**VI EIEMAT** Escola de Inverno de Educação Matemática

**4º Encontro Nacional PIBID Matemática**

**XIII EGEM** Encontro Gaúcho de Educação Matemática

*Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?*

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

# ANAIS

**Organizador: Ricardo Fajardo**

## VI Escola de Inverno de Educação Matemática

## XIII Encontro Gaúcho de Educação Matemática

## 4º Encontro Nacional Pibid Matemática

**ISSN 2316-7785**

V. 4 N. 5 – 2018

# Minicurso/Oficina (MIN-OF)

**Realização:**

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
Centro de Ciências Naturais e Exatas (CCNE)

Programa de Pós-Graduação em Educação

Centro de Educação (CE)

Sociedade Brasileira de Educação Matemática – regional RS

SBEM-RS

**Site do evento:** http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/edicao_6

**Comitê Científico:**

Andre Luis Andrejew Ferreira (UFPEL), Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes (UFSM), Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa (ULBRA - Canoas), Carmen Teresa Kaiber (ULBRA - Canoas), Cátia Maria Nehring (UNIJUI), Claudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA - Canoas), Cláudio José de Oliveira (UNISC), Clarissa de Assis Olgin (ULBRA - Canoas), Elisabete Zardo Búrigo (UFRGS), Gelsa Knijnik (UNISINOS), Isabel Cristina Machado de Lara (PUCRS), José Carlos Leivas (UNIFRA), Liane Teresinha Wendling Roos (UFSM), Lori Viali (PUCRS), Luiz Henrique Ferraz Pereira (UPF), Malcus Cassiano Kuhn (IFSUL - Lajeado), Nilce Fátima Scheffer (UFFS), Ricardo Fajardo (UFSM), Tânia Cristina Baptista Cabral (PUCRS)

## SUMÁRIO

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# TRABALHANDO COM MATERIAIS DIDÁTICOS NA CONSTRUÇÃO DE POLÍGONOS

Camila Dorneles da Rosa
Universidade Franciscana
camiladornelesdarosa@gmail.com

Gabriel de Oliveira Soares
Universidade Franciscana
gsoares8@outlook.com

José Carlos Pinto Leivas
Universidade Franciscana
leivasjc@unifra.edu.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo**

O objetivo desse trabalho é apresentar uma proposta de oficina em que são explorados diferentes materiais didáticos para a obtenção de polígonos com dobraduras, nesse caso, do eneágono. Baseados em pesquisas do Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria – GEPGEO, no ano de 2017, essa proposta configura-se como uma alternativa para o ensino de Geometria em diferentes ambientes escolares, em vários níveis de ensino. Escolhido o eneágono, para o presente trabalho, são desenvolvidas atividades que buscam, por exemplo, a circunscrição do polígono por uma circunferência a partir da sua construção em papel dobrado. Entende-se que isso pode proporcionar uma retomada de conceitos importantes da Geometria Plana, como mediatriz, bissetriz, ângulo central e inscrito, dentre outros. Além disso, pretende-se que as atividades

consigam promover discussões sobre como o ensino de Geometria é feito e como pode ser trabalhado em sala de aula.

**Palavras-chave:** Geometria; Dobraduras; Materiais Didáticos.

## Introdução

A necessidade de estudar a Geometria vem desde a antiguidade. Para expressar suas emoções, descrever e compreender o mundo em que viviam os homens pré-históricos faziam representações em paredes das cavernas. Com o passar do tempo o estudo da Geometria foi se desenvolvendo e, com isso, resolvendo problemas do cotidiano das pessoas. Entretanto, em algumas escolas, conceitos geométricos não são desenvolvidos, ou são estudados de forma superficial, apenas com repetição de fórmulas e exercícios sem significado.

Nesse sentido, com a necessidade de contribuir para a melhoria do ensino de Geometria, em 2016, surgiu o GEPGEO – Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria, constituído junto a um programa de pós-graduação, envolvendo alunos de mestrado e doutorado, bem como ex-alunos desse programa, os quais estão atuando nas redes de ensino privado e público, sendo aberto a outros participantes interessados pela área.

Desde 2017, o grupo tem buscado investigar materiais didáticos possíveis para o ensino de Geometria, de modo que esses possam ser uma alternativa para a compreensão da Geometria. Assim, esse trabalho apresenta-se como uma proposta de oficina desenvolvida junto ao GEPGEO, durante o segundo semestre de 2017, na qual utilizaram-se o papel laminado em dobraduras, réguas, compasso, esquadro e transferidores na construção de polígonos e na realização de investigações geométricas.

O objetivo desse trabalho é apresentar uma proposta de oficina que explore diferentes materiais didáticos na construção de polígonos, nesse caso, do eneágono, e discutir as investigações geométricas que sua construção pode propiciar.

## Materiais didáticos no Ensino de Matemática

Lorenzato (2009, p.18) define material didático (MD) como sendo “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Portanto, MD pode ser um cartaz, computador, data show, quadro e giz, calculadora, embalagens, entre outros, permitindo que os alunos visualizem informações e dados para concretizar alguns conceitos do tema que está sendo trabalhado.

Conforme Quirino (2011, p.13):

> Os recursos de ensino, em seus mais variados tipos, são responsáveis por compor o ambiente da aprendizagem em toda sua amplitude, dando origem à estimulação para o aluno, visando de tal forma, despertar o interesse favorecendo o desenvolvimento da capacidade de percepção e observação, numa tentativa de aproximar o aluno da realidade.

O GEPGEO, em trabalho publicado em 2017, elaborou a seguinte definição para recursos didáticos ou manipuláveis,

> são todos os recursos materiais que podem ser utilizados pelo professor, de forma intencional, explorados pelos estudantes e que propiciem a construção do conhecimento, por exemplo, softwares dinâmicos, jogos, os de uso comum como sólidos geométricos, geoplanos ou blocos multibásicos (LEIVAS, et.al., 2017, p. 268).

Porém, somente o uso de recursos didáticos não garante uma aprendizagem, é necessário o conhecimento do professor que fará o uso destes materiais de acordo com Passos (2009), a qual afirma que muitos professores se apoiam apenas na materialização desses recursos e acreditam que assim todas as dificuldades dos alunos serão sanadas.

Concordamos com Lorenzato (2009, p.18) quando afirma que:

> por melhor que seja, o MD [material didático] nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, como tal o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.

A atuação do professor é um fator determinante para o sucesso ou para o fracasso escolar, em que, mesmo dispondo de um Laboratório de Ensino em Matemática bem equipado, isso não é suficiente para os alunos aprenderem significativamente. Tão importante quanto a escola possuir o LEM, é o professor saber utilizar os materiais didáticos de forma correta, pois eles, como outros instrumentos, exigem conhecimentos específicos de quem os utiliza (LORENZATO, 2009).

É imprescindível que o professor possua conhecimento suficiente para desenvolver conteúdos da Geometria de modo interligado com outros conceitos matemáticos e, assim, perceber a Matemática de forma ampla e com conexões com a realidade.

Assim, consideramos que o professor disponha de materiais adequados para o ensino de Geometria e que faça sua utilização de maneira adequada, para que seja possível ocorrer a aprendizagem.

Neto e Silveira (2016) destacam o que seria utilizar os materiais didáticos de maneira inadequada:

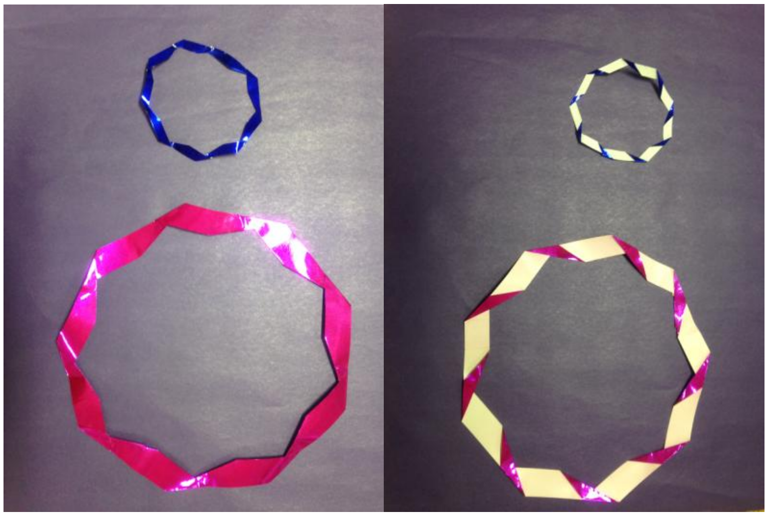
> na própria manipulação do material, fazendo relações equivocadas com objetos do cotidiano do estudante, contextos inadequados, como também o não conhecimento ou compreensão das teorias da aprendizagem. Neste aspecto, a nosso olhar, os materiais didáticos de nada contribuirão para o processo de ensino e aprendizagem. (p.6)

Com isso, é muito importante o professor ter bem claro em quais conceitos ele quer que os estudantes cheguem e, para que isso aconteça, é necessário possuir objetivos precisos e bem definidos. Para Lorenzato (2009, p.25) "o modo de utilizar cada MD depende fortemente da concepção do professor a respeito da matemática e da arte de ensinar". É função do professor escolher o MD que melhor se apresente no momento em que a aula está sendo desenvolvida, e analisar se a utilização de determinado material pode contribuir para a aprendizagem dos alunos.

## Apresentando a oficina

A oficina ou minicurso tem como objeto principal a construção do eneágono, visualmente regular, obtido por dobraduras em papel laminado (Figura 1). Nela se encontram duas versões: a da esquerda corresponde ao lado brilhoso do papel e, a da direita, ao seu verso. Pode-se verificar, numa primeira análise, que pelo lado direito a faixa de papel fica muito bem delimitada, externamente, por um eneágono.

Figura 1 – Eneágono construído



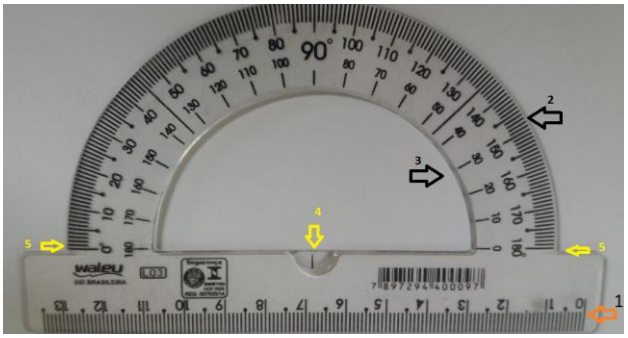
Fonte: autoria própria.

Por sua vez, observando-a pelo verso, é possível visualizar, com mais detalhes, os vértices do polígono correspondentes à fronteira exterior, pois ele representa o encontro da parte em branco (verso do papel) e o colorido (lado direito do laminado). Na fronteira interior observa-se, com mais detalhes, os lados que concorrem a cada ‘ponta’, sendo um colorido e outro branco, o que facilita a obtenção das medidas, inclusive dos ângulos em cada uma delas.

