossa vida fazemos inúmeras comparações, analisamos diferenças de cor, tamanho, forma, massa, movimento, som e todos os exemplos que puder pensar. É justamente esse o verdadeiro conceito trabalhado naquela situação do isqueiro e o dicionário. Eu já havia expressado isso lá no primeiro parágrafo quando disse que o isqueiro era incrivelmente maior que o dicionário. Os dois objetos não estavam lá para representar uma medição ou uma escala, mas sim indicar que o minidicionário era de fato mini, pois, ao ser comparado ao isqueiro, ele era menor.

Apresentados os três conceitos e indicando qual o correto na situação abordada encerro este artigo. Espero que tenha sido (ao menos um pouco) esclarecedor.

Referências:

[1] ALVES, L. S.; ROCHA, G. **O novo Sistema Internacional de Unidades (SI)**. Sociedade Brasileira de Metrologia e Sociedade Brasileira de Física. Rio de Janeiro, 2019. 11 p.

[2] CELI, R. **O que é escala? Saiba o que significa e aprenda as diferenças**. In: Stoodi, 2020. Disponível em: <https://www.stoodi.com.br/blog/geografia>. Acesso em: 16 abr. 2021.

Isometrias do plano euclidiano como composição de reflexões em retas

Anderson Moreira da Silva, *UFSM.*

AS isometrias do plano euclidiano de dimensão 2, o qual irei denotar por $\mathbb{E}$, são de quatro tipos. É possível mostrar que dada uma isometria $\phi : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$, temos que ϕ é uma reflexão em reta, uma translação, uma rotação ou uma reflexão em reta com deslizamento.

Definiremos, neste trabalho, as transformações mencionadas acima e provaremos um resultado que caracteriza as isometrias do espaço euclidiano de dimensão 2, sendo que pode ser estendido para o espaço euclidiano de dimensão n.

***Definição** 1 (Isometria no plano euclidiano):* Seja $\varphi : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ uma função bijetiva. Dizemos que φ é uma isometria se para todo $p, q \in \mathbb{E}$, valer:

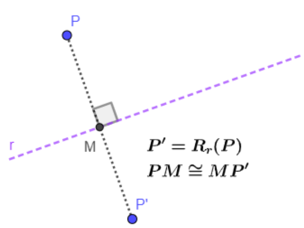
$$d(p, q) = d(\varphi(p), \varphi(q)).$$

***Definição** 2 (Reflexão em reta):* Seja r uma reta e defina a função $R_r : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ da seguinte forma:

$$R_r(P) = \begin{cases} P & , \quad se\ P \in r \\ P' & , \quad se\ P \notin r\ e\ r \text{ é a mediatriz de } PP'. \end{cases}$$

A figura 1, a seguir, ilustra a ação da função R_r, no caso em que $P \notin r$.

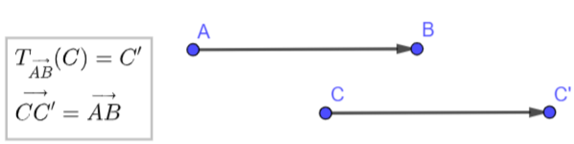
Figura 1. Reflexão de um ponto $P \notin r$.



Fonte: O Autor (2020).

***Definição** 3 (Translação):* Sejam A e B pontos de $\mathbb{E}$ e defina $T_{\overrightarrow{AB}} : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ tal que $T_{\overrightarrow{AB}}(P) = P'$ é o único ponto do plano $\mathbb{E}$ tal que $ABP'P$ é um paralelogramo (Figura 2).

Figura 2. Translação aplicada num ponto C.



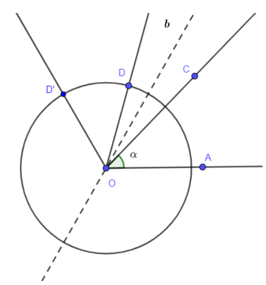
Fonte: O Autor (2020).

***Definição** 4 (Rotação):* Sejam O um ponto de $\mathbb{E}$ e $\alpha = \angle(OA, OC)$ um ângulo orientado. Se $P \in \mathbb{E} \backslash O$, então seja P' o único ponto do plano euclidiano que satisfaz $\angle(OP, OP') = \angle(OA, OC)$ e $OP' = OP$. Defina a aplicação $R_{O,\alpha}$ do plano no plano da seguinte forma:

$$R_{O,\alpha}(P) = \begin{cases} O & , \quad se\ P = O; \\ P' & , \quad se\ P \neq O. \end{cases}$$

$R_{O,\alpha}$ é dita ser a rotação de centro O e ângulo α (Figura 3).

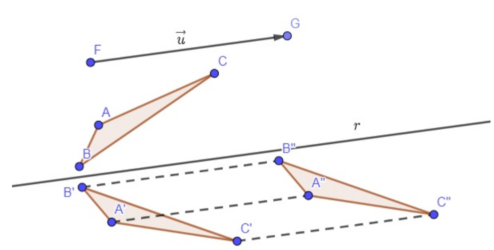
Figura 3. Rotação aplicada num ponto D, distinto de O, seu centro de rotação.



Fonte: O Autor (2020).

***Definição** 5 (reflexão com deslizamento):* Sejam r uma reta e $\vec{u}$ um vetor paralelo à reta r. A reflexão com deslizamento, determinada por r e $\vec{u}$ é a transformação $T_{\vec{u}} \circ R_r$, que é a composição da translação pelo vetor $\vec{u}$ com a reflexão em r (Figura 4).

Figura 4. Reflexão com deslizamento aplicada num triângulo ABC.



Fonte: O Autor (2020).

***Teorema** 1 (Resultados importantes):*

(i) Se uma isometria $T : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ fixa três pontos, então $T = Id : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$;

(ii) Se duas isometrias coincidem em três pontos não colineares, então são iguais;

(iii) Se $T : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ é uma isometria distinta da identidade, então T é uma reflexão, translação, rotação ou uma reflexão com deslizamento;

(iv) Toda isometria preserva ângulos.

Os resultados acima não serão demonstrados aqui, mas o leitor interessado em obter uma prova, pode consultar a referência [1]. O resultado a seguir, como dito anteriormente, pode ser generalizado para dimensão n.

***Teorema** 2 (Caracterização das isometrias de $\mathbb{E}$):* Se $f : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ é uma isometria, então f é a composição de no máximo três reflexões em retas.

Demonstração.

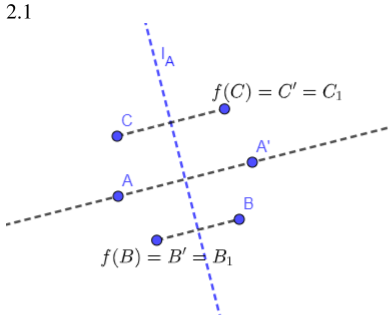
Para encontrar uma demonstração, dividirei o problema em casos e aplicarei os resultados mencionados acima. Para isso, sejam $f : \mathbb{E} \to \mathbb{E}$ uma isometria e A, B e C três pontos não colineares de $\mathbb{E}$. Mais ainda, considere as seguintes notações: $f(A) = A'$, $f(B) = B'$ e $f(C) = C'$.

(1) Suponha $A' = A$, $B' = B$ e $C' = C$.
Como f fixa três pontos, então $f = Id = R_l \circ R_l$, onde R_l é a reflexão em l, com l sendo qualquer reta.

(2) Suponha que $A' \neq A$ e sejam l_A a mediatriz do segmento $A'A$ e R_{l_A} a reflexão em l_A. Definamos $R_{l_A}(B) := B_1$ e $R_{l_A}(C) := C_1$.

(2.1) Suponha que $B_1 = B'$, $C_1 = C'$ (Figura 5).

Figura 5. Caso 2.1



Fonte: O Autor (2020).

Como $R_{l_A}(A) = A'$, então

$$R_{l_A}(A) = A' = f(A); R_{l_A}(B) = B' = f(B); \text{ e}$$

$$R_{l_A}(C) = C' = f(C).$$

Usando o fato de que se duas isometrias coincidem em três pontos não colineares então são iguais, segue que $R_{l_A} = f$.

(2.2) Suponha $B_1 \neq B'$ ou $C_1 \neq C'$. Consideremos $B_1 \neq B'$ e seja l_B a mediatriz do segmento B_1B'.
Primeiramente, como as funções envolvidas são isometrias, segue

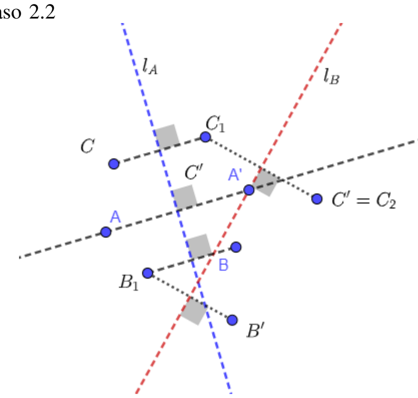
$$d(R_{l_A}(A), R_{l_A}(B)) = d(A, B) = d(f(A), f(B))$$

que equivale a

$$d(A', B_1) = d(A', B').$$

Dessa forma, $A' \in l_B$ e, consequentemente, $R_{l_B}(A') = A'$.
Por conseguinte, $h = R_{l_B} \circ R_{l_A}$ é tal que $h(A) = A'$, $h(B) = R_{l_B}(B_1) = B'$ e $h(C) = C_2$. Se $C_2 = C'$, então $h = f$, pelo Teorema 1 (Figura 6).

Figura 6. Caso 2.2



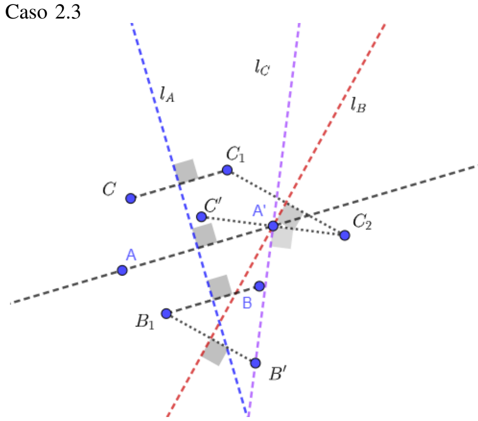
Fonte: O Autor (2020).

