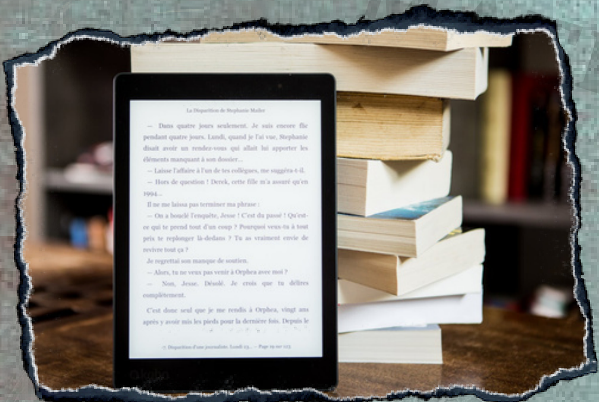
ANO 13 | 32º EDIÇÃO DEZEMBRO | 2021

UμA TEMÁTICA

Nesta Edição

UM BREVE RELATO SOBRE AS AÇÕES SOLIDÁRIAS

A união faz a força: mobilização do PET, PIBID e RP em prol da CEU II arrecada 1 tonelada em gêneros alimentícios, produtos de higiene e de limpeza.



11 ARTIGOS SOBRE MATEMÁTICA E OUTRAS TEMÁTICAS INTERESSANTES

Da Matemática nos esportes à Educação Financeira: confira aqui artigos elaborados por nossos petianos.

EDITORES: FELIPE ROOS DA SILVA
JÚLIA TADLER SNIEDZE

PET matemáticaufsm

GRUPO RENOVADO!

CONHEÇA OS NOVOS PETIANOS

ANDRESSA

6º semestre
Matemática Bacharelado
Petiana desde 11/21
Lajeado - RS

CARLOS

2º semestre
Matemática Licenciatura
Petiano desde 11/21
São Pedro do Sul - RS

EDUARDA

2º semestre
Matemática Bacharelado
Petiana desde 07/21
São Pedro do Sul - RS

FELIPE

2º semestre
Matemática Licenciatura
Petiano desde 08/21
Cachoeira do Sul - RS

JOAQUIM

4º semestre
Matemática Licenciatura
Petiano desde 08/21
Santa Maria - RS

JÚLIA

2º semestre
Matemática Licenciatura
Petiana desde 08/21
Rolante - RS

LINDA

2º semestre
Matemática Bacharelado
Petiana desde 07/21
Santana do Livramento - RS

MATHEUS

2º semestre
Matemática Licenciatura
Petiano desde 11/21
Unistalda - RS

MAURÍCIO

1º semestre
Matemática Licenciatura
Petiano desde 11/21
Santa Maria - RS

Sumário

EDITORIAL

AÇÕES SOLIDÁRIAS: UMA PARCERIA ENTRE PET, PIBID E RP

Nesta edição do Jornal Uμa Temática, gostaríamos de pontuar uma atividade desenvolvida ao longo de 2021 em união com outros dois grupos: as **Ações Solidárias**.

O Programa de Educação Tutorial – PET, o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, e o Programa Residência Pedagógica – RP, vinculados aos Cursos de Matemática da UFSM, Campus Camobi - Santa Maria, se juntaram e desenvolveram ações solidárias, entre os meses de junho a outubro de 2021, visando minimizar os efeitos da pandemia do coronavírus na comunidade da Casa do Estudante Universitário II (CEU II), em Camobi.

Foram feitas arrecadações em supermercados de Santa Maria e, além disso, foi feita uma campanha on-line para aquelas pessoas que gostariam de realizar doações. No total, foi arrecadado uma tonelada de doações, sendo estas, alimentos não perecíveis, produtos de higiene pessoal e de limpeza.

Todas as arrecadações foram entregues aos moradores da CEU II, que permaneceram no campus durante o período de pandemia. Dessa forma, agradecemos a todos que contribuíram de alguma forma e, também, agradecemos a Pró - Reitoria de Assuntos Estudantis (PRAE) e a Diretoria da CEU II pela ajuda no transporte e entrega das doações, respectivamente.

TEXTO PRODUZIDO PELOS EDITORES COM A COLABORAÇÃO DO PETIANO ANDERSON MOREIRA DA SILVA

Geometria Hiperbólica: uma breve exposição

Anderson Moreira da Silva, *UFSM*.

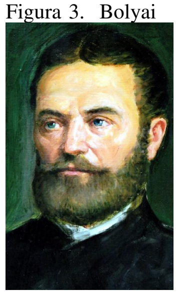
DURANTE muito tempo, persistiu-se a dúvida na cabeça de muitos matemáticos sobre os fundamentos da Geometria, principalmente no que diz respeito ao V postulado de Euclides, de autoria do mesmo, que nasceu no século III a.C. Descobriu-se, séculos depois, que existiam geometrias de tipos diferentes daquela que ele expôs em ”Os Elementos”, coletânea de livros de sua autoria. Um dos tipos de geometria, distinta daquela formalizada por Euclides, é a chamada Geometria Hiperbólica que, diferentemente da Geometria Euclidiana, satisfaz uma das negações do V postulado.

O primeiro trabalho científico publicado que trata dessa outra geometria ocorreu apenas no século XIX, mais precisamente em 1829, pelo matemático russo Nikolai Ivanovich Lobachevsky (1792-1856), veja a figura 1. Além dele, o alemão Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e o húngaro János Bolyai (1802-1860), apresentados nas figuras 2 e 3, respectivamente, também fizeram importantes contribuições para essa nova Geometria.

Figura 1. Lobachevsky

Figura 2. Gauss

Figura 3. Bolyai



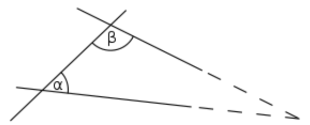
Fonte: Google Imagens (2021).

Como é de praxe, assim como outros campos do conhecimento, a Geometria Hiperbólica surgiu como o produto do trabalho de vários matemáticos que, por mais de dois mil anos, questionaram e tentaram produzir uma demonstração em que o V postulado, também conhecido como postulado das paralelas, poderia ser derivado dos quatro primeiros postulados, os quais são apresentados na obra ”Os Elementos”, que representa uma compilação organizada de vários resultados, não apenas sobre Geometria, que já haviam sido descobertos por outros matemáticos antes dele. Um destaque interessante dessa obra foi a observação, feita pelo autor, de que os resultados já obtidos na Geometria poderiam ser deduzidos logicamente de cinco postulados e das noções primitivas de ponto, reta e plano.

Postulados de Euclides:

I. Pode-se traçar uma única reta ligando quaisquer dois pontos;
II. Pode-se continuar qualquer reta finita continuamente em uma reta;
III. Pode-se traçar um círculo com qualquer centro e com qualquer raio;
IV. Todos os ângulos retos são iguais;
V. Se uma reta, ao cortar outras duas, forma ângulos internos, no mesmo lado, cuja soma é menor do que dois ângulos retos, então estas duas retas encontrar-se-ão no lado onde estão os ângulos cuja soma é menor do que dois ângulos retos (Figura 4).

Figura 4. Versão original do V postulado de Euclides



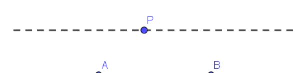
Fonte: Google Imagens (2021).

De imediato já observamos que o V postulado não é suficientemente intuitivo, e por esse motivo, causou desconforto entre vários matemáticos até a primeira metade do século XIX. Alguns defendiam a hipótese de que esse postulado poderia ser deduzido a partir dos quatro primeiros, o que provou-se, no século XIX, pelos matemáticos Lobachevsky, Gauss e Bolyai, ser um pensamento equivocado, e que na verdade, o V postulado era independente dos demais. Desse processo de busca pela verdade, sugiram os primeiros resultados de uma nova Geometria, diferente da euclidiana, porém tão consistente quando esta, do ponto de vista lógico.

Muitos anos depois de Euclides, o V postulado ganhou uma versão mais amigável, porém, equivalente, de autoria do matemático escocês John Playfair (1748-1819), que diz o seguinte:

Versão de Playfair: Dada uma reta e um ponto fora dela, existe uma e somente uma reta passando por este ponto e paralela à reta dada (Figura 5).

Figura 5. Postulado de Playfair



Fonte: O autor (2021).

Além do desconforto do V postulado de Euclides, haviam algumas lacunas na abordagem do mesmo que precisavam ser preenchidas, e um dos principais personagens neste processo foi o matemático alemão David Hilbert (1862-1943), que fez uma sistematização adequada para se trabalhar com as Geometrias (Figura 6). Hilbert introduziu uma série de axiomas[1], que ficaram identificados como Axiomas de Hilbert.

[1]Axioma e postulado são sinônimos.

Figura 6. David Hilbert

Fonte: Google Imagens (2021).

A Geometria Hiperbólica nasceu, então, da negação do V postulado de Euclides, que equivale a negar a versão de Playfair. Podemos negar o V postulado de duas formas, as quais são:

(i) Dada uma reta e um ponto fora dela, existem pelo menos duas retas passando pelo ponto dado e paralela à reta dada;

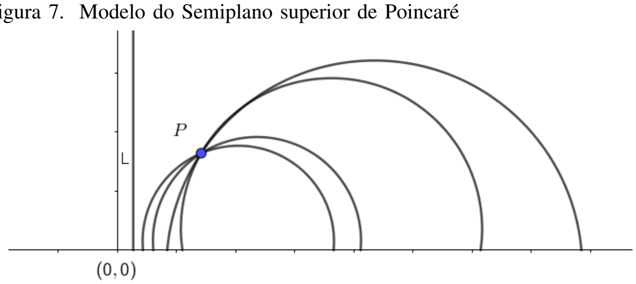
(ii) Quaisquer duas retas se interceptam em pelo menos um ponto.

O item (i) caracteriza o que se chama de Geometria Hiperbólica e o (ii) caracteriza o que se chama de Geometria Elíptica. Observe que no primeiro caso existem retas paralelas, enquanto que no segundo não existem retas paralelas, ou seja, todas as retas se encontram em pelo menos um ponto.

Veremos a seguir alguns modelos da Geometria Hiperbólica plana e vamos comparar com o $\mathbb{R}^2$, que é o único modelo para a Geometria Euclidiana Plana. A Geometria Hiperbólica possui vários modelos, cada qual com suas vantagens no estudo dessa Geometria. Aqui, veremos os modelos do Semiplano Superior de Poincaré e do Disco de Poincaré.

Semiplano Superior: $\mathbb{H}^2 = \{z \in \mathbb{C} : Im(z) > 0\}$.

Figura 7. Modelo do Semiplano superior de Poincaré



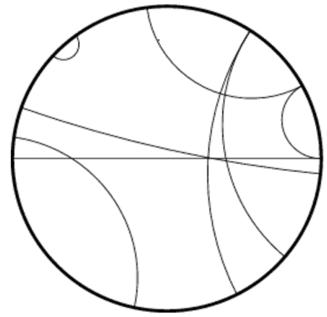
Fonte: O autor (2021).

