

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Leonardo Barros da Luz

**MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE DE UMA AERONAVE
COM ASA DE GEOMETRIA VARIÁVEL**

Santa Maria, RS
2019

Leonardo Barros da Luz

**MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE DE UMA AERONAVE COM ASA DE
GEOMETRIA VARIÁVEL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro Aeroespacial**.

ORIENTADOR: Prof. Carlos Eduardo de Souza

COORIENTADOR: Prof. Pedro Paglione

Santa Maria, RS
2019

Leonardo Barros da Luz

**MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE DE UMA AERONAVE COM ASA DE
GEOMETRIA VARIÁVEL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro Aeroespacial**.

Aprovado em 10 de julho de 2019:

Carlos Eduardo de Souza, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Pedro Paglione, Dr. (ITA)
(Coorientador)

André Luís da Silva, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS
2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, por me fornecer toda a estrutura e apoio para alcançar meus objetivos.

À minha amada Isadora Argenta, por ser meu porto seguro, me apoiando e me dando energia para que eu passasse pelos momentos de cansaço e desmotivação.

Aos meus amigos, em especial ao Wilcker Neuwald e Jóse Carlos Zart pela companhia e auxílios durante toda a graduação.

Aos meus professores, em especial ao Prof. André Luís da Silva, Prof. Carlos Eduardo de Souza, Prof. Pedro Paglione, Prof. Giuliano Demarco pela grande contribuição na minha formação e pelos exemplos de bons profissionais.

Aos meus orientadores Prof. Carlos Eduardo de Souza e Prof. Pedro Paglione que tornaram possível a confecção desse trabalho, fornecendo os caminhos necessários para cumprir os objetivos.

Aos integrantes do Grupo GSAC da UFSM pelas proveitosas discussões.

RESUMO

MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE DE UMA AERONAVE COM ASA DE GEOMETRIA VARIÁVEL

AUTOR: Leonardo Barros da Luz

ORIENTADOR: Carlos Eduardo de Souza

COORIENTADOR: Pedro Paglione

Os avanços tecnológicos, principalmente, no desenvolvimento de novos materiais, recuperou o interesse na aplicação de asas com geometrias variáveis em aeronaves. Devido ao potencial de substituição das superfícies de controle convencionais por superfícies amorfas, o presente trabalho apresenta a modelagem da aerodinâmica, da dinâmica e o projeto de controle de uma aeronave com asa de geometria variável. O conceito de variação da geometria é dado conforme a alteração do arqueamento do bordo de fuga ao longo da envergadura da asa. O método adotado para a modelagem aerodinâmica é a teoria das faixas não-estacionária e para a modelagem da dinâmica é utilizada a mecânica dos corpos rígidos, adotando o deslocamento do centro de massa e o tensor de inércia variante no tempo. Por fim, o projeto de controle é realizado utilizando o método de controle por mapeamento exponencial. Os resultados obtidos demonstraram que, para a configuração de geometria variável adotada, as influências do deslocamento do centro de massa e da variação da inércia no comportamento da aeronave foram insignificantes, enquanto que as influências da aerodinâmica não-estacionária se demonstraram significantes. A consideração dos efeitos aerodinâmicos não-estacionários aumentam a magnitude dos movimentos da aeronave, necessitando de uma ação de controle maior.

Palavras-chave: Asa. Geometrias variáveis. Modelagem. Aerodinâmica. Dinâmica.

Controle.

ABSTRACT

MODELING, SIMULATION AND CONTROL OF AN AIRCRAFT WITH MORPHING WING

AUTHOR: Leonardo Barros da Luz

ADVISOR: Carlos Eduardo de Souza

CO-ADVISOR: Pedro Paglione

The technological advances, mainly in the development of new materials, recovered the interest in the application of morphing wings in aircraft. Due to the potential of replacing conventional control surfaces by morphing surfaces, the present work presents the modeling of aerodynamics, dynamics and control design of an aircraft with morphing wings. The morphing concept is given by changing the camber of the trailing edge along the wingspan. For aerodynamics modeling, it was adopted unsteady strip theory and, for dynamics modeling, it was used rigid body mechanics, considering the displacement of the center of mass and the time-varying inertia tensor. Finally, control design is performed using Exponential Mapping Controller (EMC) method. The results showed that, for the adopted variable geometry configuration, the influences of the center of mass displacement and the inertia variation on the aircraft behavior were insignificant, whereas the influences of the unsteady aerodynamics were significant. Consideration of the unsteady aerodynamic effects increases the magnitude of the aircraft movements, necessitating a greater control action.

Keywords: Morphing. Wings. Modeling. Aerodynamics. Dynamics. Control

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – As categorias de mudanças contínuas na geometria da asa. Em cinza o estado inicial da geometria e em azul o estado final, após a aplicação da mudança de forma.	15
Figura 3.1 – Definição do sistema de referência inercial e do corpo.	21
Figura 3.2 – Definição do sistema de referência aerodinâmico.	22
Figura 3.3 – Representação das forças e momentos atuantes nos sistemas de referência.	23
Figura 3.4 – Seção típica com três graus de liberdade.	29
Figura 3.5 – Diagrama de blocos para o projeto de controle.	36
Figura 4.1 – Ilustração geral da estrutura principal de simulação.	37
Figura 4.2 – Fluxograma numérico do programa de simulação.	38
Figura 4.3 – Malha aerodinâmica com 20 faixas igualmente espaçadas ao longo da envergadura. As faixas estão destacadas em azul e a geometria da superfície sustentadora em preto.	40
Figura 4.4 – Aeronave de referência.	41
Figura 4.5 – Aeronave de referência com uma malha de superfície de 5 elementos ao longo da corda e 20 ao longo da envergadura.	42
Figura 4.6 – Divisão de controle na superfície sustentadora, representadas nas faixas aerodinâmicas. O grupo denominado de profundor esta preenchido em verde, enquanto que o grupo aileron esta preenchido em vermelho.	43
Figura 4.7 – Resposta das variáveis de estado à perturbação no controle do profundor.	45
Figura 4.8 – Variações temporais na posição do centro de massa e nos momentos de inércia para uma perturbação no controle do profundor.	46
Figura 4.9 – Resultados das variáveis de estado para análise de influência no projeto de controle.	48
Figura 4.10 – Resultados das ações de controle para análise de influência no projeto de controle.	49
Figura 4.11 – Variações temporais na posição do centro de massa e nos momentos de inércia. Os momentos de inércia são computados em relação ao percentual do valor de estado indeformado.	50
Figura 4.12 – Superfície de controle divididas em três grupos.	51
Figura 4.13 – Resultados das variáveis de estado para os três casos simulados.	52
Figura 4.14 – Resultados das ações de controle para os três casos simulados.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Valores dos momentos de inércia e as coordenadas do centro de massa da aeronave de referência.....	42
Tabela 4.2 – Valores dos polos das dinâmicas longitudinal e látero-direcional.	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>SRI</i>	Sistema de Referência Inercial
<i>SRC</i>	Sistema de Referência do Corpo
<i>SRA</i>	Sistema de Referência Aerodinâmico

LISTA DE SÍMBOLOS

ϕ	Ângulo de rolamento
θ	Ângulo de arfagem
ψ	Ângulo de guinada
α	Ângulo de ataque
β	Ângulo de derrapagem
$\bar{\mathbf{C}}_b^i$	Matriz de transformação do sistema inercial para o sistema do corpo
$\bar{\mathbf{C}}_b^a$	Matriz de transformação do sistema aerodinâmico para o sistema do corpo
\mathbf{V}_{cm}	Velocidade do centro de massa
\mathbf{V}_0	Vetor velocidade inercial da origem do sistema do corpo
\mathbf{r}_{cm}	Vetor posição do centro de massa em relação à origem do sistema do corpo
p	Velocidade angular no eixo x do sistema do corpo
q	Velocidade angular no eixo y do sistema do corpo
r	Velocidade angular no eixo z do sistema do corpo
$\boldsymbol{\omega}$	Vetor de velocidades angular no sistema do corpo
\mathbf{F}_{ext}	Vetor de forças externas no sistema do corpo
m	Massa total da aeronave de referência
\mathbf{M}_{ext}	Vetor de momentos externas no sistema do corpo
\mathbf{h}	Vetor de momentos angulares no sistema do corpo
$\bar{\mathbf{J}}$	Matriz de momentos de inércia da aeronave referência
m_n	Massa do elemento de massa n
\mathbf{r}_n	Vetor posição do elemento de massa n em relação à origem do sistema do corpo
\mathbf{v}_n	Vetor velocidade do elemento de massa n em relação à origem do sistema do corpo
$\bar{\mathbf{S}}_R$	Matriz de acoplamento dinâmico
\mathbf{Q}_F	Vetor de forças externas considerando os termos não dependentes de $\dot{\mathbf{V}}_0$ e $\dot{\boldsymbol{\omega}}$
\mathbf{Q}_M	Vetor de momentos externos considerando os termos não dependentes de $\dot{\mathbf{V}}_0$ e $\dot{\boldsymbol{\omega}}$

\mathbf{Q}_M	Vetor de momentos externos considerando os termos não dependentes de $\dot{\mathbf{V}}_0$ e $\dot{\omega}$
ρ	Densidade do escoamento
Q	<i>Downwash</i> da faixa
M_α	Momento de arfagem da faixa
L	Força de sustentação da faixa
V_n	Velocidade perpendicular ao eixo elástico
σ	Diedro efetivo da faixa
τ	Torção efetiva da faixa
Λ_{ea}	Enflechamento efetivo da faixa
$C_{l_{\alpha,n}}$	Inclinação da curva $C_l \times \alpha$ do perfil
c	Posição adimensional da superfície de comando do perfil
b	Semi-corda do perfil
a	Posição adimensional do eixo elástico do perfil
ac_n	Posição adimensional do centro aerodinâmico do perfil

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	MOTIVAÇÃO	12
1.2	OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA	13
1.2.1	Objetivos	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	OS DISPOSITIVOS DE GEOMETRIA VARIÁVEL	14
2.1.1	As Categorias de Mudanças Contínuas na Geometria da Asa	14
2.1.2	As Vantagens da Utilização de Asa com Geometria Variável	16
2.2	MODELAGENS	17
2.2.1	Modelagem da Cinemática e Dinâmica	17
2.2.2	Modelagem Aerodinâmica	18
2.2.3	Aplicação de Controle	19
3	MODELOS	20
3.1	MODELO DA CINEMÁTICA E DINÂMICA	20
3.1.1	Sistemas de Referência	20
3.1.2	Dinâmica de Translação e Rotação	23
3.1.3	Cinemática de Translação e Rotação	25
3.1.4	Modelagem da Geometria Variável	26
3.2	MODELO AERODINÂMICO	28
3.2.1	Seção Típica	28
3.2.2	Teoria das Faixas Não-Estacionária	29
3.2.3	Contribuição dos Movimentos de Corpo Rígido	31
3.2.4	Derivadas de Estabilidade e Controle	32
3.3	MODELO DE PROJETO DE CONTROLE	34
3.3.1	O Método EMC	34
3.3.2	Rotina de Projeto	35
4	ESTUDOS NUMÉRICOS	37
4.1	ORGANIZAÇÃO NUMÉRICA	37
4.2	ESTUDO DE INFLUÊNCIA DA DISCRETIZAÇÃO DAS FAIXAS	39
4.3	ESTUDO DA MODELAGEM COMPLETA	40
4.3.1	Aeronave de Referência	41
4.3.2	Análise de Estabilidade	43
4.3.3	Resposta a Perturbações Nas Superfícies de Controle	44
4.4	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DOS EFEITOS VARIANTES NO TEMPO NO PROJETO DE CONTROLE	47
4.5	ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE MAIS SUPERFÍCIES DE CONTROLE	50
5	CONCLUSÃO	54
5.1	TRABALHOS FUTUROS	55
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56

1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, as aeronaves evoluíram e passaram a desempenhar cada vez mais funções diferentes. Além disso, algumas dessas funções, como o transporte de passageiros, possuem impactos sociais, econômicos e ambientais em uma escala global (ATAG, 2018). Nessa perspectiva, os estudos de melhoria de desempenho em voo foram se tornando cada vez mais avançados.

Nessa busca por melhorias de desempenho em voo, uma das alternativas é o desenvolvimento de mecanismos de controle de voo mais eficientes, quanto à aerodinâmica. Uma das linhas de pesquisa é o conceito de geometrias variáveis para a realização do controle, sendo mecanismos de geometria variável aqueles que são projetados para se adaptar a mudanças no ambiente de missão (WEISSHAAR, 2006). Para desenvolvimento desses mecanismos, buscou-se inspiração na natureza, principalmente, nos pássaros, os quais possuem um voo extremamente desenvolvido através da evolução biológica (AJAJ; BEAVERSTOCK; FRISWELL, 2015).

A inspiração na natureza não é algo exclusivamente dos tempos atuais. No século XIX, muitos visionários já desenvolviam mecanismos que permitiam mudanças na geometria, inspirados nas aves, de maneira a aumentar o desempenho em voo ou para o controle de aeronaves (GIBBS-SMITH, 2013). Entretanto, esses mecanismos tiveram pouco impacto na época e desapareceram com o tempo. Ajaj, Beaverstock e Friswell (2015) relaciona esse desaparecimento com a demanda de aeronaves cada vez mais rígidas estruturalmente, impedindo o uso de materiais flexíveis.

Atualmente, a utilização de mecanismos de geometria variável em aeronaves é possível devido aos avanços tecnológicos, principalmente na área de materiais e estruturas, os quais possibilitam a utilização de estruturas flexíveis. A utilização desses mecanismos é evidenciada no trabalho de Barbarino Rafic M. Ajaj (2011), no qual são apresentados diversos projetos de aeronaves que utilizam o conceito de geometria variável, como a aeronave F-14 que altera seu enflechamento durante o voo. Além disso, como trabalho mais atual pode-se destacar o trabalho de Cramer et al. (2019) que apresenta o desenvolvimento de uma aeronave com toda sua geometria variável, utilizando um conceito estrutural inovador.

1.1 MOTIVAÇÃO

A aviação comercial, no ano de 2017, gerou 859 milhões de toneladas de dióxido de carbono, transportou mais 4,1 bilhões de passageiros, sustentou 65,5 milhões de empregos e movimentou 2,7 trilhões de dólares. No cenário desse mercado,

pequenas mudanças no desempenho das aeronaves podem acarretar em grandes impactos sociais, econômicos e ambientais. Um dispositivo que demonstrou esse impacto foi o *winglet* que desde do ano 2000 evitou a emissão de 80 milhões de toneladas de dióxido de carbono (ATAG, 2018).

O desenvolvimento de aeronaves com asas de geometria variável, procura tornar as aeronaves mais eficientes, indo de encontro com o atual cenário do mercado da aviação comercial.

1.2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA

1.2.1 Objetivos

Esse trabalho possui como objetivo geral apresentar e investigar um conceito de uma aeronave com asas de geometria variável em seu bordo de fuga, considerando efeitos variantes no tempo.

Para cumprir o objetivo geral, são abordadas os seguintes objetivos secundários:

- Modelar a cinemática e dinâmica de 6 graus de liberdade capaz de representar uma aeronave de geometria variável;
- Modelar a aerodinâmica capaz de prever os efeitos não-estacionários e fornecer os momentos e as forças aerodinâmicas para o sistema de equações do movimento;
- Realizar o projeto de controle, fornecendo as deflexões necessárias para os cálculos aerodinâmicos e dinâmicos.
- Unir as diferentes etapas em uma rotina numérica capaz de resolver o sistema de equações;
- Avaliar os resultados das simulações.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica sobre o tema abordado para o trabalho. Na seção 2.1 são apresentados as diferentes categorias de geometria variável e suas vantagens de utilização e na seção 2.2 as diferentes modelagens utilizadas nessa aplicação, focadas nas modelagens necessárias para o presente trabalho.

2.1 OS DISPOSITIVOS DE GEOMETRIA VARIÁVEL

Pode-se dividir os dispositivos de geometria variável em duas categorias: os discretos e os contínuos (AJAJ; BEAVERSTOCK; FRISWELL, 2015). Os dispositivos discretos são aqueles encontrados nas aeronaves convencionais, os quais possuem funcionalidades singulares, operando em algumas fases do voo, por exemplo, os flaps, slats e os trens de pouso retráteis. Entretanto, os dispositivos contínuos possuem múltiplas funcionalidades, operando em diferentes fases do voo, por exemplo, as asas de uma ave.