Para a construção do eneágono, visualizado na Figura 1, utilizam-se principalmente, dois materiais didáticos: o transferidor, para a obtenção de bissetrizes; e o escalímetro [régua graduada em escalas de precisão], para a medição de comprimentos dos lados do eneágono.

O transferidor é um recurso material, utilizado para medições e marcações de ângulos, um tanto abandonado do ambiente escolar e universitário. Na Figura 2 assinala-se com 1 a parte do transferidor na qual se encontra uma régua na unidade cm. Na parte curva, assinala-se com 2 a marcação de medidas de ângulos em graus, pela parte de fora, variando de $0^o$ a 180º, iniciando pelo lado esquerdo. Com a seta indicada por 3, ocorre a marcação do ângulo, pela parte curva interna, as medições variam de 180º a $0^o$, porém da direita para a esquerda. A indicação 4 é para fixar a origem ou vértice do ângulo a ser marcado, uma vez que um dos lados do mesmo é a linha horizontal da régua [assinalado com 5].

Figura 2 – Transferidor



Fonte: Leivas, Lara, Soares (2018, p. 5).

Necessitar-se-á do ângulo interno do octógono, lembrando que o central de um polígono de n lados inscrito na circunferência é dado por $\alpha_n = \dfrac{2\pi}{n}$, enquanto o interior é dado por $\beta_n = \dfrac{\pi(n-2)}{n}$.

O quadro 1, adaptado de Miranda (1993), nos dá os ângulos centrais de polígonos, quais os valores são números inteiros, levando em consideração que as possiblidades de marcação são mais aproximadas do real, ao usar o transferidor e facilitam o processo das dobraduras.

Quadro 1 - Ângulos centrais e bissetrizes dos ângulos exteriores suplementares

| **Nº lados do polígono** | **Ângulo central** | **Ângulo interno** | **Bissetriz** |
|---|---|---|---|
| **3** | 120° | 60° | 60° |
| **4** | 90° | 90° | 45° |
| **5** | 72° | 108° | 36° |
| **6** | 60° | 120° | 30° |
| **8** | 45° | 135° | 22,5° |
| **9** | 40° | 140° | 20° |
| **10** | 36° | 144° | 18° |

Fonte: Leivas; Soares; Lara (2018, p. 216).

Como podemos verificar, para o polígono que se irá construir, tem-se n=9, então $\alpha_9$ = 40º e $\beta_9$ = 140º. Além disso, se precisará da bissetriz de cada ângulo adjacente exterior, o que corresponderá a $\delta_9$ = 20º.

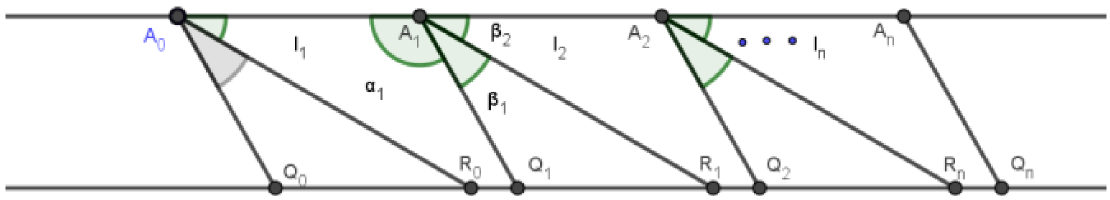
Passo 1. Em uma folha de papel laminado, com 5cm de largura por 60cm de comprimento, marcar a lápis uma ‘tira’ de 2,5cm de largura, deixando um espaço de 3 cm da margem superior da folha [estas tiras serão distribuídas pelo apresentador do minicurso].

Passo 2. Deixar um espaço de 10 cm da margem esquerda da tira e marcar o primeiro ponto $A_0$ que irá corresponder ao primeiro vértice [faça essa escrita pelo lado interno da faixa]. Desejando que o lado do polígono seja de 5cm, marque, na sequência, os pontos $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$, $A_5$, $A_6$, $A_7$, $A_8$, $A_9$ deixando o espaço restante do comprimento da tira ao final no lado direito. Percebe-se, com isso, que ficarão demarcados 9 segmentos de 5cm cada, os quais corresponderão aos lados do polígono, sendo que $A_0$ coincidirá com $A_9$.

Passo 3. Considerando que o ângulo interior é de 40º, se marca como $L_1A_1Q_1$ com esse valor e, assim, nos outros oito pontos.

Passo 4. Obter a bissetriz do ângulo $A_1A_2Q_0$, o qual vale 40º e, portanto, $Q_0A_0R_0$ mede 20º bem como $R_0A_0A_1$. Repetir esse passo com os outros pontos, como indicado na Figura 3.

Figura 3 – Marcações da folha construídas no Geogebra.




Fonte: Leivas; Soares; Lara (2018, p. 215).

Passo 5. Recortar a tira de 2,5cm, pela fronteira superior e pela inferior (linhas $L_1$ e $L_2$). Dobra-se a linha $A_0R_0$ sobre si mesma, no sentido de $R_0$ e, novamente, sobre si no mesmo sentido, pelo lado não colorido, formando-se cada lado do polígono, tudo isso pelo lado inverso da folha.

Passo 6. Finalizar a construção do eneágono.

Após a construção do polígono, serão feitas discussões relacionadas a área da figura, ao como circunscrever essa figura e qual seria o raio dessa circunferência, entre outras investigações geométricas que podem ser realizadas a partir da figura.

## Considerações sobre a proposta

Essa oficina propõe a utilização de diferentes materiais didáticos para obtenção de um tipo de polígono, visualmente regular [no caso o eneágono]. Ao realizá-la, crê-se que se trabalha com materiais até mesmo esquecidos no ambiente escolar, como o transferidor e somos capazes de discutir a Geometria aprendida em sala de aula de uma maneira mais dinâmica e autônoma.

Além disso, vale ressaltar que diversos estudos têm trazido a necessidade de se (re)pensar a prática do professor de Matemática, e fazê-la com a utilização de materiais didáticos, o que pode, verdadeiramente, contribuir para os estudantes a aprenderem.

Acredita-se que, com essa proposta, futuros professores de Matemática, e aqueles que já são educadores matemáticos, possam proporcionar um ensino de Geometria com mais sentido às aprendizagens do que à meras reproduções de fórmulas, objetivando uma melhora no ensino de Matemática em um contexto geral.

## Referências

LEIVAS, J.C.P. *et. al*. *Recurso didático para ensinar Geometria:* O uso de dobras de papel para obter regiões poligonais/polígonos. *REAMEC*, v. 5, n. 2, jul/dez 2017. p. 265-281.

LEIVAS, J.C.P.; SOARES, G.O.; LARA, D.S. *Polígonos:* dobra aqui, dobra ali e um objeto esquecido – o transferidor. *Ensino e Tecnologia em Revista*, v. 1, n. 2, jul./dez. 2017. p. 209-225.

LEIVAS, J.C.P.; LARA, D.S.; SOARES, G.O. *O transferidor e o papel como materiais didáticos:* Uso em dobraduras. In: Encontro de Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro, VII, 2018, Rio de Janeiro. *Anais*... Rio de Janeiro, 2018, p. 1-11.

LORENZATO, S. *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.* São Paulo: Autores Associados, 2009.

NETO, P. R. S.; SILVEIRA, M. R. A. *Materiais didáticos para o ensino e aprendizagem da geometria.* In: Boletim online de Educação Matemática (BoEM), Joinville, v.4. n.6, p. 1-27, jan./jul. 2016.

PASSOS, C. L. B. *Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática.* In: LORENZATO, S. A. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2009. p. 77-92.

QUIRINO, V. L. *Recursos Didáticos:* Fundamentos de utilização. 2011. Disponível em: < http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/2278/1/PDF%20-%20Valker%20Lopes%20Quirino.pdf >.  Acesso em: 23 abr. 2018.


ISSN 2316-7785

# MATERIAL CONCRETO: ENTENDENDO OS PROCESSOS PARA INICIAR AS APLICAÇÕES ALGÉBRICAS

Franciéli da Silva
Faculdades Integradas de Taquara- Faccat
francielisilva@sou.faccat.br

Lucieli Martins Gonçalves Descovi
Faculdades Integradas de Taquara- Faccat
lucielidescovi@faccat.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Aluno Graduação

## Resumo

O presente trabalho tem como objetivo demonstrar algumas metodologias de ensino e aprendizagem de Matemática para desenvolver com alunos, dos anos finais do Ensino Fundamental, abordando principalmente a importância do uso de materiais concretos, construídos em sala de aula pelos próprios alunos. Trata-se, também da explicitação de abordagens didáticas pedagógicas utilizadas pelos docentes durante o processo de ensino que visam a facilitação do entendimento dos conteúdos propostos, pelos alunos, levando em consideração a perspectiva de dificuldade que a maioria dos discentes apresentam uma vez que, por conceitos já estabelecidos pelos mesmos, a matemática se faz distante do cotidiano e das atividades que são realizadas no seu dia a dia.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Material concreto; Metodologias.

## Introdução

O interesse por abordar materiais concretos surgiu a partir das aulas da disciplina de Laboratório de Ensino-Aprendizagem I, das Faculdades Integradas de Taquara, ministradas pela professora Lucieli Martins Gonçalves Descovi. Onde o questionamento principal foi voltado para a dificuldade dos alunos entenderem os processos iniciais dos conteúdos com metodologias que abordam apenas teoria e exercícios, também importantes no processo de aprendizagem de matemática, sem a utilização de materiais concretos.

A pesquisa foi realizada qualitativamente no primeiro semestre de 2018. Nesse está conceitos como operações envolvendo números inteiros, balanceamento de equações de 1° grau e frações.

O problema de pesquisa consiste em como desenvolver conceitos matemáticos significativos para alunos dos anos finais do ensino fundamental utilizando materiais concretos.

## 1. O paradigma do conhecimento matemático

A Matemática, numa visão geral, é vista "[...] como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, pertencente apenas ao mundo das ideias e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para outras ciências", segundo Carvalho (1994, p. 15). Essa visão preconcebida traz como consequência em sala de aula a questão de que já carrega consigo uma imposição autoritária do conhecer matemático que um docente possui e domina, que deve ser transmitido mecanicamente para o aluno inerte que precisa conformar-se com esta autoridade da perfeição científica. Outra consequência a se observar, talvez a mais prejudicial para o discente, é o fato de que o êxito em Matemática representa um critério de avaliação da inteligência dos alunos, dando a entender que somente as mentes privilegiadas têm acesso a essa ciência tão nobre que traz consigo conteúdos abstratos e de difícil entendimento.

Em contraposição, existe uma visão da Matemática que considera o conhecimento algo em construção e salienta que o aprendiz, em contato com o mundo, é capaz de reelaborar, complementar, discernir e sistematizar o conhecimento que possui juntamente com o conhecimento que está recebendo.

> Essa aquisição de conhecimentos lhes permite transformar suas ações e, portanto, alterar suas interações com esse mesmo mundo a nível de qualidade. Assim, a sala de aula não é ponto de encontro de alunos totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local onde interagem alunos com conhecimentos do senso comum, que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar o acesso do aluno a tais conhecimentos. (CARVALHO, 1994, p. 15)

## 2. A importância do material concreto no ensino da Matemática

A partir do momento em que o professor visualiza os benefícios de moldar sua aula de acordo com a necessidade dos seus alunos para que todos tenham o êxito esperado, se faz presente a necessidade de utilizar alguns artifícios para tornar as aulas mais dinâmicas e de fácil entendimento, suprindo essa suposta incapacidade de aprendizado.