Neste modelo, os pontos são elementos do conjunto $\mathbb{H}^2$ e retas são os semicírculos centrados no eixo das abscissas (eixo x) ou as semirretas verticais de origem neste eixo, ambos contidos em $\mathbb{H}^2$. Observe que dados uma reta e um ponto P qualquer neste modelo, pode-se determinar duas ou mais retas que passam pelo ponto e não interceptam a reta dada, ou seja, que são paralelas à reta dada, como visto na figura 7.

Disco de Poincaré: $\mathbb{D}^2 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$.

Neste modelo, os pontos são elementos do conjunto $\mathbb{D}^2$ e retas são arcos de círculos ortogonais à fronteira $\partial\mathbb{D}^2 = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ ou diâmetros de $\partial\mathbb{D}^2$, removendo-se seus extremos. Assim como no caso anterior, dados uma reta e um ponto fora dela, prova-se que existem pelo menos duas retas passando pelo ponto dado e que não intercepta a reta dada, ou seja, são paralelas à reta dada (Figura 8).

Figura 8. Modelo do Disco de Poincaré



Fonte: Google Imagens (2021).

Da Geometria Euclidiana, temos que polígonos são definidos como a união de segmentos de reta, os quais não se cruzam e se encontram apenas nos vértices. Na Geometria Hiperbólica essa definição continua válida. No caso particular de $\mathbb{D}^2$, observamos que os segmentos aqui são arcos de círculos ou segmentos de reta no sentido euclidiano. Dois resultados importantes, referentes aos triângulos nessas duas geometrias, dizem que a soma dos ângulos internos de um triângulo hiperbólico qualquer é sempre menor que π, enquanto que a soma dos ângulos internos de um triângulo euclidiano vale π. Como exemplos de polígono em $\mathbb{D}^2$, apresento, abaixo, triângulos hiperbólicos (Figura 9) e pentágonos hiperbólicos (Figura 10).

Figura 9. Triângulo hiperbólico

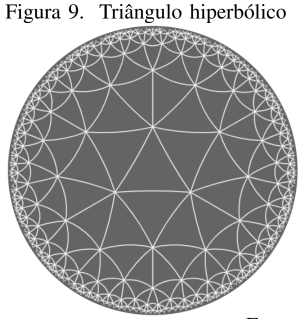
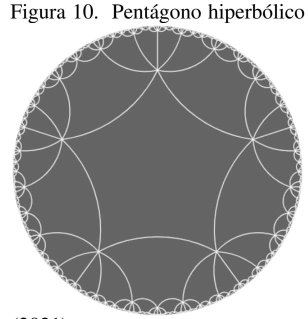


Figura 10. Pentágono hiperbólico



Fonte: O autor (2021).

Como vimos acima, a Geometria Hiperbólica é tão interessante quanto a Euclidiana e, além disso, que a Hiperbólica possui uma riqueza maior de modelos, cada qual com sua vantagem de se trabalhar. Mergulhe neste mundo misterioso você também e descubra coisas bem legais desse ramo da Geometria.

Referências:

[1] Walkden, Charles. **Hyperbolic Geometry**. (Notas de aula). 2019. Disponível em: https://personalpages.manchester.ac.uk/staff/Charles.Walkden/hyperbolic-geometry/default.htm.

[2] Greenberg, Marvin Jay. **Euclidean and Non-Euclidian Geometries: Development and History**. 3 ed. Santa Cruz, Califórnia, 1993.

Educação Financeira Escolar: impacto na tomada de decisões

Carlos Daniel Raminelli, *UFSM.*

VIVENDO em uma sociedade capitalista, como vivemos, precisamos sempre nos articular e planejar nossos gastos financeiros com cautela e responsabilidade pois, ao levarmos em conta a realidade atual, os preços só aumentam. Pensando nisso, o artigo que escrevo aqui é sobre o tema da Educação Financeira, focado principalmente no meio escolar, com o intuito de explicar um pouco mais sobre esse tópico e auxiliar na hora do planejamento. O estudo dessa área se dá pela necessidade não só dos adultos, mas também dos jovens de serem bem articulados, saberem planejar e de administrar financeiramente os recursos utilizados na atualidade ou em futuro próximo, para criar uma visão responsável dos gastos.

Nesse sentido, podemos buscar primeiramente compreender que a Educação Financeira Escolar, pode ser considerada através de Silva e Powell (2013), como sendo aquele "conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, [...]." E dessa forma, os pesquisadores afirmam que, ao introduzir os alunos nesse universo do dinheiro, utilizando processos de ensino adequados, é possível fazer com que estejam mais preparados para a tomada de decisões e a análise financeira, além de se tornarem mais críticos a respeito das questões financeiras pessoais e consequentemente influenciar na sociedade e no convívio familiar.

Para isso, com a Educação Financeira pode-se esperar que os alunos construam um senso crítico em relação ao uso do que fazer com o dinheiro, principalmente, com discussões a respeito de aquisições de materiais supérfluos. Nesse contexto, precisamos entender, que a situação financeira é um tópico divergente nas famílias brasileiras, pois a sociedade em que vivem, descreve um panorama desigual nas oportunidades de emprego, que consequentemente, influencia na vida financeira.

Para uma abordagem de uma Educação Financeira que possua um melhor entendimento por parte dos alunos, há a necessidade de que eles possuam conhecimento de Matemática Financeira, pois ela faz parte da ferramenta que auxilia os alunos a tomarem decisões.

Nesse perspectiva, Puccini (2016), caracteriza Educação Financeira como sendo:

> Um corpo de conhecimento que estuda a mudança de valor do dinheiro com o decurso de tempo; para isso, cria modelos que permitem avaliar e comparar o valor do dinheiro em diversos pontos do tempo.

Além disso, para que se tenha um entendimento sobre tal assunto, tem-se a necessidade de observar que a Matemática Financeira trabalha com a ideia de que o dinheiro tem valor no tempo. Por exemplo, R$ 10,00 (dez reais) hoje, não possuem o mesmo valor amanhã devido a alteração dos juros, outros impostos e correções que acontecem sobre o valor inicial. Silva e Powell (2013), nos dizem que a Educação Financeira pode trazer grandes benefícios para um ser que foi educado financeiramente ou desenvolveu pensamentos que tem como característica o bem-estar financeiro, dessa forma os autores relatam que tais benefícios são:

> a) Frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão financeira a ser resolvida, o estudante analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e matemática; b) opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar suas ações (de consumo, de investimento,...) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo; c) desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade.

Para consolidar a importância de trabalhar Educação Financeira nesses termos, Trindade (2017) nos fala que, "O estímulo ao consumo de bens pela mídia, normalmente, é ofertado apresentado apenas os valores das parcelas e, eventualmente a quantia delas." Isso acaba internalizando uma falsa sensação de barato. Portanto, segundo esse pesquisador podemos dizer que a Educação Financeira é de suma importância, principalmente a sua inserção em salas de aula, pois conseguimos observar que muitas vezes, devido à falta de conhecimento das pessoas, ao analisarem propagandas, contratos financeiros e até mesmo ofertas de cartão de crédito, os juros embutidos na aquisição desses e outros serviços, acabam impactando negativamente no orçamento financeiro e levando à inadimplência.

Referências:

[1] PUCCINI, E. C. **Matemática financeira e análise de investimentos**. In: Docplayer. Florianópolis: UFSC, 2016. Disponível em: <https://docplayer.com.br/3728758-Matematica-financeira-ernesto-coutinho-puccini.html>. Acesso em: 24 maio 2021.

[2] SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um Programa de Educação Financeira para a Matemática Escolar da Educação Básica. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais...** Curitiba, 2013.

[3] TRINDADE, L. B. **A educação financeira nos anos finais da educação básica: uma análise na perspectiva do livro didático**. São Paulo: PUC-SP, 2017. Disponível em: <https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=5391543>. Acesso em 15 maio 2021.

Furto de dados durante a pandemia da Covid-19: principais formas de roubo e como se defender dessas ameaças

Carlos Eduardo Parcianéllo Menezes, *UFSM*.

INTERNET, a rede mais utilizada no mundo para encontrar quase tudo o que se deseja, ainda mais em tempos de recessos provenientes de uma pandemia que afetou as diversas áreas da sociedade, as quais dependiam, principalmente, do contato humano. O acesso às redes de internet tiveram aumento significativo durante o *lockdown* e demais limitações à sociedade, no entanto, houve um aumento nos casos de furto de dados e sequestros de máquinas em diversas ocasiões. Conforme aponta INTERPOL (2020), a grande maioria dos casos ocorrem através de Web-sites Maliciosos, Malware e Engenharia Social.

O que são e como funcionam esses meios de invasão:

- **Websites Maliciosos**: a maneira mais comum e conhecida pelos usuários. Essa forma traz o uso de pop-up ou avisos, que aparecem em destaque na página com o objetivo de influenciar o usuário a tomar uma ação indesejada e, assim, sem querer, instalar o Malware em seu computador;
- **Malware**: é o termo utilizado para definir uma série de outras denominações, como os Spywares e Ransomwares, sendo o primeiro com o objetivo de monitorar e coletar dados e o segundo, sendo o mais agressivo, capturando o sistema, mudando suas configurações e criptografando seus dados. Após sequestrar a máquina do usuário, o sequestrador cobra dinheiro em troca dos dados, normalmente em moedas digitais para não ser rastreado;
- **Engenharia Social**: sempre presente em ataques cibernéticos, ela trata do uso de persuasão e de dados das vítimas em busca de mais informações. Assim, adquirindo a capacidade de adentrar na vida digital do indivíduo a qual está sendo utilizada como fonte de dados.

Diante dessas situações, só há uma solução: prevenir. As principais formas são através do uso de antivírus, criptografia e, principalmente, muita atenção do usuário. Os métodos indicados não são cem por cento eficazes, no entanto são muito importantes. Como os antivírus, por exemplo, há inúmeras opções no mercado, partindo de versões gratuitas que prometem o básico da segurança digital, até os pagos, que contam com sistemas de criptografia avançada, onde os dados são devidamente codificados para que não sejam descobertos. Além disso, há alguns que contam com VPN, que é responsável por levar sua conexão por diversas partes do mundo até chegar no destino final, assim, não permitindo que seu dispositivo seja rastreado.

Por outro lado, toda atenção do usuário é necessária, seja em uma busca convencional ou, até mesmo, no próprio e-mail, onde este deve observar os e-mails recebidos e os links neles anexados. Além disso, é preciso ser sábio na hora de criar suas senhas, saindo do padrão e ao invés de usar apenas números e letras, acrescentar variantes maiúsculas e minúsculas, além de símbolos. Essas combinações levam mais tempo para serem descobertas, oferecendo assim mais privacidade para quem a utiliza. No meio digital, todo cuidado é importante, principalmente saber onde se está navegando, pois somente assim os dados pessoais serão devidamente protegidos e a vida digital não ficará à mercê dos cibercriminosos.

Para concluir, é válido relembrar que o uso de um bom antivírus é importante, se possível a versão paga e suas funcionalidades, tendo em vista a segurança de seus dados, principalmente para usuários inexperientes. Por último, o usuário deve possuir um backup dos dados da máquina em um dispositivo externo, como: HD, SSD ou pendrive. Desse modo, caso o pior venha a acontecer, é possível recuperar suas informações de maneira fácil.

O mundo digital é repleto de armadilhas, mas um usuário consciente é a maior arma contra as pessoas mal-intencionadas na rede mundial de computadores.