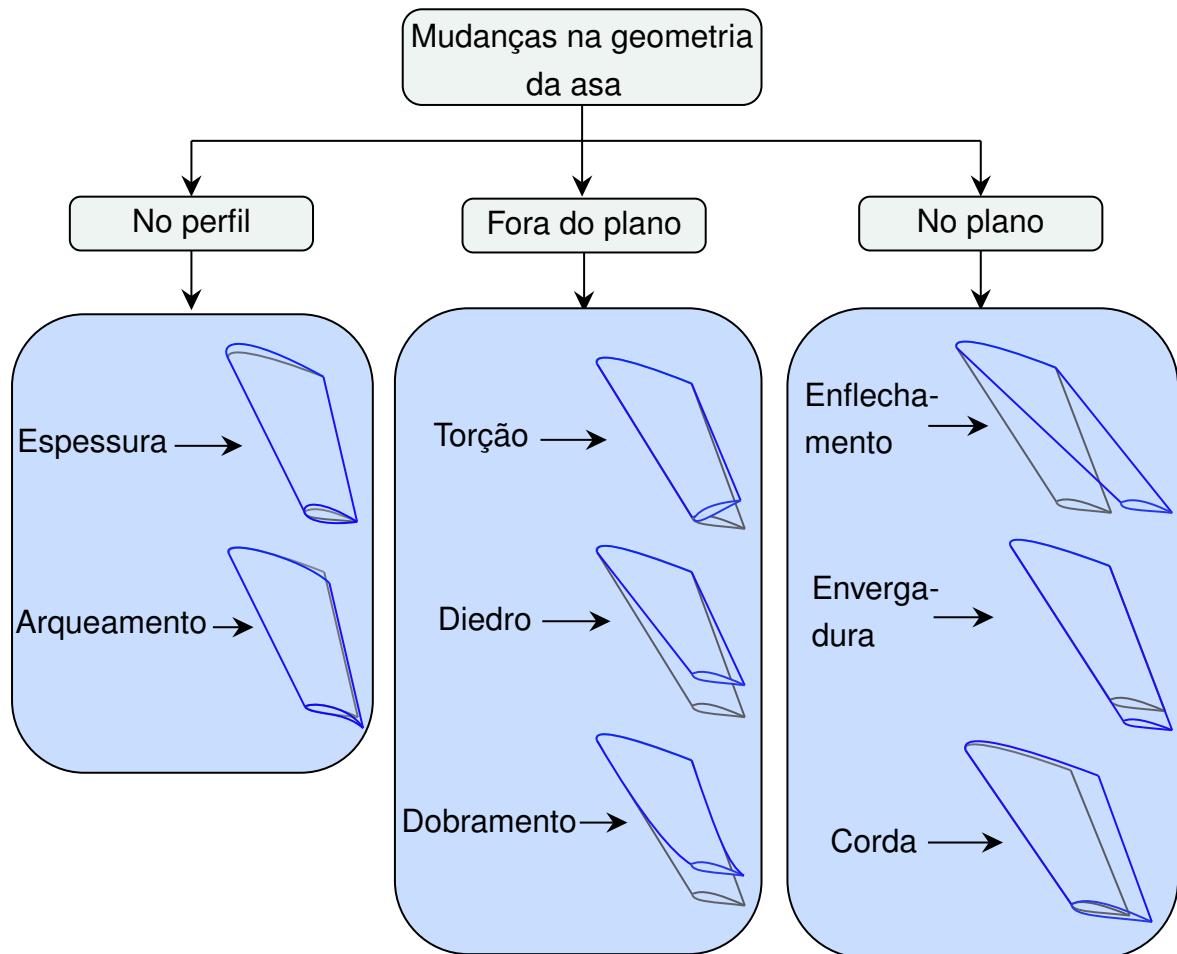
Como o foco do presente trabalho é em dispositivos de variação contínua na geometria da asa da aeronave, os tópicos e discussões serão direcionados para esse tipo de categoria.

2.1.1 As Categorias de Mudanças Contínuas na Geometria da Asa

Em Barbarino Rafic M. Ajaj (2011), são divididas as diferentes formas de alteração da geometria da asa entre mudança de forma em planta da asa, fora do plano da asa e no perfil. A mudança de forma em planta da asa incluem alterações na envergadura, corda e enflechamento, já as mudanças de forma fora do plano contemplam variações na torção, diedro e na flexão. Para as mudanças no perfil, os parâmetros que variam são o arqueamento e a espessura. Na Figura 2.1 encontram-se ilustrações das categorias de mudanças de geometria da asa.

Para a alteração de perfil, Li et al. (2018) apresenta duas distinções para variações no arqueamento, a variação no bordo de ataque e no bordo de fuga.

Figura 2.1 – As categorias de mudanças contínuas na geometria da asa. Em cinza o estado inicial da geometria e em azul o estado final, após a aplicação da mudança de forma.



Fonte: Autor.

O trabalho de Pankonien e Inman (2013) apresenta um conceito muito interessante de uma asa de geometria variável, o qual pode ser caracterizado na categoria de mudança no arqueamento do bordo de fuga, conforme Li et al. (2018). O conceito recebe o nome em inglês *Spanwise Morphing Trailing Edge* (SMTE), o qual consiste em mudar a incidência do bordo de fuga de forma suave ao longo de toda envergadura da asa. Para realizar essa transição suave, utiliza-se superfícies ativas e passivas, as ativas são responsáveis pelo movimento do bordo de fuga, enquanto as passivas realizam a transição para a outra superfície ativa.

Para realizar os estudos desse trabalho, optou-se pelo conceito SMTE de Pankonien e Inman (2013), por apresentar um alto potencial de aplicação, impactando diretamente na autonomia da aeronave.

2.1.2 As Vantagens da Utilização de Asa com Geometria Variável

A utilização de asa com geometria variável pode afetar principalmente a aerodinâmica e o controle da mesma, buscando aumentar seu desempenho. No trabalho de Li et al. (2018) são apresentadas as vantagens de cada uma das categorias de asa de geometria variável. As vantagens para diferentes tipos de geometria variáveis estão listadas nos itens abaixo.

- **Arqueamento variável:** É capaz de alterar a distribuição de sustentação, possuindo vantagens nas fases de decolagem e pouso, podendo ser aplicado no bordo de fuga ou de ataque. A aplicação no bordo de ataque pode ser uma alternativa com menor ruído e arrasto em relação aos slats convencionais. A aplicação no bordo de fuga pode reduzir o arrasto, tornando as superfícies de controle mais eficientes.
- **Espessura variável:** Pode-se alterar o arrasto do perfil alterando sua espessura, impactando diretamente na localização do ponto de transição do regime laminar para o turbulento.
- **Envergadura variável:** Aeronaves com uma alto alongamento possuem baixa manobrabilidade e uma alta eficiência aerodinâmica, entretanto as de baixas razões de aspecto possuem uma boa manobrabilidade e baixa eficiência aerodinâmica. A envergadura variável pode usufruir das vantagens de baixas razões de aspecto e das altas razões de aspecto.
- **Enflechamento variável:** O enflechamento variável pode unir as vantagens de uma asa sem enflechamento em fases de pouso, decolagem e em baixa velocidade com as vantagens de asas enflechadas em regimes de altas velocidades.
- **Torção variável:** A torção variável pode aliviar cargas de manobras e rajadas. Além disso, a torção da asa pode alterar a distribuição de sustentação ao longo da envergadura, podendo possuir a função de uma superfície de controle.

No trabalho experimental de Tarabi, Ghasemloo e Mani (2015) foram obtidos dados que demonstraram uma melhora na eficiência aerodinâmica da aeronave com a utilização de uma asa com envergadura variável, mostrando um aumento de 17% na autonomia. Além disso, a empresa FlexSys, fundada em 2000 pelo Dr. Sridhar Kota, indica que a utilização de sua tecnologia FlexFoil pode reduzir o arrasto em uma faixa de 5% a 12% para aeronaves de asa fixa de longo alcance, representando uma enorme economia de combustível (FLEXSYS, 2018).

2.2 MODELAGENS

Para cumprir os objetivos do trabalho, necessita-se da modelagem da cinemática e dinâmica, aerodinâmica e controle. Então, nas subseções abaixo é realizada uma revisão bibliográfica da modelagem da cinemática e dinâmica aplicada a aeronaves com geometria variável na subseção 2.2.1, da aerodinâmica na subseção 2.2.2 e da aplicação de controle na subseção 2.2.3.

2.2.1 Modelagem da Cinemática e Dinâmica

Para realizar a modelagem da dinâmica de uma aeronave com asa de geometria variável, pode-se escolher duas técnicas diferentes, adotar a aeronave com um único corpo rígido ou como a união de vários corpos rígidos.

Nos trabalhos de Boothe (2004) e Koch (2012) são apresentadas modelagens da dinâmica de uma aeronave com asa de geometria variável utilizando a mecânica dos corpos rígidos. Entretanto, deve-se levar em consideração alguns efeitos que surgem ao se adotar uma alteração na geometria. O efeito principal seria a mudança significativa do centro de gravidade e dos momentos de inércia, assim sendo, o tensor de inércia é uma função no tempo e possui uma dinâmica, a qual poderá estar próxima das faixas de frequência da dinâmica de corpo rígido.

Devido às considerações fornecidas por Koch (2012), percebe-se que as equações do movimento padrão de corpo rígido não podem ser aplicadas. Uma alternativa seria utilizar os métodos de dinâmica de múltiplos corpos, mas dependendo da escolha do método pode-se encontrar grandes sistemas de equações, implicando em um custo computacional significativamente maior. Então, em Obradovic e Subbarao (2011) é fornecida outra abordagem para a modelagem que consiste em continuar tratando a aeronave como um único corpo, mas utilizar o centro de massa deslocado da origem e relaxar a condição de rigidez, tornando o tensor de inércia uma função explícita no tempo. Essa abordagem pode ser uma alternativa mais eficiente, pois seu custo computacional é menor em relação à dinâmica de múltiplos corpos, e devido a esses fatores optou-se por essa abordagem para a realização desse trabalho.

Em Ameri, Lowenberg e Friswell (2007) a modelagem da dinâmica da aeronave é realizada utilizando uma ferramenta chamada de SimMechanics, presente no software Matlab, a qual utiliza a dinâmica Newtoniana padrão de forças e torques. O SimMechanics é um ambiente de modelagem em diagrama de blocos, onde um corpo pode ser modelado pela união de vários corpos rígidos através de juntas de ligação.

2.2.2 Modelagem Aerodinâmica

Os métodos aerodinâmicos aplicados a asas com geometria variável são divididos em duas grandes categorias, os métodos estacionários e os não-estacionários. Além disso, dentro dessas categorias pode-se ter uma divisão entre métodos lineares e não-lineares.

Os métodos lineares, tanto estacionários quanto não-estacionários, são baseados na teoria de fluxo potencial, possuindo uma aplicação restrita a aerofólios finos e pequenos ângulos de ataque. Para vencer essas restrições dos métodos lineares, utiliza-se os métodos aerodinâmicos não-lineares, como a dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Estes, no entanto, exigem um custo computacional maior.

Em Li et al. (2018) foi realizada uma revisão dos diferentes métodos aerodinâmicos utilizados na modelagem de asa com geometria variável. Para as modelagens envolvendo asa finita, dentro da categoria de métodos estacionários, os mais utilizados são o *vortex lattice method* (VLM) e *nonlinear vortex lattice method*. Para a categoria de métodos não-estacionários, destaca-se o uso de *unsteady vortex lattice method* (UVLM) e *doublet lattice method* (DLM). Também percebe-se a grande utilização de CFD, podendo ser não-estacionário e estacionário, a tendência de cada vez mais utilizar o CFD nesses estudos é devido a sua capacidade de obter resultados muito próximos dos experimentais, principalmente na região não-linear. Por fim, Li et al. (2018) conclui que o método UVLM tem um grande potencial para modelagens envolvendo alteração de arqueamento, espessura, torção e de envergadura.

Na modelagem aerodinâmica realizada por Burdette (2018), destaca-se a utilização do CFD com um modelo de turbulência Spalart–Allmaras, um modelo de apenas uma equação, o qual possui um custo computacional mais baixo em relação a outros modelos de turbulência. Em Chae et al. (2017), o modelo de turbulência utilizado foi o $k - \omega$, um modelo de duas equações, que exige um custo computacional maior em relação ao Spalart–Allmaras, mas os resultados obtidos foram muito próximos dos resultados experimentais.

No trabalho de Wang, Gibbs e Dowell (2012) o método aerodinâmico utilizado é a teoria das faixas, em inglês *strip theory*, com a teoria não-estacionária generalizada de Theodorsen aplicada a um aerofólio. Os resultados para a velocidade e frequência de flutter prevista pela teoria foram muito próximos dos experimentais.

No trabalho de Kier (2005) é realizado um estudo comparativo, avaliando cargas em voo, entre a teoria das faixas quasi-estacionária, *Vortex Lattice Method* (VLM), teoria das faixas não-estacionárias e o *Doublet Lattice Method* (DLM). O autor conclui que a teoria das faixas não-estacionária é o melhor candidato para utilização em análises iniciais, considerando a relação entre o custo computacional e correta predição dos efeitos aerodinâmicos. Então, nesse trabalho, optou-se pela utilização da teoria das faixas não-estacionária, com modificações para comportar enflechamento, diedro

e características do perfil.

2.2.3 Aplicação de Controle

Existem diferentes técnicas de controles, as quais podem ser aplicadas para controle de aeronaves com geometria variável, mas algumas complicações surgem devido à dependência da dinâmica com a alteração da geometria. Pode-se ter duas maneiras de tratar o controle de uma aeronave com geometria variável, como sugere Koch (2012). A geometria variável pode ser considerada como uma mudança de configuração exigindo diferentes controladores em cada configuração, ou a geometria variável pode ser estudada como o método de controle. Com a utilização da geometria variável como efetuadores de controle, surgem problemas de soluções não únicas conforme a quantidade de variáveis de controle. Devido ao problema de soluções não únicas, o método de alocação ótima de controle pode ser uma alternativa.

Em Koch (2012) são apresentadas algumas complicações na etapa de projeto do controle de uma aeronave com asa de geometria variável, como em uma das etapas primordiais do projeto de controle, a linearização do sistema. Na etapa de linearização deve-se obter um sistema linear de uma dinâmica descrita como,

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.1)$$

Entretanto, para uma aeronave com geometria variável, a dinâmica também se torna uma função que depende da configuração de alteração da geometria μ e da taxa de mudança das superfícies $\dot{\mu}$. Assim sendo, a dinâmica deve ser descrita conforme:

$$\dot{x} = f(x, u, \mu, \dot{\mu}) \quad (2.2)$$

No trabalho de Li et al. (2018) é apresentada uma revisão das técnicas de controle utilizadas em aeronaves com geometria variável, onde destaca-se a utilização do método de alocação pseudo-inversa e alocação de programação quadrática dentro das restrições dos atuadores. Em Boothe (2004) é utilizada uma técnica de controle ótimo para diferentes condições de voo, possuindo pequenas perdas de desempenho nas condições fora do projeto.

Para esse trabalho, optou-se pelo método *Exponential Mapping Controller* (EMC), desenvolvido por Castro, Paglione e Ribeiro (2012). Esse método é baseado nos métodos *Sliding Mode Control* (SMC) e *Neuro-Fuzzy Control*(NFC), unindo algumas vantagens de ambos os métodos, demonstrando uma excelente capacidade de resolver problemas de controle de dinâmicas com termos variantes no tempo com uma certa facilidade.

3 MODELOS

Nesse capítulo são apresentados os desenvolvimentos dos três principais modelos utilizados para a realização das análises finais. O primeiro modelo apresentado na seção 3.1 é da cinemática e dinâmica da aeronave. A modelagem da dinâmica completa da aeronave necessita das forças aerodinâmicas, as quais são fornecidas pelo modelo aerodinâmico apresentado na seção 3.2. Por fim, é apresentado o modelo de projeto de controle, na seção 3.3, o qual será o responsável por comandar e estabilizar a aeronave.

3.1 MODELO DA CINEMÁTICA E DINÂMICA

Uma aeronave é um corpo flexível, pois apresenta diversos elementos móveis e deformações devido a variações de cargas e elasticidade dos seus componentes estruturais. Entretanto, na maioria dos casos, a hipótese de corpo rígido pode ser adotada, uma vez que a dinâmica associada às deformações é mais rápida quando comparada aos modos de corpo rígido. Entretanto, para que a mecânica de corpo rígido represente uma aeronave com asas de geometria variável, deve-se considerar os efeitos variantes no tempo, como o deslocamento do centro de massa e a alteração da matriz de momentos de inércia. Entre as abordagens que consideram esses efeitos, pode-se destacar a utilização da mecânica de multi-corpos, apresentada em Shabana (2005), e a abordagem apresentada por Obradovic e Subbarao (2011), considerando o sistema de referência deslocado do centro de massa e com seu respectivo deslocamento.

Nesta seção, para a compreensão do movimento da aeronave são apresentados os principais sistemas de referência na subseção 3.1.1, a cinemática da aeronave na subseção 3.1.3, a dinâmica na subseção 3.1.2, a dinâmica da geometria variável na subseção 3.1.4.

3.1.1 Sistemas de Referência

O movimento da aeronave é representado com a translação e a rotação do sistema de referência do corpo (SRC) em relação ao sistema de referência inercial (SRI). O SRC, ilustrado na Figura 3.1, é definido com o eixo X_b no sentido do nariz da aeronave, eixo Y_b a direita, considerando o sentido do eixo X_b , o eixo Z_b apontando

para baixo e sua origem deslocada do centro de massa da aeronave. O SRI é fixo na posição inicial da aeronave.