(2.3) Caso contrário, seja l_C a mediatriz do segmento C_2C' e considere R_{l_C} a reflexão nesta mediatriz.
Provemos que os pontos A' e B' pertencem à reta l_C. De fato, como as funções $h = R_{l_B} \circ R_{l_A}$ e f são isometrias, segue que:

$$d(h(A), h(C)) = d(f(A), f(C))$$
$$\Updownarrow$$
$$d(A', C_2) = d(A', C'), \text{e}$$
$$d(h(B), h(C)) = d(f(B), f(C))$$
$$\Updownarrow$$
$$d(B', C_2) = d(B', C').$$

Logo, $A', B' \in l_C$ e, consequentemente, considerando $g = R_{l_C} \circ R_{l_B} \circ R_{l_A}$, temos que $g(A) = A'$, $g(B) = B'$ e $g(C) = C'$. Aplicando o Teorema 1, segue que $f = g$ (Figura 7).

Figura 7. Caso 2.3



Fonte: O Autor (2020).

Portanto, toda isometria do plano no plano pode ser escrita como a composição de no máximo três reflexões em retas, como acabamos de ver. Ainda, cabe ressaltar que vale um resultado ainda mais geral, que afirma que toda isometria do espaço euclidiano de dimensão n, denotado por $\mathbb{E}^n$, pode ser escrita como uma composição de no máximo $n + 1$ reflexões em hiperplanos.

Referências:

[1] LIMA, E. L. **Isometrias**. Rio de Janeiro: SBM, 1996, p. 1-41.

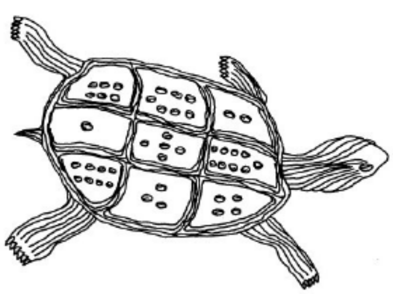
Curiosidades sobre Quadrados Mágicos

Isadora Roth, *UFSM.*

NA Matemática as possibilidades de desenvolver o raciocínio lógico são tantas. Nessa perspectiva, te questiono: Você gosta de desafios? Ouviu sobre os quadrados mágicos? Independente da sua resposta, tenho certeza que se divertirá muito lendo este artigo, pois falaremos sobre sua origem, definição, classificação e propriedades. Espero que esteja ansioso ou ansiosa assim como eu. Vamos lá?

Segundo Possamai (2020, p. 23), "os quadrados mágicos são considerados um dos desafios matemáticos mais antigos e intrigantes". Menciona-se que o primeiro desses quadrados foi conhecido por volta de 2800 a.C. na China. De acordo com a sua lenda, existia um imperador chamado Yu, que costumava caminhar às margens do rio Lo (rio Amarelo), quando observou uma tartaruga, que tinha em seu casco marcas de pontos em alguns quadrados (Figura 1). Diante disso, o imperador apanhou o animal e começou a contar os pontos e quadrados, percebendo que havia em cada quadrado diferentes pontos de 1 a 9, em que as linhas, colunas e diagonais totalizavam o mesmo valor. (POSSAMAI, 2020, p. 23).

Figura 1. Tartaruga encontrada nas margens do rio Lo pelo imperador Yu



Fonte: Fults (1974 apud Possamai, 2020).

Nesse sentido, pode-se começar a perceber que para caracterizar um quadrado mágico, o somatório dos números contidos nas linhas, colunas e diagonais deve sempre ser um valor constante e, ainda, nenhum desses números pode se repetir. Formalmente, Farias (2017), exibe a seguinte definição:

Definição: Um quadrado mágico é uma matriz quadrada $n \times n$, em que suas entradas são números distintos do conjunto $\{1, 2, 3, ..., n^2\}$, distribuídos de tal forma que a soma dos termos de todas as linhas, colunas e diagonais seja constante, e essa soma é chamada de Constante Mágica.

Estabelecida a definição, os quadrados mágicos podem ser classificados como: tradicional, imperfeito, semimágico, hipermágico, diabólico, semidiabólico e simétrico.

Diante disso, a partir das classificações, vamos nos deter no quadrado mágico tradicional, expondo como encontrar sua constante mágica, bem como regras e particularidades que ele possui. Além disso, discutiremos um dos métodos para a construção de um quadrado mágico tradicional.

Inicialmente, precisamos ter claro que um quadrado mágico tradicional de ordem n é formado por números naturais consecutivos, começando pelo número 1 até n^2 e que para construirmos, em primeiro lugar, é imprenscidível determinar a constante mágica, aqui consideremos como K. Nesse âmbito, tem-se o seguinte teorema:

Teorema 1: A constante mágica dos quadrados é dada pela fórmula[1]:

$$K = \frac{n \cdot (n^2+1)}{2}.$$

Posteriori a isso, os quadrados mágicos tradicionais dividem-se em três categorias, uma vez que possuem formas distintas de construção, são elas:

- Ordem ímpar;
- Ordem par, sendo multíplo de 2, mas não de 4;
- Ordem duplamente par, multíplos de 4.

Para tanto, na sequência, veremos como construir um quadrado mágico tradicional de ordem ímpar, utilizando o método prático de Siamês. Entretanto existe toda uma teoria específica por trás, que no momento não cabe a discussão, dado que foge da proposta desse texto.

Quadrado Mágico de ordem ímpar:

Para o preenchimento de um quadrado mágico de ordem ímpar, iremos utilizar a regra prática do Método de Siamês, a qual consiste em deslocar o número uma vez para cima e uma vez para a direita, a partir do fixado. Lembrando que um quadrado mágico tradicional é preenchido com números naturais consecutivos. Dessa forma, para completar o quadrado de ordem ímpar pelo método de Siamês, fixa-se o número 1 sempre no centro da primeira linha, em seguida, desloca-se uma casa para cima e uma para a direita. Além disso, algumas considerações quanto as posições a serem ocupadas:

1) Quando o número cair fora do quadrado, posicionaremos na casa mais distante da linha, coluna ou diagonal;
2) Quando deslocado uma posição para cima e uma para direita, o número pode preencher um espaço já ocupado por outro. Nesse caso, vamos voltar o movimento e posicionaremos abaixo do seu antecessor;
3) Quando o movimento levar a uma casa fora do tabuleiro e a mais distante linha, coluna ou diagonal estiver ocupada, também, voltaremos o movimento e preenchemos a casa abaixo do seu antecessor.

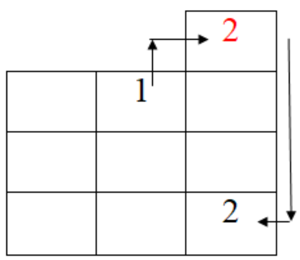
[1] A demonstração fica a cargo do leitor.

Para exemplificarmos, vamos acompanhar a construção de um quadrado mágico tradicional de ordem 3. Para isso, determinamos a constante mágica, operando com a fórmula do *Teorema 1*. Vejamos que $n = 3$, então substituiremos da seguinte forma:

$$K = \frac{3\cdot(3^2+1)}{2}$$
$$K = 15$$

Desse modo, concluímos que a soma das linhas, colunas e diagonais devem ser igual a 15. Então, começamos a construção do quadrado mágico de ordem 3. Em um primeiro momento, fixamos o número 1 no centro da primeira linha e, então, deslocamos uma posição acima e à direita, com isso observamos que o número 2 caiu em uma casa fora do tabuleiro. Portanto, o posicionaremos na casa mais distante da coluna (Figura 2).

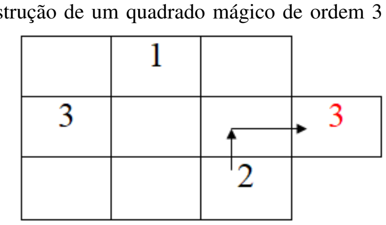
Figura 2. Construção de um quadrado mágico de ordem 3



Fonte: A autora (2021).

Para que seja possível inserir o número 3, deslocamos a partir do número 2, uma posição acima e uma posição à direita e percebemos que recaiu no caso em que posicionamos na casa mais distante da linha (Figura 3).

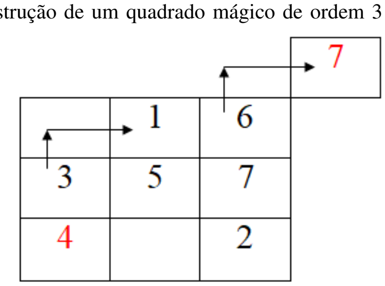
Figura 3. Construção de um quadrado mágico de ordem 3



Fonte: A autora (2021).

Agora, deslocamos uma casa acima e à direita do número 3. Com isso, para que se preencha uma casa do quadrado mágico com o número 4, temos que voltar o movimento e posicioná-lo abaixo do número três, uma vez que ele sobrepõe a casa que já está ocupada pelo número 1. Observamos que o mesmo acontece com o número 7, no entanto ele obedece ao critério três estabelecido anteriormente (Figura 4).

Figura 4. Construção de um quadrado mágico de ordem 3



Fonte: A autora (2021).

Por fim, basta inserirmos os números 8 e 9 no quadrado mágico, ambos recaem na restrição 1 exposta anteriormente, logo, na figura 5 obtemos o quadrado mágico tradicional de ordem 3 devidamente preenchido, por meio da regra prática do método de Siamês.

Figura 5. Quadrado mágico tradicional de ordem 3 completo

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Fonte: A autora (2021).