Referências:

[1] COMITÊ GESTOR DA INTERNET NO BRASIL. **Cartilha de Segurança para Internet**. São Paulo: Centro de Estudos, Resposta e Tratamento de Incidentes de Segurança no Brasil, 2012. Disponivel em: ⟨https://cartilha.cert.br/livro/cartilha-seguranca-internet.pdf⟩. Acesso em: 06 out. 2021.

[2] COMITÊ GESTOR DA INTERNET NO BRASIL. **Segurança digital**: uma análise da gestão de riscos em empresas brasileiras. São Paulo: Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, v. I, 2020. Disponivel em: ⟨https://cetic.br/media/docs/publicacoes/7/20210514123130/estudos-setoriais-seguranca-digital.pdf⟩. Acesso em: 06 out. 2021.

[3] INTERPOL. **COVID-19 cyberthreats**, 2020. Disponível em: ⟨https://www.interpol.int/Crimes/Cybercrime/COVID-19-cyberthreats⟩. Acesso em: 06 out. 2021.

Pitágoras: um olhar além de seu Teorema

Eduarda Naysinger Ebling, *UFSM*.

MUITO pouco conhecemos sobre a vida de Pitágoras, já que ele não deixou registros escritos e foi objeto de uma série de relatos tardios e fantasiosos. Chegou a se dizer, que ele nem existiu devido aos mistérios que envolvem a sua pessoa. Apesar disso, as hipóteses mais aceitas são de que o filósofo e matemático grego, filho de Menesarco e Partêmis, nasceu na ilha de Samos, provavelmente, em 570 a.C., cerca de 50 anos depois do nascimento de Tales de Mileto.

Viajou pelo Egito, pela Babilônia e, talvez, tenha ido até a Índia. Ao voltar para Grécia, fixou-se em sua terra natal, mas, estava descontente com o governo de Samos, por isso, transferiu-se para para Cróton, uma colônia grega situada na Itália. Lá, ele fundou a Escola Pitagórica, onde estudavam Religião, Filosofia, Política, Música, Astronomia e Matemática. Seus alunos eram divididos em duas categorias: os alunos dos três primeiros anos eram chamados de "ouvintes" e os alunos dos anos seguintes de "matemáticos". Entretanto, somente aos últimos alunos eram revelados os segredos da Matemática.

O lema da Escola era "Tudo é número". Os pitagóricos procuravam explicar tudo o que existe na natureza através dos números. Sendo assim, formaram uma sociedade cujo emblema era o pentágono estrelado, como ilustra a figura 1.

Figura 1. Pentágono estrelado

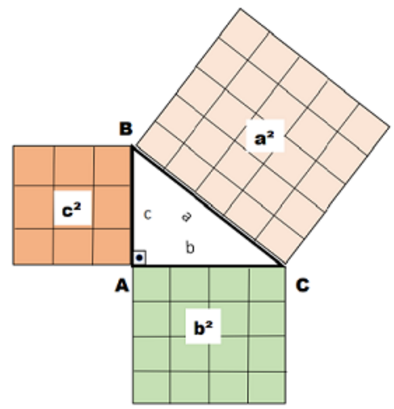
Fonte: Google Imagens (2021).

Pitágoras é considerado o pai da Matemática, e quando tocamos em seu nome, viajamos na linha do tempo, voltamos à história da Matemática no qual atribui o Teorema de Pitágoras. Acredita-se que para chegar em suas conclusões sobre esse resultado, tenha obtido conhecimentos geométricos com agrimensores egípcios, que já utilizavam triângulos de lados $3, 4$ e 5. Pitágoras percebeu que, construindo um quadrado sobre cada um dos lados de um triângulo de lados $3e, 4e$ e $5e$ (sendo e uma unidade de comprimento qualquer), apareceria a seguinte relação:

"A área do quadrado formado sobre o lado da hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados formados sobre os lados dos catetos."

Na figura 2, podemos perceber que a hipotenusa tem medida $5e$ e os seus catetos tem medidas $3e$ e $4e$. Além disso, percebe-se também que o quadrado construído sobre a hipotenusa, possui 25 unidades de área, enquanto os quadrados construídos sobre os catetos possuem, respectivamente, 9 e 16 unidades de área.

Figura 2. Construção de um quadrado sobre cada um dos lados de um triângulo de lados $3e, 4e$ e $5e$



Fonte: A autora (2021).

Assim, neste caso, podemos verificar a validade do Teorema de Pitágoras:

$$5^2 = 4^2 + 3^2 \text{ ou } 25 = 16 + 9.$$

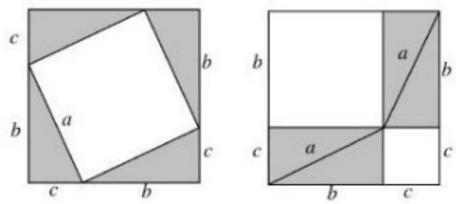
Algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras

Como suas descobertas eram pouco divulgadas, fica difícil saber qual foi a demonstração dada ao Teorema de Pitágoras pelos membros da Escola Pitagórica. Com isso, o professor de matemática norte-americano Elisha Scott Loomis, durante 20 anos colecionou demonstrações referentes ao Teorema e organizou o livro "The Pythagorean Proposition". Somente a primeira edição tinha 230 demonstrações, na segunda, 370 demonstrações, enquanto hoje, existem por volta de 400 demonstrações. Loomis classifica as demonstrações em algébricas, baseada nas relações métricas nos triângulos retângulos e, em geométricas, baseada em comparações de áreas. Vejamos algumas destas demonstrações a seguir.

- **A demonstração clássica**

Esta demonstração está representada na figura 3, que nos mostra um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c, cujo lado é $b + c$. Na imagem da esquerda, retiramos do quadrado de lado $b + c$ quatro triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado a. Na figura da direita, retiramos também do quadrado de lado $b + c$ os quatros triângulos iguais ao triângulo retângulo dado, restando um quadrado de lado b e um quadrado de lado c. Logo, a área do quadrado de lado a é igual a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem b e c. Essa simples e engenhosa demonstração pode ter sido a que os pitagóricos imaginaram.

Figura 3. Demonstração clássica do Teorema de Pitágoras

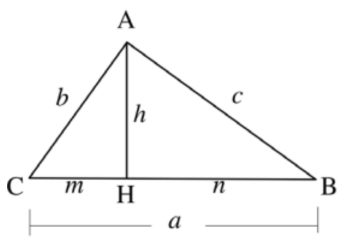


Fonte: WAGNER, 2015, p. 14.

- **Demonstração que usa semelhança**

Essa talvez seja a demonstração mais frequente e mais conhecida. A partir do triângulo retângulo ABC, retângulo em A, traçamos a altura AH e verificamos que os triângulos AHB e AHC são semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo ABC, como ilustra a figura 4.

Figura 4. Demonstração com semelhança

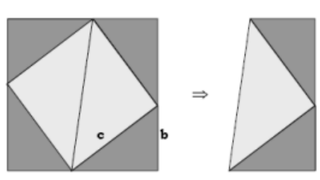


Fonte: ARAÚJO, 2011, p. 03.

- **A demonstração do Presidente**

Em 1881, James Abram Garfield (1831-1881), um general americano, foi o vigésimo presidente dos Estados Unidos, durante apenas quatro meses pois foi assassinado neste mesmo ano. Garfield, era um grande estudioso e entusiasta da Matemática. Em 1876, alguns anos antes de tornar-se presidente dos Estados Unidos, quando estava na câmara de representantes, rabiscou num papel uma interessante demonstração do Teorema de Pitágoras. Ele partiu de um trapézio retângulo, dividido em três triângulos retângulos, como ilustra a figura 5.

Figura 5. Demonstração do presidente Garfield



Fonte: ARAÚJO, 2011, p. 04.

Apesar de Pitágoras ser considerado uma figura imprecisa historicamente e, de sua vida ser um pouco misteriosa, não há como negar a sua grande contribuição para a evolução da matemática.

Os Pitagóricos se interessavam pelo estudo dos números, que era considerado por eles a essência de todas as coisas. A Escola Pitagórica tinha um código de conduta rígido, acreditavam na reencarnação das almas e, portanto, que não se devia matar ou comer um animal, pois ele poderia ser a moradia de um amigo morto.

Agora, vejamos algumas curiosidades que envolvem o Teorema de Pitágoras.

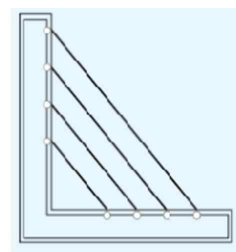
Curiosidades

A palavra matemática significa: o aprendizado da arte, da ciência. E, a sua origem, se dá a Pitágoras.

Hipotenusa era o nome dado às cordas do instrumento musical chamado lira. Essas cordas formavam triângulos retângulos com os lados do instrumento, como ilustra a figura 6.

A lira, assim como a harpa, são os mais antigos instrumentos de corda. Na Grécia, a invenção da lira era atribuída a Apolo, deus da mitologia grega.

Figura 6. Cordas do instrumento Lira



Fonte: Google Imagens (2021).

Existem provas concretas de que os babilônios conheciam o Teorema de Pitágoras. Vários tabletes de barro datados do período 1800 a 1600 a.C. foram encontrados, decifrados e até hoje se encontram em diversos museus.

Na figura 7 podemos observar um desses tabletes de barro, chamado de Plimpton.

Figura 7. Imagem do Plimpton

Fonte: ARAÚJO, 2011, p. 02.

Diante disso, percebemos que os Pitagóricos tiveram grandes descobertas sobre a Matemática, mas a principal de todas foi sem dúvida o Teorema de Pitágoras.

Agora, que tal você pesquisar as demais demonstrações sobre esse Teorema? Mãos à obra!

Referências:

[1]ARAÚJO, F. **Teorema de Pitágoras: mais que uma relação entre áreas.** Disponível em: <https://rpm.org.br/rpm/img/conteudo/files/mc9.pdf>. Acesso em: 27 set. 2021.

[2]WAGNER, E. **Teorema de Pitágoras e Áreas.** Disponível em: <http://www.obmep.org.br/docs/apostila3.pdf>. Acesso em: 27 set. 2021.

Mememática: o meme como recurso didático nas aulas de Matemática

Felipe Roos da Silva, *UFSM*.

NO livro "O Nome da Rosa", de Umberto Eco, devido às questões religiosas da época, durante a Idade Média, o humor é retratado como um elemento a ser perseguido e escondido. De modo semelhante, a realidade atual, no campo da Matemática, não destoa dos tempos antigos, já que tal disciplina é vista com um certo formalismo exacerbado, onde não há espaço para a emoção, diversão e brincadeiras, o que colabora para acentuar a visão negativa que os alunos têm acerca da Matemática. Na contramão, estudos que evidenciam o uso de memes em sala de aula estão cada vez mais ganhando destaque.