Para que essa dinamização ocorra é necessário visar a importância de utilizar materiais palpáveis e visuais, principalmente na apresentação dos novos conteúdos, para que o aluno entenda o processo utilizado nas concepções matemáticas, facilitando assim o entendimento algébrico e transcrito de cada assunto abordado.

Segundo Silva et al. (2013) “O material concreto funciona como uma ferramenta de apoio para o educador conciliar teoria e prática objetivando uma aprendizagem significativa do aluno”.

O material concreto, em sala de aula, pode ser uma ótima estratégia de motivação inicial nos planejamentos do docente, uma vez que influencia na dedução, agilidade, coordenação motora, raciocínio lógico, socialização, organização no pensamento e aumento da concentração, o que se faz essencial para o bom entendimento de qualquer assunto matemático, facilitado a resolução de situações cotidianas e quebrando este paradigma de que a Matemática é uma disciplina de difícil entendimento, que já vem intitulada desde os anos inicias do Ensino Fundamental.

Segundo Jean Piaget (1975), uma boa pedagogia é aquela que apresenta situações nas quais o aluno experimenta até chegar às conclusões: manipulando objetos, criando, recriando, descobrindo, redescobrindo, buscando respostas às indagações, relacionando novos conhecimentos a outros anteriores.

Dentre os vários materiais concretos que podem ser construídos e utilizados em sala de aula, salientaremos três, dos quais percebemos grande aceitação e fácil entendimento.

## 3. Régua graduada

A opção metodológica do presente estudo consiste no desenvolvimento de atividades que com o material concreto reta graduada, método desenvolvido pela professora Lucieli Descovi.

Com histórico de alunos com dificuldades de aprendizagem envolvendo operações com números negativos, a atividade investigada no sétimo ano do ensino fundamental foi relacionada ao conjunto dos números inteiros. Para esta problemática o planejamento curricular utilizou o material concreto como potencial recurso de aprendizagem significativa. Toda a turma de alunos participou da atividade.

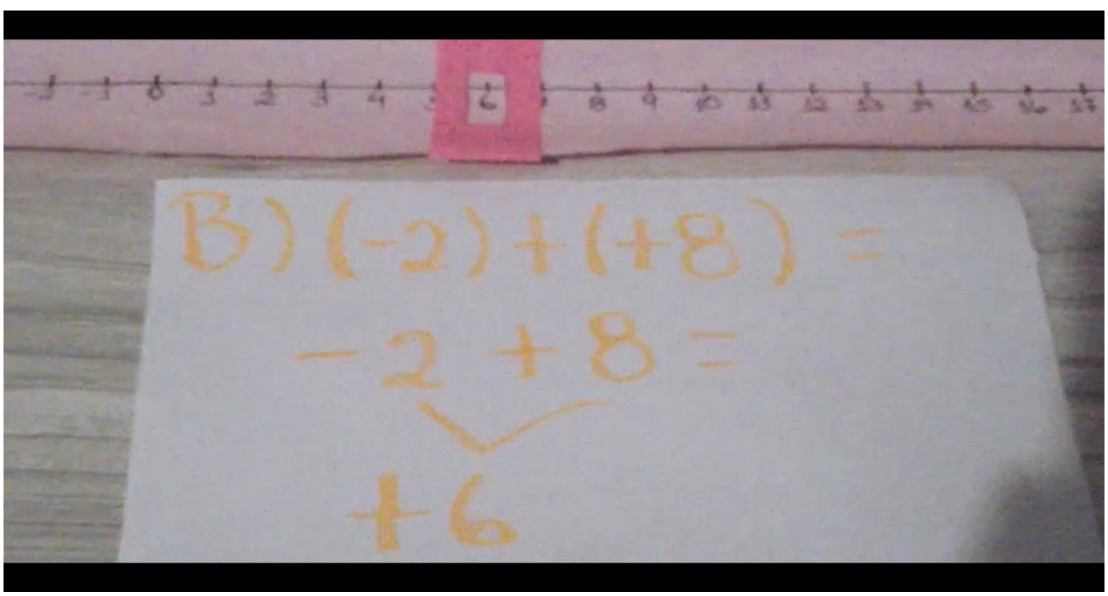
Planejamento 7º ano: Construção do conceito do número oposto.

Foi construído uma reta graduada em dois e dois centímetros com números entre – 15 e + 15.

Em seguida foi desenvolvido o oposto do número positivo, já trabalho com o conjunto dos números naturais, é o número negativo. Também foi solicitado que os alunos realizassem uma pesquisa sobre a história matemática envolvendo os números negativos e em aula discutisse em grupo os resultados obtidos.

Na figura 1, está o modelo construído com a turma de alunos.

**Figura 1: Régua graduada dos números inteiros.**




Fonte: A pesquisadora (2017)

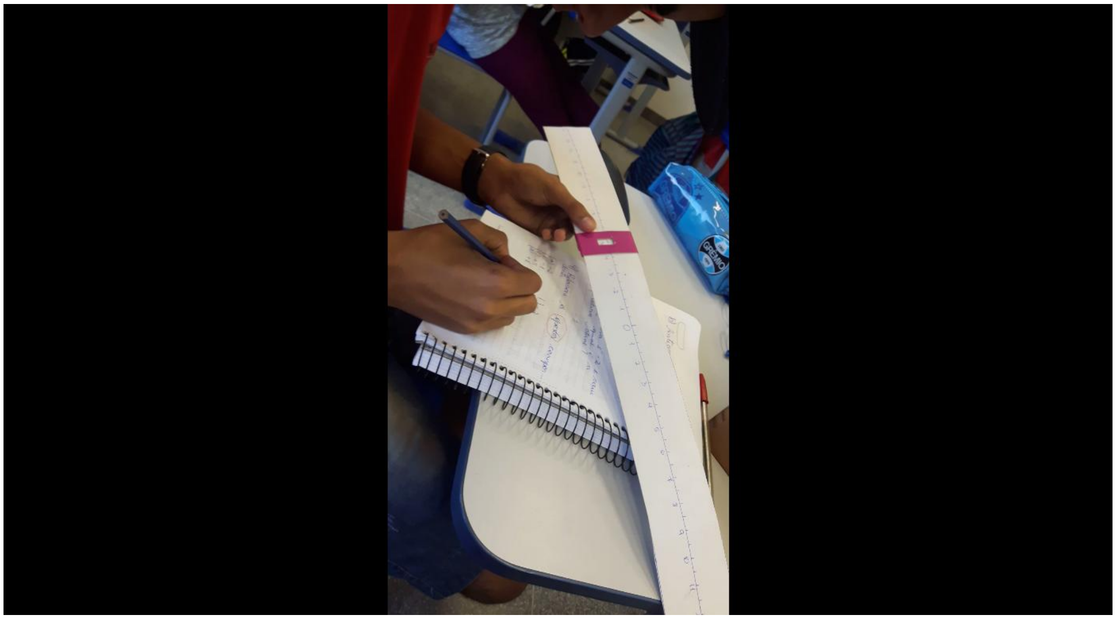
É possível observar o marcador (na figura 1 está no número +6), este apresenta o número investigado no problema abordado da atividade.

No mesmo material foi desenvolvido o conteúdo de módulo de um número, isto é, a distância do número até a origem (zero). É importante esse momento pois mais tarde na adição de números inteiros, foi considerado a soma de números com sinais diferentes, diminui e mantém o sinal de maior módulo.

Nesta atividade também foi abordado o oposto do oposto ( - (-)). Por exemplo, -(-3), o oposto do -3 é o +3; +(+2) não apresenta o sinal de oposto então é o +2; - (+5) o oposto de +5 é o -5. Durante a atividade os próprios alunos foram desenvolvendo que números com sinais diferentes fica negativo e sinais iguais o marcador fica no positivo.

A figura 2 apresenta a imagem do vídeo realizado durante a atividade com o aluno incluso.

**Figura 2- Vídeo do momento do manuseio da régua graduada.**



Fonte: A pesquisadora (2017)

No vídeo apresenta a comunicação utilizada pela professora que desconhece a língua dos sinais, porém utiliza um aplicativo de celular para se comunicarem. Muitas vezes desnecessário a utilização, pois a matemática facilita as abordagens, por meio da representação.

O próprio aluno cria suas estratégias de resolução (+3) + (-5)= +3-3 -2= 0- 2= -2.

## 4. Balança das equações

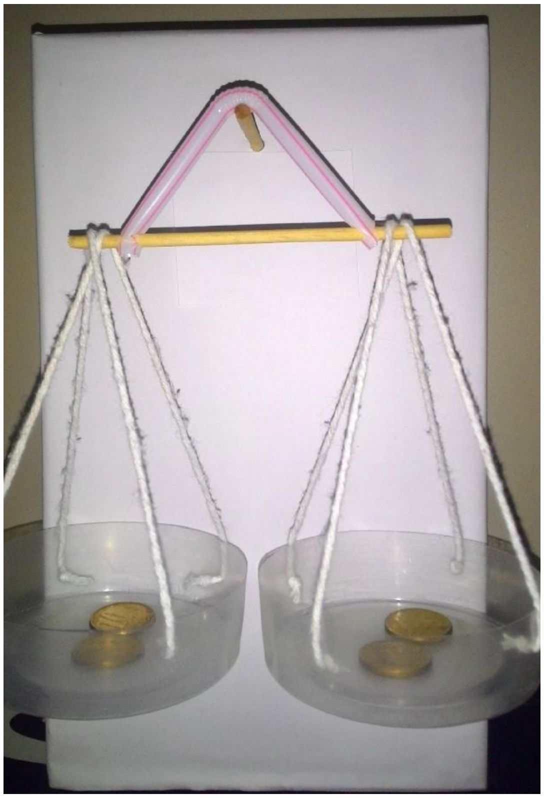
Neste tópico nos deteremos apenas a apresentação do material concreto, construção e metodologia que pode ser utilizada com o mesmo.

A Balança das equações pode ser utilizada para abordar a ideia de equilíbrio, igualdade e balanceamento, que se fazem essenciais na resolução de equações.

O aluno irá manipular a balança de forma que se faça visível o desequilíbrio desenvolvendo então a capacidade de percepção da visualização de igualdade, podendo ser utilizada para demonstrações algébricas e também como motivação inicial de situações problema.

A Balança fracionária pode ser construída em sala de aula pelos alunos com caixas de papelão, papel, canudos, palitos de churrasquinho, cordão, potes e outros materiais. Como pesos, pode-se utilizar qualquer material que se consiga trazer a ideia de igualdade, ou seja, tampas de garrafa pet, moedas ou até mesmo peças do material dourado.

**Figura 3- Balança fracionária**



Fonte: A pesquisadora (2018).

Uma sugestão de metodologia a ser abordada com os alunos utilizando a balança é introduzir o conteúdo já com o material concreto.