Para verificação e validação da constante mágica, adicionam-se oa valores das linhas, colunas e diagonais:

Soma das linhas:

$$8+1+6=15$$
$$3+5+7=15$$
$$4+9+2=15$$

Soma das colunas:

$$8+3+4=15$$
$$1+5+9=15$$
$$6+7+2=15$$

Soma das diagonais:

$$8+5+2=15$$
$$6+5+4=15$$

Pecebemos então que, de fato, utilizando o método prático de Siamês, conseguimos construir um quadrado mágico tradicional de ordem ímpar. Quanto as construções dos quadrados mágicos tradicionais de ordem par e duplamente par deixarei para discutir em uma próxima oportunidade.

E para quem quiser praticar e exercitar o racícinio lógico, no site da Olimpíada Brasileira de Matemática (OBMEP), encontramos diversas questões abordando a construção e elaboração de quadrados mágicos. Depois, conte-me se essa explicação auxiliou na sua resolução. Até a próxima!

Referências:

[1] FARIAS, F. G. **Quadrados Latinos e Quadrados Mágicos - Uma proposta didática**. 2017. 53 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)-Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

[2] POSSAMAI, A. **Quadrados Mágicos**. 2020. 82 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianopólis, 2020.

Recurso Classroom do GeoGebra: uma ferramenta digital para um ensino remoto na área de Matemática

Inês Farias Ferreira, UFSM.

EM tempos de pandemia da COVID-19, estamos tendo que nos reinventar em todas as áreas de nossas vidas. Em particular, no âmbito educacional, no Brasil faz mais de um ano que estamos com atividades presenciais de ensino suspensas, desde anos iniciais ao Ensino Superior. Isso impactou fortemente quem ensina, como quem aprende. Por esse motivo, resolvi abordar brevemente nesse texto um recurso novo do software GeoGebra, o qual tem um potencial muito grande para o desenvolvimento de atividades à distância, síncronas ou não, no ensino de Matemática.

Como a maioria de nós já sabe, o GeoGebra é um software de matemática dinâmica com potencialidades de uso em todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilha de cálculo, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único pacote. Sendo sua interface amigável e disponível gratuitamente para usuários não comerciais. Ele foi desenvolvido em 2001 e, nesses vinte anos, tem sido constantemente atualizado, com integração de inúmeras funcionalidades que buscam acompanhar os avanços tecnológicos, possuindo milhões de usuários em todo mundo. Em seu potencial, encontramos ferramentas que permitem a criação de materiais didáticos, como páginas web interativas.

Recentemente, em meados de junho de 2020, foi disponibilizado no site oficial do GeoGebra[1] uma plataforma virtual por meio da ferramenta Classroom (Figura 1). A partir dessa ferramenta os professores podem gerar uma sala de aula virtual, ou seja, uma turma onde seus alunos poderão ter acesso. Sendo que, por meio desse recurso, é possível ao professor elaborar tarefas interativas para seus alunos; acompanhar o progresso individual desses, de forma síncrona ou não, em uma atividade específica.

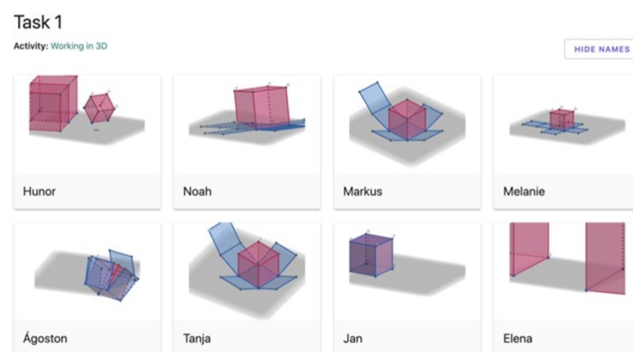
Figura 1. Site oficial do GeoGebra: identificação da ferramenta Classroom

Fonte: Site oficial GeoGebra (2021).

À medida que os alunos entram na sala, seus nomes aparecem na página de visão geral do professor, sendo possível a visualização de todas as atividades que a turma possui e, em particular, ao selecionar uma delas, aparecerá o progresso de cada um de seus alunos nessa atividade enquanto eles estão desenvolvendo-a.

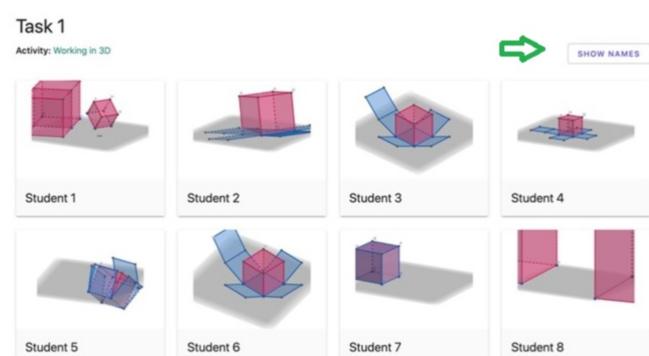
Além disso, em relação às respostas dadas pelos alunos, essas podem ser acessadas instantaneamente pelo docente e, também visualizadas por toda a turma. Ademais, com os recursos que a plataforma oferece é possível ocultar a identificação de quem a postou, ficando visível apenas para o professor, conforme ilustrado nas figuras 2 e 3.

Figura 2. Tela do Classroom onde o professor pode acompanhar o desenvolvimento de uma atividade específica de cada um de seus alunos



Fonte: GeoGebra Team (2020).

Figura 3. Tela do Classroom com os nomes ocultos dos alunos no desenvolvimento de uma atividade específica



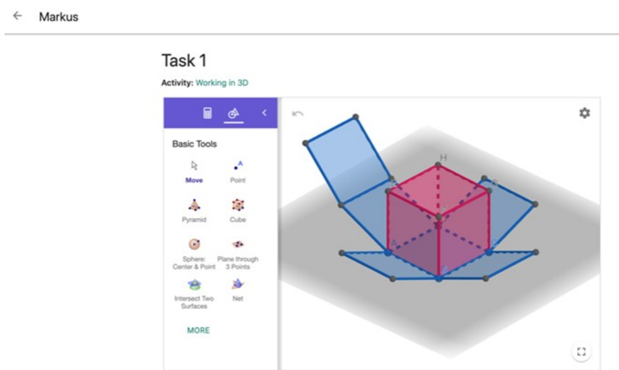
Fonte: GeoGebra Team (2020).

Ao selecionar a tarefa de um determinado aluno é possível ter uma prévia do seu envolvimento ao desenvolvê-la, conforme ilustrado na figura 4. Quando são inseridas questões para a turma, há a possibilidade de serem de múltipla escolha ou com respostas subjetivas (Figura 5). Sendo que, a simbologia matemática, tão comum e necessária em nossa área, pode

[1] www.geogebra.org

ser utilizada através de um editor simbólico acoplado.

Figura 4. Visualização do desenvolvimento de uma atividade por um aluno



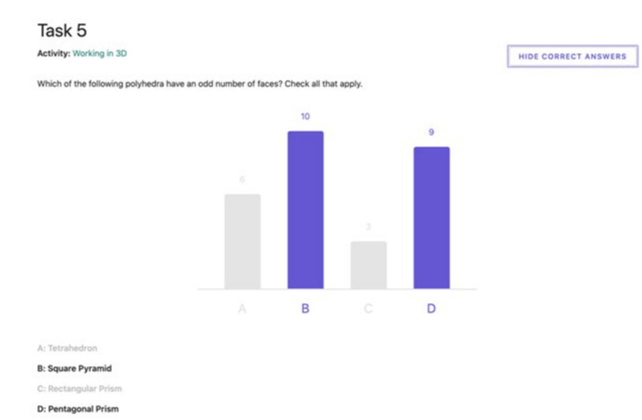
Fonte: GeoGebra Team (2020).

Figura 5. Exemplos de questões de múltipla escolha ou subjetivas

Fonte: A Autora (2020).

Nas questões de múltipla escolha, conforme os alunos forem resolvendo ou alterando sua resposta, imediatamente, o professor poderá visualizar as alterações no gráfico de barras que mostra os resultados correspondentes. (Figura 6).

Figura 6. Visualização das respostas fornecidas pelos alunos juntamente com a indicação das respostas corretas para uma questão de múltipla escolha



Fonte: GeoGebra Team (2020).

Dessa forma, podem ser oportunizadas discussões ricas que venham a contribuir para a aquisição de conhecimento do assunto abordado, pois permite a interatividade entre todos os integrantes da turma, parte destes, ou ainda, individualmente.

No site oficial do GeoGebra, na opção materiais didáticos, a equipe de desenvolvedores, em especial, indico GeoGebra Team, elaborou tutoriais na ferramenta *book* do GeoGebra que é uma outra plataforma online disponível que permite aos usuários integrarem atividades dinâmicas elaboradas no aplicativo, vídeos, imagens e textos que são abertos na própria página. Nesses tutoriais, são apresentados subsídios básicos para os usuários iniciantes. A partir desses tutoriais, somos reportados para vídeos produzidos pela mesma equipe e que estão disponíveis no YouTube, canal GeoGebra, *playlist* GeoGebra Classroom: Quick Tutorials. Na *playlist*, encontramos tópicos como: apresentação do Classroom GeoGebra; como criar uma turma a partir de uma atividade ou de um *book* produzido no GeoGebra; como acessar uma turma; como criar uma atividade personalizada; como editar uma aula enquanto os alunos estão trabalhando em uma tarefa; como adicionar mais de um usuário na turma com perfil de professor; novos recursos da ferramenta, entre outros assuntos relacionados. Esses materiais audiovisuais foram elaborados originalmente em inglês, no entanto, nos permitem compreender a estrutura básica de funcionamento do recurso, pois se for o caso, podem ser acionadas legendas em português nos vídeos ou a tradução de texto diretamente pelo navegador.