O autor Menezes (2020), em seu trabalho, faz diversas citações sobre esse assunto: "O humor aumenta a capacidade de concentração dos alunos; o humor ajuda a aprender conceitos que habitualmente produzem mais dificuldades nos alunos." (MENEZES et al, 2020, p. 336). "O uso de humor instrucional para aliviar a tensão pode ser especialmente útil para o ensino de tópicos que, em geral, são percebidos pelos alunos como provocadores de ansiedade." (BANAS et al, 2011, p. 130 apud MENEZES et al, 2020, p. 337). Ainda, esse mesmo autor, em seu trabalho, em 2017, reforça a relação entre o humor e contribuições para a aprendizagem em Matemática, quando afirma:

> "[...] a importância que o humor tem na criação de um ambiente de aprendizagem que pode impulsionar a motivação para aprender Matemática. Por outro lado, assume que a compreensão do humor e a aprendizagem da Matemática são duas atividades que exigem boa capacidade de raciocínio."(MENEZES, 2017, p. 9).

Nesse âmbito, os memes são considerados um dos recursos humorísticos com maior potencial didático, graças a sua fácil difusão, possibilitada pelas Tecnologias Digitais (TD). Por essa razão, Friske (2020) elaborou atividades com professores da educação básica com o objetivo de submetê-los a analisarem, discutirem e produzirem memes de teor matemático de forma coletiva, por meio de uma troca de experiências. Como resultado, a autora destacou que foi possível notar uma mudança nas práticas desses professores em sala de aula, pois passaram a ter menos resistência em relação à adoção de métodos de ensino que fogem do tradicional.

Ademais, é importante ressaltar que a inserção de memes no contexto escolar, do ponto de vista pedagógico, pode assumir duas funções: emotiva e intelectual. Menezes (2017) afirma que, enquanto a função emotiva busca tornar o ambiente de aprendizagem mais agradável, a função intelectual está relacionada com a capacidade de conectar o meme ao conteúdo matemático e colaborar, assim, para que o humor seja introduzido de modo satisfatório como um recurso auxiliar no ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, tais abordagens possuem, como objetivo principal, melhorar a experiência dos alunos com a Matemática, a fim de evitar que emoções ruins sejam evocadas e traumas sejam gerados.

A partir desse contexto, é apresentado, na figura 1, um meme que envolve conceitos matemáticos. Nesse caso, explorar o humor permite que seja realizada uma abordagem interdisciplinar ao levantar questionamentos sobre o aspecto polissêmico da palavra "graus", ou seja, os distintos significados que ela pode assumir a depender do contexto em que está inserida, o que colabora para causar uma ambiguidade de sentido e um tom humorístico. Além disso, a partir da exploração do meme, é possível abordar, em sala de aula, tanto o conceito de classificação de ângulos de acordo com a sua medida quanto o de perpendicularidade entre planos.

Figura 1. Meme intitulado "Graus e graus"

Fonte: MENEZES et al (2017).

Na figura 2, é ilustrado um meme que aborda aspectos sociais por meio de um diálogo que envolve um erro matemático. Através dele, é possível, por exemplo, provocar uma reflexão em relação aos motivos que podem ter levado o personagem a cometer tal erro. Sob outra perspectiva, para Friske (2020), a utilização de memes em sala de aula permite não apenas que o professor potencialize as suas práticas pedagógicas, como também possibilita a inserção de questões sociais, políticas e culturais na discussão. A visão da autora vai ao encontro do que defende a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao buscar:

> "Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza." (BRASIL, 2018, p. 10).

Figura 2. Meme envolvendo potenciação e violência

Fonte: FRISKE (2020).

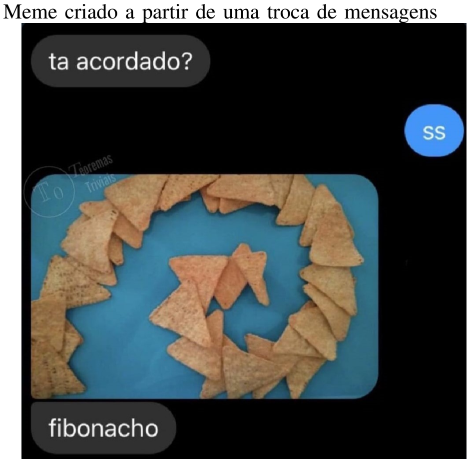
Pouco a pouco, os memes estão adentrando a sala de aula, no entanto é fora dela que eles ganham os holofotes: perfis em redes sociais, como o "Teoremas Triviais"[1], abordam o humor matemático através da perspectiva dos alunos. Ao garimpar essa e outras páginas semelhantes, percebe-se que a Matemática é retratada principalmente por meio de trocadilhos, para que o ridículo, o inesperado e situações embaraçosas estejam evidenciadas. Isso provoca o riso e faz com que o humor seja utilizado para envolver os jovens de tal forma que eles consigam interagir entre si e compartilhar suas percepções, dificuldades e aflições através do mundo virtual, o que gera uma rede de identificação e ajuda mútua. Diante desse quadro, é nítido que:

> "Estas tecnologias podem otimizar o trabalho de sala de aula e mobilizar a socialização de saberes e a construção de sentidos no processo de ensino e de aprendizagem, reforçando a rápida e eficiente transmissão de informações, criando condições para uma maior interação entre os sujeitos envolvidos num espaço fluido e dinâmico que permite a ação, a participação, a livre problematização, bem como a liberdade de expressão."(OLIVEIRA et al, 2020, p. 3).

Nesse sentido, a figura 3 apresenta uma situação humorística desencadeada pela interação entre usuários e que foi publicada em uma página do Twitter. Nela, a criatividade é utilizada para criar o "fibonacho", trocadilho baseado na Sequência de Fibonacci.

[1] Página no Facebook. Disponível em: www.facebook.com/teoremastriviais. Acesso em: 14 out. 2021.

Figura 3. Meme criado a partir de uma troca de mensagens



Fonte: Twitter (2021).

Sendo assim, percebe-se a utilização do humor tanto para diversão quanto para fixar aprendizados e realizar reflexões e críticas sociais, uma vez que os memes possibilitam o enfoque em temas delicados por meio da utilização de uma ótica diferenciada. Ao envolver o aluno e trazer aspectos que estão presentes no cotidiano dele, como os memes e as Tecnologias Digitais (TD), a aprendizagem se torna mais atrativa, prazerosa e eficiente, pois esses recursos se aproximam da linguagem e contexto em que os alunos estão imersos.

Referências:

[1] BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

[2] FRISKE, A. L. **Memes e matemática**: a formação com professores/as na perspectiva da cyberformação. 2020. 103 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/218423>. Acesso em 20 set. 2021.

[3] MENEZES, L. et al. **Humor no ensino da matemática**: tarefas para a sala de aula. Viseu: Instituto Politécnico de Viseu, 2017. 72 p. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.19/4863>. Acesso em: 20 set. 2021.

[4] MENEZES, L. et al. Perspectivas de professores de matemática sobre o humor e o seu valor educacional. **Bolema**, Rio Claro - SP, v.34, n.66, p. 332-353, abr. 2020. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/68981>. Acesso em: 20 set. 2021.

[5] OLIVEIRA, C. et al. Memes e o ensino de matemática: implicações de uma proposta pedagógica na era da conexão móvel. ENCONTRO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DE ALAGOAS, 2020, Maceió. **Anais**... Maceió: CEUFA, 2020. Disponível em: <https://doity.com.br/anais/ixepeal/trabalho/130206>. Acesso em: 04 out. 2021.

Plataforma Khan Academy: um recurso on-line no ensino da Matemática

Inês Farias Ferreira, *UFSM*.

NA área educacional, nesse longo período em meio a pandemia da COVID-19, o ensino até então presencial passou a ser, no início, totalmente remoto. No entanto, atualmente com a contenção dos contágios da doença, temos um panorama que permite o retorno às atividades presenciais em estabelecimentos de ensino em formato totalmente presencial ou híbrido. Nesse sentido, quando pensamos em um ensino híbrido[1], há a necessidade da inclusão de recursos tecnológicos que possam, à distância, contribuir para o ensino e aprendizagem. Em termos de recursos gratuitos na área de Matemática que estão disponíveis para um ensino híbrido ou, até mesmo presencial, temos a plataforma on-line Khan Academy.

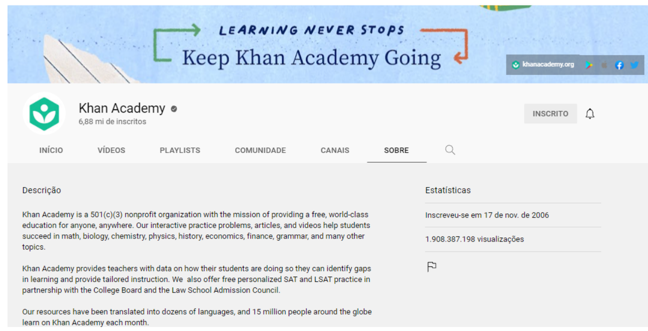
Mas, como nasceu essa plataforma? Tudo começou em 2005 a partir de Salman Khan, um educador americano, quando este dava aulas de Matemática pela internet para seus primos. Após algum tempo, outros familiares começaram a usar os recursos de ensino produzidos por ele. Com isso, Salman começou a fazer vídeos e publicá-los no YouTube[2]. Em 2008, foi criada a organização Khan Academy sem fins lucrativos e, por meio dela, desenvolvida uma plataforma de educação on-line gratuita que disponibiliza recursos pedagógicos na abordagem de conteúdos em diversas áreas. Quando acessamos a plataforma no site oficial[3] e buscamos informações sobre sua proposta, nos deparamos com a seguinte frase: "A nossa missão é proporcionar uma educação gratuita e de alta qualidade para qualquer pessoa, em qualquer lugar." (KHAN ACADEMY, 2021).

Os recursos disponibilizados são traduzidos para mais de 36 idiomas, além de contar com versões do site em espanhol, francês e português do Brasil. Para termos uma ideia da visibilidade dessa proposta, em outubro de 2021 o canal criado no YouTube em 2006 por Salman, denominado Khan Academy[4], tinha 6,88 milhões de inscritos e seus vídeos foram visualizados por mais de 1,90 bilhão de vezes, conforme ilustrado na figura 1.

Atualmente, a plataforma on-line Khan Academy disponibiliza exercícios, vídeos educativos e um recurso de acompanhamento do aprendizado individualizado. Em termos de áreas de conhecimento os conteúdos abordados envolvem Matemática, Ciência, Informática, Artes e Humanidades, Economia, dentre outras.

No Brasil, inicialmente os vídeos originais foram traduzidos do inglês para o português pela Fundação Lemann[5]. Essa parceria entre a Fundação Lemann e a Khan Academy iniciou em 2012 a fim de promover o uso da plataforma no Brasil com ênfase na Educação Matemática.

Figura 1. Canal Khan Academy, no YouTube, criado em 2006



Fonte: A autora (2021).

Além da tradução do conteúdo para o português, a adaptação para o contexto brasileiro possibilitou que mais de 2,6 milhões, entre 2012 e 2017, de estudantes se inscrevessem na plataforma, oportunizando lhes acesso a diferentes materiais em seus estudos (LEMANN, 2021). Somente o canal Khan Academy do Brasil[6] no YouTube, que existe desde 2011, tem mais de 500 mil inscritos e 81 milhões de visualizações. A Khan Academy possui uma equipe brasileira que administra as operações locais e a produção de conteúdo alinhados com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), nas áreas de Matemática, Ciências e Língua Portuguesa. Já a plataforma em português, no Brasil, possui mais de 3,80 milhões de usuários entre alunos, pais e professores, além de contar com um projeto de parcerias com Secretarias de Educação. (KHAN ACADEMY, 2021). A plataforma disponibilizada em português tem sua aparência ilustrada na figura 2.