O professor pode solicitar aos alunos que disponham os pesos (tampinhas de garrafa, peças do material dourado, moedas, etc.) da forma que quiserem. Com isso o aluno já vai observar que a balança ficará desproporcional. A partir disso já se pode criar o conceito de igualdade e equilíbrio. Em seguida já se consegue propor uma equação simples, $2x=4$ por exemplo, para demonstração de equilíbrio. Também já se consegue trabalhar a questão das operações inversas e divisões, uma vez que proposto encontrar o valor de $x$ o próprio aluno já cria suas estratégias.

## 5. Ábaco fracionário

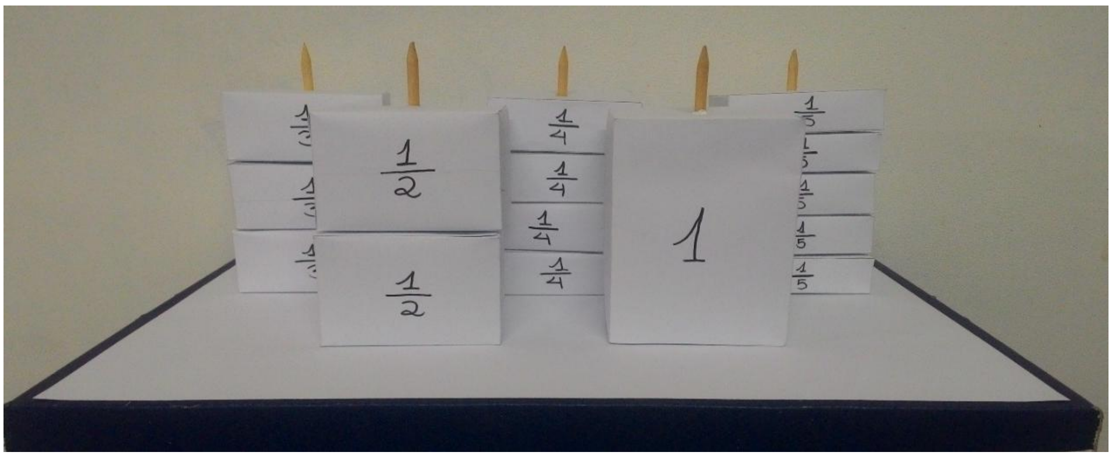
Neste tópico nos deteremos apenas à apresentação do material, modo de construção e metodologia que pode ser utilizada com o mesmo.

O Ábaco Fracionário foi construído com o mesmo perfil do Ábaco de contagem, porém, as peças agora são frações de alguns números.

O intuito deste material concreto, basicamente se resume em apresentar para o aluno uma visualização do que é fração, podendo ser utilizado como motivação inicial para demonstrações algébricas de frações e até mesmo como motivação inicial para uma situação problema.

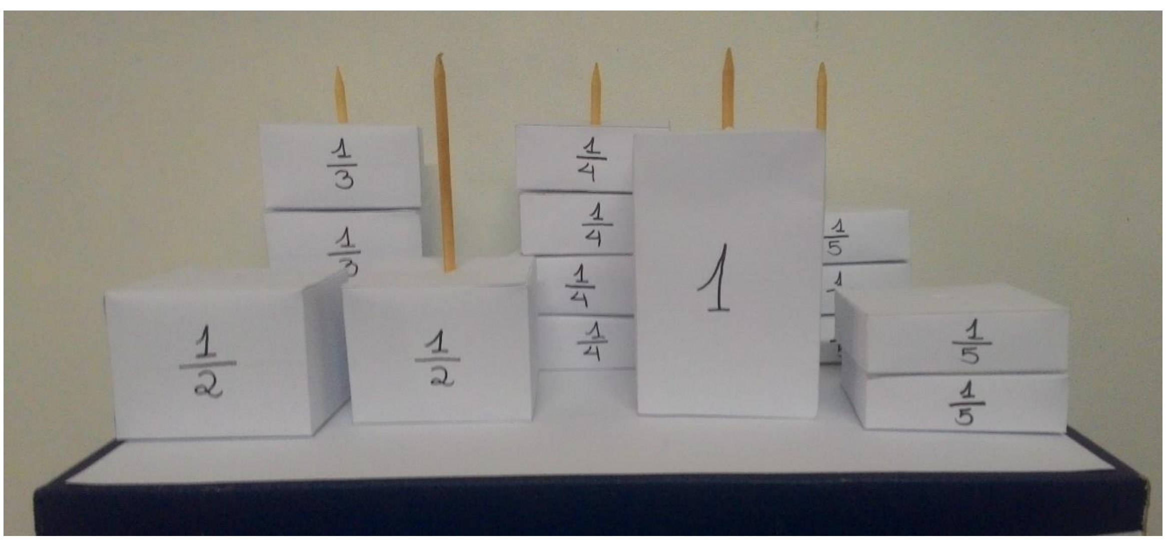
O Ábaco fracionário pode ser construído em sala de aula pelos próprios alunos com papel, palitos de churrasquinho e outros materiais de fácil acesso.

**Figura 4- Ábaco Fracionário**




Fonte: A pesquisadora (2018)

**Figura 5- Demonstração do manuseio das frações**




Fonte: A pesquisadora (2018).

O ábaco fracionário se faz muito útil na demonstração de situações problema onde o aluno vai visualizar o conceito de fração. Observe a seguinte situação problema utilizada:

**Figura 6: Situações problema propostas**

1) Uma padaria produz bolos de tamanhos diversificados e vende, no balcão, por fatias.

A dona da padaria percebeu que ainda haviam no balcão as seguintes proporções de cada bolo.

Bolo de chocolate que possui 5 fatias - 3 fatias

Bolo de cenoura que possui 9 fatias- 5

Bolo de baunilha que possui 11 fatias- 10

a) Represente no material concreto a fração de cada bolo que ainda está no balcão.

b) Depois da conferencia dos bolos a padaria foi aberta e uma cliente decidiu levar 2 fatias do bolo de baunilha em um pacote e solicitou que fossem colocadas separadamente mais 6 fatias do bolo de baunilha. Utilizando o material concreto, resolva a operação e descubra a fração que representa a quantidade total de fatias que esta cliente levou.

c) Uma das funcionárias comeu 1 fatia do bolo de chocolate. Utilizando o material concreto, descubra a fração que representa a quantidade de fatias de bolo de cenoura que ainda estão no balcão.

d) A dona da padaria resolveu colocar todos os bolos numa só forma para utilizar melhor o espaço. Para isso ela precisa que, o restante de todos os bolos, sejam somados e colocados juntamente sobre a forma. Desenvolva esta soma e encontre a fração total das sobras dos bolos.

Fonte: A pesquisadora (2018)

A partir da leitura e demonstração das fatias de bolo, o aluno já constrói um pensamento crítico de que fração são partes iguais de um inteiro e já se pode abordar operações com fração.

## Conclusão

A partir dos questionamentos e discussões sobre a importância do uso de materiais concretos, concluímos que o professor precisa estar apto a se adaptar às dificuldades de aprendizagem e visualização da aplicação matemática, de seus alunos para que se tenha êxito no ensino da mesma.

São diversas as possibilidades de ensinar com uma prática mais dinâmica e eficiente, porém é necessário sempre observar a realidade da sala de aula, dos seus alunos e do cotidiano num modo geral.

Ensinar é mais do que transmitir. E também entender dificuldades com o olhar de um aluno. Portanto, por meio de materiais concretos é possível desenvolver a aprendizagem significativa de conceitos matemáticos por meio do concreto. Onde o centro da aprendizagem é o próprio aluno que durante a manipulação constrói significativamente a aprendizagem.

**Referências**


CARVALHO, Dione Lucchesi de. *Metodologia do Ensino da Matemática.* São Paulo: Cortez, 1994.

SILVA, Francisca Marlene da Silva, et al. *O uso do material concreto no ensino da Matemática.* Disponível em: <http://www.editorarealize.com.br/revistas/fiped/trabalhos/Trabalho_Comunicacao_oral_idinscrito_947_7fc2304382477fcd9bed7819c1fb39e8.pdf>. Acesso em: jun. 24 2018

RICHMOND, P. G. *Piaget teoria e Prática*. Tradução de Aydano Arruda. 2ª ed. São Paulo: IBRASA- Instituto Brasileiro de Difusão Cultural s.a, 1981.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

*Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?*

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# AS CONTRIBUIÇÕES DO *SOFTWARE* GEOGEBRA COMO UM MEDIADOR DO PROCESSO DE APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ESPACIAL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Juliana Alves D'Ávila
Universidade Federal do Pampa-UNIPAMPA
juliana.alves.davila@gmail.com

Daiane Da Silva Fagundes
Universidade Federal do Pampa-UNIPAMPA
daianefagundes_@hotmail.com

Vera Lúcia Duarte Ferreira
Universidade Federal do Pampa-UNIPAMPA
vera.ferreira@unipampa.edu.br

Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais
Universidade Federal do Pampa-UNIPAMPA
denice.menegais@unipampa.edu.br

**Eixo temático:** Resolução de problemas/Modelagem Matemática/TIC

**Modalidade:** Oficina/Minicurso

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**

Esta oficina tem por objetivo propor atividades com o uso do *software* Geogebra, para professores e acadêmicos em matemática, a fim de que os mesmos trabalhem novas tecnologias voltadas ao ensino da matemática. A oficina divide-se em três momentos. Primeiramente, conhecimento do *software* e das suas principais ferramentas. Em um segundo momento, será realizada atividades do conteúdo de geometria espacial, relacionadas a pirâmide, cubo e

cilindro, entre outros. Posteriormente, será disponibilizado um tempo para discussão sobre possíveis abordagens para cada atividade, explorando conteúdos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos, onde os participantes desenvolverão atividades que possam ser trabalhadas com os estudantes em sala de aula. Desse modo, a oficina visa contribuir na inovação das práticas pedagógicas de professores e acadêmicos de cursos de licenciatura em Matemática, através da utilização do *software* Geogebra.

**Palavras-chave:** *Software* Geogebra; Formação de Professores de Matemática; Geometria Espacial.

## Introdução

O Geogebra é um *software* de matemática dinâmico que auxilia em todos níveis do ensino de Matemática, pois reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O *software* foi projetado por Markus Hohenwarter, em 2011 na Universität Salzburg, é capaz de lidar com variáveis para números, pontos, vetores, derivar e integrar funções, e ainda oferecer comandos para se encontrar raízes e pontos extremos de uma função.

Desenvolvido para ser utilizado em ambientes escolares, o programa reúne as ferramentas tradicionais de geometria com outras mais adequadas à álgebra e ao cálculo. Ele permite a criação e movimentação de figuras e funções por meio de uma linguagem simples e de comandos com fácil acesso. O Geogebra pode ser baixado gratuitamente, considerado de fácil manuseio e acessado via aparelhos eletrônicos, tais como celulares, tablets e notebooks.

A utilização de ferramentas tecnológicas como o Geogebra vem sendo crescente no mundo todo, seja por educadores ou outros profissionais nas mais diversas áreas, trazendo inúmeros benefícios. Visando a transmissão da informação e promovendo o conhecimento, as novas tecnologias na educação podem ganhar destaque, possibilitando um maior rendimento dos estudantes com relação à aprendizagem.