Além disso, fazendo uma busca rápida no YouTube (#classroomgeogebra) encontramos outros vídeos que abordam essa ferramenta e que foram produzidos por professores pesquisadores, especialistas em GeoGebra no Brasil.

Para finalizar, com o Classroom GeoGebra é possível desenvolver atividades que contribuam para a construção do conhecimento matemático, seja pela elaboração de novas atividades dinâmicas ou pela estruturação de tarefas a partir da utilização de atividades e/ou livros dentre as mais de um milhão disponíveis nos materiais didáticos no site do GeoGebra. Além disso, permite ao professor realizar uma avaliação do desempenho dos alunos no ensino remoto, uma vez que possibilita o registro individual dos alunos, oportunizando uma análise das respostas dadas por estes, a partir de um ambiente dinâmico elaborado para ensino de conteúdos/conceitos matemáticos.

E aí, se você se interessou acesse as referências indicadas para obter maiores informações. Eu estou conhecendo essa ferramenta agora, vamos trocar ideias?

Referências:

[1] GEOGEBRA. Disponível em: <https://www.geogebra.org>. Acesso em: 20 abr. 2021.

[2] GEOGEBRA. **Canal YouTube**. Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UC5hJLoPg27unBIMhs5cCgsg>. Acesso em: 20 abr. 2021.

[3] GEOGEBRA TEAM. **Learn Classroom GeoGebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/hncrgruu>. Acesso em: 20 abr. 2021.

[4] MATHIAS, C. **Aprenda sobre o GeoGebra Classroom**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/a4dujady>. Acesso em: 20 abr. 2021.

Educação do Campo: uma luta por uma educação de qualidade

Carlos Daniel Raminelli, *UFSM.*

PARA iniciarmos a discussão sobre Educação do Campo, precisamos ter em mente que segundo Fernandes (2005), o conceito de Educação do Campo é novo, ou seja, estamos navegando e embarcando por um conceito inserido há pouco tempo nos estudos, um assunto que por muito tempo fora pouco trabalhado e falado pelos pesquisadores. E com isso, conseguimos observar que, por diversas vezes esse assunto foi subestimado, deixado como um nicho de pouca importância.

A fim de compreendermos do que se trata a Educação do Campo e da sua luta pelos direitos à educação precisamos entender que de acordo com Molina e Freitas (2011, p. 02), através da organização das atividades sindicais rurais e dos movimentos sociais, esses grupos foram responsáveis por desencadearem "um processo nacional de luta pela garantia de seus direitos, articulando as exigências do direito à terra com as lutas pelo direito à educação".

Nesse sentido, precisamos compreender que o acesso à educação chegou à essa esfera, a partir da organização e movimentação dos cidadãos, em especial, os cidadãos rurais, que reivindicavam os seus direitos a uma educação de qualidade e que abrangesse as suas especificidades.

Uma discussão de suma importância que pretendo levantar nesse artigo é que a Educação do Campo e a Educação Rural são conceitos diferentes e que possuem peculiaridades. De acordo com Simões e Torres (2009, p. 01), temos que o "termo Educação do Campo remete a um conceito recente no cenário educacional, pois, até uma década atrás, o que havia era a nomenclatura Educação Rural". E com isso, conseguimos observar as similaridades e as diferenças existentes entre ambos.

Ou seja, a Educação do Campo tem como intuito romper com a ideia de que apenas a inserção dos alunos residentes em zonas rurais, em sala de aula é o suficiente para se ter uma educação de qualidade, com isso, fazendo uma análise bem sucinta e superficial dos tópicos, podemos caracterizar a Educação do Campo, pela luta das incorporações de diferentes identidades no ambiente escolar e preservação desses conhecimentos.

Já a Educação Rural estava mais preocupada em colocar o aluno residente no campo em sala de aula, não necessariamente preservando as suas características únicas, mas sim incorporar um currículo padronizado nesse ambiente, como nos demais. Ainda, no que diz respeito a origem da Educação do Campo e a Educação Rural, (SIMÕES; TORRES, 2009), apontam que é perceptível observar que a Educação do Campo tem as suas raízes na Educação Rural, mas que apesar disso, se consegue evidenciar através da Educação do Campo uma caracterização mais ampla da identidade dos povos, fazendo com que se tenha uma educação direcionada a cultura popular dos sujeitos inseridos, direta e indiretamente.

Desse modo, conseguimos ter uma base fundada em como esses conceitos se iniciaram para conseguirmos compreender como tais são importantes e se distinguem um do outro. Nesse sentido, corroborando com os levantamentos apontado por Simões e Torres (2009), fundamentados nas ideias de Schwendler, Souza, afirma que, todas as discussões referentes a educação do campo foram fortalecidas em decorrência das experiências do MST, principalmente no que diz respeito a organização dos espaços públicos "como o I Encontro Nacional de Educadores da Reforma Agrária (1997) e a I Conferência Nacional Por uma Educação Básica do Campo (1998). (SOUZA, 2008, p. 08)".

Assim, tem-se por meio do Programa Nacional da Educação na Reforma Agrária, de 1998, algo que segundo Souza (2008, p. 09) "[...] demonstra o fortalecimento da educação do campo na política educacional; demonstra a força dos movimentos sociais, conquistada pelo acúmulo de experiências e conhecimentos na área". Observando esses pontos, conseguimos conjecturar que a luta por uma educação que abrangesse a diversidade explorada nos meios rurais, foi alcançada após o decorrer de uma grande movimentação dos meios sociais, para suprir as mazelas deixadas por uma educação não inclusiva e padronizada.

E para honrar essas lutas, devemos fazer o possível para incorporar em nossos ambientes rurais uma educação do campo que comporte as suas características. Ainda, segundo Antônio Gomes Lacerda "A educação não tem preço. Sua falta tem custo".

Referências:

[1] FERNANDES, B.M. Diretrizes de uma caminhada. In: ARROYO, M.G; CALDART, R.S.; MOLINA, M.C. Por uma educação do campo. Petrópolis: Vozes, 2004. p. 133-145.

[2] MOLINA, M. C.; FREITAS, H. C. A. **Avanços e desafios na construção da educação do campo**. Brasília, v. 24, n. 85, 2011, p. 17-31. Disponível em: encurtador.com.br/pvxF7. Acesso em: 12 abr. 2021.

[3] SOUZA, M.A. **Educação do Campo: Políticas, práticas pedagógocas e produção científica**. Educação & Sociedade, v. 29, n. 105, 2008, p. 1089-1111. Disponível em: https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=87313701008. Acesso em: 12 abr. 2021.

[4] TORRES, M. R.; SIMÕES, W. **Educação do Campo: por uma superação da Educação Rural no Brasil**. Curitiba, 2009. Disponível em: http://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/38662/R\%20-\%20E\%20-\%20MIRIAM\%20ROSA\%20TORRES.pdf?sequence=1. Acesso em: 12 abr. 2021.

Ponto Cruz: da Pré-História aos dias atuais

Luísi Emanuelly Silveira do Nascimento, *UFSM*.

HÁ milhares de anos, quando ainda existiam homens das cavernas, havia a necessidade de unir os “tecidos” feitos com peles de animais de alguma maneira, a fim de que fosse criada uma vestimenta de tamanho suficiente para aquecer os corpos dos indivíduos. Desse modo, utilizando ossos de animais como agulhas e fibras vegetais como linhas, os primeiros humanos costuravam suas peles de forma que a “linha” demarcasse pontos em formato de “x”. Assim, surgiram as primeiras noções do que, hoje, conhecemos como Ponto Cruz.

Além disso, historiadores encontraram em túmulos egípcios datados de 5000 a.C., restos de linho costurados nesse padrão, bem como, um trabalho completo em tecido feito na Ásia Central e datado de 850 a.C.. Com isso, tem-se uma forte evidência de que esse tipo de ponto era amplamente utilizado pelos mais diversos povos desde os primórdios da humanidade.

Hoje em dia, o Ponto Cruz é considerado um tipo de bordado, não servindo mais com o propósito de unir duas peças de tecido, mas de adornar uma peça já existente. Dentre os tantos tipos de bordado, o Ponto Cruz é aquele cuja bordadeira cria padrões e desenhos compostos por pontos transpassados em formato de “x”. Para isso, utilizam-se os seguintes materiais principais, ilustrados na figura 1:

- Etamine: tecido levemente rígido, cuja trama é composta por inúmeros quadrados iguais e que possui “furos” predefinidos nos vértices dos quadrados;
- Agulha de bordado: diferentemente das agulhas de costura, possui a ponta arredondada, já que não precisa perfurar o tecido;
- Tesoura: cuja ponta seja a mais fina possível para arrematar o bordado;
- Linha: matéria prima do bordado em si, podendo ser utilizada em vários tipos e cores.

Figura 1. Materiais essenciais para bordar o Ponto Cruz

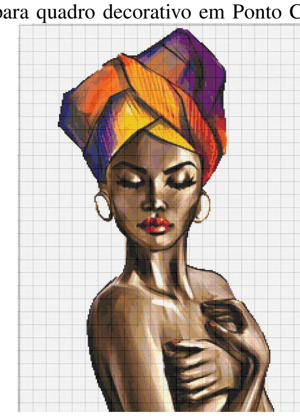
Fonte: A Autora (2021).

A partir desse “kit essencial”, pode-se criar inúmeros bordados utilizando a técnica do Ponto Cruz, sejam eles realistas, abstratos, com padrões, com desenhos, originais ou copiados de modelos. Atualmente, existem designers que trabalham exclusivamente com a criação de gráficos para Ponto Cruz, nos quais o artista “transporta” a imagem desejada para uma malha quadriculada, permitindo, assim, que seja reproduzida em tecido.

Uma curiosidade é que, mesmo com a evolução dos materiais disponíveis para bordar, as linhas mais utilizadas sempre foram as meadas, que consistem em seis fios levemente enrolados com a medida de oito metros cada. Dessa forma, a bordadeira pode escolher quantos fios utilizar dependendo do efeito que deseja dar ao bordado.