Figura 2. Plataforma Khan Academy em português

Fonte: A autora (2021).

[1]Ocorre quando são mesclados, na educação, períodos on-line e presenciais.
[2]Plataforma de compartilhamento de vídeos.
[3]https://khanacademy.org.
[4]https://www.youtube.com/c/khanacademy.
[5]Organização de filantropia familiar, nascida em 2002, a partir do desejo de construir um Brasil mais justo e avançado.
[6]https://pt.khanacademy.org/

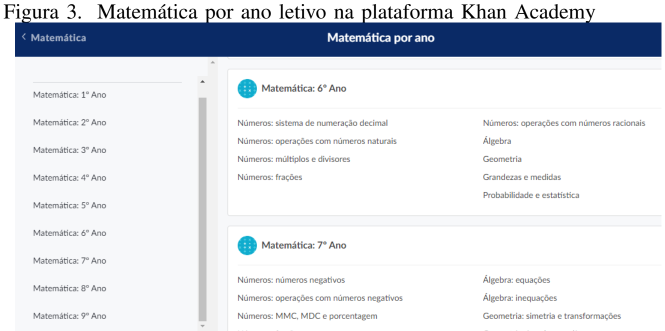
A plataforma oferece aos alunos a possibilidade de estudarem Matemática usando como base uma estrutura denominada atualmente de gamificação do sistema de aprendizagem, pois "gamificação se refere à aplicação de elementos de games fora do contexto dos games." (FARDO, 2013). Nessa perspectiva, são usadas várias estratégias para manter o usuário interessado em aprender mais e melhor, semelhantes àquelas experimentadas por jogadores de games, tais como: satisfação pela aquisição de pontos, níveis de energia, obtenção de medalhas de conquista e mudanças de nível. Sendo que, permite aos alunos estudarem de acordo com seu interesse e possibilidades, dentro e fora da sala de aula.

Em termos de práticas de ensino, segundo Corrêa (2016), a plataforma permite que o professor organize estudos dirigidos personalizados aos seus alunos, recomendando assuntos que devem ser estudados individualmente. Além disso, como ela aceita a exploração de tópicos em diferentes níveis de dificuldade, é possível preparar os alunos para que adquiram domínio de pré-requisitos necessários ao desenvolvimento de conteúdos em aulas futuras. Em termos de acompanhamento das atividades realizadas pelos alunos, o professor tem acesso a relatórios relacionados ao tempo de dedicação aos estudos e realização das atividades previamente agendadas; habilidades que apresentam dificuldades na aprendizagem; as que estão em progresso de domínio; as desenvolvidas com êxito.

Além disso, os pais podem inscrever-se para acompanhar os estudos de seus filhos. Ademais, crianças menores de 13 anos terão uma conta restrita na plataforma, sendo administrada pelos pais ou responsáveis.

A interface da plataforma Khan Academy é intuitiva. Em pouco tempo, os usuários terão domínio de suas principais funcionalidades. A plataforma apresenta conteúdos matemáticos desenvolvidos desde os anos iniciais até o Ensino Médio, alinhados com a BNCC. Esses conteúdos podem ser acessados inicialmente por ano letivo, conforme ilustrado na figura 3, ou por nível de ensino (Figura 4).

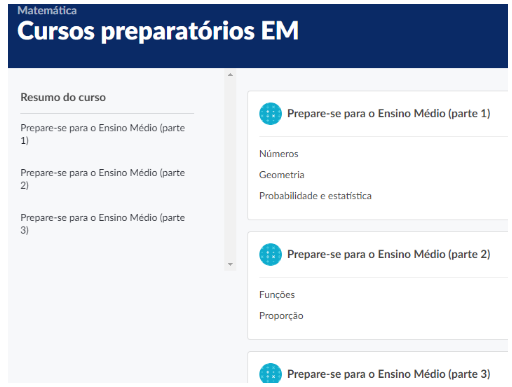
Figura 3. Matemática por ano letivo na plataforma Khan Academy



Fonte: A autora (2021).

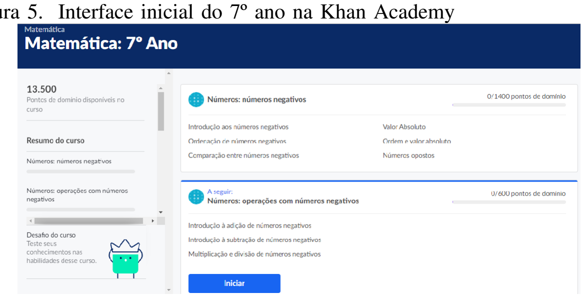
Em particular, quando escolhemos um ano letivo, por exemplo, 7º ano (Figura 5), surgem os conteúdos matemáticos com uma escala de pontuação indicando o domínio já atingido pelo usuário de cada um. Existe, também, o desafio do curso, onde podem ser testados os conhecimentos referentes ao ano em questão.

Figura 4. Curso Ensino Médio na plataforma Khan Academy



Fonte: A autora (2021).

Figura 5. Interface inicial do 7º ano na Khan Academy



Fonte: A autora (2021).

Além disso, apresenta cursos envolvendo conteúdos básicos comuns aos primeiros anos da maioria dos cursos de Ensino Superior, tais como: pré-cálculo, cálculo, equações diferenciais, cálculo multivariável, álgebra linear, estatística avançada, entre outros.

E aí, se interessou? Então acesse a plataforma e realize o cadastro, é rápido. Dessa forma você poderá criar turmas para seus cursos. Eu estou começando a conhecer essa ferramenta, vamos trocar ideias?

Referências:

[1] CORRÊA, P. M. H. **A plataforma Khan Academy como auxílio ao ensino híbrido em Matemática: um relato de experiência**. 2016. 82p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional–PROFMAT), Instituto de Matemática, Estatística e Física, Rio Grande, 2016.

[2] FARDO, M. L. A gamificação como estratégia pedagógica: Estudo de elementos dos games aplicados em processos de ensino e aprendizagem. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Caxias do Sul, Curso de Pós-Graduação em Educação, Caxias do Sul, 2013.

[3] KHAN ACADEMY. In: Wikipédia: a enciclopédia livre. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Khan_Academy>. Acesso em: 04 dez. 2021.

[4] LEMANN, F. **Khan Academy in Brazil five years of impact and lessons learned**. Disponível em: <https://fundacaolemann.org.br/en/news/materiais/khan-academy-in-brazil>. Acesso em: 04 dez. 2021.

Matemática nos esportes

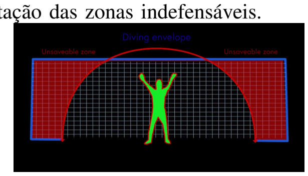
Joaquim Silvestre Reis, *UFSM.*

A Matemática em quase tudo que nos cerca, por mais que não esteja em si o enfoque algumas vezes, ela está lá presente. Por esse motivo, resolvi escrever o presente artigo acerca da utilização da matemática no esporte.

Vamos começar pelo esporte mais querido entre os brasileiros: o futebol.A Matemática é aplicada, nesse esporte, desde cálculos mentais dos jogadores, como na partida (para estimar a distância entre companheiros e a força necessária para que a bola chegue onde é desejado), até folhas salariais dos clubes. Um exemplo usual de aplicação, para quem acompanha campeonatos, é a análise da tabela de classificação, onde os confrontos são organizados, há a distribuição de pontos entre as equipes e outras estatísticas. De um ponto de vista matemático, pode-se analisar o saldo de gols por meio da subtração de gols marcados pelos gols sofridos, calcular as estatísticas de maior média de gols por partidas e a defesa menos vazada mediante a divisão do número de gols (sofridos ou a favor) pelo número de partidas disputadas.

A Matemática também influenciou a criação de uma regra fundamental no jogo que não permite ao goleiro se adiantar durante uma cobrança de pênalti. As análises indicam que há uma área, perto das traves e nos cantos superiores, que são indefensáveis quando o goleiro está posicionado embaixo da goleira, ao se adiantar uns passos à frente, aproximadamente $3,5m$, toda a área do gol fica protegida, pois o ângulo do batedor diminui.

Figura 1. Representação das zonas indefensáveis.



Fonte: Reprodução/University of Bath/Ken Bray (2015).

Outro esporte em que a matemática tem grande importância é o basquete. Nesse esporte, a análise estatística é ainda mais importante pois, por meio dela, é possível avaliar a performance de um jogador em quadra, calcular sua média de pontos por jogo, rebotes, assistências, etc. Tais dados se constituem como referencial para ser *draftado* (processo de escolha de jogadores vindos da faculdade), já no profissional são utilizados para obter premiações individuais, como MVP[1] da temporada, entre outras conquistas.

Alguns aspectos muito relevantes para esse esporte são as taxas, as quais consistem no número de assistências médias de um jogador comparado com o número de bolas roubadas em um jogo. É dado mais importância para jogadores que jogam em posições defensivas assim um jogador que concebe 9 assistências em um jogo e 3 roubadas de bola tem uma taxa de assistência por roubada de bola de 3 para 1. E as porcentagens, que correspondem à divisão dos acertos pelo número de tentativas, são apenas consideradas cestas marcadas em qualquer arremesso ou toque que não seja um lance livre, valendo 2 ou 3 pontos. Deste modo, em uma partida que um jogador converte 15 arremessos em 20 tentativas, tem uma porcentagem de FG (Field Goal) de 75%.

Este esporte gira em torno destas análises matemáticas. Na estratégia técnica é preciso saber a hora certa de escalar um jogador específico para cada ponto chave do jogo. Como ao final de uma partida, em que um jogador com um bom percentual de acerto de arremesso, pode garantir uma vitória (no site oficial da NBA é possível analisar as estatísticas de cada time e individual de cada jogador).

Figura 2. Estatísticas Lebron James: Melhor performance de uma final da NBA

Fonte: SPORTV Globo (2016).

Nos dias de hoje, a Matemática é ponto fundamental no profissionalismo esportivo. Como exemplos temos os australianos e os neozelandeses nas Olimpíadas de 2016, onde além de preparadores físicos e nutricionistas, levaram matemáticos para coletar dados e fazer estatísticas, visando potencializar a técnica do atleta de acordo com todos os parâmetros disponíveis, obtendo um melhor rendimento e perfeição em uma prova esportiva. Assim podemos concluir que a matemática abranje uma área muito ampla, podendo ser utilizada para diversos fins.

Referências:

[1] BUMBEERS, F. **Física e futebol: ciência aplicada nos dribles, chutes e defesas**. Disponível em: <https://2ni0.short.gy/kQ7Uzx>. Acesso em: 03 out. 2021.
[2] INSTITUTO SIDARTA. **Onde a matemática está presente no esporte?**. Disponível em: <https://bityli.com/Fktm9Z>. Acesso em: 03 out. 2021;
[3] LINDELL, J. **Como a matemática é usada no basquete**. Disponivel em: <https://bityli.com/dKef6c>. Acesso em: 03 out. 2021;

[1] Most Valuable Player, que significa "Jogador Mais Valioso".