Embora a inserção das tecnologias em sala de aula ainda, sob certos aspectos, ainda seja algo muito novo e os professores não se sintam preparados para a mudança de paradigma que requer sua utilização, Kenski (2007) assinala que todos temos que nos adaptarmos aos avanços tecnológicos, mesmo que seja uma tarefa de alta complexidade a ser alcançada. Almeida (1996) afirma que:

> O professor tem um importante papel como agente promotor do processo de aprendizagem do aluno, que constrói o conhecimento num ambiente que o desafia e o motivam para a exploração, a reflexão, a depuração de idéias e a descoberta de novos conceitos. (ALMEIDA, 1996, p. 162)

Nessa perspectiva, se faz necessário que o professor de matemática reflita como utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no planejamento e desenvolvimento de suas aulas (MIRANDA, BLAUDARES, 2007). Dessa forma verificamos que a inserção das tecnologias digitais no ensino de Matemática pode ser favorável à aprendizagem de conteúdos ou à compreensão de conceitos.

A abordagem desta oficina é ressaltar a relevância da utilização da informática no meio social e educacional, possibilitando aos professores e acadêmicos em matemática a oportunidade de reformular as metodologias pelo uso de tecnologias, no intuito de melhorar e facilitar o aprendizado dos estudantes.

## Referencial Teórico

O avanço das tecnologias transformou muitas coisas em nossas vidas e no mundo, como a forma de se produzir, consumir e interagir, até no exercício de nossa cidadania. Em uma era digital isso se reflete na forma de como se aprende e como se ensina. De acordo com Menegais (2013),

> As TICs devem ser utilizadas como recursos tecnológicos para produzir um ambiente interativo, que proporcione ao estudante práticas pedagógicas ativas centradas nas tarefas individuais ou em grupos, na solução de problemas e na construção de seu próprio conhecimento através do raciocínio lógico. (MENEGAIS *et al*, 2013, p. 4)

Diante dessa realidade, a utilização das TIC na Educação Matemática, nos leva a reformular as práticas pedagógicas através da utilização de recursos como a internet, aplicativos e os *softwares* educacionais, que quando usados de forma planejada e bem orientados são capazes de ampliar as possibilidades didáticas, podendo favorecer inclusive as relações entre o professor e o estudante. Destacamos ainda que nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN'S, 2000), dentre outros:

> Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e

> procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p. 41).

Nesse contexto, retomamos a questão de que se torna necessária a capacitação específica e significativa para professores em atividade. A pouca utilização ou até mesmo a não utilização das TIC na escola está diretamente relacionada à formação do professor. O docente acaba por valorizar a aula expositiva e a assimilação dos conteúdos pelos estudantes através de avaliações formais. Desde sua formação nos cursos de licenciatura, os professores tendem a valorizar a apropriação dos conteúdos específicos (MASETTO, 2003).

Em muitos conteúdos matemáticos, existe a necessidade da reprodução de desenhos e gráficos no quadro, em aulas planejadas em laboratórios de informática, essas atividades podem ser desenvolvidas através de aplicativos e *softwares* a fim de que os estudantes vejam de imediato diferentes casos da construção geométrica ou gráfica, mas sem mudar sua essência, pode-se constatar que é "possível relacionar conceitos e propriedades (que em muitos casos são tratados de forma estanque nos currículos tradicionais), bem como articular diversas formas de representação, de maneira dinâmica e interativa [...]". (GIRALDO *et al.*, 2012, p. 9)

Em uma era digital se faz necessário que os profissionais da educação acompanhem esse processo, para Valente (1999, p.12), "essas mudanças são necessárias para que a informática e outras soluções pedagógicas inovadoras possam efetivamente estar a serviço da formação de alunos preparados para viver na sociedade do conhecimento."

No livro: "O Computador na Sociedade do Conhecimento" Valente destaca que:

> A introdução da informática na educação, segundo a proposta de mudança pedagógica, como consta no programa brasileiro, exige uma formação bastante ampla e profunda dos educadores. Não se trata de criar condições para o professor simplesmente dominar o computador ou o software, mas sim auxiliá-lo a desenvolver conhecimento sobre o próprio conteúdo e sobre como o computador pode ser integrado no desenvolvimento desse conteúdo. (VALENTE, 1999, p.9)

A formação adequada para professores permite que eles se apropriem das tecnologias a ponto de dominarem seus principais recursos e compreenderem suas características e propriedades, tais como a interatividade, conectividade, registro e comunicação multidirecional, aprendendo a integrá-las de acordo com as necessidades apresentadas durante as atividades de ensino e aprendizagem (ALMEIDA, 2007).

O professor de Matemática tem um grande desafio à sua frente. No entanto, esse desafio também põe à disposição do docente uma gama de opções, no qual pode encontrar alternativas que propiciam tornar suas aulas mais dinâmicas e atrativas para os estudantes, desenvolvendo potencialidades como a criatividade e o senso crítico. É importante que o professor busque diferentes maneiras de utilizar as tecnologias em sala de aula, de modo a viabilizar o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos. Nesse sentido, procuramos nesta oficina proporcionar esse conhecimento através do *software* Geogebra em atividades que possam facilmente serem recriadas em sala de aula pelos professores e acadêmicos de matemática.

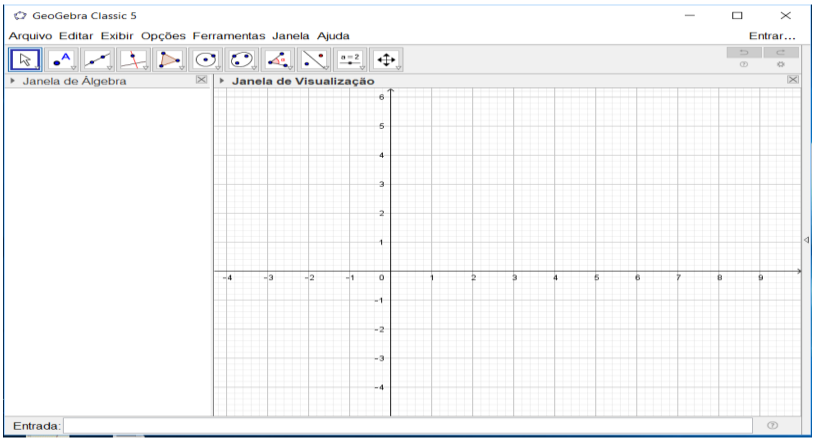
**Metodologia**

A proposta desta oficina foi desenvolvida para que professores e acadêmicos em Matemática possam utilizar o *software* Geogebra no planejamento de suas aulas. A oficina será dividida em três etapas. Na primeira etapa, será feita uma breve introdução do *software* e de suas ferramentas. Na segunda serão realizadas atividades sobre geometria espacial, relacionadas a pirâmide, cubo e cilindro, entre outros. Explorando dessa forma alguns recursos que o *software* pode oferecer. E finalmente será solicitada aos participantes que elaborem um planejamento de atividades relacionadas à Geometria Espacial utilizando o *software* Geogebra. A oficina ocorrerá de forma bastante dinâmica, com resolução de exercícios em conjunto, análise das várias maneiras que um único exercício pode ser resolvido, levando em consideração o que o participante da oficina pensa sobre o assunto. Basicamente, o curso se voltará para auxiliar o professor e os acadêmicos que têm interesse em utilizar o programa com seus estudantes em suas aulas de geometria.

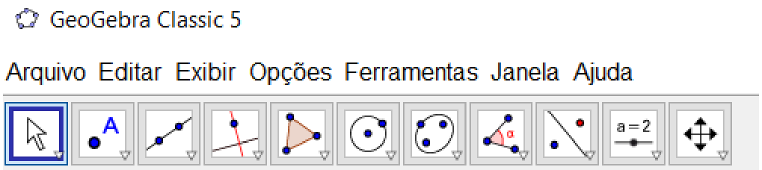
**Primeira etapa**

Será apresentado aos participantes os comandos básicos do *Software* Geogebra.

Na área de trabalho a duas janelas: a janela algébrica e a 2D (janela de visualização).

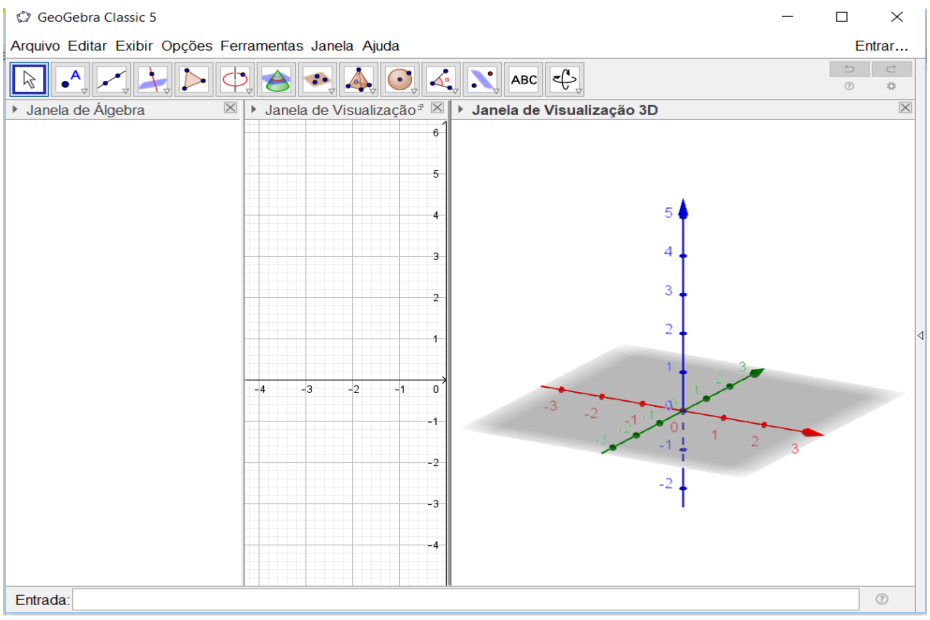



Na tela superior do *software* existe duas barras: BARRA DE MENU e suas principais funções e a BARRA DE FERRAMENTAS com seus diversos comandos.




Na parte inferior da tela existe uma barra, barra de comandos (entrada).


Para acessar a janela de visualização 3D, basta clicar com o botão esquerdo do mouse sobre o ícone exibir aparecerá a opção janela de visualização 3D, que também pode ser obtida pressionando as teclas $ctrl + shift + 3$.