A translação é caracterizada pelos vetores posição \mathbf{R}_0 , \mathbf{R}_{cm} e \mathbf{r}_{cm} , enquanto a rotação é pela atitude do SRC em relação ao SRI. A atitude é obtida utilizando os ângulos de Euler ϕ , θ , ψ definidos com a rotação ao longo do eixo x, y e z, respectivamente. Assim sendo, a matriz de atitude utilizando a sequência de rotação z-y-x, é dada por:

$$\bar{\mathbf{C}}_b^i = \bar{\mathbf{C}}_1 \cdot \bar{\mathbf{C}}_2 \cdot \bar{\mathbf{C}}_3 \quad (3.1)$$

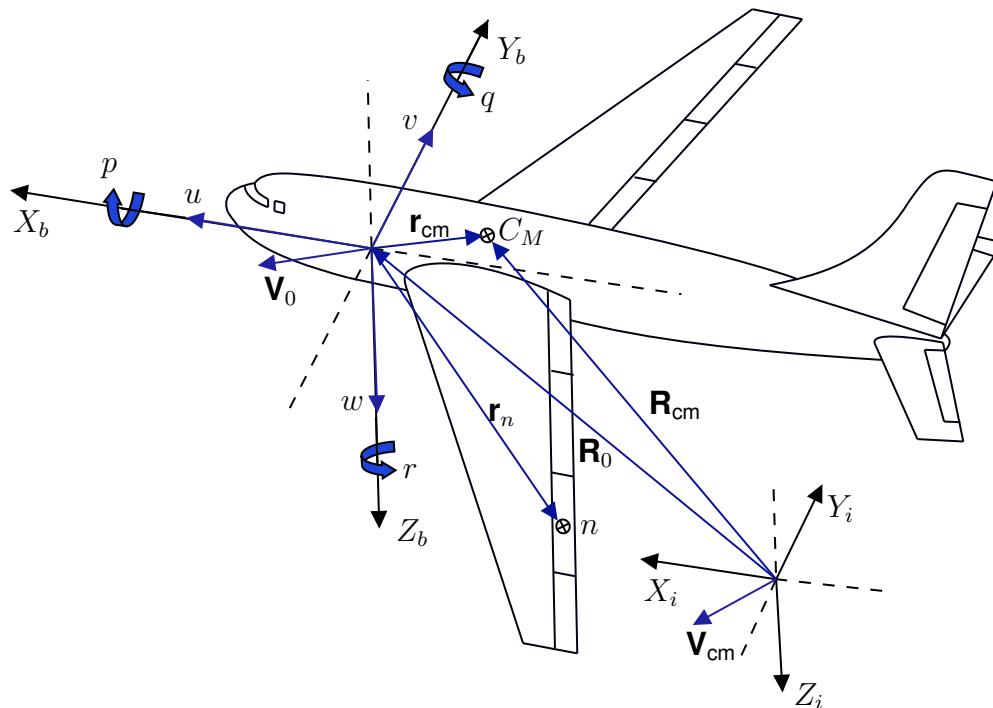
Na Equação (3.1), as matrizes de rotação são dadas por:

$$\bar{\mathbf{C}}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_3 = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

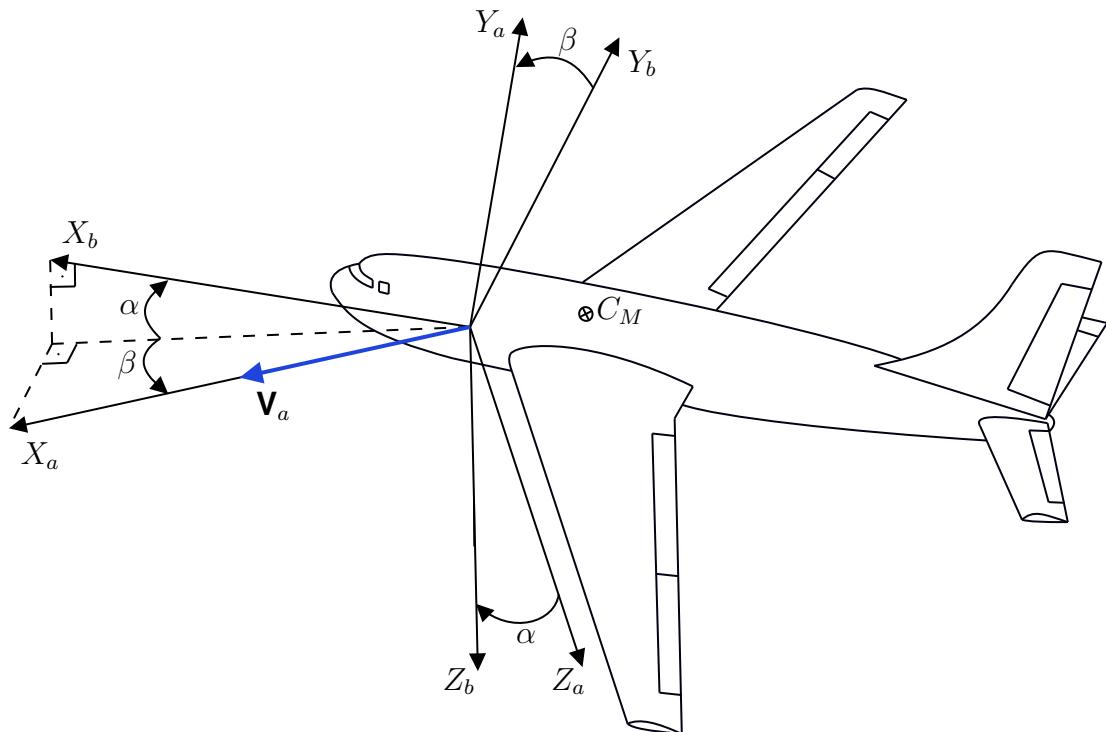
Figura 3.1 – Definição do sistema de referência inercial e do corpo.



Fonte: Autor.

Na Figura 3.2 está ilustrado outro sistema de referência importante, o sistema de referência aerodinâmico (SRA) onde as forças aerodinâmicas são representadas. O SRA é definido com o eixo X_a no sentido da velocidade aerodinâmica \mathbf{V}_a , eixo Z_a aponta para baixo e está contido no plano de simetria longitudinal da aeronave, o Y_a completa o sistema ortogonal e sua origem é coincidente com a origem do SRC.

Figura 3.2 – Definição do sistema de referência aerodinâmico.



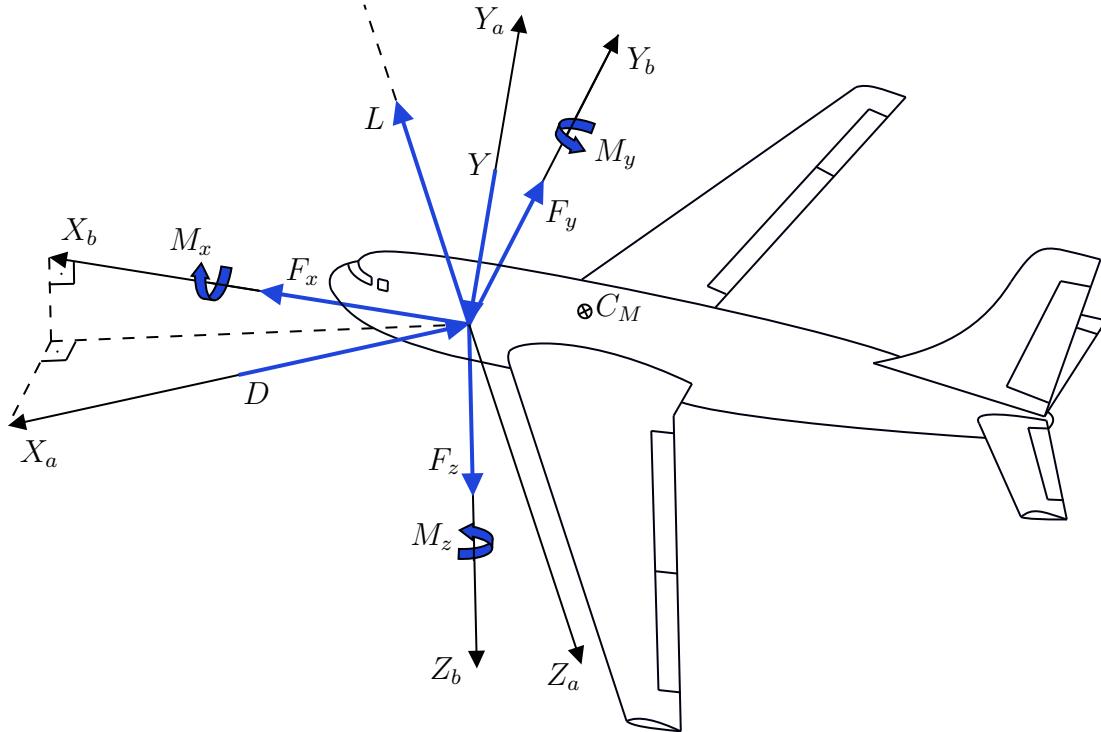
Fonte: Autor.

Utilizando os ângulos α e β , apresentados na Figura 3.2, pode-se converter vetores definidos no SRA para o SRC com a matriz de rotação $\bar{\mathbf{C}}_b^a$,

$$\bar{\mathbf{C}}_b^a = \begin{bmatrix} \cos(\alpha)\cos(\beta) & -\cos(\alpha)\sin(\beta) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ \sin(\alpha)\cos(\beta) & -\sin(\alpha)\sin(\beta) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

As forças e momentos atuantes nos sistemas de referência são definidas conforme a Figura 3.3, com os momentos e as forças do corpo positivos no sentido dos eixos do SRC e as forças aerodinâmicas positivas no sentido contrário ao dos eixos do SRA.

Figura 3.3 – Representação das forças e momentos atuantes nos sistemas de referência.



Fonte: Autor.

3.1.2 Dinâmica de Translação e Rotação

A dinâmica de translação considera as forças externas atuantes no corpo conforme a Figura 3.3 e as velocidades u , v e w conforme a Figura 3.1. Além disso, escreve-se a velocidade \mathbf{V}_{cm} do centro de massa, ilustrado na Figura 3.1, com respeito ao SRI como:

$$\mathbf{V}_{cm} = \mathbf{V}_0 + \dot{\mathbf{r}}_{cm} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{cm} \quad (3.6)$$

onde \mathbf{V}_0 é a velocidade inercial da origem do SRC com componentes u , v e w , $\boldsymbol{\omega}$ o vetor de velocidade angular do corpo com componentes p , q e r , respectivamente, \mathbf{r}_{cm} o vetor posição do centro de massa em relação à origem do SRC.

Utilizando a segunda lei de Newton, assumindo que a aeronave possua massa constante, então a força externa resultante deve ser igual ao produto da massa total da aeronave, m , pela derivada no tempo da velocidade do centro de massa, $\dot{\mathbf{V}}_{cm}$, de forma que:

$$\mathbf{F}_{ext} = m \dot{\mathbf{V}}_{cm} \quad (3.7)$$

Derivando no tempo a Equação (3.6), obtém-se, após rearranjar os termos, a dinâmica de translação para a origem do SRC, em relação ao sistema inercial, é escrito como:

$$m\dot{\mathbf{V}}_0 + m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_0) + m\ddot{\mathbf{r}}_{cm} + 2m(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_{cm}) + m\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_{cm} + m(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{cm}) = \mathbf{F}_{ext} \quad (3.8)$$

onde \mathbf{F}_{ext} é o vetor de forças externas com componentes F_x , F_y e F_z , respectivamente, e m é a massa total da aeronave.

Para a dinâmica de rotação, a taxa de variação da quantidade de movimento angular externo total é obtida como apresentado por Obradovic e Subbarao (2011),

$$\mathbf{M}_{ext} = \dot{\mathbf{h}} + m\left(\mathbf{r}_{cm} \times \dot{\mathbf{V}}_0\right) \quad (3.9)$$

sendo \mathbf{M}_{ext} é o vetor momento externo total com componentes M_x , M_y e M_z , respectivamente, e \mathbf{h} é o momento angular no SRC, o qual é expresso como:

$$\mathbf{h} = \bar{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} + \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i \left((\mathbf{r}_n)_i \times (\mathbf{v}_n)_i \right) \quad (3.10)$$

Na equação acima, $\bar{\mathbf{J}}$ é a matriz de inércia da aeronave, \mathbf{r}_n o vetor posição do elemento de massa n ilustrado na Figura 3.1, \mathbf{v}_n o vetor velocidade do elemento de massa, m_n a massa do elemento de massa e N_n é a quantidade de elementos de massa.

Resolvendo a derivada da Equação (3.10), substituindo o resultado na Equação (3.9) obtém-se a equação da dinâmica de rotação descrita como

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{J}} \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \bar{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} + \dot{\bar{\mathbf{J}}} \cdot \boldsymbol{\omega} + m\mathbf{r}_{cm} \times (\dot{\mathbf{V}}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_0) + \boldsymbol{\omega} \times \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i \cdot (\mathbf{r}_n)_i \times (\mathbf{v}_n)_i \\ + \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i (\mathbf{r}_n)_i \times (\dot{\mathbf{v}}_n)_i + \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i (\dot{\mathbf{r}}_n)_i \times (\mathbf{v}_n)_i = \mathbf{M}_{ext} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Analizando as Equações (3.8) e (3.11) percebe-se um acoplamento dinâmico, devido à segunda derivada do vetor \mathbf{r}_{cm} , surgindo o termo $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ na dinâmica de translação. Esse acoplamento é resolvido utilizando a abordagem apresentada por Shabana (2005),

a qual consiste em resolver um sistema linear acoplado, definido como

$$\begin{bmatrix} m\bar{\mathbf{I}} & \bar{\mathbf{S}}_R^T \\ \bar{\mathbf{S}}_R & \bar{\mathbf{J}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_F \\ \mathbf{Q}_M \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

sendo

$$\bar{\mathbf{S}}_R = m\tilde{\mathbf{r}}_{cm} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{Q}_F = \mathbf{F}_{ext} - m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_0) - m\ddot{\mathbf{r}}_{cm} - 2m(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_{cm}) - m(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{cm}) \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_M = \mathbf{M}_{ext} - \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} - m\mathbf{r}_{cm} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_0) - \boldsymbol{\omega} \times \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i (\mathbf{r}_n)_i \times (\mathbf{v}_n)_i \\ - \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i (\mathbf{r}_n)_i \times (\dot{\mathbf{v}}_n)_i - \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i (\dot{\mathbf{r}}_n)_i \times (\mathbf{v}_n)_i \end{aligned} \quad (3.15)$$

onde $\bar{\mathbf{I}}$ a matriz identidade, $\bar{\mathbf{S}}_R$ a matriz de acoplamento dinâmico, $\tilde{\mathbf{r}}_{cm}$ a matriz anti-simétrica de \mathbf{r}_{cm} , \mathbf{Q}_F o vetor de forças externas e \mathbf{Q}_M o vetor de momentos externos, considerando os termos que não dependem de $\dot{\mathbf{V}}_0$ e $\dot{\boldsymbol{\omega}}$.

Analizando o sistema final de equações da Equação (3.12), percebe-se que se o referencial for adotado no centro de massa e as variações na inércia e na posição do centro de massa forem desprezadas, o sistema final é dada por

$$\begin{bmatrix} m\bar{\mathbf{I}} & 0\bar{\mathbf{I}} \\ 0\bar{\mathbf{I}} & \bar{\mathbf{J}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{V}}_0 \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{ext} - m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_0) \\ \mathbf{M}_{ext} - \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} - \dot{\mathbf{J}} \cdot \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

o qual representa a dinâmica de corpo rígido tradicional. Portanto, a modelagem realizada é um caso geral da dinâmica de corpo rígido.

3.1.3 Cinemática de Translação e Rotação

Para a formulação da cinemática de translação considera-se o vetor posição \mathbf{R}_0 , na Figura 3.1, com componentes x_0 e y_0 definindo os deslocamentos horizontais e z_0 a altitude considerando a origem de SRI ao nível do mar. Essas componentes são mensuradas da origem do SRC em relação à origem do SRI. Então, pode-se expressar

a velocidade inercial \mathbf{V}_0 como:

$$\mathbf{V}_0 = \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Utilizando as velocidades u, v e w descritas no SRC, a cinemática de translação pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} = (\bar{\mathbf{C}}_b^i)^T \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Para obter a cinemática de rotação, inicialmente descreve-se as velocidades angulares no SRC, conforme

$$\boldsymbol{\Omega}_b = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_b \\ \dot{\theta}_b \\ \dot{\psi}_b \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{C}}_1 \cdot \bar{\mathbf{C}}_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{C}}_1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

E assume-se uma velocidade angular $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]$, de forma a escrever a equação a ser resolvida como:

$$\boldsymbol{\Omega}_b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

E obtém-se a cinemática de rotação descrita abaixo.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

3.1.4 Modelagem da Geometria Variável

A cinemática e a dinâmica da aeronave necessita da primeira e segunda derivada dos vetores posição \mathbf{r}_{cm} e \mathbf{r}_n , bem como a primeira derivada da matriz de inércia $\bar{\mathbf{J}}$. Como a dinâmica completa da aeronave é um sistema de equações diferenciais ordinárias, deve-se tomar cuidado com as aproximações de derivadas, pois ao se adotar métodos de aproximação como diferenças finitas um erro de truncamento dependente

do passo de tempo é inserido. Esse erro aumenta o erro no método de solução do sistema diferencial ordinário.

Então, devido às complicações inseridas pela aproximação por diferenças finitas, utilizou-se a aproximação fornecida por Obradovic e Subbarao (2011). Para a obtenção das derivadas utiliza-se uma função ou uma rotina numérica capaz de obter os parâmetros de interesse em função das deflexões δ de cada elemento de massa, obtendo as derivadas conforme as equações abaixo:

$$\mathbf{r}_{\text{cm}} = f(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{Nn}) \quad (3.22)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{\text{cm}} = \sum_{k=1}^{Nn} \frac{\partial \mathbf{r}_{\text{cm}}}{\partial \delta_k} \cdot \dot{\delta}_k \quad (3.23)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{\text{cm}} = \dot{\boldsymbol{\delta}}^T \cdot \left(\sum_{j=1}^{Nn} \sum_{k=1}^{Nn} \frac{\partial^2 \mathbf{r}_{\text{cm}}}{\partial \delta_j \partial \delta_k} \right) \cdot \dot{\boldsymbol{\delta}} + \sum_{k=1}^{Nn} \frac{\partial \mathbf{r}_{\text{cm}}}{\partial \delta_k} \cdot \ddot{\delta}_k \quad (3.24)$$

Para obter as derivadas de \mathbf{r}_n e da matriz de inércia $\bar{\mathbf{J}}$ basta repetir o processo realizado para o vetor posição \mathbf{r}_{cm} .