A personalidade por trás do pseudônimo Malba Tahan

Júlia Tadler Sniedze, *UFSM*.

É comum, nas salas de aula brasileiras, encontrar jovens que não gostam de Matemática. Uns porque acham Matemática difícil, outros por não verem sentido em alguns conteúdos, e há até aqueles que detestam a disciplina e nem sabem dizer o porquê. Por esse motivo, decidi escrever sobre um matemático brasileiro que foi capaz de fazer muitos jovens gostarem da disciplina e encantar gerações por meio de histórias fascinantes envolvendo Matemática: Julio Cesar de Mello e Souza ou, seu pseudônimo mais famoso, Malba Tahan.

Julio nasceu no dia 6 de maio de 1895 no Rio de Janeiro, mas foi na cidade de Queluz, às margens do rio Paraíba do Sul, onde passou a infância e deu os primeiros passos no mundo da literatura. Filho de João de Deus de Mello e Souza e de Carolina Carlos de Toledo, que foi professora. O casal teve nove filhos, sendo que sete deles, incluindo Julio, seguiram os passos da mãe na área da educação, tornando-se grandes professores.

Figura 1. Julio Cesar de Mello e Souza

Fonte: Site oficial Malba Tahan (2021).

Desde pequeno, Julio Cesar auxiliava a mãe – que dava aulas na sala de estar da casa – recolhendo lições, apagando a lousa, distribuindo cadernos, fato que contribuiu para seu apreço pela pedagogia. Além disso, uma de suas brincadeiras preferidas, na infância, era dar aulas a uma turma de sapos[1] que encontrava no quintal de casa ou na beira do rio Paraíba do Sul.

Sua primeira obra literária foi a revista ERRE, quando tinha apenas 12 anos. As histórias, produzidas em folhas dobradas e costuradas, eram divididas em capítulos, ilustradas e tinham como temáticas a ciência dos animais, o corpo humano, guerras e suspense. Nessa revista, Julio expôs seu primeiro pseudônimo "Salomão IV".

Em 1906, Julio Cesar de Mello e Souza iniciou seus estudos no Colégio Militar do Rio de Janeiro. Três anos mais tarde, por sua família não conseguir pagar a mensalidade do Colégio Militar, teve que migrar para o Colégio Pedro II, onde concluiu o ensino básico. Nessa instituição, viveu momentos de alegria que até viraram livro: Acordaram-me de Madrugada. Neste livro, escrito anos mais tarde, o autor revela lembranças de sua antiga escola e evidencia a atenção que o diretor da instituição, Augusto José de Araújo Lima, tinha com os alunos, em especial o gesto que deu nome ao livro: na noite do dia 18 de maio de 1910, quando apenas Julio e mais um colega estavam na escola, o diretor saiu de sua casa e foi acordar os rapazes para assistir à passagem do Cometa Halley.

Outro fato marcante da época que estudou no Colégio Pedro II, foi a venda de redações. O professor de português, José Julio da Silva Ramos, passava redações e aqueles que não entregavam os textos eram impedidos de voltar para casa nos finais de semana. Por esse motivo, Julio começou a escrever e vender redações a alguns colegas e com o dinheiro que recebia podia comprar chocolate e pagar a passagem de bonde para voltar para casa. Além de ajudar com seus gastos, a venda dos textos contribuiu para a mostrar sua inclinação para a escrita.

Ao longo de sua vida, formou-se professor pela Escola Normal, cursou Engenharia Civil, trabalhou na Biblioteca Nacional, lecionou na Escola Normal e no Colégio Mello e Souza – fundado por Julieta e Olga, suas irmãs. Além disso, ministrou palestras e cursos de formação de professores, escreveu mais de 100 livros e encantou pessoas por todo o mundo, principalmente por meio dos livros assinados com o pseudônimo Malba Tahan.

Dada a importância de seu trabalho para a literatura brasileira, Bigode (2018, p. 224) escreveu:

> A obra de Júlio César - Malba Tahan pode/deve ser estudada de múltiplas perspectivas, como literatura, história, didática, matemática e divulgação da matemática, das ciências e da cultura popular. Mas é o conjunto de sua obra que o coloca no topo da história da divulgação científica brasileira com seus livros e palestras de popularização da matemática.

Tal relato nos auxilia a compreender a magnitude de sua obra: ele foi um **popularizador** da matemática. O professor Mello e Souza não escreveu apenas para quem gosta de matemática, mas também para aqueles que têm dificuldades, buscando despertar interesse e conduzi-los em um caminho de imaginação, reflexão e conhecimento.

Em 1924 Julio Cesar começou a publicar com o pseudônimo Malba Tahan, mas foi em 1936 que a primeira edição de sua mais célebre obra foi publicada: O Homem que Calculava. O sucesso da obra é inquestionável, tal livro foi traduzido para mais de 20 idiomas e até hoje é comercializado

[1] Julio, desde pequeno, gostava muito de sapos; inclusive, quando adulto, foi presenteado por amigos e admiradores com réplicas desses animais.

em diversos países.

Figura 2. Capa do livro O Homem que Calculava

Fonte: A autora (2021).

O Homem que Calculava narra as aventuras de Beremiz Samir – personagem fictício persa – em 34 capítulos que exploram problemas, à primeira vista, insolúveis, mas que Beremiz resolve de forma excepcional. Ainda, segundo Bigode (2018, p. 228), a excelência de Malba Tahan é notória pelo fato de ele transformar problemas matemáticos em literatura, tornando-os interessantes e atiçando a imaginação do leitor, este que é conduzido em uma viagem pelo "mundo das ideias matemáticas". Desse modo, Malba Tahan consegue despertar o interesse pelos números em todos os públicos.

Monteiro Lobato (1939) escreveu, sobre o livro O Homem que Calculava:

> Só Malba Tahan faria obra assim, encarnação que ele é da sabedoria oriental – obra alta, das mais altas, e só necessita de um país que devidamente a admire; obra que ficará a salvo das vassouradas do Tempo como a melhor expressão do binômio 'ciência-imaginação'.

Diante desse relato, conferimos mais uma característica de sua obra: unir a ciência e a imaginação.

O autor dedicou boa parte de sua vida à elaboração de livros de divulgação científica, como "Matemática Divertida e Delirante", com o objetivo de propagar uma de suas maiores aspirações: **tornar a matemática acessível a todos.** Outro aspecto que teve grande relevância em sua vida foi a produção de livros voltados a professores, merecendo destaque: Didática da Matemática, A Arte de Ler e Contar Histórias e O Mundo Precisa de Ti, Professor.

Além de excelente escritor, Julio Cesar foi um professor que tinha o "dom da palavra", conforme expõe o site Malba Tahan[2]. De acordo com o site, estudantes de diversas disciplinas permaneciam de pé, ao fundo da sala, para assistir às suas aulas, que eram ministradas com simpatia, eloquência e cultura. A partir da década de 40, Julio começou a ministrar palestras e cursos para educadores – estima-se que ele percorreu mais de 200 cidades brasileiras ministrando cursos de formação de professores. Ademais, participou da criação da Universidade do Ar[3], criou a revista de recreações matemáticas "Al-Karismi", participou de programas de rádio, escreveu colunas de recreação Matemática em grandes jornais da época, mas esses são temas para outro artigo.

[2]Site com informações da vida e obra de Julio Cesar de Mello e Souza, mantido pela sua família e por admiradores.

[3]Projeto pioneiro do ensino a distância no país.

Julio atuou fortemente contra o ensino da Matemática praticado por professores denominados por ele "algebristas". Segundo o professor Mello e Souza, esses educadores procuravam dificultar o aprendizado com problemas fora da realidade, muito complexos e trabalhosos. Em seu livro "Didática da Matemática"não poupou nomes de autores, livros didáticos, programas ou artigos, além de criticar problemas que não tinham finalidade teórica ou prática. Inclusive, provocou os "algebristas" questionando se os exercícios que eles cobravam de seus alunos eram usados no dia a dia deles e, caso não fossem utilizados, por que esses professores exigiam tais questões de seus alunos?

Nessa perspectiva, o pesquisador Sergio Lorenzato (2004, p. 65) menciona:

> Malba Tahan recomendava, na década de 60, que o professor refletisse sobre para quem, o quê, para quê e como iria ensinar Matemática; que o erro do aluno devia ser interpretado como fator altamente positivo, tanto para o ensino como para a aprendizagem, e perfeitamente normal no processo de aprendizagem, que é importante que o aluno redescubra a Matemática.

Julio faleceu na manhã do dia 18 de junho de 1974, em um hotel em Recife. O autor se preparava para ministrar uma aula de um curso de formação de professores, quando foi vítima de um infarto. Apesar de sua morte aos 79 anos, seu legado continua vivo até os dias atuais. Em 2013, foi sancionada a lei pela então presidenta do Brasil, Dilma Rousseff, instituindo 6 de maio, dia do nascimento de Julio Cesar de Mello e Souza, o Dia Nacional da Matemática. A data, além de celebrar a Matemática, homenageia o homem que deu vida ao personagem Malba Tahan e sua contribuição à Educação Matemática.

Diante da importância do trabalho desse professor, pesquisador, escritor e, sobretudo, popularizador da matemática, convido-te a conhecer mais de sua história por meio do site Malba Tahan, o qual dispõe de documentos, cartas, biografias, loja virtual dos livros do autor, fotos, áudios, vídeos e muito mais. Por fim, indico a leitura de suas obras, em especial "O Homem que Calculava", a qual julgo ser uma ótima escolha para dar o primeiro passo no universo de Malba Tahan.

Referências:

[1] BIGODE, A. J. L. A Perspectiva Didática da Matemática Recreativa de Malba Tahan. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 19, p. 223-234, mai./ago., 2018. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/188/pdf>. Acesso em: 28 set. 2021.

[2] MALBA TAHAN. **Biografias**. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: <https://www.malbatahan.com.br/biografias/>. Acesso em: 26 set. 2021.

[3] LORENZATO, S. Malba Tahan, um precursor. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 16, p. 63-66, maio 2004. Disponível em <http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/revista/index.php/emr/article/view/1058/586>. Acesso em 28 set. 2021.

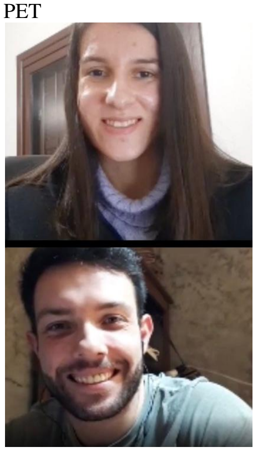
3º Café com PET

Linda Jamileh Badra Labadie, *UFSM.*

O Café com PET é uma atividade de ensino que ocorre semestralmente, o qual é desenvolvido pelo Programa de Educação Tutorial (PET) Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Essa atividade tem o intuito de trazer profissionais da área da Matemática e de outras áreas as quais o grupo julga relevante, para proporcionar conhecimento e dar ao convidado a oportunidade de compartilhar a sua experiência.