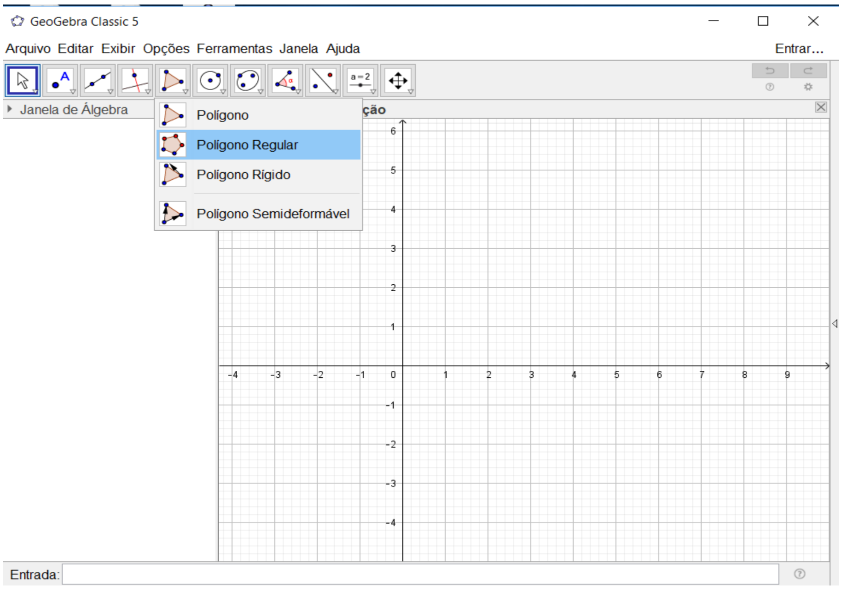


## Segunda etapa

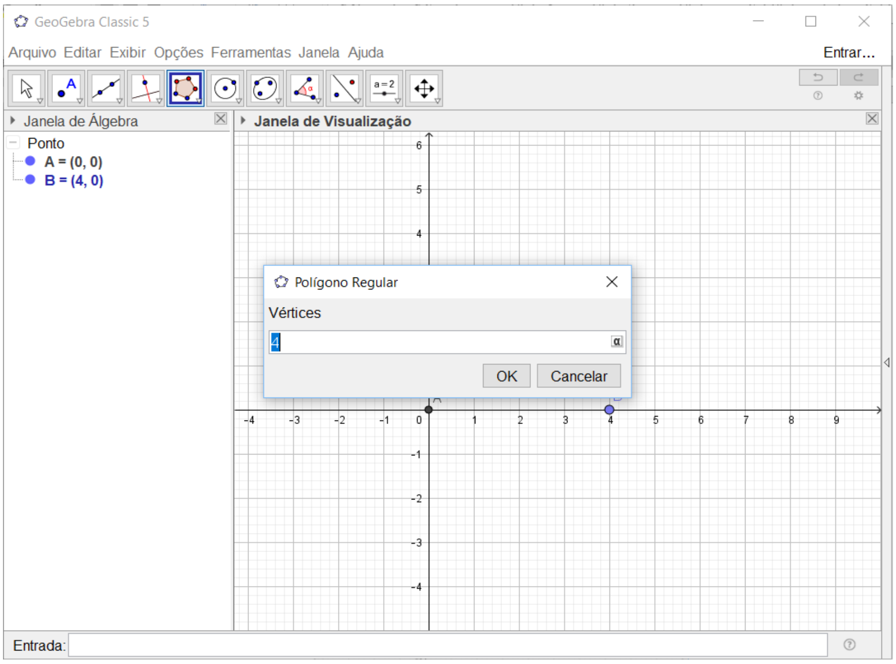
### Explorando e construindo os sólidos geométricos

### Cubo

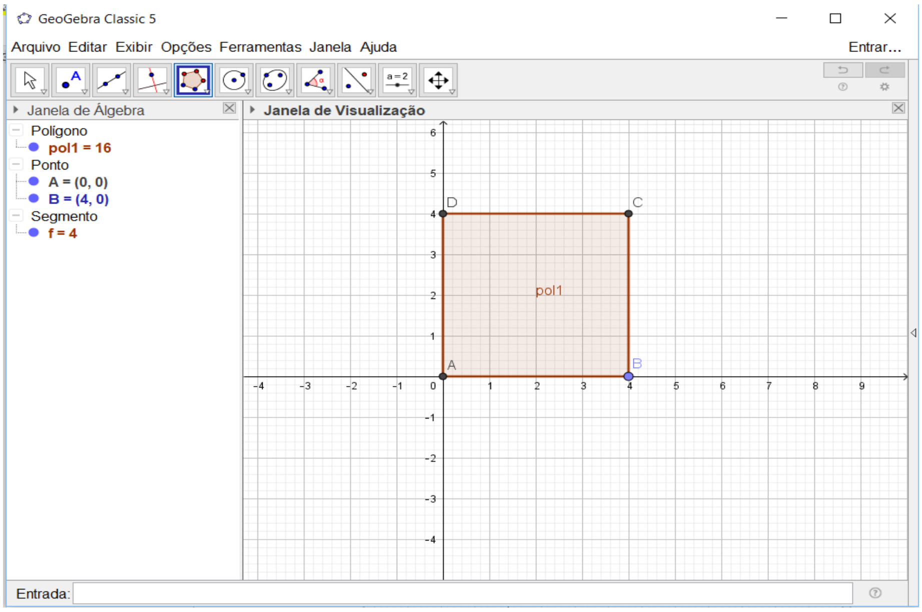
1. Clicar com o botão direito no ícone polígono e em seguida em polígono regular.



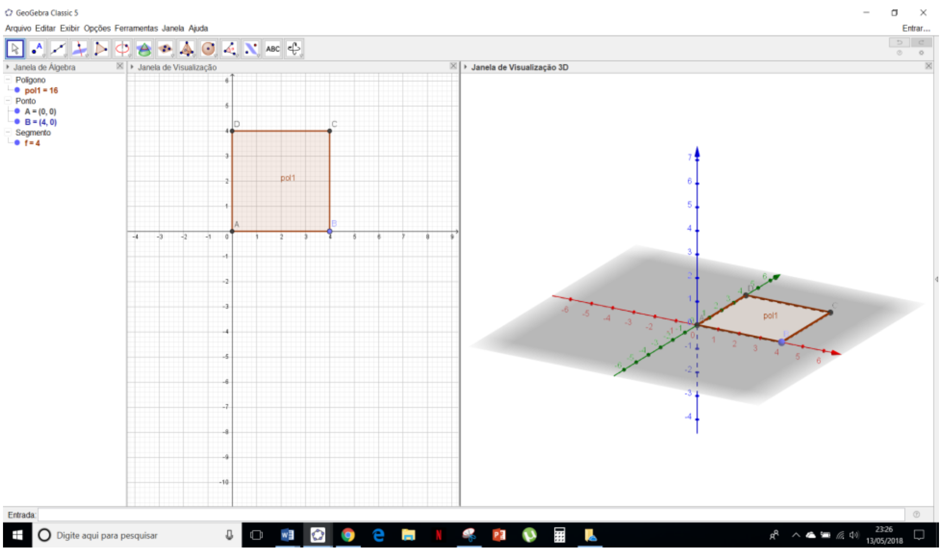

2. Clicar em dois pontos no eixo x, em seguida aparecerá uma janela vértice, insira o número de vértices 4 e clique em ok.



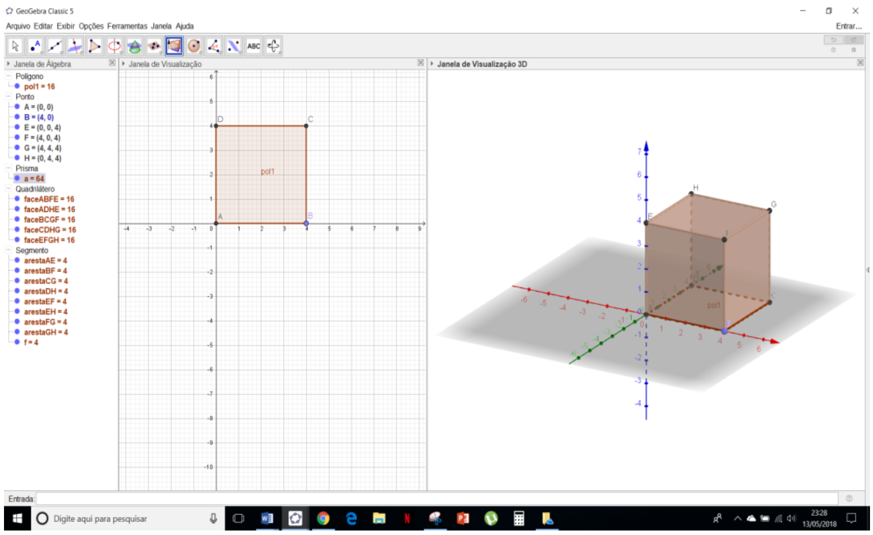

3. Aparecerá um polígono de lados iguais (quadrado).




4. Após clicar com o botão esquerdo do mouse no ícone exibir e em seguida na opção janela de visualização 3D.

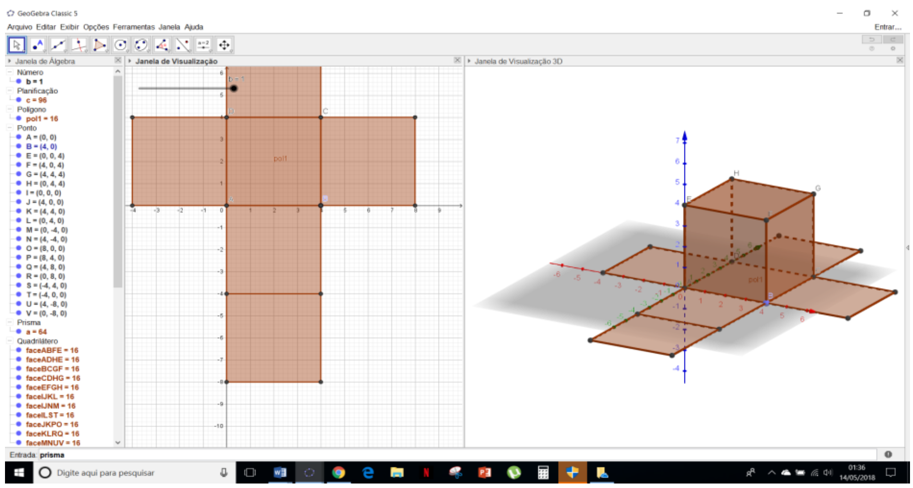



5. Selecionar o ícone pirâmide e em seguida a opção "extrusão para prisma ou cilindro". Após clicar no polígono aparecerá a janela "prisma" e será solicitada a altura, como estamos construindo um cubo a altura deve ser 4, pois o polígono que construímos anteriormente tem lados com medida 4.



Na “*janela de Álgebra*” é possível obter o número de faces, vértices, área da face e volume.