Entretanto, a utilização dessa aproximação introduz a dependência com a derivada primeira e segunda das deflexões δ , ou seja, é necessário um modelo de segunda ordem da dinâmica dos atuadores para cada deflexão, conforme:

$$\dot{\delta}_p = -2\zeta\omega_n \cdot \delta_p + \omega_n^2 \cdot (\delta_c - \delta) \quad (3.25)$$

$$\dot{\delta} = \dot{\delta}_p \quad (3.26)$$

onde δ_c é a deflexão comandada, fornecida pelo projeto de controle, e δ_p uma substituição de variável para a primeira derivada de δ .

Essas dinâmicas devem ser introduzidas na solução do sistema, aumentando o número de estados da dinâmica completa.

Para obter os valores dos momento de inércia e da posição do centro de massa, necessários para as aproximações das derivadas, assume-se que os painéis responsáveis pelo efeito de geometria variável são massas concentradas posicionadas no centro de massa de cada painel. Então, a posição do centro de massa da aeronave em relação ao SRC é obtida por:

$$\mathbf{r}_{\text{cm}} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{Nn} (m_n)_i \cdot (\mathbf{r}_n)_i \quad (3.27)$$

e a matriz de inércia resultante,

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{\mathbf{J}}_F + \sum_{i=1}^{N_n} (m_n)_i \cdot (\tilde{\mathbf{r}}_n)_i \cdot (\tilde{\mathbf{r}}_n)_i^T \quad (3.28)$$

sendo $\bar{\mathbf{J}}_F$ é a matriz de inércia dos componentes que não fazem parte da estrutura móvel e $\tilde{\mathbf{r}}_n$ é a matriz anti-simétrica de \mathbf{r}_n .

3.2 MODELO AERODINÂMICO

Para a obtenção das forças e momentos aerodinâmicos, pode-se fazer uso de métodos aerodinâmicos estacionários, não-estacionários ou quasi-estacionários. A diferença entre essas abordagens está na consideração dos efeitos do escoamento ao longo do tempo. No escopo desse trabalho, está inserida a análise dos efeitos variantes no tempo, então, será adotada a abordagem não-estacionária.

Para a compreensão do método adotado, são apresentados os tópicos sobre a seção típica em que o método se baseia, na subseção 3.2.1, a formulação da teoria das faixas não-estacionária, na subseção 3.2.2, a contribuição dos movimentos de corpo rígido, na subseção 3.2.3, por fim, a obtenção das derivadas de estabilidade e controle na subseção 3.2.4.

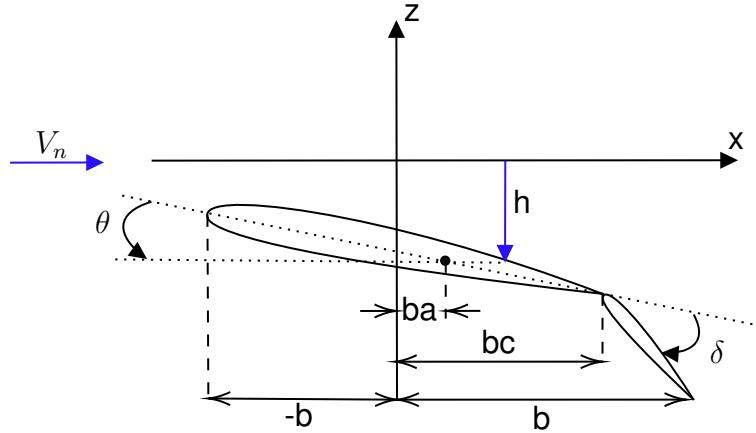
3.2.1 Seção Típica

Para a formulação da teoria das faixas não-estacionária, necessita-se de formulações bidimensionais, como as equações analíticas desenvolvidas por Theodorsen e Garrick (1940) para uma seção típica com 3 graus de liberdade, sendo esses os ângulo θ , δ e o deslocamento h , representados na Figura 3.4. Para a obtenção da solução analítica completa para carregamentos aerodinâmicos não-estacionários, Theodorsen e Garrick (1940) consideraram um perfil fino sem arqueamento, bidimensional em regime incompressível, escoamento potencial de pequenas perturbações, e um movimento harmônico simples.

Dadas as hipóteses de modelagem, Theodorsen e Garrick (1940) fazem uma superposição de escoamentos potenciais, sendo divididos em uma parte não circulatória, relacionada ao aerofólio, e outra parte circulatória, relacionada à esteira de vórtices que se estende do bordo de fuga ao infinito. Com esses potenciais, pode-se calcular as forças e momentos através da integração das pressões sobre a corda e a relação entre forças circulatórias e não-circulatórias é dada pela função de Theodor-

$\text{sen } C(k)$ (THEODORSEN, 1949).

Figura 3.4 – Seção típica com três graus de liberdade.



Fonte: Autor.

Na Figura 3.4, V_n representa a velocidade do escoamento, bc a distância entre o ponto de articulação da superfície de controle e a origem, ba a distância entre o eixo elástico e a origem, sendo b a semi-corda.

3.2.2 Teoria das Faixas Não-Estacionária

A teoria das faixas baseia-se na ideia de representar escoamentos aerodinâmicos tridimensionais dividindo a superfície de interesse em faixas ao longo de sua envergadura, onde se aplicam as soluções desenvolvidas para uma seção típica, como a ilustrada na subseção anterior. Assim sendo, os efeitos tridimensionais como o efeito de ponta de asa, são desprezadas.

Para que a teoria consiga representar uma asa com enflechamento e diedro, deve-se realizar as modificações apresentadas por Barmby, Cunningham e Garrick (1951). E, ainda, no trabalho de Yates (1958) é realizada a modificação para comportar as características do perfil. Utilizando as formulações fornecidas por ambos os trabalhos, a formulação final da teoria das faixas é denominada de teoria das faixas modificada, ou do inglês *Modified Strip Theory* (MST), sendo descrita pelas equações:

$$Q = \dot{h} + V_n\theta + V_n\sigma\tan(\Lambda_{ea}) + b\left(\frac{C_{l\alpha,n}}{2\pi} + ac_n - a\right)\left(\dot{\theta} + V_n\tau\tan(\Lambda_{ea})\right) + \frac{V_n\delta}{\pi}T_{10} + \frac{b\dot{\delta}}{2\pi}T_{11} \quad (3.29)$$

$$L = -\pi\rho b^2 \left[\ddot{h} + V_n \dot{\theta} + V_n \dot{\sigma} \tan(\Lambda_{ea}) - ba \left(\ddot{\theta} + V_n \dot{\tau} \tan(\Lambda_{ea}) \right) \right] - C_{l\alpha,n} \rho V_n b C(k) Q \quad (3.30)$$

$$+ \pi\rho b^2 \dot{\delta} T_4 + \rho b^3 \ddot{\delta} T_1$$

$$M_\alpha = -\pi\rho b^2 \left(\frac{1}{8} + a^2 \right) \left(\ddot{\theta} + V_n \dot{\tau} \tan(\Lambda_{ea}) \right) + \pi\rho b^2 V_n (\dot{h} + V_n \sigma \tan(\Lambda_{ea}))$$

$$+ \pi\rho b^3 a \left(\ddot{h} + V_n \dot{\sigma} \tan(\Lambda_{ea}) \right) + \pi\rho b^2 V_n^2 \left(\theta - ab\tau \tan(\Lambda_{ea}) \right) \quad (3.31)$$

$$- 2\pi\rho b^2 V_n Q \left(\frac{1}{2} - C(k) \frac{C_{l\alpha,n}}{2\pi} (a - ac_n) \right) - \rho b^2 V_n^2 \delta T_4$$

$$- \rho b^3 V_n \dot{\delta} \cdot \left(T_1 - T_8 - T_4(c - a) \right) - \rho b^4 \ddot{\delta} \cdot \left(-T_7 - T_1(c - a) \right)$$

$$C_{l\alpha,n} = \frac{C_{l\alpha}}{\cos(\Lambda_{ea})}, \quad V_n = V \cos(\Lambda_{ea}), \quad k = \frac{\omega b}{V_n} \quad (3.32)$$

$$T1 = c \cdot \cos^{-1}(c) - \frac{1}{3}(2 + c^2)\sqrt{1 - c^2}, \quad T4 = c \cdot \sqrt{1 - c^2} - \cos^{-1}(c),$$

$$T7 = -\left(\frac{1}{8} + c^2 \right) \cos^{-1}(c) + \frac{1}{8}(7c + 2c^3) \cdot \sqrt{1 - c^2}, \quad (3.33)$$

$$T8 = -\frac{1}{3}(2c^2 + 1)\sqrt{1 - c^2} + c \cdot \cos^{-1}(c)$$

$$T10 = \sqrt{1 - c^2} + \cos^{-1}(c), \quad T11 = 1 - 2c \cdot \cos^{-1}(c) + (2 - c)\sqrt{1 - c^2},$$

Nas equações acima Q é o *Downwash* da faixa, M_α o momento de arfagem da faixa, L a força de sustentação da faixa, σ o diedro da faixa, τ a torção da faixa, Λ_{ea} o enflechamento em relação ao eixo elástico, $[C_{l\alpha,n}]$ Inclinação da curva $C_l \times \alpha$ do perfil, c a posição adimensional da superfície de comando do perfil, a a posição adimensional do eixo elástico do perfil, ac_n a posição adimensional do centro aerodinâmico do perfil e ρ a densidade do escoamento.

Para que a discretização da superfície sustentadora esteja de acordo com a formulação apresentada, as faixas devem ser posicionadas perpendicularmente ao longo do eixo elástico. Cada uma das faixas recebe o sistema de equações apresentado acima.

3.2.3 Contribuição dos Movimentos de Corpo Rígido

Nessa subseção são apresentadas as contribuições dos movimentos de corpo rígido, para possibilitar a utilização da teoria em um problema de mecânica de voo. Essas contribuições são discutidas no trabalho de Pogorzelski (2010), com o objetivo de encontrar as contribuições dos ângulos α e β da aeronave e os ângulos θ_R , σ_R e Λ_R efetivos de cada faixa, bem como a contribuição da velocidade angular do corpo na velocidade \dot{h} de cada faixa.

Dada uma função que relaciona os ângulos efetivos de cada faixa com os ângulos α e β do corpo, pode-se descrever os ângulos efetivos como:

$$\theta_R = f_{\theta_R}(\alpha, \beta), \quad \Lambda_R = f_{\Lambda_R}(\alpha, \beta), \quad \sigma_R = f_{\sigma_R}(\alpha, \beta) \quad (3.34)$$

Então, o ângulo Λ_{ea} , θ e o deslocamento h da formulação da subseção anterior devem ser substituídos, em cada faixa, por:

$$\Lambda_{ea} = \Lambda_{ea} + f_{\Lambda_R}(\alpha, \beta) \quad (3.35)$$

$$\theta = f_{\theta_R}(\alpha, \beta) - \alpha_0 \quad (3.36)$$

$$h = y' \cdot f_{\sigma_R}(\alpha, \beta) \cdot \cos(\Lambda_{ea}) \quad (3.37)$$

sendo α_0 o ângulo de ataque de sustentação nula do perfil e y' a coordenada y ao longo do eixo elástico.

A contribuição das velocidades angulares p , q e r do corpo são compreendidas como uma velocidade induzida com relação à distância do eixo elástico da faixa ao ponto de referência do sistema do corpo. Então, as variáveis \dot{h} , σ e τ são substituídas por:

$$\sigma = f_{\sigma_R}(\alpha, \beta) \cdot \cos(\Lambda_{ea}) \quad (3.38)$$

$$\tau = \frac{\partial f_{\theta_R}(\alpha, \beta)}{\partial y'} - \frac{\alpha_0}{\partial y'} \quad (3.39)$$

$$\dot{h} = L_p \cdot p + L_q \cdot q + L_r \cdot r + y' \cdot \frac{\partial f_{\sigma_R}(\alpha, \beta)}{\partial t} \cdot \cos(\Lambda_{ea}) \quad (3.40)$$

onde L_p , L_q e L_r são as distâncias entre o eixo elástico da faixa e a origem do sistema de corpo, referente à cada velocidade angular.

3.2.4 Derivadas de Estabilidade e Controle

A formulação das derivadas de estabilidade e controle considera uma condição linearizada em torno de uma condição de voo permanente em equilíbrio, assim sendo, considera-se uma variável de estado qualquer x_i , a qual pode ser descrita em relação ao seu equilíbrio mais sua perturbação $x_i(t) = x_i|_{\text{eq}} + \Delta x_i(t)$. Entretanto, as expressões de forças e momentos apresentadas são válidas para um movimento harmônico com frequência ω , então deve-se expressar as perturbações em uma variável de estado como sendo $\Delta x_i = \bar{x}_i \cdot e^{i\omega t}$.

Escrevendo as expressões das forças e momentos em relação às perturbações das variáveis de estado α, β, p, q e r , obtém-se as forças e momentos linearizados em relação à um movimento harmônico. Entretanto, o interesse é na descrição das forças e momentos para um movimento qualquer. Para isso, utiliza-se o princípio que qualquer resposta física no tempo pode ser aproximada por uma combinação de movimentos harmônicos. Assim sendo, pode-se substituir na formulação a variável imaginária $i\omega = s$ e a função de Theodorsen $C(k)$ pode ser utilizada para o domínio da frequência utilizando as funções de Bessel modificadas de ordem 0 e 1 (BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 1996).

No domínio da frequência obtém-se um vetor de perturbações de estado $\Delta\mathbf{x}(s)$, a força $L(s)$ e o momento $M_\alpha(s)$ como:

$$\Delta\mathbf{x}(s) = \begin{bmatrix} \Delta\alpha(s) & \Delta\beta(s) & \Delta p(s) & \Delta q(s) & \Delta r(s) & \Delta\delta(s) \end{bmatrix}^T \quad (3.41)$$

$$L(s) = L|_{\text{eq}} + \Delta\mathbf{L}(s) \cdot \Delta\mathbf{x}(s) \quad (3.42)$$

$$M_\alpha(s) = M_\alpha|_{\text{eq}} + \Delta\mathbf{M}_\alpha(s) \cdot \Delta\mathbf{x}(s) \quad (3.43)$$

As expressões das forças e momentos, nas Equações (3.42) e (3.43), são aplicadas a cada faixa e podem ser somadas vetorialmente, levando em conta a direção de atuação de cada força e momento. Agrupando os termos, obtém-se uma matriz $\bar{\mathbf{A}}_E(s)$ referente às forças e momentos no equilíbrio e uma matriz $\bar{\mathbf{A}}(s)$ referente aos termos perturbativos, denominada matriz de coeficientes de influência aerodinâmicos.

Para sair do domínio da frequência e obter a resposta temporal das forças e momentos, deve-se utilizar a transformada inversa de Laplace. Entretanto, a aplicação direta da transformada não pode ser efetuada diretamente, pois a função de Theodorsen $C(s)$ não é Laplace-inversível. Assim sendo, deve-se realizar a aproximação por funções racionais à matriz $\bar{\mathbf{A}}(s)$. O método para a aproximação dos elementos da matriz utilizado nesse trabalho é o método de Roger.

Com a aproximação realizada, pode-se utilizar a transformada inversa de Laplace e, então, obter as forças e momentos no domínio do tempo como a expressão abaixo.

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} F_x(t) & F_y(t) & F_z(t) & M_x(t) & M_y(t) & M_z(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(t) = & \bar{\mathbf{A}}_E(t) + \bar{\mathbf{A}}_0(t) \cdot \Delta \mathbf{x}(t) + \left(\frac{b_{ref}}{V} \right) \bar{\mathbf{A}}_1(t) \cdot \Delta \dot{\mathbf{x}}(t) + \\ & \bar{\mathbf{A}}_2(t) \left(\frac{b_{ref}}{V} \right)^2 \cdot \Delta \ddot{\mathbf{x}}(t) + \sum_{i=1}^{n_{lag}} \bar{\mathbf{A}}_{i+2}(t) \cdot \mathbf{x}_i^{lag}(t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

sendo b_{ref} a envergadura de referência da aeronave, V a velocidade total da aeronave e $\mathbf{x}_i^{lag}(t)$ o vetor de estados que representam os termos de atraso aerodinâmico.