Depois dessas informações sobre o Ponto Cruz, você deve ter lembrado de algum momento da sua infância na escola, em que uma toalhinha bordada com seu nome sempre o acompanhava na hora do lanche. Pois é, ela provavelmente foi bordada em Ponto Cruz! Mas se engana quem pensa que esse tipo de artesanato é feito somente por avós para as toalhinhas da lancheira dos seus netos. Atualmente, o bordado tem chamado a atenção de muitos jovens, tanto por ser um *hobbie*, quanto por servir em diversas formas de decoração. A figura 2, por exemplo, ilustra um gráfico de Ponto Cruz feito para um quadro que, facilmente, pode-se encontrar exposto em uma parede de alguma sala de estar.

Figura 2. Gráfico para quadro decorativo em Ponto Cruz



Fonte: Pinterest (2021).

Com isso, é possível constatar que o Ponto Cruz é uma arte milenar e que, provavelmente, vai permanecer presente na sociedade, seja em forma de costura, como há milhares de anos, seja em bordado, como as toalhinhas do lanche ou quadros decorativos. Por isso, te convido a conhecer um pouco mais sobre a arte do Ponto Cruz, se encantar com as belezas produzidas por ele e, quem sabe, também se aventurar pelo mundo do bordado.

Referência:

[1] FAZ CRUZ E PONTO. **Origem do Ponto Cruz - História**. 2017. Disponível em: <https://fazcruzeponto.wordpress.com/2017/10/13/origem-do-ponto-cruz-historia/>. Acesso em: 13 abr. 2021.

O jogo das equações

Enzo Massaki Ito, *UFSM.*

UMA das formas mais divertidas de falar de Matemática é por meio de jogos. Até mesmo quando estamos resolvendo um problema ou provando um teorema, estamos de certa forma "jogando". Em um jogo, você deve aceitar as premissas daquele mundo, como no no caso de um videogame, ou regras em um jogo de tabuleiro e assim cumprir o objetivo proposto do jogo. Na Matemática, nossas premissas ou regras são os axiomas, e o objetivo do jogo é provar algum certo teorema ou resolver uma questão. Neste artigo, vamos aprender a jogar o "cópias até 6" e ver como podemos brincar e aprender com a Matemática. O jogo funciona da seguinte maneira:

1) Escolhemos um número inteiro aleatório;
2) Cada jogador deve criar uma equação, usando apenas as operações de soma, subtração, multiplicação, divisão, fatorial e raiz quadrada;
3) A equação criada deve ser igual a 6;
4) Ganha quem fizer a equação que usar mais operações diferentes.

Você pode usar esses símbolos o quanto quiser, mas você não pode introduzir nenhuma outra operação ou digito. Se você não tem muita ideia do que um fatorial (!) é, não se preocupe, é muito fácil de entender. Quando tomamos o fatorial de um número, por exemplo, 4!, o que estamos fazendo é multiplicar todos os números entre 1 e 4 entre si, por exemplo

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Há varias maneiras de jogar esse jogo, você pode até trocar o 6 por algum outro número se quiser, o objetivo aqui é passar algum tempo pensando em equações interessantes para chegar ao seu resultado final. No exemplo a seguir, escolhi números do 0 até 10 para chegar em alguma equação que resultasse em 6.

$$\begin{array}{c} 0\ 0\ 0 \rightarrow 6 \\ 1\ 1\ 1 \rightarrow 6 \\ 2\ 2\ 2 \rightarrow 6 \\ 3\ 3\ 3 \rightarrow 6 \\ 4\ 4\ 4 \rightarrow 6 \\ 5\ 5\ 5 \rightarrow 6 \\ 6\ 6\ 6 \rightarrow 6 \\ 7\ 7\ 7 \rightarrow 6 \\ 8\ 8\ 8 \rightarrow 6 \\ 9\ 9\ 9 \rightarrow 6 \\ 10\ 10\ 10 \rightarrow 6 \end{array}$$

A ideia agora é tentar pensar 10 equações que sejam igual 6 no final, uma usando as três cópias de 0, uma usando as três cópias de 1 e por aí vai. Recomendo que você pare um pouco agora de ler este artigo e tente por si mesmo formular essas equações! Até o 6 pode ser um pouco fácil, mas a partir do 7 as equações já começam a ficar muito interessantes, pois estamos mexendo com números maiores que 6. E aí, conseguiu pensar em algumas formas de chegar no 6? Logo abaixo estão algumas soluções:

- $(0! + 0! + 0!)! = 6, (0! = 1)$
- $(1 + 1 + 1)! = 6$
- $2 + 2 + 2 = 6$
- $(3!) \times (3 \div 3) = 6$
- $\sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} = 6$
- $5 + (5 \div 5) = 6$
- $6 \times (6 \div 6) = 6$
- $7 - (7 \div 7) = 6$
- $(\sqrt{8 + (8 \div 8)})! = 6$
- $(\sqrt{9} \times \sqrt{9}) - \sqrt{9} = 6$
- $(\sqrt{10 - (10 \div 10)})! = 6$

Os jogos matemáticos estimula o pensamento estratégico, a capacidade de resolução de problemas e ,também, a fluência no uso das operações. Ainda, os jogos matemáticos dão a chance aos alunos, principalmente no ensino fundamental, a aplicar seu aprendizado em sala de aula em diferentes contextos. Além de oportunizar a discussão de Matemática junto aos outros alunos, sem o medo de falhar, que é um dos principais obstáculos no aprendizado.

Temos vários indícios e autores que corroboram com esse tipo de pensamento e engajamento de jogos matemáticos. Por exemplo, de acordo com Miorim e Fiorentini (1990, p.7), os jogos "[...] podem vir no início de um novo conteúdo com a finalidade de despertar o interesse da criança ou no final com o intuito de fixar a aprendizagem e reforçar o desenvolvimento de atitudes e habilidades". Dessa forma, o jogo pode ser utilizado como um facilitador para a aprendizagem, com diversas possibilidades, como a construção de conceitos e a memorização de processos, pois a sua repetição pode ser mais agradável do que a resolução de uma extensa lista de exercícios.

Os jogos inseridos no contexto escolar propiciam o desenvolvimento de habilidades, bem como auxiliam no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos, permitindo um caminho de construção do conhecimento que vai da imaginação à abstração de ideias, mediadas pela resolução de problemas. Jogos podem ser uma alternativa muito boa no aprendizado da Matemática, visto que no cenário atual, a disciplina ainda é motivo de aversão.

Referências:

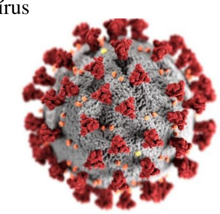
[1] FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso dos materiais concretos e jogos no ensino da matemática.** BOLEMA, n.7, p. 5-10, 1990.

Pandemia em números: um retrato do Brasil

Mauricio Menna Barreto, *UFSM.*

O objetivo da Modelagem matemática é predizer, em um determinado contexto, quais serão os acontecimentos em um período posterior com base nos resultados já existentes. Esta análise de tendências tem aplicação direta e imprescindível na elaboração de políticas públicas de contenção de epidemias, por exemplo. Ou seja, à medida que as autoridades sanitárias se orientam a partir das projeções matemáticas, crescem as chances de se obter um cenário final favorável. Ao longo de 2020, muitos termos relativos à Matemática e à Epidemiologia foram popularizados, como curva exponencial, cadeia de contágio e taxa de transmissibilidade. Neste momento, com os dados consolidados e usando esses conceitos básicos, é possível traçar um retrato do desempenho brasileiro no combate à pandemia da covid-19 (Figura 1).

Figura 1. Novo coronavírus



Fonte: BBC News Brasil (2021).

O primeiro caso registrado do novo coronavírus, em solo brasileiro, ocorreu em 26 de fevereiro de 2020. Na época, a Organização Mundial de Saúde (OMS) ainda não havia classificado a disseminação do Sars-Cov-2 como pandemia, tendo o feito somente em 11 de março de 2020. Desde então, segundo dados do Ministério da Saúde (atualizado em 15/04/2021), o país acumula 13.746.681 casos confirmados de covid-19 na população, com uma incidência de 6.541,5 pessoas infectadas a cada 100 mil habitantes. Na figura 2, observa-se a evolução da média de novos casos por dia no país (26/02/2020 a 12/04/2021).

Figura 2. Média de casos por dia - Brasil

Fonte: MonitoraCovid-19 (2021).

Ressalta-se que, de 26/02 a 16/12/2020, o recorde de casos confirmados em um mesmo dia era de 46.393. De 17/12/2020 até 12/04/2021, a nova média estabilizou-se em 77.129 novos casos diários, ou seja, um aumento de 66,25% em relação à última máxima. Ainda, entre os meses de fevereiro e março de 2021, registrou-se 23 dias consecutivos de recordes nos registros de infectados. Para conferir os dados do gráfico de forma interativa, clique aqui.

As expressivas marcas de casos do novo coronavírus impactaram diretamente na média de óbitos do país. A primeira morte registrada ocorreu em 12 de março de 2020, segundo dados do Ministério da Saúde. Por questão metodológica, tanto na análise de novos casos, como de óbitos, usa-se a média móvel – calculada de acordo com os dados relativos aos últimos 7 dias – em vez dos números absolutos diários. Conforme a figura 3, percebe-se que a curva de óbitos apresenta um crescimento exponencial até o início de junho de 2020, atingindo média de mil mortes diárias. Após isso, concretizou-se a tendência de estabilidade, porém em valores diários muito altos. O atual pico de média de óbitos diários ocorreu em 12/04/2021, com 3.123 mortes, superando em 184,94% a máxima do período de estabilidade e com um aumento de 866,87% comparado ao início do período da segunda onda de infecções (novembro de 2020).