Devido a pandemia do novo Coronavírus, bem como a atual situação vivenciada, ou seja, em que as atividades estão sendo desenvolvidas de forma remota, o encontro foi realizado de forma on-line, pelo perfil do Instagram do PET Matemática, no dia 17 de junho de 2021. O convidado do 3º Café com PET foi Leonardo Amaral Nunes, representante do Núcleo de Comunicação da Secretaria de Apoio Internacional (SAI), órgão ligado ao Gabinete do Reitor da UFSM, cuja função é prestar assessoria de cunho internacional e fazer a gestão de diversos programas através dos seus núcleos.

Figura 1. 3º Café com PET



Fonte: Arquivo pessoal do grupo PET Matemática (2021).

Conforme o relato de Leonardo, que além da parte de comunicação, também exerce funções nos núcleos financeiro e de acolhimento. No período anterior à pandemia, o mesmo visitava as salas de aula com intenção de divulgar o Programa de Mobilidade Acadêmica proporcionado pela UFSM. No evento, também descobrimos as ações pelas quais cada núcleo é responsável, sendo elas:

1) **Comunicação** - rede social, página, comunicação com a comunidade e palestras;
2) **Financeiro** - pagamento de bolsas e viagens;
3) **Acolhimento** - recepção de alunos estrangeiros, em que alunos da UFSM ajudam na integração e comunicação dos intercambistas;
4) **Núcleo de Idiomas e Traduções (NITRA)** - proporciona a tradução gratuita de documentos para língua inglesa com fins acadêmicos, processo que tem alto valor, se feito de forma particular.

Atualmente, existem duas formas de intercâmbio na UFSM, Associação de Universidades Grupo Montevideo (AUGM) e Convênio Bilateral. A primeira, com aproximadamente, 15 vagas por semestre, abrange 6 países na América do Sul, sendo eles: Uruguai, Paraguai, Chile, Bolívia, Argentina e Brasil. O intercambista recebe uma única ajuda de custo no valor de mil reais, para transporte e gastos iniciais. A universidade do país de destino além do estudo, é responsável pela moradia, sendo ofertada uma bolsa, casa do estudante ou casa de família, além de ser responsável pela alimentação do aluno. Nesta modalidade, é obrigatória a certificação de língua espanhola, contudo se cursado tal matéria enquanto secundarista, o histórico de Ensino Médio é suficiente.

Já a segunda opção, Convênio Bilateral, não conta com ajuda de custo, somente com a isenção de taxas da universidade. No entanto, o discente pode realizar atividades remuneradas nos locais de destino. Para saber qual os países e suas universidades que estão disponíveis, é necessário acessar o site da SAI, onde se encontra a relação entre os mesmos e a UFSM. Cabe salientar, que por não possuir apoio financeiro, torna-se menos disputado e, em algumas universidades, requer um determinado nível de inglês ou submete o candidato a uma prova de suficiência. Caso a UFSM não possua convênio com a universidade desejada, o aluno interessado, junto com um docente, pode solicitar a parceria entre ambas.

Agora, se você está se perguntando como ficará a situação da matrícula, a instituição fica encarregada de matricular o aluno em uma matéria específica relacionada ao intercâmbio, assim, mesmo que não esteja cursando nenhuma cadeira, não perderá o vínculo com a instituição de origem. Além disso, para se candidatar o aluno precisa ter, aproximadamente, 40% das cadeiras do curso concluídas. A seleção não é feita através de testes, os candidatos são avaliados com base nos documentos entregues.

Por fim, cabe ressaltar que, para iniciar um processo de intercâmbio, devem ser preenchidos formulários correspondentes ao edital, lançado em todo início de semestre, em que o período de seleção dura de três semanas a um mês. Sendo selecionado, o aluno terá o decorrer do semestre para providenciar a documentação necessária, contando sempre com a orientação da SAI. O aluno da UFSM também pode cadastrar-se para acolher um intercambista, respondendo os formulários requeridos pela parte de acolhimento da SAI. Em virtude da pandemia, não há previsão da abertura de editais, todavia, foi criada a mobilidade virtual, onde o intercambista pode participar das aulas na universidade de destino, de forma on-line.

Se você ficou interessado pelo assunto e deseja obter maiores informações, acesse o site da UFSM e busque pela SAI (www.ufsm.br/sai). Não perca tempo!

Criptografia: explorando o método RSA

Manuela Engelmann dos Santos, *UFSM*.

VOCÊ já ouviu falar em criptografia? Pois bem, o tema desse artigo será justamente esse e, para isso, vamos entender mais sobre o assunto. Segundo Galdino (2014), a criptografia é uma aplicação da Teoria dos Números, a qual é uma ciência antiga que tem como objetivo explicar a origem dos números, bem como as suas relações e propriedades. Nesse sentido, essa aplicação é vista como a área do conhecimento que se destina a estudar a troca de informações de forma segura, ou seja, é um conjunto de técnicas baseadas na Teoria dos Números. Seu objetivo é tornar incompreensível uma mensagem originalmente escrita de forma clara, permitindo que apenas o receptor a decifre e a compreenda.

Agora que já entendemos sobre o que trata a criptografia, vamos definir os termos codificar, decodificar e decifrar, os quais serão utilizados no decorrer desse texto e facilitarão a sua compreensão. Codificar uma mensagem significa torná-la ilegível, ou seja, um código secreto; decodificar significa alterar o texto ilegível para o texto original; decifrar é um processo mais complexo e quer dizer "quebrar" o código secreto quando a pessoa que recebe não é o receptor legal da mensagem.

Assim, criptografar uma mensagem nada mais é do que transformá-la em um código para que apenas os seus usuários legais consigam compreender. Nesse aspecto, é importante salientar que decodificar uma mensagem é um processo mais complexo quando comparado à codificação e, além disso, decifrar torna-se ainda mais complexo ou impossível, dependendo das tecnologias que forem utilizadas.

Nesse âmbito, a criptografia é um mecanismo de segurança que permite diversos serviços, como: autenticação, integridade e confidencialidade. Ainda, com o advento da informática e com a velocidade de processamento, bem como desenvolvimento de novas tecnologias, as funções de criptografia ficaram mais complexas.

No que diz respeito à codificação de um texto, por exemplo, utiliza-se uma chave que faz parte da segurança do processo. Portanto, vamos distinguir os dois tipos de algoritmos baseados em chaves existentes: os simétricos ou os com chaves secretas, e os assimétricos ou de chave pública. A diferença existente entre esses algoritmos é que o simétrico utiliza a mesma chave tanto para codificar quanto para decodificar, enquanto que no assimétrico as chaves são sempre em pares. Além disso, no assimétrico, quando uma chave é utilizada para codificar, apenas a outra pode ser usada para decodificar, caso contrário, o resultado obtido será totalmente diferente.

É importante ressaltar que a criptografia assimétrica é mais segura e, consequentemente, mais utilizada em relação à criptografia simétrica, devido às chaves de segurança serem diferentes na primeira. Neste artigo, abordaremos a criptografia assimétrica, especificamente, o método RSA. Segundo Galdino (2014), este código foi desenvolvido em 1977 por três professores do Instituto de Tecnologia de Massachussetts (MIT), sendo eles: Ronald Rivest, Adi Shamir e Leonard Adleman. O algoritmo RSA é a base, atualmente, da maioria das aplicações que utilizam criptografia assimétrica.

Vamos entender mais a fundo como funciona esse método. Assim, para o processo de codificação utiliza-se uma chave pública, ou seja, todas as pessoas podem ter acesso, já para decodificação é usada uma outra chave, porém privada, o que quer dizer que somente quem criptografou tem acesso.

Ainda, antes de iniciarmos a codificação por RSA, devemos fazer uma pré-codificação, ou seja, devemos transformar uma mensagem-texto em números e, para isso, vamos utilizar a tabela 1. Nessa tabela, consideramos letras maiúsculas sem acento e para representarmos os espaços entre as palavras, utilizaremos os algarismos 99.

Tabela 1. Tabela de conversão RSA

Letra	Número	Letra	Número
A	10	N	23
B	11	O	24
C	12	P	25
D	13	Q	26
E	14	R	27
F	15	S	28
G	16	T	29
H	17	U	30
I	18	V	31
J	19	W	32
K	20	X	33
L	21	Y	34
M	22	Z	35

Fonte: GALDINO, 2014, p. 57.

Dito isso, a implementação do RSA inicia com a escolha de dois números primos distintos e extensos, p e q, de forma que para o processo de codificação usaremos o número n, tal que $n = pq$, enquanto que para decodificarmos, precisaremos conhecer esses primos. Dessa forma, n pode tornar-se público, enquanto que p e q devem ser mantidos em sigilo. Logo, para encontrarmos p e q, devemos fatorar n, e aqui se encontra o segredo dessa criptografia, uma vez que os primos considerados possuem mais de 100 dígitos. Assim, essa fatoração torna-se inviável, partindo do pressuposto que até mesmo os computadores mais sofisticados não são capazes de resolver o problema (GALDINO, 2014).

Ainda nesta fase, devemos separar em blocos a sequência numérica obtida, em que cada bloco deve representar um número menor que n. Antes de partirmos para o exemplo que será explorado, é importante ressaltar que o mesmo foi retirado e complementado a partir de Galdino (2014). Assim, vamos codificar a seguinte frase: TEORIA DE NÚMEROS.

Primeiramente, conforme a tabela 1, temos a seguinte pré-codificação:

$$2914242718109913242899233022142724 28.$$

Após, podemos escolher os primos p = 11 e q = 19, assim n = 11 $\times$ 19 = 209. Então, podemos considerar os seguintes blocos:

29 – 142 – 42 – 71 – 8 – 109 – 9 – 132 – 42 – 89 – 92 – 3 – 30 – 22 – 142 – 72 – 42 - 8.

Sequencialmente, precisamos da chave pública do sistema, ou seja, o par (n, e), tal que $mdc((p – 1)(q – 1), e)$ = 1. Além disso, a congruência

$$C(b) \equiv b^e \ (mod\ n)$$

é a expressão utilizada para codificar a mensagem, em que b representa os blocos numéricos obtidos anteriormente.

Assim, $mdc((11 – 1)(19 – 1), e) = 1 \Rightarrow mdc\ (180, e)$ = 1, e podemos tomar $e = 17$. Logo, a chave pública é formada pelo par $(209, 17)$. Então, vamos codificar cada bloco obtido na etapa anterior, sendo:

$$C(29) \equiv 29^{17} \ (mod\ 209),$$

observe que $29^2 \equiv 5 \ (mod\ 209)$, assim $(29^2)^8 \equiv 5^8 \ (mod\ 209) \Rightarrow 29^{16} \equiv 390625 \equiv 4 \ (mod\ 209)$. Portanto, $29^{16} \cdot 29 \equiv 4 \cdot 29 \ (mod\ 209) \Rightarrow 29^{17} \equiv 116 \ (mod\ 209)$.

Logo, $C(29) \equiv 116 \ (mod\ 209)$. Para codificarmos os outros blocos, realizamos o mesmo processo, conforme ilustra a figura 1.