Por fim, pode-se descrever cada um dos componentes do vetor $\mathbf{F}(t)$ em termos dos coeficientes de influência, denominados de derivadas de estabilidade, quando se referem à variáveis de estado, e controle, quando se referem às deflexões de controle. Para a adimensionalização utiliza-se a corda média aerodinâmica c_{ref} e a área da planta da asa S_{ref} . Como exemplo, nas Equações (3.46) e (3.47), são apresentados a força e o momento em torno do eixo x do sistema de referência do corpo.

$$\begin{aligned} F_x = & \frac{\rho V^2 S_{ref}}{2} \left(C_{X_{eq}} + C_{X_\alpha} \Delta \alpha + C_{X_\beta} \Delta \beta + C_{X_\delta} \Delta \delta \right) \\ & + \frac{\rho V S_{ref} c_{ref}}{4} \left(C_{X_{\dot{\alpha}}} \Delta \dot{\alpha} + C_{X_{\dot{\beta}}} \Delta \dot{\beta} + C_{X_p} \Delta p + C_{X_q} \Delta q + C_{X_r} \Delta r + C_{X_{\dot{\delta}}} \Delta \dot{\delta} + \right. \\ & \quad \left. \left(\sum_{i=1}^{n_{lag}} C_{X_{\alpha,i}^{lag}} x_{\alpha,i}^{lag} + C_{X_{\beta,i}^{lag}} x_{\beta,i}^{lag} + C_{X_{\delta,i}^{lag}} x_{\delta,i}^{lag} \right) \right) \\ & + \frac{\rho S_{ref} c_{ref}^2}{4} \left(C_{X_{\ddot{\alpha}}} \Delta \ddot{\alpha} + C_{X_{\ddot{\beta}}} \Delta \ddot{\beta} + C_{X_{\dot{p}}} \Delta \dot{p} + C_{X_{\dot{q}}} \Delta \dot{q} + C_{X_{\dot{r}}} \Delta \dot{r} + C_{X_{\ddot{\delta}}} \Delta \ddot{\delta} + \right. \\ & \quad \left. \left(\sum_{i=1}^{n_{lag}} C_{X_{p,i}^{lag}} x_{p,i}^{lag} + C_{X_{q,i}^{lag}} x_{q,i}^{lag} + C_{X_{r,i}^{lag}} x_{r,i}^{lag} \right) \right) \\ & + \frac{\rho S_{ref} c_{ref}^3}{4V} \left(C_{X_{\ddot{p}}} \Delta \ddot{p} + C_{X_{\ddot{q}}} \Delta \ddot{q} + C_{X_{\ddot{r}}} \Delta \ddot{r} \right) \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned}
M_x = & \frac{\rho V^2 S_{ref} b_{ref}}{2} \left(C_{l_{eq}} + C_{l_\alpha} \Delta \alpha + C_{l_\beta} \Delta \beta + C_{l_\delta} \Delta \delta \right) \\
& + \frac{\rho V S_{ref} b_{ref}^2}{4} \left(C_{l_{\dot{\alpha}}} \Delta \dot{\alpha} + C_{l_{\dot{\beta}}} \Delta \dot{\beta} + C_{l_p} \Delta p + C_{l_q} \Delta q + C_{l_r} \Delta r + C_{l_{\dot{\delta}}} \Delta \dot{\delta} + \right. \\
& \quad \left. \left(\sum_{i=1}^{n_{lag}} C_{l_{\alpha,i}^{lag}} x_{\alpha,i}^{lag} + C_{l_{\beta,i}^{lag}} x_{\beta,i}^{lag} + C_{l_{\delta,i}^{lag}} x_{\delta,i}^{lag} \right) \right) \quad (3.47) \\
& + \frac{\rho S_{ref} b_{ref}^3}{4} \left(C_{l_{\ddot{\alpha}}} \Delta \ddot{\alpha} + C_{l_{\ddot{\beta}}} \Delta \ddot{\beta} + C_{l_{\ddot{p}}} \Delta \dot{p} + C_{l_{\ddot{q}}} \Delta \dot{q} + C_{l_{\ddot{r}}} \Delta \dot{r} + C_{l_{\ddot{\delta}}} \Delta \ddot{\delta} + \right. \\
& \quad \left. \left(\sum_{i=1}^{n_{lag}} C_{l_{p,i}^{lag}} x_{p,i}^{lag} + C_{l_{q,i}^{lag}} x_{q,i}^{lag} + C_{l_{r,i}^{lag}} x_{r,i}^{lag} \right) \right) \\
& + \frac{\rho S_{ref} b_{ref}^4}{4V} \left(+ C_{l_{\ddot{p}}} \Delta \ddot{p} + C_{l_{\ddot{q}}} \Delta \ddot{q} + C_{l_{\ddot{r}}} \Delta \ddot{r} \right)
\end{aligned}$$

Para a força F_y e os momentos M_x , M_z o fator de adimensionalização c_{ref} é substituído por b_{ref} .

3.3 MODELO DE PROJETO DE CONTROLE

Nessa seção é apresentado o método de projeto de controle, com sua formulação e características. Para a compreensão do método, são apresentados os passos necessários para o projeto de controle na subseção 3.3.1 e a rotina de projeto adotada na subseção 3.3.2.

3.3.1 O Método EMC

O método EMC implementa uma abordagem inspirada em SMC com uma função de mapeamento não linear heuristicamente definida. A forma e o limite da função de mapeamento são definidos pelo operador. O limite é derivado de informações básicas sobre os atuadores e sua forma é definida com base no conhecimento sobre o comportamento do sistema. Para a implementação do EMC deve-se seguir os seguintes passos:

1. Cálculo do erro comutado:

$$e_t = \frac{x_{ref} - x}{e_r} \quad (3.48)$$

onde x_{ref} é a referência de um estado qualquer x e e_r o primeiro parâmetro de projeto.

2. O parâmetro e_t é restringido a estar entre -1 e 1:

$$e_s = \begin{cases} -1, & \text{se } e_t < -1 \\ e_t, & \text{se } -1 \leq e_t \leq 1 \\ 1, & \text{se } e_t > 1 \end{cases} \quad (3.49)$$

3. Cálculo da função exponencial:

$$u_e = \text{sign}(e_s) \left(1 - |e_s|^{-1}^{2^{-B}} \right) \quad (3.50)$$

sendo $\text{sign}(e_s)$ uma função que retorna o sinal de e_s e B o segundo parâmetro de projeto, normalmente inserido entre -10 e 10.

4. Cálculo da ação de controle:

$$u = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2} (u_e - 1) + u_{\max} \quad (3.51)$$

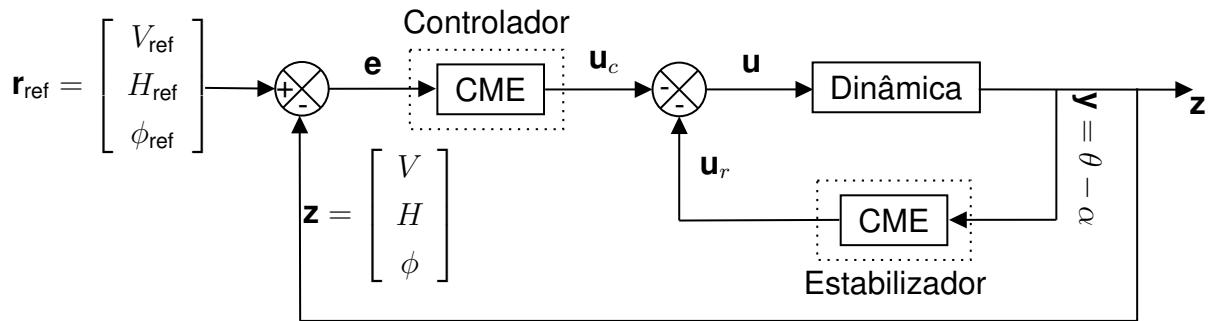
sendo u_{\max} e u_{\min} os batentes máximo e mínimo da ação de controle.

Na prática a EMC precisa de apenas dois parâmetros e os batentes de controle, facilitando sua implementação e ajustes.

3.3.2 Rotina de Projeto

Com as especificações dos passos do método EMC, pode-se utilizá-lo em uma rotina de projeto. A rotina consiste em uma entrada de referência e em um chute inicial dos parâmetros e_r e B , para cada uma das variáveis de estados que se deseja rastrear. Na Figura 3.5 encontra-se o diagrama de blocos do sistema, com as variáveis de estado utilizadas no projeto de controle.

Figura 3.5 – Diagrama de blocos para o projeto de controle.



Fonte: Autor.

O projeto pode ser dividido em dois, em controlador e estabilizador, conforme a figura acima. O controlador é responsável pelo controle das variáveis rastreadas V , H e ϕ , enquanto que o estabilizador é responsável por estabilizar a aeronave, utilizando como entrada a comparação entre os ângulos θ e α .

O sistema é resolvido com a função *ode15s* do software MATLAB © e, após isso, armazena-se os erros entre as referências e os estados rastreados. Como critério de penalização, utiliza-se a integral do tempo multiplicado pelo valor absoluto do erro $|e(t)|$, um critério muito útil e utilizado para penalizar respostas transientes (HUSSAIN et al., 2014). O critério pode ser descrito como:

$$f_{\text{crit}} = \int_0^{\infty} t|e(t)| \cdot dt \quad (3.52)$$

Por fim, os parâmetros e_r e B finais são obtidos através de uma minimização da função f_{crit} , utilizando-se uma função de minimização como a função *fminsearch* do MATLAB ©.

4 ESTUDOS NUMÉRICOS

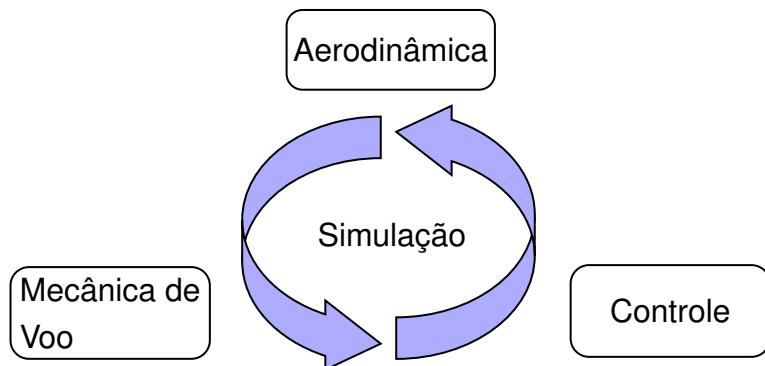
Nesse capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos. Primeiramente, é apresentado na seção 4.1 o algoritmo principal de simulação com seus principais processos, para a compreensão de como foi realizada a união entre as diferentes modelagens realizadas durante o trabalho. Após, são apresentados os resultados numéricos obtidos com o programa principal. O primeiro resultado, apresentado na seção 4.2, é a análise da influência da discretização da malha aerodinâmica, com o objetivo de escolher uma discretização final para o prosseguimento das demais análises.

Na seção 4.3 são apresentados os resultados da análise da modelagem completa, bem como a caracterização da aeronave de referência utilizada, com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico da aeronave e a sua estabilidade. Após essas análises, na seção 4.4 são apresentados os resultados utilizando o projeto de controle, com o objetivo de analisar a influência dos efeitos variantes no tempo na ação de controle. Por fim, na seção 4.5 é apresentada a análise da utilização de mais superfícies de controle.

4.1 ORGANIZAÇÃO NUMÉRICA

Nessa seção é apresentada a estrutura numérica do trabalho, a qual é dividida em três principais áreas: a mecânica de voo, aerodinâmica e o controle. Essas diferentes áreas comunicam-se entre si, conforme ilustrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Ilustração geral da estrutura principal de simulação.

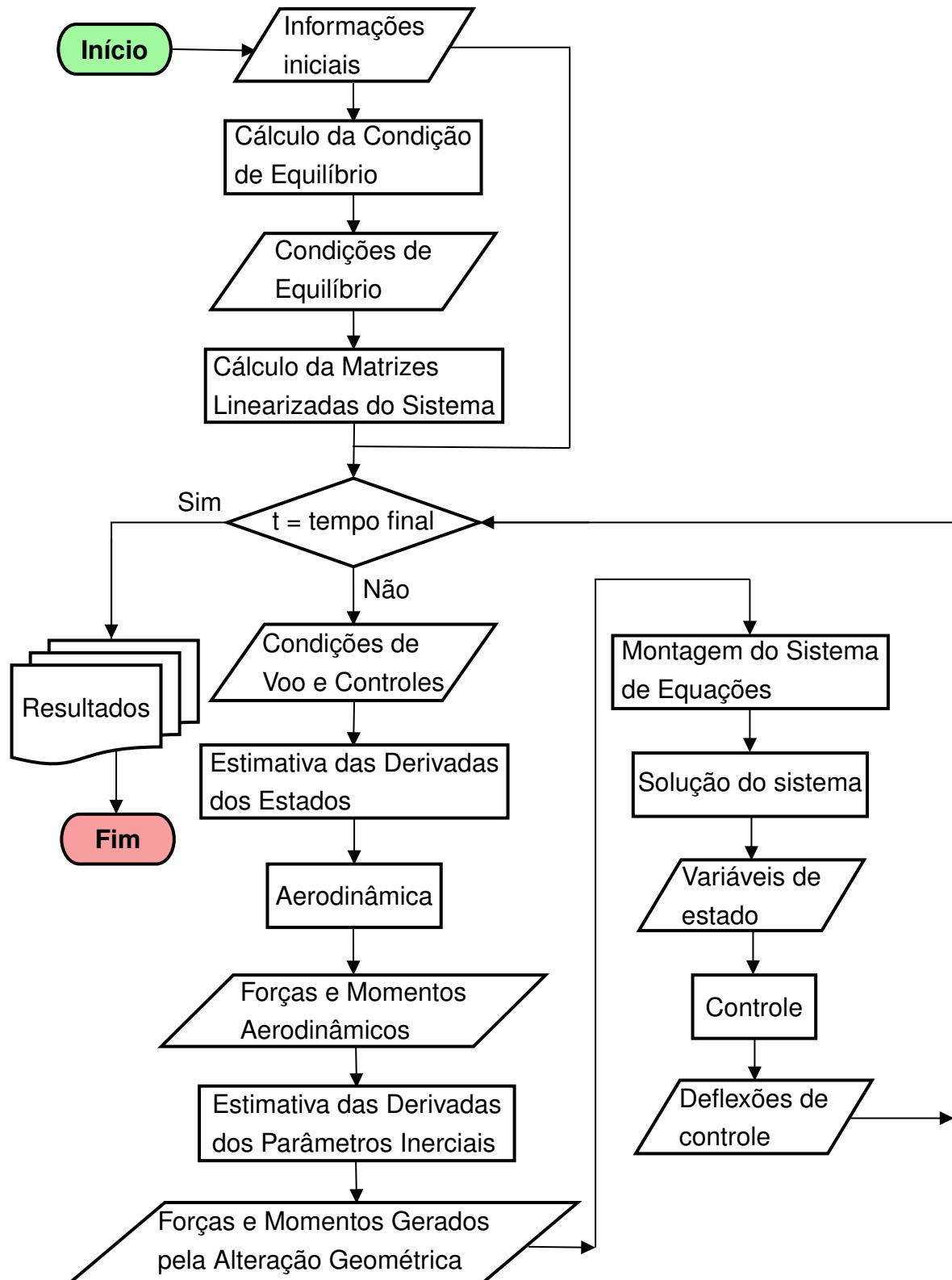


Fonte: Autor.

A implementação de todas as áreas é realizada no *software MATLAB* ©. O programa de simulação é responsável por gerenciar a troca de informações entre ambas

as partes. Na Figura 4.2 pode-se analisar o fluxograma numérico do programa de simulação, evidenciando os seus principais processos e informações.

Figura 4.2 – Fluxograma numérico do programa de simulação.



Fonte: Autor.

O programa inicia com o aquisição dos dados iniciais, como informações da geometria da asa principal, da condição de voo da aeronave de referência e parâmetros numéricos. A condição de voo inicial é fornecida resolvendo o equilíbrio, ou seja, o vetor de estados e controle que correspondem a condição desejada. Com as condições de equilíbrio conhecidas, calcula-se as matrizes linearizadas $\bar{\mathbf{A}}_t$ e $\bar{\mathbf{B}}_t$ do sistema, podendo estimar a resposta do sistema com a Equação (4.1).

$$\dot{x} = \bar{\mathbf{A}}_t \cdot x + \bar{\mathbf{B}}_t \cdot u \quad (4.1)$$

No laço temporal, o primeiro processo representa as estimativas das primeiras e segundas derivadas, quantidades necessárias para a aerodinâmica, conforme a Equação (3.45). Após as estimativas, as forças e momentos aerodinâmicos são computados, conforme as Equações (3.46) e (3.47), no processo denominado de Aerodinâmica.

No processo denominado de Estimativa das Derivadas dos Parâmetros Inerciais, são estimadas as primeiras e segundas derivadas do vetor posição do centro de massa, dos elementos de massa e da inércia da aeronave, conforme as Equações (3.23) e (3.24). Com as estimativas realizadas, são computadas as forças e os momentos gerados pela alteração na geometria, conforme as Equações (3.14) e (3.15).

Com os dados iniciais, as forças e momentos fornecidos, o processo denominado de Montagem do Sistema de Equações utiliza as Equações (3.12), (3.21), (3.18) e (3.26) para montar o sistema final de equações. Após a montagem, o sistema é resolvido utilizando a função *ode15s* do software MATLAB ©, fornecendo as variáveis de estado do sistema.

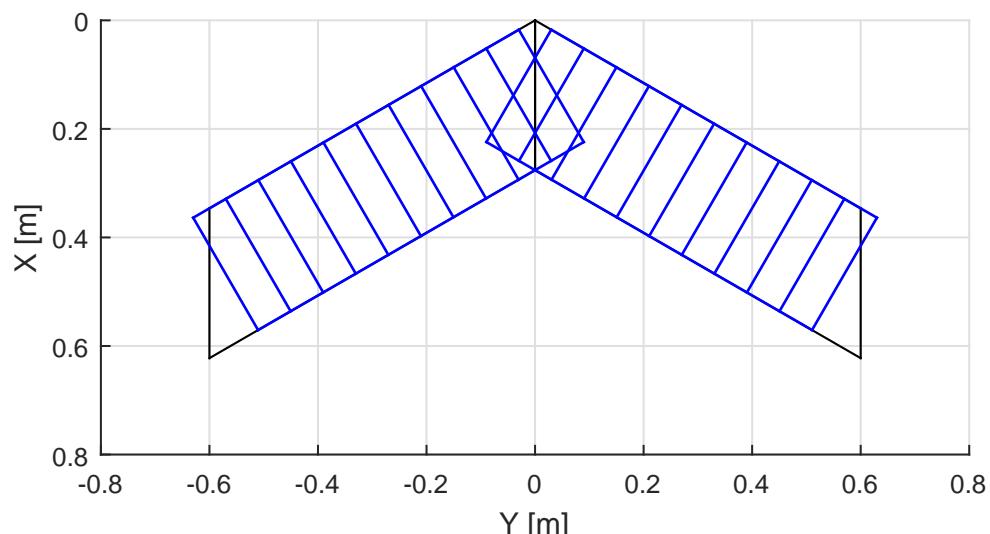
Por fim, o processo Controle recebe o comportamento da aeronave, através das variáveis de estado, e fornece as ações de controles necessárias para realizar a trajetória desejada. O cálculo da ação de controle é realizado utilizando os parâmetros e_r , B e os batentes, definidos no projeto realizado previamente. O ciclo se repete até atingir o tempo final da simulação, fornecendo os resultados coletados durante os processos.