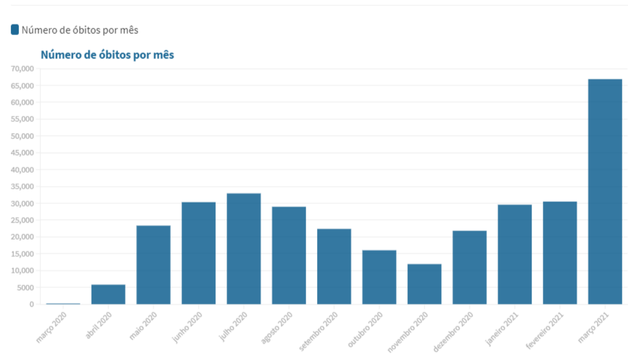
Figura 3. Média de óbitos por dia - Brasil

Fonte: MonitoraCovid-19 (2021).

Desde o início da pandemia, o Brasil acumula mais de 365 mil mortes pelo novo coronavírus (dados de 15/04/2021) e continua a apresentar tendências de crescimento. Para conferir esse gráfico de forma interativa, clique aqui.

Na figura 4, é possível observar o aumento exponencial de óbitos mensais no mês de março de 2021. Segundo dados do consórcio de veículos de imprensa, somente nesse período, a covid-19 fez 66.868 vítimas no país. O aumento em relação ao mês antecedente (fevereiro/2020) foi de expressivos 119,35%. Se o último pico de mortes mensais (julho/2020) for considerado, como parâmetro, tem-se que o atual número de mortes representa mais que o dobro das que foram registradas há 8 meses. A partir deste gráfico, é possível afirmar, também, que a segunda onda de casos do coronavírus foi, potencialmente, mais letal quando comparada à primeira. Salienta-se, ainda, o aumento na velocidade de crescimento do gráfico, caracterizando uma curva exponencial com tendência de evolução acentuada nos próximos meses. Ou seja, se não houver alguma medida de combate efetivo à pandemia e o cenário permanecer de tal forma, o país atravessará uma escalada de óbitos ainda mais impressionante e lastimável.

Figura 4. Média de óbitos por mês - Brasil

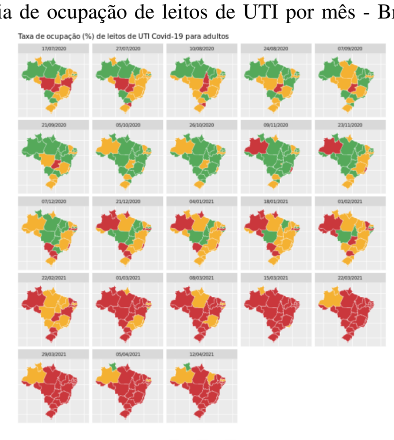


Fonte: Consórcio de veículos de imprensa (2021).

Para acessar as informações completas do gráfico de forma interativa, clique aqui.

Outro aspecto diretamente ligado às taxas de mortalidade é o nível de ocupação das Unidades de Tratamento Intensivo (UTI). Na figura 5, tem-se a evolução, mês a mês, da porcentagem de ocupação de cada estado, na qual as cores verde, amarelo e vermelho representam as condições de risco baixo (ocupação menor que 60%), médio (ocupação entre 60% e 80%) e crítico (acima de 80%), respectivamente.

Figura 5. Média de ocupação de leitos de UTI por mês - Brasil



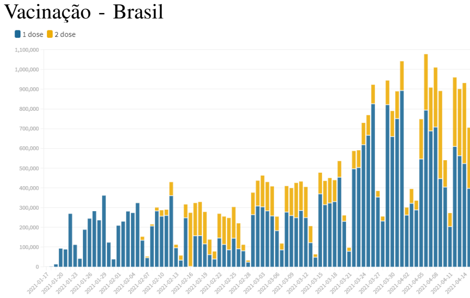
Fonte: MonitoraCovid-19 (2021).

Nota-se que essa tendência de aumento nas taxas de ocupação começou na terceira semana de janeiro (2021), intensificando-se na útima semana do mês seguinte. A partir desse período, o país entrou em colapso nacional do sistema de saúde, devido à superlotação desses leitos destinados ao tratamento específico da covid-19. Esses números facilitam a compreensão do atual cenário da pandemia no país e, também, ajudam a explicar os motivos que levaram ao aumento súbito nos óbitos do mês de março de 2021.

Em contrapartida aos dados já apresentados, a vacinação é um indicador no qual o aumento nos índices de aplicação é primordial para o controle da pandemia no país. O processo de imunização dos brasileiros teve início no dia 17 de janeiro com a aprovação de duas vacinas pela Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA), a CoronaVac com produção nacional do Instituto Butantan e a vacina AstraZeneca/Oxford produzida pela Fiocruz. Ambos os imunizantes necessitam de duas doses para completar o ciclo de produção de anticorpos contra o coronavírus, sendo que o período entre as doses varia de 14 a 28 dias para a CoronaVac e de até três meses para a AstraZeneca/Oxford. Desde o início da campanha de vacinação, 25.393.849 brasileiros que compõem os grupos prioritários receberam a primeira dose do imunizante, e cerca de 8.459.528 já estão vacinados com as duas doses. Esses índices representam 15,87% e 5,29% da população total respectivamente, ou seja, o país, ainda, está muito longe de alcançar a imunidade coletiva, que necessita de uma cobertura de 60% a 70% da população.

Na figura 6, estão representadas as aplicações diárias das vacinas, sendo em azul os dados referentes à primera dose e em amarelo referentes à segunda aplicação. É interessante destacar que a vacinação no Brasil tem um comportamento irregular, com pouquíssimas aplicações aos fins de semana, por exemplo. O recorde de imunizações em um mesmo dia foi registrado em 6 de abril de 2021, com mais de 1 milhão de vacinados entre primeira e segunda dose (dados interativos disponíveis clicando aqui).

Figura 6. Vacinação - Brasil



Fonte: MonitoraCovid-19 (2021).

Por fim, vale destacar a importância da ciência em meio não só a uma pandemia, mas, também, contra o negacionismo. É grandioso o trabalho que vem sendo desenvolvido pela comunidade científica brasileira, mesmo com pouquíssimos recursos disponíveis. À Ciência, ao Butantan, à Fiocruz, reconhecimento, honra e orgulho!

*Todos os dados estão atualizados até 15/04/2021.

Referências:

[1] BRASIL. Ministério da Saúde. **Plataforma DataSUS**. Brasília, 2021. Disponível em <http://www2.datasus.gov.br>. Acesso em: 15 abr. 2020.
[2] CONSÓRCIO DE VEÍCULOS DE IMPRENSA. **Levantamento de dados sobre a covid-19 no Brasil**. São Paulo, 2021.
[3] FUNDAÇÃO OSWALDO CRUZ. Ministério da Saúde. **Plataforma MonitoraCovid-19**. Rio de Janeiro, 2021. Disponível em <https://bigdata-covid19.icict.fiocruz.br>.Acesso em: 15 abr. 2020.

Ameaça dos números primos

Guilherme Schildt Duarte, *UFSM*.

Os números primos guardam um mistério que os matemáticos vêm tentando desvendar por mais de dois mil e trezentos anos. Para ser mais específico, desde que Euclides (300 a.C.), filósofo grego, provou a existência de infinitos números primos.

Para recordar, um número é dito primo se, e somente se, ele for divisível apenas pela unidade e por ele mesmo. Assim, os mesmos são importantes, pois a partir da multiplicação de números primos é possível obter qualquer outro número natural. Por exemplo, tome o número 15, que é a multiplicação dos algarismos primos 3 e 5.

A pergunta que deve pairar pela sua mente é: como encontrar um número primo? Aqui, começamos a perceber seus mistérios, ou seja, como funciona a sua distribuição. Pois, tomando um número primo qualquer, não há como prever qual será o número primo que vem na sequência. Em outras palavras, não há uma fórmula para gerar números primos com exatidão e sem exceções.

O fato dos matemáticos falharem por milênios ao tentarem obter uma fórmula, que contemple toda a distribuição dos números primos, significa que eles não possuem um padrão regular?

Essa é, literalmente, a pergunta de um milhão de dólares. Isso porque, desde o ano 2000, o *Clay Institute of Mathematics of Cambridge* (CMI), em Massachusetts, nos EUA, oferece US\$ 1 milhão como recompensa para quem resolver um problema relacionado a esse enigma. Deste modo, ele é classificado como um dos sete ”Prêmios do Milênio”.

Em 1859, o matemático alemão Benhard Riemann, descobriu uma conexão entre os números primos e formulou uma função matemática que ficou conhecida como “função Zeta de Riemann”, ou ainda, “hipótese de Riemann”. A função Zeta é originária das teorias de Euler (1740), no entanto, Riemann percebeu que era possível estendê-la para todos os números complexos, exceto para o número 1. A base para essa hipótese parte da Conjectura de Gauss, hoje conhecida como Teorema do Número Primo, que, se resolvida, seria capaz de descrever como os números primos são distribuídos ao longo do infinito.

Assim, podemos perceber que resolver esse problema é um dos maiores desafios da matemática pura nos dias atuais. O que gera ainda mais curiosidade é o impacto que essa descoberta poderia trazer ao mundo, afetando drasticamente outras ciências, como a informática, mais especificamente, a criptografia. E é exatamente aqui que as ameaças digitais aparecem.

Hoje em dia, a maioria dos códigos que são usados para manter as mensagens seguras na internet usam números primos. Considere o sistema *Rivest-Shamil-Adleman* (RSA), um dos sistemas criptográficos mais amplamente utilizados atualmente. De acordo com Molinari (2016), ele serve, por exemplo, para proteger os números do cartão de crédito ao se realizar uma transação financeira *on-line*.

Na hora de criptografar uma mensagem, é necessário uma chave pública, que será representada por um valor composto, que pode ser conhecida por qualquer pessoa. No mesmo sentido, existem as chaves privadas, que são representadas por números primos. O funcionamento de um sistema se dá, basicamente, da seguinte forma: imagine que você está realizando a compra de algum produto pela internet e, para confirmar a compra, precisa digitar o número do seu cartão e confirmar o envio dos dados.