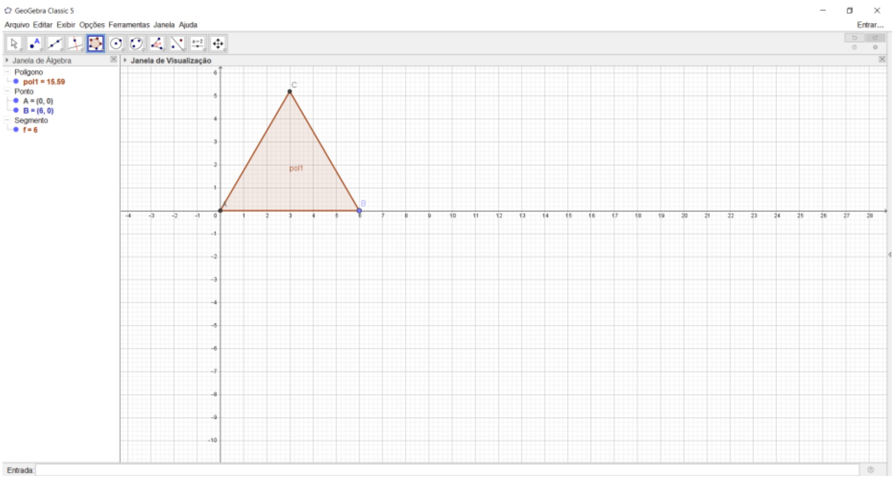
6. Para obter o volume da figura em estudo selecione o ícone ângulo e na sequência a opção volume e clique na figura então aparecerá na janela de álgebra “volume”.
7. Para planificação selecionar o ícone pirâmide e em seguida planificação. Após clicar na figura.



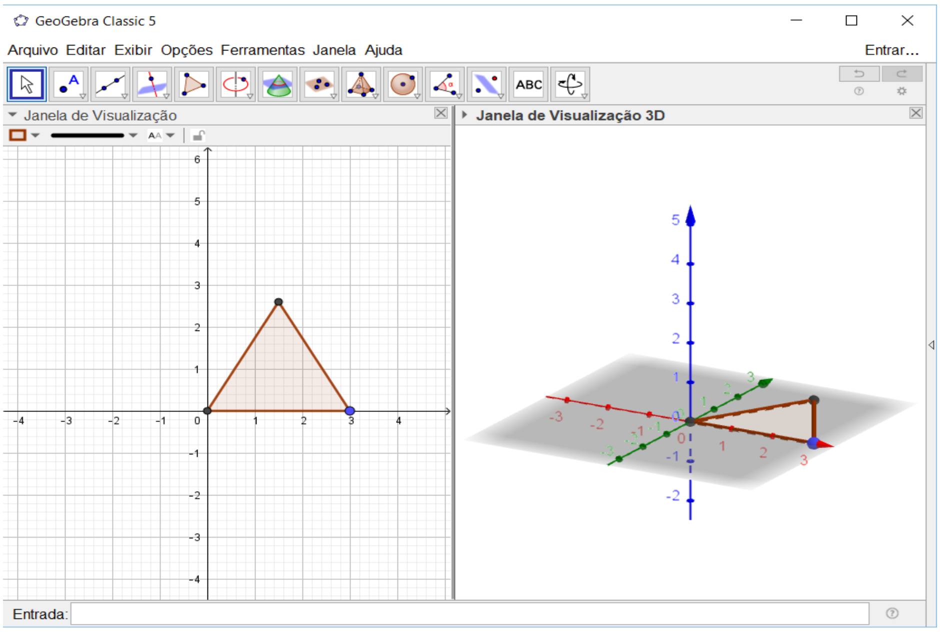
8. Também pode-se animar a planificação na “*janela de álgebra*” clique como botão esquerdo do mouse na opção número e selecionar animar.

**Pirâmide**

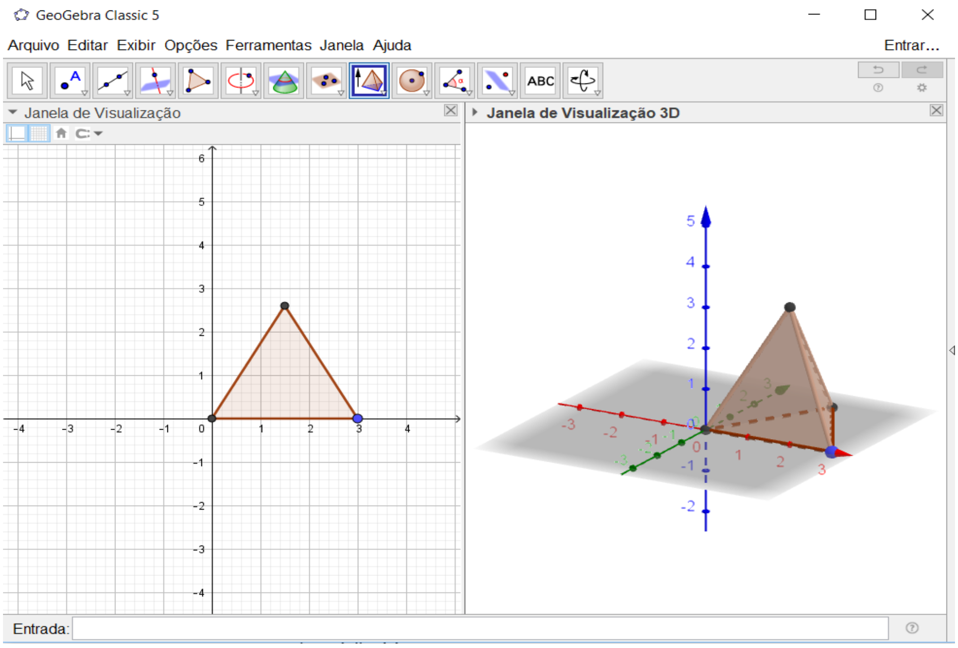
1. Clicar com o botão direito no ícone polígono e em seguida em polígono regular.
2. Clicar em dois pontos no eixo x, em seguida aparecerá uma janela vértice, insira o número de vértices 3 e clique em ok.



3. Após clicar com o botão esquerdo do mouse no ícone exibir e em seguida na opção janela de visualização 3D.



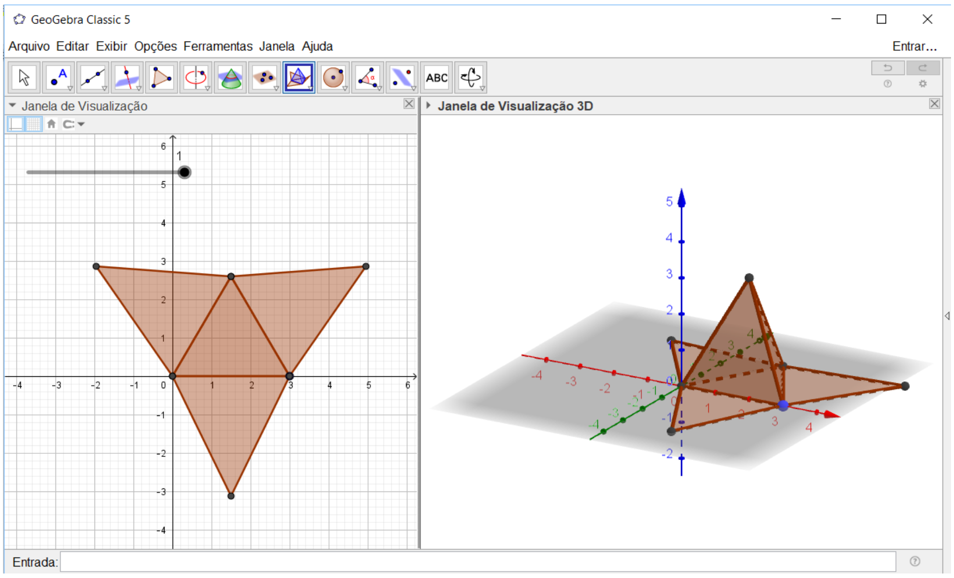

4. Selecionar o ícone pirâmide e em seguida a opção extrusão para pirâmide ou cone. Após clicar no polígono aparecerá a janela pirâmide e será solicitada a altura, adicionar a altura e clicar em ok e aparecerá a pirâmide.




Na janela de Álgebra é possível obter o número de faces, vértices, área da face e volume.

5. Para obter o volume da figura em estudo selecione o ícone ângulo e na sequência a opção volume e clique na figura então aparecerá na janela de álgebra "volume".

6. Para planificação selecionar o ícone pirâmide e em seguida planificação. Após clicar na figura.

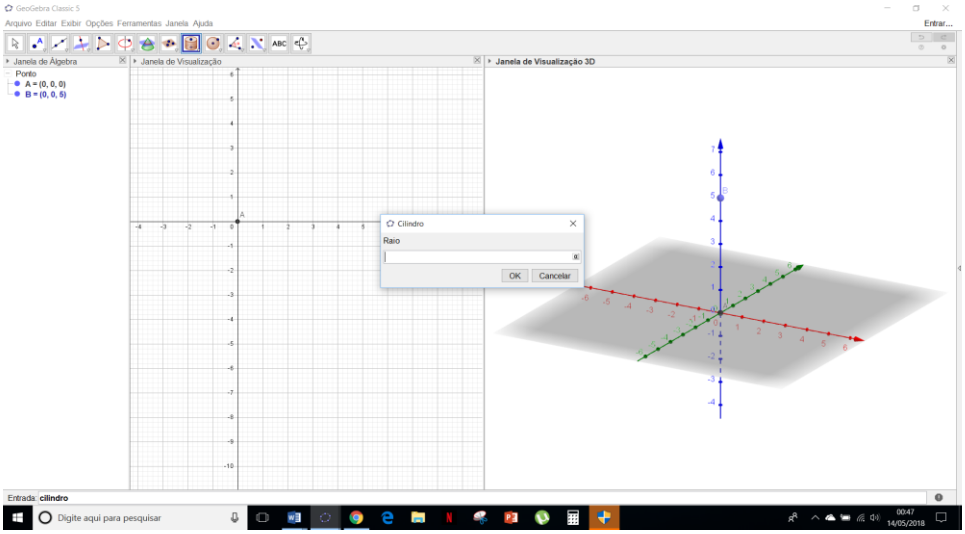



7. Para melhor visualização da planificação pode-se selecionar o ícone girar janela de visualização 3D.

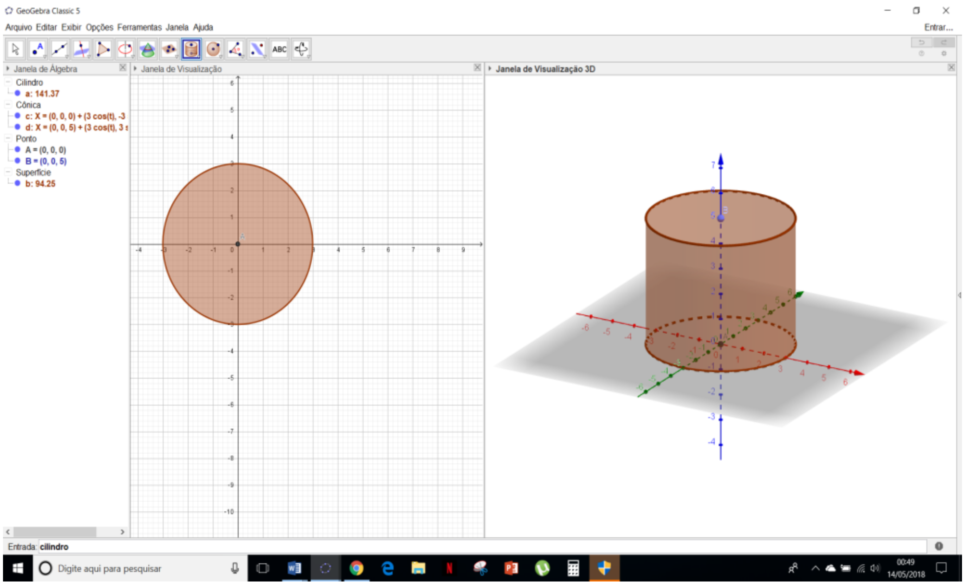
8. Também pode-se animar a planificação na janela de álgebra clicar como botão esquerdo do mouse na opção número e selecionar animar.