4.2 ESTUDO DE INFLUÊNCIA DA DISCRETIZAÇÃO DAS FAIXAS

Para analisar a influência do número de faixas utilizadas para discretizar a superfície sustentadora, considerou-se um asa com uma corda de referência de 0,276 m, envergadura de 1,2 m e um ângulo de enflechamento de 30°. As discretizações utilizadas no estudo foram de 10, 20 e 40 faixas igualmente divididas ao longo da envergadura.

Como parâmetro de análise, utilizou-se os valores dos erros relativos de cada uma das derivadas de estabilidade e controle. O maior erro relativo entre a discretização de 10 e 20 foi de 0,03 %, enquanto que para as discretizações de 20 e 40 foi de 0,0076 %. Então, se percebe que a discretização do método não é proibitiva, mas para uma melhor caracterização da geometria optou-se pela discretização com 20 faixas ao longo da envergadura para o prosseguimento do trabalho, conforme a Figura 4.3.

Figura 4.3 – Malha aerodinâmica com 20 faixas igualmente espaçadas ao longo da envergadura. As faixas estão destacadas em azul e a geometria da superfície sustentadora em preto.



Fonte: Autor.

4.3 ESTUDO DA MODELAGEM COMPLETA

Nessa seção é apresentada a aeronave de referência, uma análise de estabilidade através dos polos das dinâmicas e, por fim, uma análise da resposta à perturbação de controle.

4.3.1 Aeronave de Referência

Para realizar a simulação, escolheu-se uma aeronave de referência sendo um veículo aéreo não tripulado (VANT) do tipo asa voadora, semelhante à aeronave apresentado por Grankvist (2006), apresentada na Figura 4.4. A aeronave possui uma corda de referência de $0,276\text{ m}$, envergadura de $1,2\text{ m}$, massa total de $0,9\text{ kg}$ e um ângulo de enflechamento de 30° . Além disso, definiu-se a condição de voo como sendo um voo de cruzeiro com velocidade de 12 m/s e altitude de 100 m .

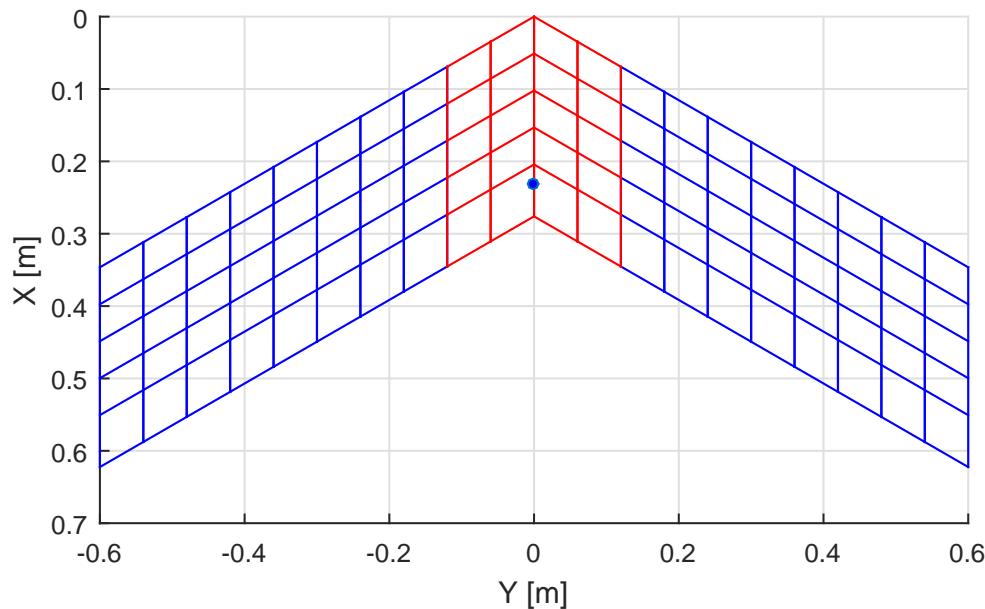
Figura 4.4 – Aeronave de referência.



Fonte: Grankvist (2006).

Para caracterizar a inércia e a posição do centro de massa da aeronave, utilizou-se as Equações (3.27) e (3.28), gerando uma malha de dez elementos ao longo da corda e vinte elementos ao longo da envergadura. Utilizando a malha gerada, considerou-se cada elemento como uma massa pontual, estimando uma massa de 40% da massa total na região central, em que se localiza o sistema propulsivo, e cada semi-asa demais totalizando 30% da massa total. Como ponto de referência para o cálculo dos momentos de inércia, utilizou-se o centro de massa. Na Figura 4.5, os elementos de cada semi-asa estão destacados em azul, a região central em vermelho e o centro de massa destacado com um círculo azul. Na Tabela 4.1 encontram-se os valores dos momentos de inércia e a posição do centro de massa.

Figura 4.5 – Aeronave de referência com uma malha de superfície de 5 elementos ao longo da corda e 20 ao longo da envergadura.



Fonte: Autor.

Tabela 4.1 – Valores dos momentos de inércia e as coordenadas do centro de massa da aeronave de referência.

Parâmetros iniciais	Valores (S.I)
I_{xx}	0,0681
I_{yy}	0,0116
I_{zz}	0,0797
$I_{zx} = I_{yx} = I_{zy}$	0
x_{cm}	0,2317
$y_{cm} = z_{cm}$	0

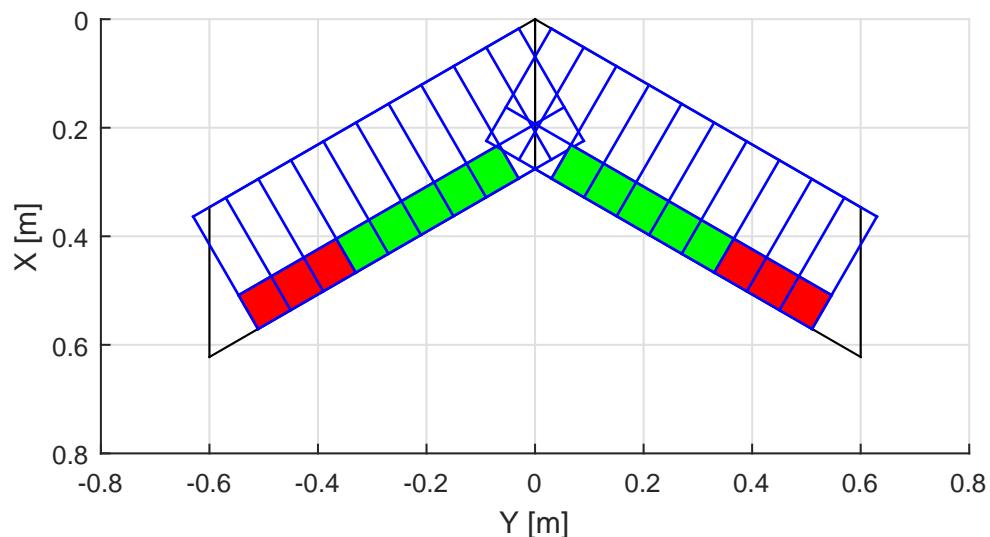
Fonte: Autor.

A aeronave possui limitações propulsivas, com uma potência máxima de 260 W, assim sendo, a velocidade máxima atingida pela aeronave é de 22,0 m/s, já a velocidade mínima é de 9,0 m/s para não ter perda de sustentação. Além disso, também possui limitações de deflexões de superfície de controle, devido às restrições dos atuadores, as quais são de 20° para a deflexão máxima e -20° para a deflexão mínima (GRANKVIST, 2006).

4.3.2 Análise de Estabilidade

As superfícies de controle foram divididas em dois grupos, o responsável pelo movimento lateral denominado de aileron e pelo movimento longitudinal denominado de profundor. As superfícies de controle pertencentes ao grupo do profundor recebem o mesmo valor de deflexão, enquanto que as superfícies pertencentes ao grupo do aileron recebem o mesmo valor em módulo, atuando de maneira assimétrica. A divisão é ilustrada na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Divisão de controle na superfície sustentadora, representadas nas faixas aerodinâmicas. O grupo denominado de profundor esta preenchido em verde, enquanto que o grupo aileron esta preenchido em vermelho.



Fonte: Autor.

A análise de estabilidade é realizada em torno da condição de equilíbrio. Essa condição pode ser encontrada numericamente através da função *fso*lve do MATLAB ©. Como condição de equilíbrio adotou-se um voo reto e nivelado com uma velocidade

de 12 m/s à uma altitude de 100 m , assim sendo, a condição de equilíbrio é dada por:

$$\begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ \theta \\ H \\ (\delta_c)_{\text{profundor}} \\ \Pi_p \\ (\delta_c)_{\text{aileron}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \text{ (m/s)} \\ 3,72^\circ \\ 3,72^\circ \\ 100 \text{ (m)} \\ -1,64^\circ \\ 0,00875 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

sendo Π_p o controle propulsivo, dado pela relação de quanto da potência máxima do motor é utilizada.

Com os dados do equilíbrio é possível obter as matrizes linearizadas $\bar{\mathbf{A}}_t$ e $\bar{\mathbf{B}}_t$ do sistema. Analisando a matriz $\bar{\mathbf{A}}_t$ que se refere a apenas os estados da dinâmica, percebe-se um desacoplamento entre a dinâmica longitudinal e látero-direcional. Então, para facilitar a análise de estabilidade estática, separou-se as duas dinâmicas da matriz $\bar{\mathbf{A}}_t$, obtendo a matriz linearizada da dinâmica longitudinal e da dinâmica látero-direcional. Utilizando a função *eig* do MATLAB®, obtém-se os polos da matriz linearizada de cada dinâmica. Na Tabela 4.2, encontram-se os valores dos polos.

Tabela 4.2 – Valores dos polos das dinâmicas longitudinal e látero-direcional.

Dinâmica longitudinal	Dinâmica látero-direcional
$-15,9 + 6,12i$	$-0,0278$
$-15,9 - 6,12i$	0
$-0,0627 + 0,416i$	$-17,1$
$-0,0627 - 0,416i$	0
0	0

Fonte: Autor.

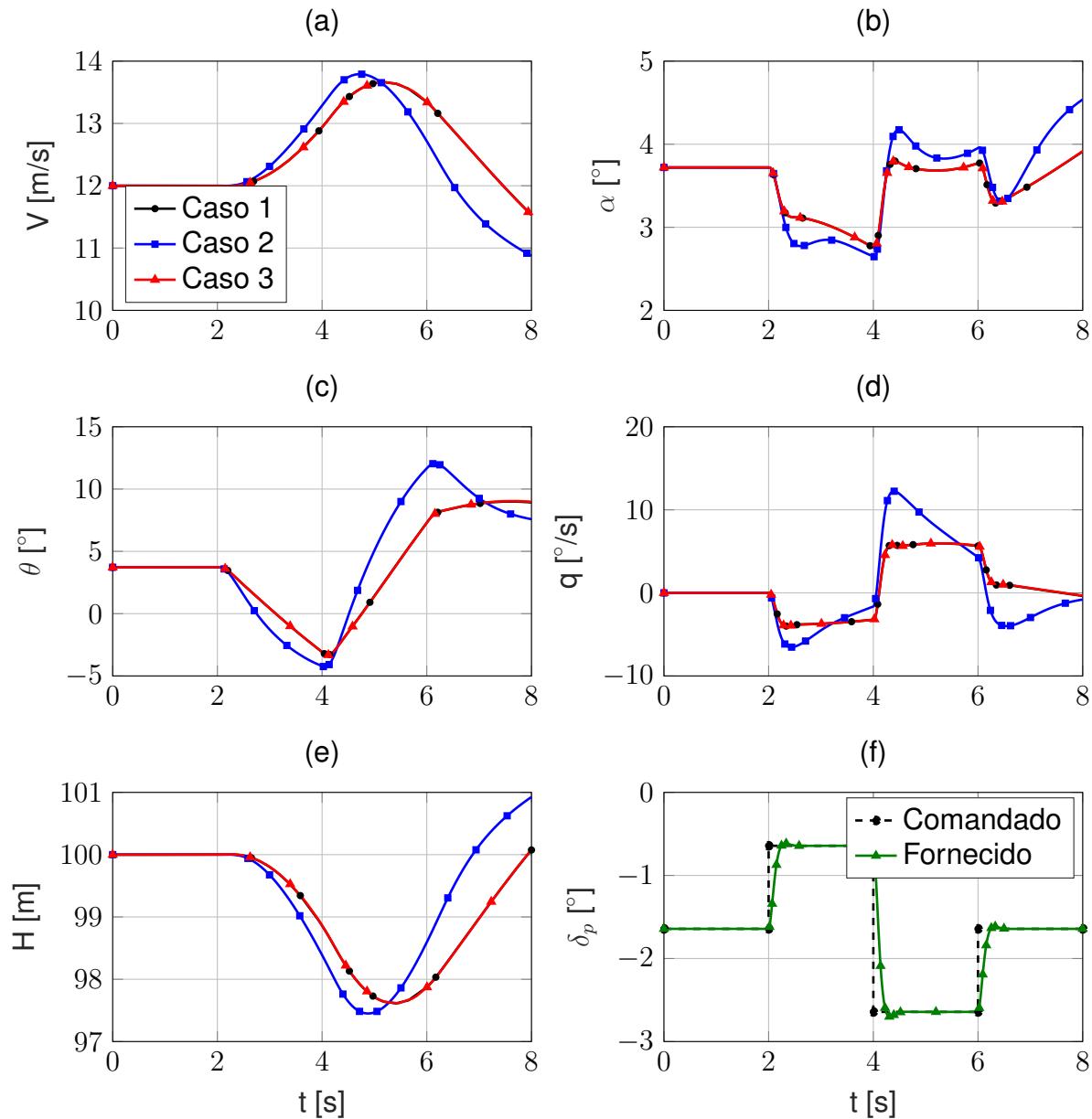
Analizando os dados da Tabela 4.2 pode-se concluir que ambas as dinâmicas são estáveis.

4.3.3 Resposta a Perturbações Nas Superfícies de Controle

A análise da resposta da dinâmica à perturbações nas superfícies de controle é importante para a compreensão do comportamento da aeronave referente à utilização dos controles. Para realizar essa análise, optou-se por perturbar apenas o comando de profundor com uma entrada *doublet* de um $\Delta\delta_p = \pm 1^\circ$ durante 2 segundos. Além disso, considerou-se três diferentes dinâmicas, na primeira despreza-se os efeitos da

aerodinâmica não-estacionária e das variações temporais do parâmetros inerciais, a segunda despreza apenas os efeitos das variações temporais dos parâmetros inerciais e a terceira apenas os efeitos da aerodinâmica não-estacionária. Na Figura 4.7 os resultados em preto se referem à primeira dinâmica, em azul à segunda e em vermelho à terceira quando perturbadas pelo controle de profundor.

Figura 4.7 – Resposta das variáveis de estado à perturbação no controle do profundor.



Fonte: Autor.

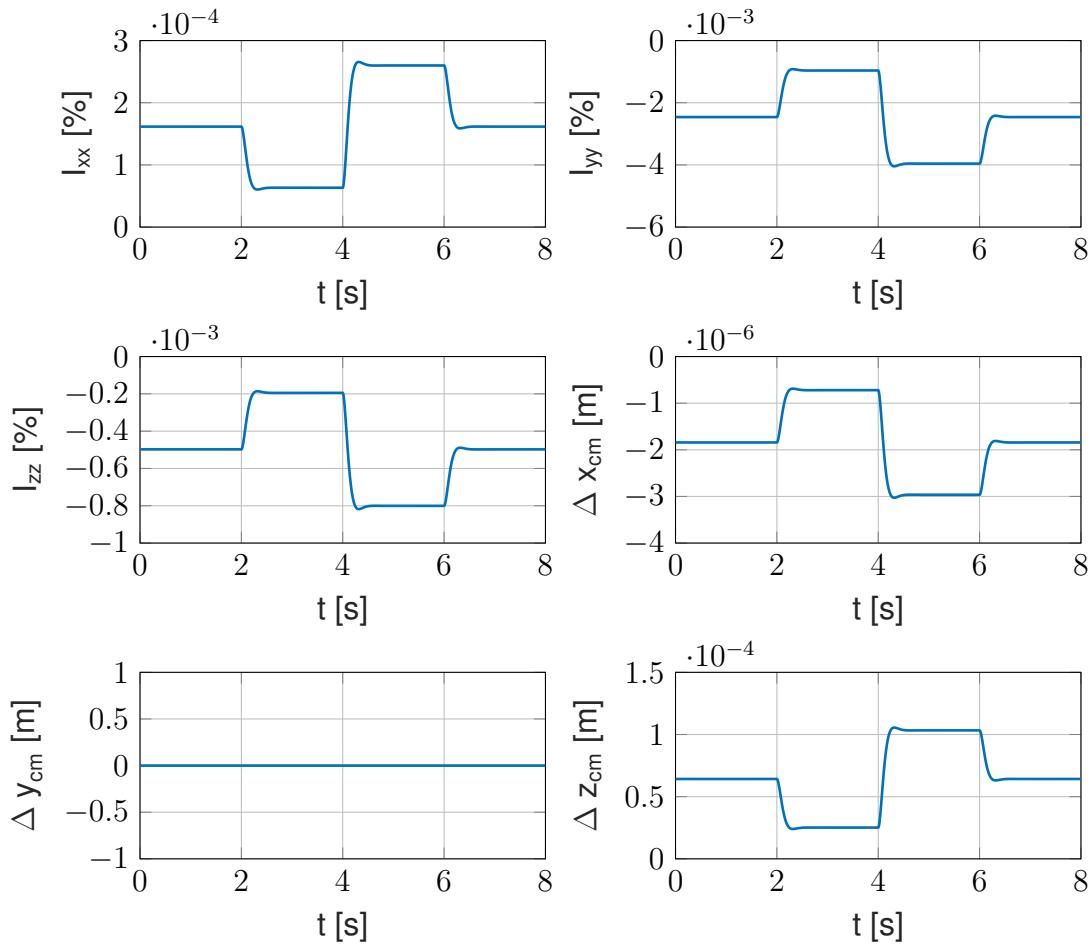
Ao analisar os resultados acima pode-se perceber que o comportamento da aeronave está coerente com o esperado da modelagem, pois uma perturbação positiva no profundor diminui o ângulo de ataque α e o ângulo de arfagem θ , uma vez que essa perturbação gera um momento de arfagem negativo. Além disso, como o

ângulo de ataque diminui a velocidade aumenta, devido a diminuição do arrasto, e a altitude diminui, devido a diminuição da sustentação. No resultado referente ao controle, observa-se a dinâmica do atuador, a qual possui uma dinâmica relativamente rápida.