Nesse momento, o sistema da loja envia uma chave pública para o seu dispositivo, que a usa para codificar o número do seu cartão para então enviar para a loja. Mesmo se alguém conseguir interceptar o envio e tentar roubar seus dados, não conseguirá, pois precisaria das chaves privadas para decodificar a mensagem e obter o número do seu cartão, mas apenas a loja as possui. Quando os dados chegam em segurança na loja, ela decodifica a sua mensagem e concretiza a sua compra.

Sabendo que todos os números naturais podem ser obtidos através da multiplicação dos números primos. Obviamente, se as cifras forem pequenas, é extremamente fácil de se obter os números primos que deram origem a ela. Mas à medida que as cifras ficam maiores, descobrir quais primos foram usados para formá-las se torna cada vez mais difícil.

O que o sistema RSA faz, então, é tomar dois números primos com várias centenas de dígitos e multiplicá-los um pelo outro. Ou seja, esse sistema faz uso do fato de que decifrar quais são esses números primos levaria muito tempo, mesmo usando várias máquinas.

Posto isso, imagine o que aconteceria se os matemáticos desvendassem essa equação de Riemann? Se eles descobrissem o mistério da distribuição dos números primos?

Como resultado, todo o sistema financeiro global se tornaria vulnerável ao ataque de *hackers*. Sendo assim, quanto mais soubermos sobre os números primos, mais insegura a internet se torna. Dito isso, estamos a um passo, ou, no caso, a uma equação de distância de ficarmos totalmente vulneráveis e sermos expostos em território virtual. E então, está preparado para esse dia?

Referências:

[1] BOSTOCK, B. Top Mathematician Says He’s Solved a 160-Year-Old Maths Problem Worth \$1 Million. Disponível em: <https://bityli.com/vwZ3X>. Acesso em: 09 abr. 2021;
[2] SÓ MATEMÁTICA. A hipótese de Riemann. Disponível em: <https://bityli.com/AQC0F>. Acesso em: 09 abr. 2021;
[3] MOLINARI, J. R. A. **Números Primos e a Criptografia RSA**. 2016. 56 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

A Matemática nos Anos Iniciais

Camila Taís Schuh, *UFSM*.

O Conhecimento matemático é importante em todas as fases da Educação Básica, principalmente pela sua grande aplicação na sociedade contemporânea. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a Matemática é responsável pelo desenvolvimento do pensamento lógico e, também, é essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas.

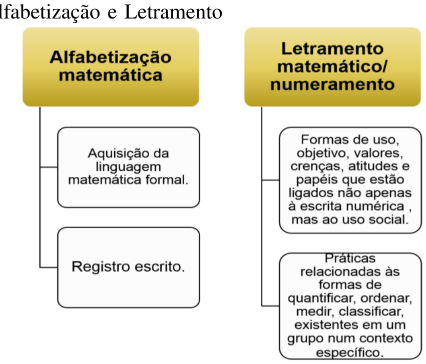
É nesse período da vida, que as crianças estão vivendo mudanças importantes em seu processo de desenvolvimento que repercutem em suas relações consigo mesmas, com os outros e com o mundo. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

> [...] a progressão do conhecimento ocorre pela consolidação das aprendizagens anteriores e pela ampliação das práticas de linguagem e da experiência estética e intercultural das crianças, considerando tanto seus interesses e suas expectativas quanto o que ainda precisam aprender". (BRASIL, 2018)

Vale ressaltar que, as crianças vivenciam intensamente a Matemática nas brincadeiras e jogos. Já quando adultos essa área do conhecimento encontra-se presente em diversos momentos do cotidiano, desde uma ida ao mercado até o tempo de preparo de uma comida.

Nos anos iniciais, o foco da aprendizagem deve ser o letramento matemático, definido pelas seguintes competências: habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. Associado ao letramento está o conceito de Alfabetização Matemática, processo de aquisição de uma informação por meio de uma técnica, enquanto que o letramento corresponde à compreensão dessa técnica. Portanto, para uma aprendizagem satisfatória os dois conceitos são indispensáveis e indissociáveis. A figura 1 ilustra as diferenças entre os conceitos.

Figura 1. Alfabetização e Letramento



Fonte: SANTOS (2017).

Para que a aprendizagem ocorra de forma satisfatória, o ensino da Matemática não pode acontecer de forma mecânica. Conforme ALVES (2016, p. 08),

> O lúdico deve ser valorizado no ensino de Matemática, visto que atividades desta natureza ajudam no desenvolvimento da criança, pois elas interagem, trocam experiências e criam suas aprendizagens através destas trocas". Também, através do uso de jogos podem ser inseridos conceitos matemáticos e o pensamento lógico pode ser desenvolvido.

Outro fator importante é a compreensão dos processos mentais realizados pela criança durante o aprendizado, ao todo são sete processos que sustentam a estrutura cognitiva do indivíduo, denominados: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação, inclusão e conservação. Todos os processos com seus próprios conceitos, estes quando desenvolvidos corretamente contribuem para que o aluno internalize a Matemática de forma clara, objetiva e significativa. A figura 2 estabelece o conceito de cada processo.

Figura 2. Processos Mentais

Processos Mentais	Conceitos	Exemplo de aplicabilidade
Correspondência	É o ato de estabelecer a relação "um a um"	Um prato para cada pessoa.
Comparação	Ato de estabelecer diferenças ou semelhanças.	Esta bola é maior que aquela.
Classificação	Ato de separar em categorias de acordo com semelhanças ou diferenças.	Arrumação de mochilas ou gavetas.
Sequenciação	Ato de fazer suceder a cada elemento outro sem considerar a ordem entre eles.	Chegada de alunos na escola.
Seriação	Ordenar uma sequência segundo um critério.	Fila das crianças, do mais baixo para o mais alto.
Inclusão	Abranger um conjunto por outro	Incluir as ideias de laranjas e de bananas, em frutas.
Conservação	Perceber que a quantidade não depende da arrumação.	Um copo largo e outro estreito, ambos com a mesma quantidade de água.

Fonte: FARIAS (2015).

Os processos mentais são compostos por situações elaboradas ou do dia a dia. Então, faz-se necessário que os professores proporcionem experiências e situações que explorem o desenvolvimento infantil e lógico-matemático. Para finalizar, destaco que o processo de desenvolvimento cognitivo é individual, ou seja, cada indivíduo assimila as informações no seu próprio tempo e ritmo, é justamente na escola que percebe-se esta variação. Portanto, deve-se respeitar o desenvolvimento de cada aluno e assegurar uma educação de qualidade.

Referências:

[1] ALVES, L. L. et al. **A Importância da Matemática nos Anos Iniciais,** 2016. Disponível em: <https://bityli.com/Fyh3T>. Acesso em: 27 abr. 2021.
[2] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular,** 2018. Disponível em: <https://bityli.com/y0TO3>. Acesso em: 27 abr. 2021.
[3] FARIAS, A. C. D. et al. **Alfabetização e Letramento Matemático no ambiente da Educação Infantil,** 2015. Disponível em: <https://bityli.com/TYRcN>. Acesso em: 27 abr. 2021.
[4] SANTOS, I. da H. et al. **Alfabetização Matemática e Numeramento: uma prática pedagógica inovadora para alunos surdos nas seres iniciais,** 2017. Disponível em: < file:///C:/Users/User/Downloads/4946-21528-2-PB.pdf >. Acesso em: 27 abr. 2021.

Falando de saúde mental na pandemia

Celine Cirolini, *UFSM.*

OS transtornos mentais como a ansiedade e a depressão têm se tornado muito mais comuns nos últimos anos. No Brasil, não é exceção, já que somos um dos líderes mundiais nos índices de ansiedade. De acordo com as estimativas publicadas pela OMS (Organização Mundial da Saúde), em 2020, cerca de 9,3% da população brasileira sofria de ansiedade, o que tornou o país o primeiro colocado no ranking mundial.

Dado o cenário pandêmico vivenciado atualmente, o número de casos de ansiedade tem crescido, devido aos diversos fatores originados ou agravados pelo impacto da pandemia do Covid-19, como desemprego, perda de renda, luto e distânciamento social. Nesse âmbito, um número crescente de pesquisas acadêmicas têm sido desenvolvidas, a fim de analisar esses dados, e ainda, propor formas de amenizar os sintomas desse transtorno.

Profissionais e acadêmicos de diferentes formações estão empenhados em colaborar com os conhecimentos disponíveis, em suas respectivas áreas, para minimizar o sofrimento da população. Um destes trabalhos acadêmicos que podemos citar é o estudo realizado no ano de 2020 pela Suelen da Silva Aurélio, acadêmica do curso de Educação Física Bacharelado da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL) e pelo Fabricio de Souza, Doutor em Ciências da Saúde pela UNISUL e professor da mesma instituição, que abordam as atividades físicas como uma opção de terapia não farmacológica, auxiliando na minimização dos sintomas de ansiedade e depressão durante a pandemia.

De acordo com os autores do estudo, existem diversas opções de atividades físicas leves que podem ser realizadas em casa, como alongamentos, subir e descer escadas (se tiver)e até mesmo caminhar pela casa. Todas essas atividades podem estimular a liberação de substâncias que causam sensação de bem-estar e prazer. Para os adeptos a exercícios físicos, outras opções são as caminhadas e corridas leves, desde que seja seguido o distanciamento social e que haja o devido cuidado com a higiene pessoal.

Figura 1. Ilustração de corrida.

Fonte: Google Imagens (2021).

Outras formas de redução do estresse e de outros sintomas de transtornos mentais, causados ou agravados pela pandemia, podem ser encontradas no projeto de extensão elaborado, também em 2020, pelos cursos de Fisioterapia e Terapia Ocupacional da Universidade Federal do Pará (UFPA). É um projeto com foco na saúde dos estudantes universitários, embora suas dicas e recomendações possam ser aplicadas ao público em geral.