Figura 1. Codificando os blocos

$C(142) \equiv 142^{17} \equiv 131 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(92) \equiv 92^{17} \equiv 82 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(42) \equiv 42^{17} \equiv 81 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(3) \equiv 3^{17} \equiv 108 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(71) \equiv 71^{17} \equiv 91 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(30) \equiv 30^{17} \equiv 178 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(8) \equiv 8^{17} \equiv 145 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(22) \equiv 22^{17} \equiv 165 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(109) \equiv 109^{17} \equiv 186 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(142) \equiv 142^{17} \equiv 131 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(91) \equiv 91^{17} \equiv 185 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(72) \equiv 72^{17} \equiv 52 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(32) \equiv 32^{17} \equiv 98 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(42) \equiv 42^{17} \equiv 81 \ (\mathrm{mod}\ 209),$
$C(42) \equiv 42^{17} \equiv 81 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		$C(8) \equiv 8^{17} \equiv 145 \ (\mathrm{mod}\ 209).$
$C(89) \equiv 89^{17} \equiv 155 \ (\mathrm{mod}\ 209),$		

Fonte: GALDINO, 2014, p. 58.

Finalmente, temos a mensagem codificada, sendo:

116 – 131 – 81 – 91 – 145 – 186 – 185 – 98 – 81 – 155 – 82 – 108 – 178 – 165 – 131 – 52 – 81 – 145.

Vejamos agora o processo inverso, ou seja, a decodificação. Para isso, precisamos da chave privada, isto é, do par (n, d). Como conhecemos p e q, podemos calcular d, tal que $e \cdot d$ = 1 + $(p – 1)(q – 1)T$, com T natural. Vamos calcular d, considerando os resultados anteriores, assim:

$17d$ = 1 + $(11 – 1)(19 – 1)T \Rightarrow 17d$ = 1 + $(10)(18)T \Rightarrow 17d$ = 1 + $180T \Rightarrow T$ = 5 e d = 53 é uma solução.

Agora, consideremos a como um bloco codificado, então temos que:

$$D(a) \equiv a^d \ (mod\ n)$$

é a congruência que decodifica a mensagem. Assim, considerando o primeiro bloco da mensagem anterior, fazemos:

$$D(116) \equiv 11653 \ (mod\ 209),$$

observe que $116^2 \equiv 80 \ (mod\ 209) \Rightarrow (116^2)^4 \equiv 80^4 \equiv 180 \ (mod\ 209) \Rightarrow (116^8)^3 \equiv 180^3 \equiv 64 \ (mod\ 209) \Rightarrow (116^{24})^2 \equiv 64^2 \equiv 125 \ (mod\ 209)$, ou seja, $116^{48} \equiv 125 \ (mod\ 209)$. Ainda, temos que $116^5 \equiv 15080 \equiv 32 \ (mod\ 209)$. Portanto, $116^{48} \cdot 116^5 \equiv 125 \cdot 32 \ (mod\ 209) \Rightarrow 116^{53} \equiv 4000 \equiv 29 \ (mod\ 209)$.

O procedimento é análogo para os demais blocos, conforme ilustra a figura 2.

Figura 2. Decodificando os blocos

$D(131) \equiv 131^{53} \equiv 142$ (mod 209)
$D(81) \equiv 81^{53} \equiv 42$ (mod 209)
$D(91) \equiv 91^{53} \equiv 71$ (mod 209)
$D(145) \equiv 145^{53} \equiv 8$ (mod 209)
$D(186) \equiv 186^{53} \equiv 109$ (mod 209)
$D(185) \equiv 185^{53} \equiv 91$ (mod 209)
$D(98) \equiv 98^{53} \equiv 32$ (mod 209)
$D(81) \equiv 81^{53} \equiv 42$ (mod 209)
$D(155) \equiv 155^{53} \equiv 89$ (mod 209)
$D(82) \equiv 82^{53} \equiv 92$ (mod 209)
$D(108) \equiv 108^{53} \equiv 3$ (mod 209)
$D(178) \equiv 178^{53} \equiv 30$ (mod 209)
$D(165) \equiv 165^{53} \equiv 22$ (mod 209)
$D(131) \equiv 131^{53} \equiv 142$ (mod 209)
$D(52) \equiv 52^{53} \equiv 72$ (mod 209)
$D(81) \equiv 81^{53} \equiv 42$ (mod 209)
$D(145) \equiv 145^{53} \equiv 8$ (mod 209)

Fonte: A autora (2021).

Por fim, temos a seguinte mensagem decodificada:

29 – 142 – 42 – 71 – 8 – 109 – 91 – 32 – 42 – 89 – 92 – 3 – 30 – 22 – 142 – 72 – 42 – 8.

Assim, conforme a tabela de conversão, cada letra possui dois dígitos, então podemos associar de tal forma:

29 – 14 – 24 – 27 – 18 – 10 – 99 – 13 – 24 – 28 – 99 – 23 – 30 – 22 – 14 – 27 – 24 – 28.

Lembrando que os dígitos 99 representam o espaço entre as palavras, a mensagem decodificada corresponde a:

T – E – O – R – I – A – D – O – S – N – U – M – E – R – O – S.

E aí, não é realmente impressionante o método RSA? Agora, te desafio a pesquisar sobre o Teorema de Euler, a fim de entender o porquê esse método funciona. Mãos à obra!

Referência:

GALDINO, U. A. **Teoria dos Números e Criptografia com Aplicações Básicas**. 2014. 77 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática - PROFMAT)–Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, PB, 2014.

Uma breve história do número π

Maria José Sanabria Correa, *UFSM.*

A História do número π está diretamente relacionada a consciência da constância da razão entre o perímetro e o diâmetro de um círculo qualquer. Nesse aspecto, os primeiros vestígios de estimativas para o mesmo ocorreu, aproximadamente, em 2000 a.C. pelos babilônios, os quais utilizavam placas de argila para determinar uma aproximação grosseira desse número, ao considerar que a razão do comprimento da circunferência pelo seu diâmetro era dada por 3 ou $3+\frac{1}{8}=3,125$.

Por outro lado, os egípcios deram um valor diferente, mais exato, obtido através da tentativa de solucionar um dos problemas mais intrigantes na antiguidade que era a denominada Quadratura do Círculo. Este problema consiste em construir, apenas com régua não graduada e compasso, um quadrado de área igual a área de um círculo dado. A primeira menção deste fato é feita por volta do ano 1700 a.C., através do Papiro de Ahmes ou de Rhind, um documento egípcio descoberto em 1650 a.C., cujas inscrições indicam a regra um nono: "Se d é o diâmetro de um círculo, então subtraindo-se de d, um-nono de d, obtemos o lado do quadrado desejado".

Isso significa que a área do círculo é igual a área do quadrado, ou seja:

$$\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{8d}{9}\right)^2,$$

e portanto,

$$\pi = \left(\frac{16}{9}\right)^2 \approx 3,1605.$$

No que se refere aos antigos hebreus, a origem do número pi vai de encontro aos conceitos anteriores, sob influência do velho testamento em I Reis (7:23), o qual define: "E ele (Salomão) fez também um lago de dez cúbitos, de margem a margem, circular, cinco cúbitos de fundo, e trinta cúbitos em redor". Este mesmo verso aparece também em II Crônicas (4:2), ocorrendo em uma lista de especificações para o grande templo de Salomão, construído cerca de 950 a.C..

Assim, foi considerada a circunferência como sendo três vezes o diâmetro, o que significa atribuir a pi o valor de 3, sendo usado durante um longo período por motivos religiosos e culturais em certas civilizações. Entretanto, a partir dos povos egípcios e babilônios, é perceptível que o valor do mesmo possui uma parte inteira e, desse modo, alguns ateus aproveitaram esse fato para afirmar que: "como $pi = 3$ é obviamente falso, a bíblia não pode provir de Deus". Todavia, a bíblia não é um livro de texto científico e esta passagem específica não foi escrita com a intenção de revelar o valor do pi, mas para dar uma descrição do templo e dos objetos nele contidos.

Nos tempos antigos não havia uma notação padronizada para representar a razão entre a circunferência e o diâmetro. Porém, em 1706 o matemático inglês Willian Jones $(1675-1749)$ propôs como notação a letra grega π e por ausência de prestígio não obteve êxito. Contudo, quando o matemático suíço Leonhard Euler $(1707-1783)$, passou a adotar sistematicamente essa simbologia ao invés de "Número pi" ou "C", a mesma tornou-se popularmente famosa e utilizada. Ainda nesse ínterim, Johann Lambert $(1728-1777)$ demonstrou que π é um número irracional e, desse modo, torna-se difícil de calculá-lo devido a sua representação decimal não apresentar nenhuma previsibilidade. Por meio do matemático alemão Ferdinand Lindemann $(1852-1939)$ em 1794, foi provado que o mesmo também é um número transcendente. Isso significa que não existe um polinômio com coeficientes inteiros ou racionais do qual π seja uma raiz e, nesse sentido, é geometricamente impossível solucionar a Quadratura do Círculo.

Nesse contexto, o primeiro matemático que efetivamente calculou uma aproximação para o número π foi Arquimedes de Siracusa $(287-212$ a.C.). Pelo conhecimento que a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro resultava em uma constante, o mesmo construiu polígonos regulares inscritos e circunscritos em uma circunferência e calculou o perímetro destes polígonos. Quanto mais lados ele colocava no polígono, melhor a aproximação. Usando um polígono regular de 96 lados, Arquimedes descobriu que

$$3 \cdot \frac{10}{71} < \pi < 3 \cdot \frac{1}{7} \Rightarrow 3,140845 < \pi < 3,142857.$$

Portanto, sabe-se que o número π por ser irracional possui infinitas casas decimais que não apresentam comportamento periódico, ou seja, não pode ser representado por uma fração. Apesar disso, a fração que muito se aproxima do valor de π, com um erro menor que 10^{-6} é $\frac{355}{113}$. Ademais, cabe salientar que vários matemáticos ficaram empenhados durante um extenso tempo para determinar uma maior precisão de π. A partir desse estudo foi perceptível que a cada nova tentativa os cálculos tornavam-se mais elaborados e extensos.

Por fim, é importante destacar que em setembro de 2002, Yasumasa Kanada atingiu a marca de $1,24$ trilhão de casas decimais, usando um supercomputador Hitachi SR8000, que trabalhou por 602 horas, no Centro de Informação Tecnológica da Universidade de Tokyo. Assim, tornou-se possível calcular o π com maior exatidão e uma menor probabilidade de erros e de tempo. Desse modo, é perceptível a gama de matemáticos envolvidos na constituição do π e a constante evolução de sua aproximação e das teorias que o envolve.

Referências:

[1] EYMARD, P.; LAFON, J. **The number** π . Editora AMS. p. 200 - 322 , 2000.

[2] HISTÓRIA DO PI, **Professor Albert e a Ciência da Natureza**. Disponível em: <encurtador.com.br/aioTW>. Acesso em: 20 fev. 2021.

[3] WIKIPÉDIA, a enciclopédia livre. **Pi**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Pi>. Acesso em: 20 fev. 2021.

UμA TEMÁTICA

ACOMPANHE O PET MATEMÁTICA UFSM

UFSM.BR/PET/MATEMATICA

@PETMATEMATICAUFSM

PET MATEMÁTICA UFSM

PET MATEMÁTICA UFSM

PET.MATEMATICA@UFSM.BR

SALA 1328, PRÉDIO 13, AV. RORAIMA, 1000 - CAMOBI, SANTA MARIA, RS

pet matemáticaufsm