Realizando uma análise comparativa entre as diferentes dinâmicas, percebe-se que a primeira e a terceira dinâmica possuem resultados idênticos, enquanto que a segunda dinâmica possui resultados diferentes, mas mantém o sentido físico. Essa diferença na magnitude dos resultados pode ser explicada analisando os termos não-circulatórios, ou de massa aparente, os quais consideram o deslocamento da massa de ar no movimento da superfície, aumentando a magnitude das forças e momentos atuantes no movimento.

Na Figura 4.8 encontram-se as variações dos parâmetros iniciais quando se considera a terceira dinâmica, como discutido no parágrafo anterior, essa dinâmica não influência nos resultados, ou seja, as variações são muito pequenas e, consequentemente, resultam em forças e momentos muito pequenos.

Figura 4.8 – Variações temporais na posição do centro de massa e nos momentos de inércia para uma perturbação no controle do profundor.

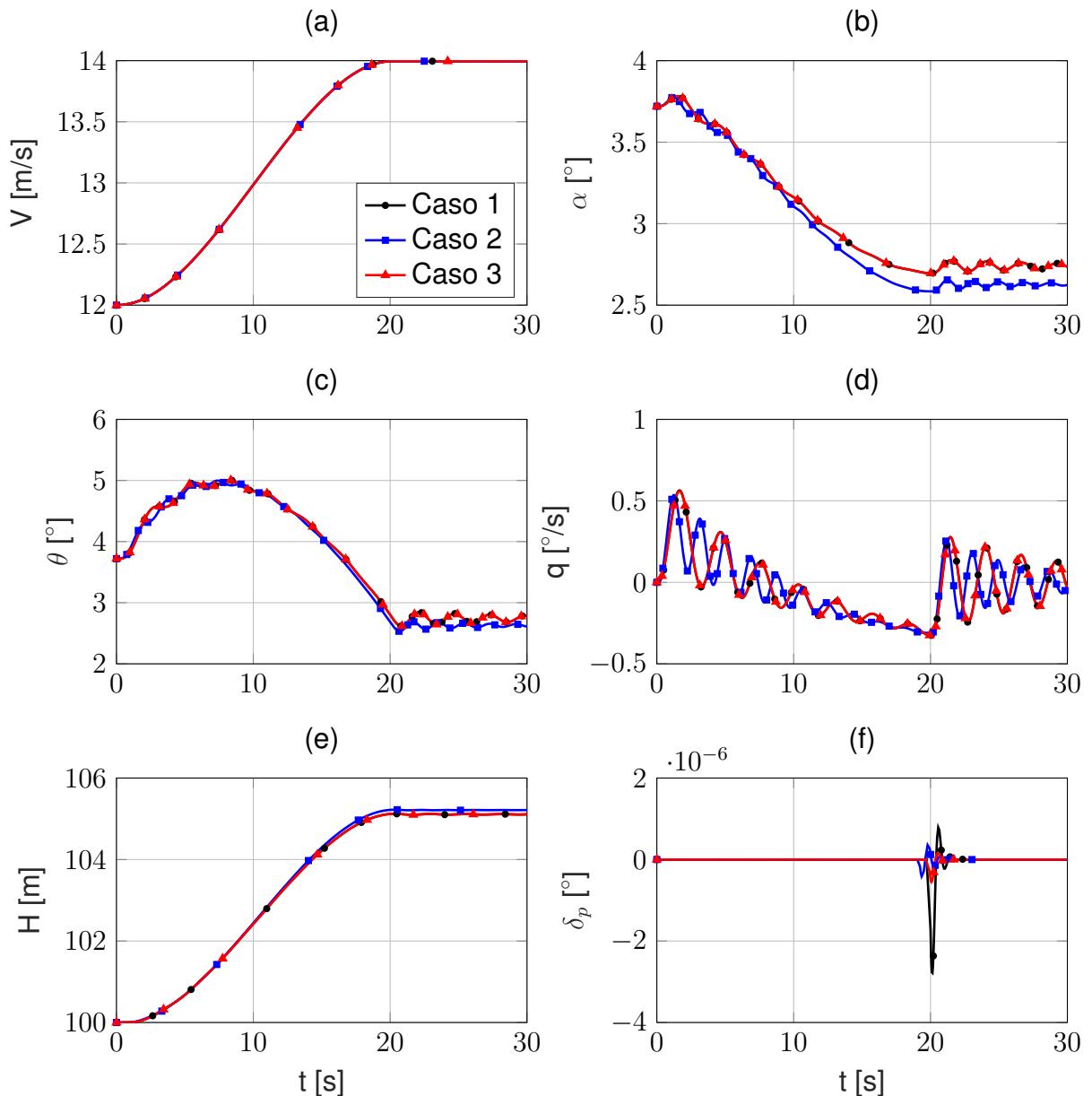


Fonte: Autor.

4.4 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DOS EFEITOS VARIANTES NO TEMPO NO PROJETO DE CONTROLE

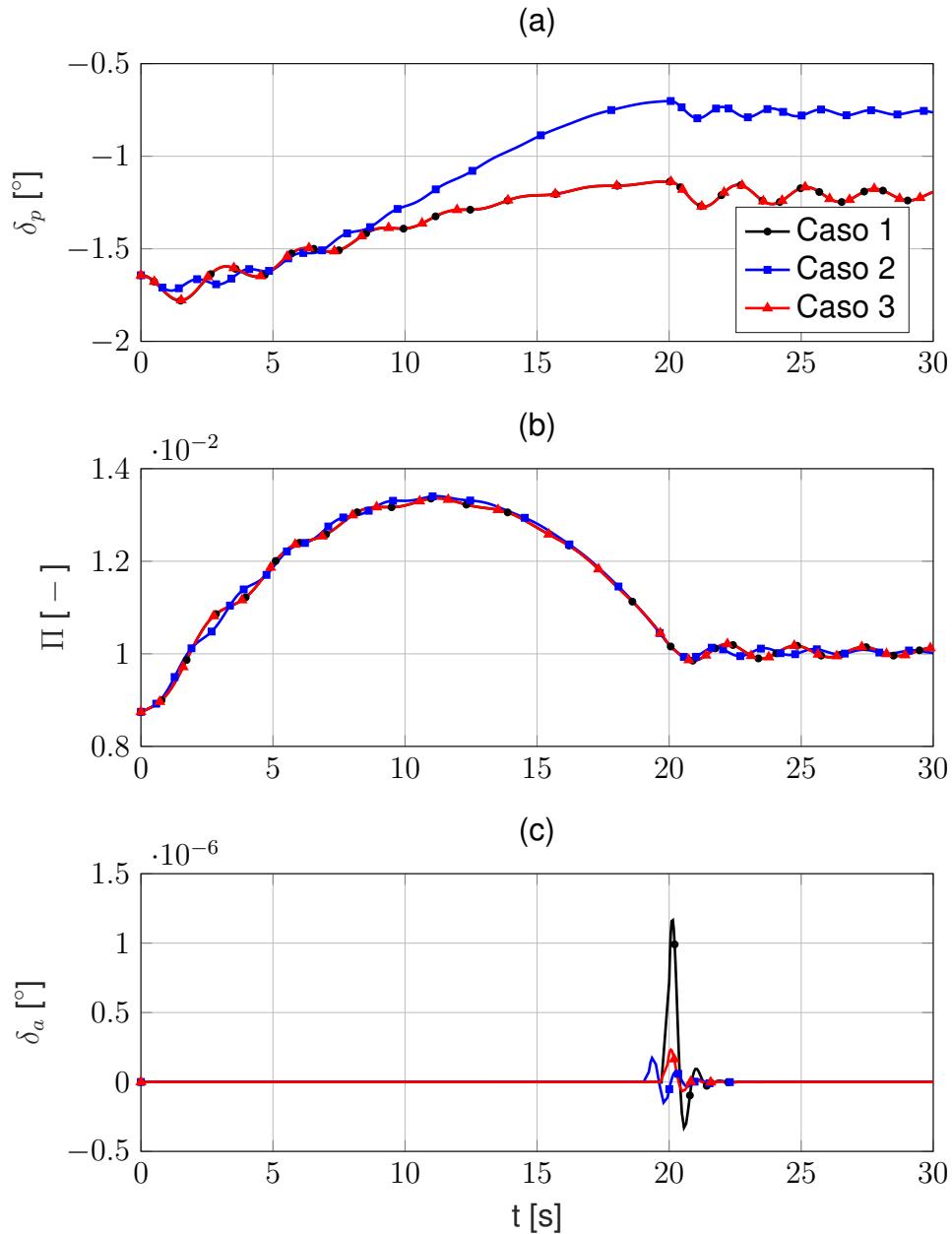
O projeto de controle foi realizado considerando a divisão das superfícies de controle conforme a Figura 4.6, de maneira a facilitar no projeto e na análise das influências dos efeitos variantes no tempo. Para analisar as influências utilizou-se o projeto realizado desprezando as variações nos parâmetros iniciais e considerando a aerodinâmica quasi-estacionária. Nas Figuras 4.9 e 4.10 encontram-se as comparações de variáveis de estado e controle entre as diferentes simulações, em preto os resultados de referência, em azul os resultados com os efeitos da aerodinâmica não-estacionária e em vermelho com os efeitos das alterações geométricas.

Figura 4.9 – Resultados das variáveis de estado para análise de influência no projeto de controle.



Fonte: Autor.

Figura 4.10 – Resultados das ações de controle para análise de influência no projeto de controle.



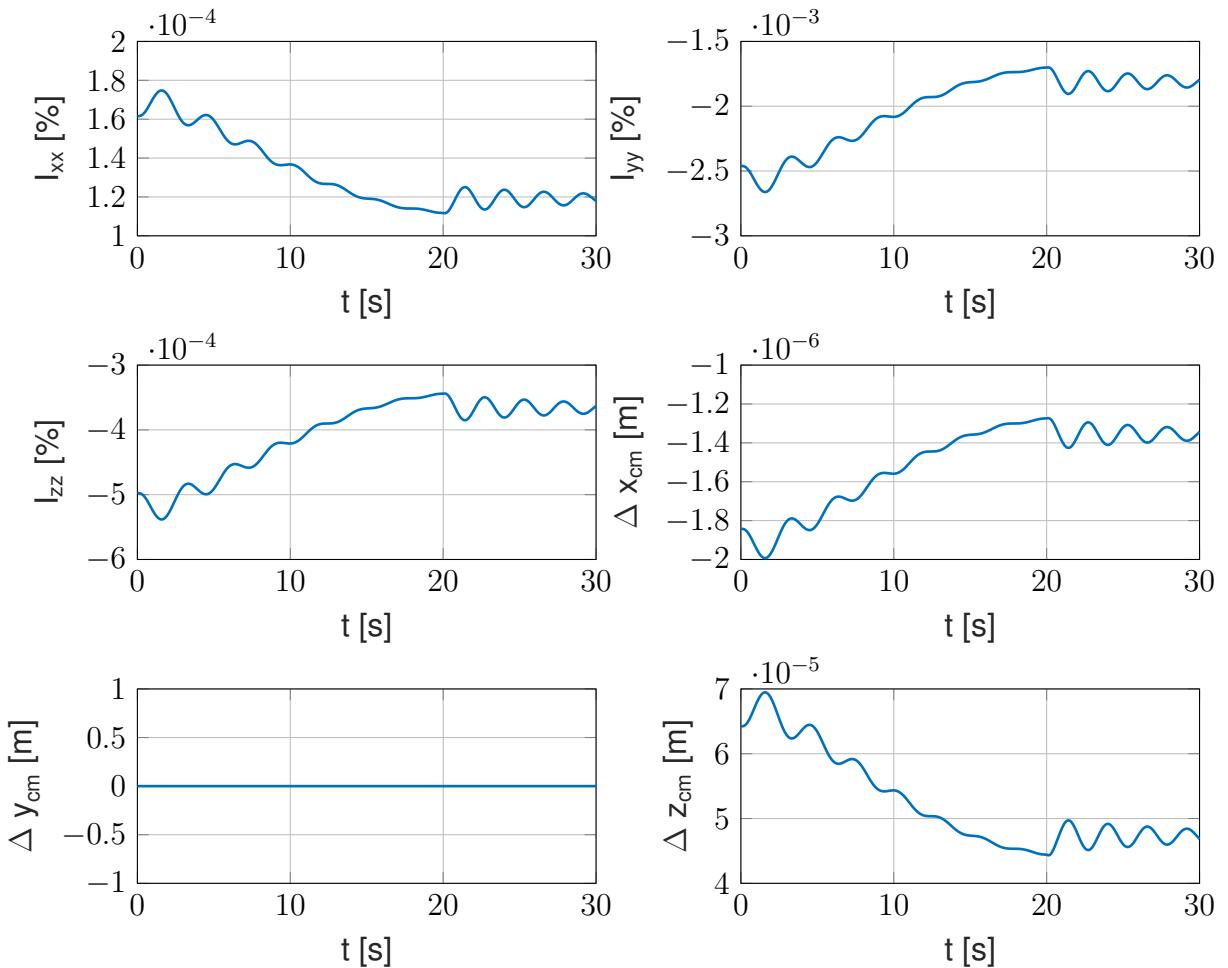
Fonte: Autor.

Analizando os resultados acima, percebe-se que a influência das variações dos momentos de inércia e da posição do centro de massa não são muito significativos quando comparados com a influência da aerodinâmica não-estacionária. Além disso, a ação de controle do profundor devido ao aumento da magnitude da resposta, como discutido na seção anterior. Entretanto, o projeto de controle foi capaz de seguir a referência, obtendo apenas uma dificuldade no rastreio da altitude H para o caso 2.

A influência insignificante das variações na posição do centro de massa e dos momentos de inércia, se deve, principalmente, ao fato da configuração de geometria

variável adotada. Como as superfícies de controle possuem uma pequena parcela de significância no cálculo dos parâmetros de inércia, suas alterações são insignificantes, como pode ser observado na Figura 4.11.

Figura 4.11 – Variações temporais na posição do centro de massa e nos momentos de inércia. Os momentos de inércia são computados em relação ao percentual do valor de estado indeformado.

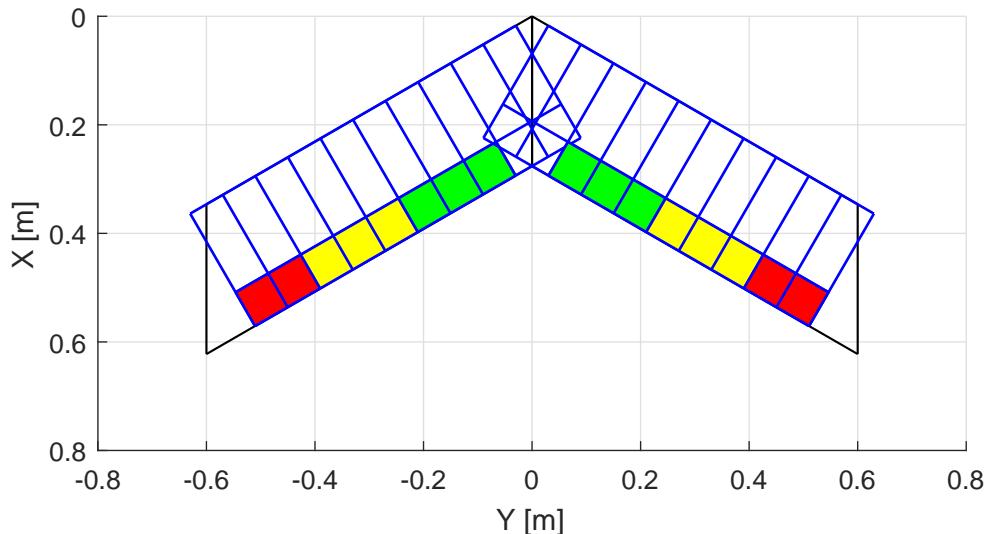


Fonte: Autor.