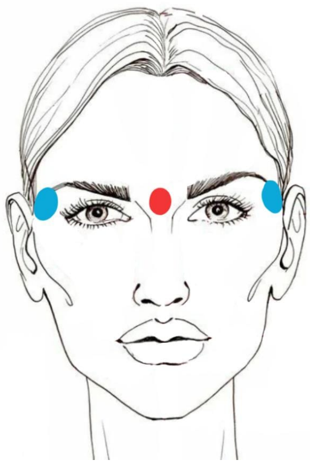
Os conteúdos que o trabalho desenvolvido pela coordenadora Thaís Cabral, Terapeuta Ocupacional pela UFPA, e pelos colaboradores, são descritos a seguir:

- Exercícios respiratórios que podem auxiliar no controle da ansiedade e posturas para esses exercícios, como ilustrado na Figura 2;
- Pontos de pressão para automassagem que podem aliviar os sintomas de estresse e da ansiedade, como os pontos entre as sobrancelhas (em vermelho na Figura 3) e têmporas (em azul na Figura 3), os quais devem ser aplicados pressão com os dedos indicadoees, em movimentos circulares, durante um minuto, a fim de relaxar a musculatura facial durante picos de estresse e ansiedade;
- Atividades de relaxamento, como leituram atividades físicas e posturas para alongamentos,
- Estratégias para organizar a rotina e dicas para melhorar a qualidade do sono.

Figura 2. Ilustração da postura de meditação.

Fonte: Google Imagens (2021).

Figura 3. Pontos de pressão para alívio de picos de ansiedade.



Fonte: A autora (2021).

Além desses estudos, também podem ser encontradas informações, dicas, materiais informativos e vídeos com instruções no site da COVIDPsiq, trata-se de uma pesquisa que foi realizada pelo Dr. Vitor Crestani Calegaro (UFSM). O endereço para acesso ao site encontra-se **aqui**.

Ainda podemos encontrar pesquisas e estudos sobre outras formas de terapia para estes transtornos, como a terapia floral que, de acordo com o ensaio clínico randomizado, realizado em 2021 na Faculdade Inspirar, por Carla Elis Batistella e colaboradores, apresenta resultados positivos na amenização da ansiedade e do estresse entre os universitários.

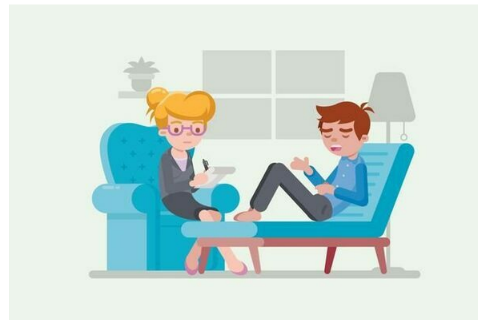
Figura 4. Floral composto de lavanda indicado para ansiedade.

Fonte: Google Imagens (2021).

Mas é preciso lembrar que, de acordo com os autores do estudo, métodos como a terapia floral são alternativas para quem sofre com ansiedade e descarta a possibilidade da procura de um profissional da área da Psicologia. Caso não haja aversão, é indicada a consulta a um psicólogo, pois hoje sabemos que a psicoterapia é fundamental e comprovadamente eficaz para uma série de transtornos mentais.

Para a ansiedade, especificamente, trabalha-se com técnicas de reestruturação cognitiva (onde ensina-se alternativas para mudança de pensamento e desenvolvimento de novos pensamentos mais adaptativos e saudáveis), assim como técnicas comportamentais e de relaxamento, como a respiração diafragmática.

Figura 5. Ilustração de terapia



Fonte: Google Imagens (2021).

É importante compreender que a ansiedade é acompanhada de um conteúdo cognitivo característico de preocupações excessivas, que, por sua vez, são acompanhados de sintomas como: batimentos cardíacos aumentados, sensação de angústia intensa, suor nas mãos, sensação de desmaio, dores no peito e boca seca. Para tanto, o trabalho de um psicólogo é indicado, com o propósito de auxiliar o paciente a compreender e a lidar com esse transtorno.

Para além dos conteúdos já citados, dentro da nossa Instituição (UFSM) existe a Coordenadoria de Ações Educacionais (CAED), que oferece atendimento psicológico e psiquiátrico aos estudantes da UFSM. Caso você esteja precisando de ajuda, pode entrar em contato a partir do **link**.

Dito isso, as dicas e sugestões dos dois primeiros estudos citados podem ser associadas às terapias propostas por um profissional da Psicologia, de forma a promover tanto saúde física quanto mental em tempos de pandemia.

Embora seja um cenário negativo, esperamos que seja também um incentivo para o desenvolvimento de novos estudos direcionados para a saúde mental, para que nosso país possa deixar de ser o primeiro e quinto colocado nos ranking de ansiedade e depressão, respectivamente (de acordo com a OMS, 2020).

Referências:

[1] AURÉLIO, S. S. **Atividade física no combate a incidência de depressão e ansiedade na pandemia do Covid-19: uma revisão de literatura**. 2020. 17 p. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação em Educação Física Bacharelado)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Santa Catarina, SC, 2020.

[2] CABRAL, T.; RIBEIRO, A.; CORRÊA, I.; SAYURI, L.; QUADROS, M.; NUNES, P.; PALHETA, Y. **Fisioterapia e Terapia Ocupacional na atenção à saúde do discente universitário da UFPA**. Pará: acessoria de comunicação institucional, 2020.

[3]BATISTELLA, C. E.; CAMILO, I. R.; COMPARIN, K. A.; ARAGÃO, F. A.; FRARE, J. C. Efetividade da terapia floral para redução de sintomas de ansiedade em universitários: ensaio clínico randomizado. **Research, Society and Development**: revista científica multidisciplinar, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 01-11, jan., 2021. Disponível em: <https://bityli.com/ofpL9>. Acesso em: 26 maio 2021.

Resolução de Problemas no ensino de Matemática

Ana Paula Stefanello, *UFSM.*

A resolução de problemas está presente muito mais além do que na Matemática, é uma demanda que surge com frequência em nossas vidas, como o simples fato de se ter que resolver uma situação conflituosa.

A teoria da Resolução de Problemas na Matemática se constituiu a partir da segunda metade da década de 30 até por volta do final da década de 40 pelo matemático George Pólya (1887 - 1985), ilustrado na figura 1, e é apresentada em seu livro "A arte de resolver problemas".

Figura 1. Matemático George Pólya

Fonte: Google Imagens (2021).

Nesse contexto, é importante, inicialmente, fazer a distinção entre problema e exercício, visto que muitas vezes esses dois conceitos tendem a ser confundidos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

> "um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la". É importante ressaltar que é fundamental um problema ser desafiador, mobilizando os alunos a pensar e a criar as suas próprias estratégias de resolução. (BRASIL, 1998).

Já os exercícios, conforme Pozo (1998, p. 48), "[...] servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos necessários para posterior solução de problemas".

A partir disso, este texto tem por objetivo apresentar a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino. Dessa forma, tornando o ensino de Matemática muito mais interessante e, por sua vez, deixando de lado o ensino baseado somente na aplicação de exercícios.

A metodologia de Resolução de Problemas trata um problema como ponto de partida para a construção do conhecimento. Assim, os problemas matemáticos para o ensino de Matemática podem ser selecionados de acordo com o objetivo que o professor pretende propor para sua aula, sendo divididos em quatro tipos, conforme Pereira (2001, p. 6):

1) **Problemas de sondagem:** para a introdução natural e intuitiva de um novo conceito;
2) **Problemas de aprendizagem:** para reforçar e familiarizar o aluno com um novo conceito;
3) **Problemas de análise:** para a descoberta de novos resultados derivados de conceitos já aprendidos e mais fáceis que os problemas de sondagem;
4) **Problemas de revisão e aprofundamento:** para revisar os tópicos já vistos e aprofundar alguns conceitos.

Conforme mencionado anteriormente, Pólya, em sua vida, contribuiu para a Educação Matemática por meio da teoria da Resolução de Problemas. Além disso, trabalhou com vários tópicos matemáticos, tais como: séries, teoria dos números, análise matemática, geometria, álgebra, combinatória e probabilidade.

Com relação ao processo para resolução de problemas, Pólya formulou as quatro etapas essenciais para resolvê-los. Essas etapas são:

1) Compreender e interpretar um problema;
2) Elaborar um plano de resolução: elaboração de uma ou mais estratégias para o problema;
3) Realizar esse plano: solucionar a tarefa, executar a estratégia e verificar cada passo;
4) Verificar a solução: analisar todo o procedimento e averiguar se há erros ou não na solução obtida.

Diante disso, as dificuldades que são encontradas para resolver problemas podem estar relacionadas com essas etapas. Com isso, conclui-se que ao ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, é possível melhorar a capacidade dos alunos de aprender.

Por fim, saliento, a importância do professor instigar os alunos a não esperarem as respostas prontas e sim, para os mesmos determinarem as respostas para os problemas que possam surgir na matemática e no cotidiano, por meio das etapas definidas por Pólya.

Referências:

[1] BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: SEF/MEC, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 14 abr. 2021.

[2] PEREIRA, A. L.;MATIAS, J. B. O.; CARNEIRO, T. R. A. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. São Paulo: IME-USP, 2002.

[3] POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

[4] POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.

UμA TEMÁTICA

ACOMPANHE O PET MATEMÁTICA UFSM

UFSM.BR/PET/MATEMATICA

@PETMATEMATICAUFSM

PET MATEMÁTICA UFSM

PET MATEMÁTICA UFSM

PET.MATEMATICA@UFSM.BR

SALA 1328, PRÉDIO 13, AV. RORAIMA, 1000 - CAMOBI, SANTA MARIA, RS