4.5 ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE MAIS SUPERFÍCIES DE CONTROLE

Para realizar a análise dessa seção, dividiu-se as superfícies em três grupos diferentes, denominados de aileron, profundor interno e profundor externo. Após, o projeto de controle é realizado considerando os efeitos variantes no tempo. Na Figura 4.12, os diferentes grupos estão destacados com três cores, em vermelho o aileron, em amarelo o profundor externo e em verde o profundor interno.

Figura 4.12 – Superfície de controle divididas em três grupos.



Fonte: Autor.

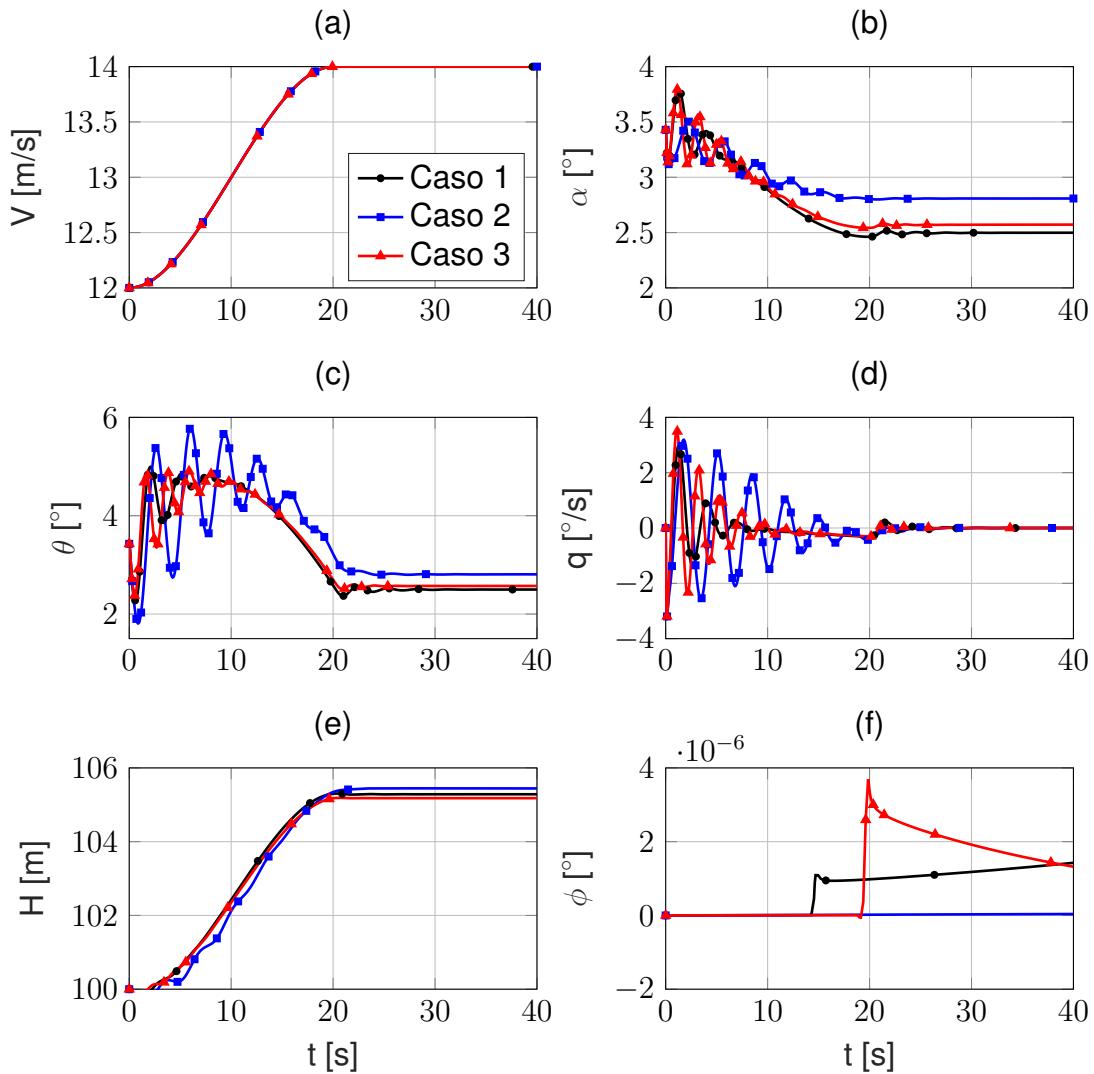
No primeiro caso de simulação é considerado um projeto de controle com ambos os grupos de profundos trabalhando de maneira sincronizada. No segundo caso, o projeto de controle é realizado considerando o profundo externo fixo na deflexão de equilíbrio, ou seja, o profundo interno é o responsável pelo controle da aeronave. O terceiro e último caso é a simulação utilizando o projeto de controle considerando o profundo interno fixo na deflexão de equilíbrio. Na Figura 4.13, encontram-se as variáveis de estado da aeronave, para cada caso de simulação, e na Figura 4.14 os resultados para as deflexões de controle.

Nos resultados, observa-se que o comportamento da aeronave é muito semelhante quando comparados os casos 1 e 3, entretanto para o caso 2 observa-se algumas discrepâncias, mais evidentes no resultado para o ângulo de ataque α e pro ângulo de comando do profundo δ_p . Essas discrepâncias, podem ser explicadas pela dificuldade no projeto de controle utilizando essa divisão de superfícies de controle, uma vez que nessa divisão as superfícies de controle possuem maiores distâncias em relação ao centro de massa da aeronave.

O projeto de controle foi capaz de seguir a referência para os três casos, obtendo apenas uma dificuldade no rastreio da altitude H para o caso 2, evidenciando a possibilidade de se utilizar as superfícies de controle de maneira separada. Além

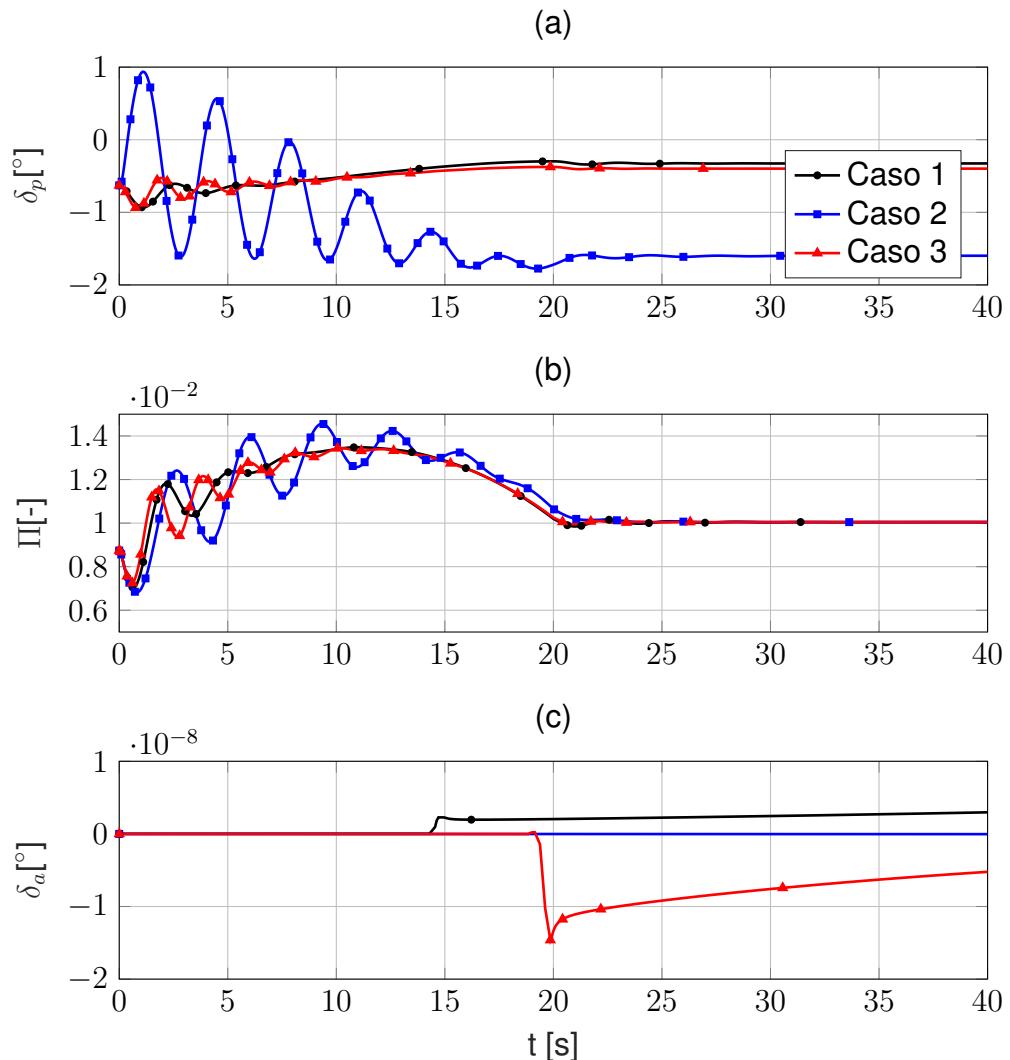
disso, o comportamento da aeronave para o caso 1 e 3 foi semelhante, entretanto, para o caso 3 utiliza-se uma quantidade menor de superfícies de controle e, consequentemente, uma quantidade menor de energia.

Figura 4.13 – Resultados das variáveis de estado para os três casos simulados.



Fonte: Autor.

Figura 4.14 – Resultados das ações de controle para os três casos simulados.



Fonte: Autor.

5 CONCLUSÃO

Nesse capítulo são abordadas as conclusões principais obtidas durante a realização desse trabalho. As conclusões são apresentadas nos itens abaixo.

- Ao se utilizar a modelagem da dinâmica considerando o deslocamento do centro de massa e da inércia variante no tempo, se faz necessário a utilização de um modelo capaz de computar essas variáveis. Nesse modelo a distribuição de massa se torna um desafio, alterando diretamente a estabilidade da aeronave, dificultando na integração do sistema de equações e consequentemente no projeto de controle.
- As aproximações das derivadas dos parâmetros inerciais devem ser realizados com cuidado. A solução do sistema necessita de um passo de tempo variável, o que impossibilita a utilização de aproximações de derivadas mais usuais, como o método de diferenças finitas. Então, para contornar esse problema pode-se utilizar relações lineares entre os parâmetros inerciais e as deflexões, necessitando conhecer a dinâmica do atuador.
- O método aerodinâmico deve ser escolhido com cuidado, pois alguns métodos de aerodinâmica não-estacionária dependem do passo de tempo, necessitando de um estudo numérico mais completo, quando se refere à união entre a solução do sistema de equações e da aerodinâmica.
- Para a utilização da teoria das faixas não-estacionária, é necessário conhecer as primeiras e segundas derivadas das variáveis de estado, mas essas quantidades não são conhecidas antes de se obter as forças e momentos aerodinâmicos. Para contornar esse problema, é realizada uma estimativa através do modelo linearizado da dinâmica, considerando que as matrizes linearizadas se mantêm constantes no tempo.
- As variações temporais da posição do centro de massa e da inércia da aeronave se demonstrou pouco significativa, devido, principalmente, à categoria adotada para a geometria variável.
- A utilização da aerodinâmica não-estacionária é necessária para descrição mais coerente do movimento da aeronave, pois os efeitos aerodinâmicos não-estacionários são significativos no comportamento final da aeronave.
- O método de controle utilizado se mostrou muito eficaz para os casos de simulações adotados.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Nesse capítulo são apresentados, em forma de itens, os possíveis trabalhos futuros que podem ser realizados para complementar esse trabalho, conforme:

- Avaliar outras configurações de geometria variável, para realizar um estudo sobre as influências nos parâmetros geométricos.
- Realizar um estudo mais completo sobre as aproximações das derivadas dos estados e dos parâmetros iniciais.
- Modelar a dinâmica da aeronave por multi-corpos, realizando uma análise comparativa entre as modelagens.
- Melhorar as aproximações da distribuição de massa e do modelo dos atuadores.
- Realizar um projeto de controle para diferentes manobras, buscando o melhor desempenho da aeronave através da utilização individual de cada superfície de controle.
- Estudo mais completo da estabilidade da aeronave, com análises de sensibilidade.
- Realizar a validação completa do modelo aerodinâmico.
- Implementar correções no modelo aerodinâmico para considerar efeitos tridimensionais, como o efeito de ponta de asa e a influência entre as faixas.
- Realizar modificação na seção típica adotada de maneira a comportar diferentes configurações.
- Implementar um método de alocação ótima de controle, buscando utilizar mais superfícies de controles de forma otimizada para melhoria do desempenho da aeronave.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AJAJ, R.; BEAVERSTOCK, C.; FRISWELL, M. Morphing aircraft: The need for a new design philosophy. **Aerospace Science and Technology**, p. 12, 2015.
- AMERI, N.; LOWENBERG, M. H.; FRISWELL, M. I. Modelling the dynamic response of a morphing wing with active winglets. In: ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE AND EXHIBIT, 2007, Hilton Head, South Carolina. Hilton Head, South Carolina, 2007.
- ATAG. **Air Transport Action Group**. 2018. Disponível em: <<https://www.atag.org/>>. Acesso em: 10 nov. 2018.
- BARBARINO RAFIC M. AJAJ, O. B. M. I. F. D. J. I. S. A review of morphing aircraft. **Journal Of Intelligent Material Systems And Structures**, p. 12, 2011.
- BARMBY, J. G.; CUNNINGHAM, H. J.; GARRICK, I. E. **Study of Effects of Sweep on The Flutter of Cantilever Wings**. 1951.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aerelasticity**. [S.I.]: Dover Publications, Inc., 1996.
- BOOTHE, K. E. **Dynamic Modeling And Flight Control of Morphing Air Vehicles**. 2004. 60 f. Dissertação (Mestrado em ciência) — Universidade da Flórida, Gainesville, Flórida, 2004.
- BURDETTE, J. R. M. D. A. Design of a transonic wing with an adaptive morphing trailing edge via aerostructural optimization. **Aerospace Science and Technology**, p. 12, 2018.
- CASTRO, H. F. de; PAGLIONE, P.; RIBEIRO, C. H. Exponential mapping controller applied to aircraft. In: AIAA GUIDANCE, NAVIGATION, AND CONTROL CONFERENCE, 2012, Minneapolis, Minnesota. [S.I.], 2012.
- CHAE, E. J. et al. A comparative study of a morphing wing. In: CONFERENCE ON SMART MATERIALS, ADAPTIVE STRUCTURES AND INTELLIGENT SYSTEMS, 2017, Snowbird, UT, USA. [S.I.], 2017.
- CRAMER, N. B. et al. Elastic shape morphing of ultralight structures by programmable assembly. **Journal Of Smart Materials and Structures**, p. 14, 2019.
- FLEXSYS. **flexsys**. 2018. Disponível em: <<https://www.flxsys.com/flexfoil>>. Acesso em: 19 nov. 2018.
- GIBBS-SMITH, C. H. **Aviation: An Historical Survey from Its Origins to the End of World War**. 2. ed. [S.I.]: NMSI Trading Ltd., 2013. v. 1.
- GRANKVIST, H. Autopilot design and path planning for a uav. In: DEFENCE AND SECURITY, SYSTEMS AND TECHNOLOGY, 2006. [S.I.], 2006.

HUSSAIN, K. M. et al. Comparison of pid controller tuning methods with genetic algorithm for fopty system. **Journal of Engineering Research and Applications**, p. 7, 2014.

KIER, T. M. Comparison of unsteady aerodynamic modelling methodologies with respect to flight loads analysis. In: AIAA ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE, 2005. [S.I.], 2005.

KOCH, T. S. **Stability and Control of a Morphing Vehicle**. 2012. 118 f. Dissertação (Master of Science in Aeronautics and Astronautics) — University of Washington, Seattle, Washington, 2012.

LI, D. et al. A review of modelling and analysis of morphing wings. **Progress in Aerospace Sciences**, p. 12, 2018.

OBRADOVIC, B.; SUBBARAO, K. Modeling of flight dynamics of morphing-wing aircraft. **Journal of aircraft**, v. 48, p. 11, 2011.

PANKONIEN, A.; INMAN, D. J. Experimental testing of spanwise morphing trailing edge concept. In: ACTIVE AND PASSIVE STRUCTURES AND INTEGRATED SYSTEMS, 2013. [S.I.], 2013.

POGORZELSKI, G. **Dinâmica de aeronaves flexíveis empregando teoria das fai-xas não-estacionária**. 2010. 326 f. Dissertação (Mestrado em ciência) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP-Brasil, 2010.

SHABANA, A. A. **Dynamics of Multibody Systems**. 3. ed. [S.I.]: Cambridge University Press, 2005. v. 1.

TARABI, A.; GHASEMLOO, S.; MANI, M. Experimental investigation of a variable-span morphing wing model for an unmanned aerial vehicle. **The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, p. 9, 2015.

THEODORSEN, T. **General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter**. 1949.

THEODORSEN, T.; GARRICK, I. E. **Mechanism of Flutter. A Theoretical and Experimental Investigation of the Flutter Problem**. 1940.

VALASEK, J. **Morphing Aerospace Vehicles and structures**. 1. ed. [S.I.]: A John Wiley & Sons Ltd., 2012. v. 1.

WANG, I.; GIBBS, S. C.; DOWELL, E. H. Aeroelastic model of multisegmented folding wings: Theory and experiment. **Journal of aircraft**, v. 49, p. 11, 2012.

WEISSHAAR, T. A. Morphing aircraft technology - new shapes for aircraft design. In: NATO RESEARCH AND TECHNOLOGY ORGANISATION (RTO), 2006, França. [S.I.], 2006.

YATES, J. E. C. **Calculation of flutter characteristics for finite-span swept or unswept wings at subsonic and supersonic speeds by a modified strip analysis**. 1958.