## Cilindro

1. Clicando com o botão direito do mouse na opção janela de visualização 3D.
2. Selecione o ícone pirâmide e clique na opção cilindro e após clique em dois pontos do eixo vertical.




3. Na janela cilindro insira a medido do raio e clique em ok e aparecerá o cilindro.




Na janela de álgebra é possível visualizar a área e volume do cilindro.

4. No ícone ângulo selecionar a opção volume e clicar na figura, na janela de álgebra aparecerá a palavra volume.

5. Para obter a área desse cilindro bastas encontrar a palavra superfície na janela de álgebra
6. Para obter a área da base, selecionar o ícone ângulo e a opção área e clicar em umas das circunferências.

**Terceira etapa**

Nessa etapa será solicitado aos participantes a elaboração de um planejamento de atividades relacionadas à Geometria Espacial utilizando o *software* Geogebra.

**Considerações Finais**

Em uma era digital, onde a tecnologia está presente constantemente em nossa vida, é importante a utilização desses recursos a favor do ensino. São diversos os aplicativos e *softwares* que podem e devem ser aproveitados no desenvolvimento do conhecimento, devemos levar em conta que a tecnologia já faz parte da educação, precisamos nos adaptar a essa nova realidade, somente aulas teóricas e expositivas embora importantes já não prendem mais a atenção dos estudantes de hoje, o professor não é mais o centro do "saber". O acesso a informação está em todos os lugares, qualquer pessoa pode ter acesso ao conhecimento através de ambientes virtuais, neste contexto cabe ao professor auxiliar o estudante neste processo visando sua aprendizagem. Os conteúdos abordados através de atividades que utilizam as tecnologias digitais estimulam a curiosidade do estudante e são melhores compreendidos e aceitos, resultando em aprendizagens significativas. O uso de *softwares* em sala pode tornar as aulas mais dinâmicas, pois auxilia na visualização dos problemas matemáticos que às vezes requerem muita abstração por parte dos estudantes, o que dificulta a percepção e aprendizagem matemática.

Mas para que isso ocorra a escolha dos materiais a serem utilizados em sala de aula, deve ser realizada através de uma análise da realidade e contexto educacional vivenciado pelo professor. Deste modo, podemos destacar o uso do *software* Geogebra por sua praticidade, seu fácil manuseio e a clareza com que a função de cada ferramenta é identificada.

**Referências**


ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Tecnologias digitais na educação: o futuro é hoje**. In: ENCONTRO DE EDUCAÇÃO E TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO, 5, 2007, Rio de Janeiro. Tecnologias digitais na educação: o futuro é hoje. Rio de Janeiro: Universidade Estácio de Sá, 2007. Disponível em: <http://etic2008.files.wordpress.com/2008/11/pucspmariaelizabeth.pdf> Acessado em: 08 de Junho de 2018.

ALMEIDA, M. E. **A formação de recursos humanos em informática educativa propicia a mudança de postura do professor?** In: VALENTE, J. A. O professor no Ambiente Logo: formação e atuação. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 1996.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. 3. ed. Brasília, MEC – DF, 2000.

GIRALDO, V.; CAETANO, P.; MATTOS, F. **Recursos Computacionais no Ensino de Matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

MASETTO, Marcos T. **Competência pedagógica do professor universitário**. São Paulo: Summus, 2003.

MENEGAIS, D. A. F. N.; PESCADOR, C. M.; FAGUNDES, L. da C. **Práticas Pedagógicas em Matemática**: experiências em uma escola do Programa UCA. In: RENOTE - **Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 11, n. 1, 2013.

MIRANDA, Dimas Felipe de e BLAUDARES, João Bosco. **Informatização no ensino de matemática: investindo no ambiente de aprendizagem**. Zetetiké, Campinas, v.15, n.27, jan/jun. 2007.

VALENTE, J. A. (Org). **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas, SP: NIED, Unicamp, 1999.


ISSN 2316-7785

# CONHECENDO O SOFTWARE R E SUAS POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE ESTATÍSTICA

Ednei Luís Becher
Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus Osório
ednei.becher@osorio.ifrs.edu.br

Lisandro Bitencourt Machado
Instituto Federal do Rio Grande do Sul – Campus Osório
lisandro.machado@osorio.ifrs.edu.br

**Eixo temático:** Educação Estatística/ Educação Financeira

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Professor da Educação Básica (sócio SBEM)

**Resumo**
Este minicurso propõe apresentar aos participantes do evento noções iniciais do *software* R e o ambiente de desenvolvimento RStudio. Além disso, apresenta duas atividades didático-pedagógico para o ensino de estatística e probabilidade. O minicurso será desenvolvido através da proposição de atividades que viabilizem aos participantes conhecer e aprender a utilizar os *softwares* para resolver problemas estatísticos básicos e, simular e resolver problemas probabilísticos comumente tratados nos cursos de Ensino Médio. Espera-se com este minicurso divulgar e fomentar o uso dos *softwares*, por estudantes de licenciatura e professores da Educação Básica, para o ensino de estatística e probabilidade.

**Palavras-chave:** Ensino Médio; Educação Estatística; software R.

## 1. Introdução

O ensino de conteúdos estatísticos e probabilísticos é enfatizado no Brasil desde a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e suas complementações (BRASIL, 1997, 2000, 2002). Merecendo destaque os conteúdos relacionados ao que se convenciono chamar nos PCN de Tratamento da Informação. Isso porque tais conteúdos se constituiriam em possíveis elos da Matemática escolar com temas do cotidiano dos estudantes.

O conhecimento estatístico tem recebido cada vez mais destaque nos currículos escolares, como consequência da importância que as técnicas e metodologias estatísticas tem para a compreensão do mundo contemporâneo (BAYER, ECHEVESTE, 2003). A compreensão de dados e a tomada de decisão dependem da organização, representação, leitura e adequada interpretação da informação e, a estatística oferece inúmeros recursos que facilitam tais tarefas e tornam assim o seu uso corrente, nas mais variadas esferas da sociedade atual.

Ainda na década de 1980, Landwehr e Watkins (1986) destacavam a necessidade do uso de dados reais para o ensino de estatística, o que foi reiterado no cenário nacional por Campos, Wodewotzki e Jacobini(2013). Neste sentido a disponibilização de bancos de dados por muitas instituições e governos tem tornado viável, cada vez mais, uso de dados reais que retratam fenômenos e processos econômicos, sociais, ambientais e físicos.

Ao mesmo tempo, tem se popularizado a utilização de *softwares* matemáticos e estatísticos por professores de Matemática (BORBA; PENTEADO, 2016). Entretanto o uso dos softwares sem que o professor tenha objetivos claros (BITTAR, 2006) e uma metodologia adequada, pouco agrega ao aprendizado do aluno, uma vez que, restringe o uso do *software* a uma informatização de práticas tradicionais.

Assim como Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013, p.19) entendemos que a abordagem que realmente desenvolve as competências estatísticas, que se deseja de um estudante, é aquela em que os professores possam apresentar situações e problemas que possibilitem a construção e o desenvolvimento destas. Pois somente com este tipo de abordagem que o raciocínio estatístico (GARFIELD, 2002) poderá ser adequadamente desenvolvido.

Diante do contexto apresentado, este minicurso objetiva oferecer aos participantes (estudantes de licenciatura e professores da Educação Básica) a oportunidade de conhecerem e aprenderem a utilizar o *software* R que, além de ser gratuito, oferece inúmeras possibilidades didáticas para o ensino de estatística. Viabilizando a problematização de situações a partir de dados reais que, podem potencializar o aprendizado (NEUMANN; HOOD; NEUMANN, 2018) e o desenvolvimento das competências estatísticas desejadas.

## 2. R e RStudio

O R foi inicialmente desenvolvido na universidade de Auckland por Ross Ihaka e por Robert Gentleman. Contudo o estágio atual de desenvolvimento do software é resultado de um esforço colaborativo de muitas pessoas e grupos ao redor do mundo. O nome R tem origem nas iniciais dos criadores e também de um jogo figurado com a linguagem S da Bell Laboratories (R CORE TEAM, 2015).

O software R[1] é uma linguagem e, ao mesmo tempo, um ambiente computacional que permite a realização de cálculos, simulações e desenvolvimento de modelos estatísticos. Este, permite a realização de uma grande variedade de cálculos matemáticos, estatísticos, construção de gráficos e simulações.

Ele está disponível em versões para Linux, Windows e MacOS gratuitamente. É importante destacar que ele não é um único programa, mas sim um conjunto integrado de softwares para manipulação de dados, cálculos e exibição gráfica (AQUINO, 2014), que podem ser complementados através da adição de packages (bibliotecas de funções).

O RStudio[2] também é um software gratuito para uso acadêmico ou pessoal, sendo um ambiente de desenvolvimento integrado para R. O uso do RStudio simplifica a utilização do R pelos usuários tornando sua interface mais amigável facilitando as tarefas de cálculo, programação e visualização dos resultados.

[1] http://CRAN.R-project.org

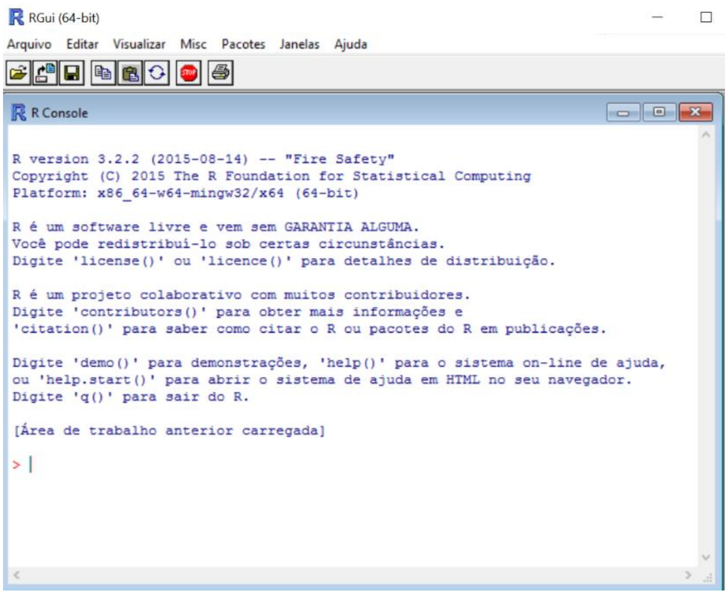
[2] https://www.rstudio.com/

O RStudio possui duas versões: RStudio Desktop, para aqueles usuários que desejam rodar o programa localmente; e RStudio Server, que permite o acesso remoto usando um navegador web permitindo o trabalho de muitas pessoas simultaneamente. O software também possui versões disponíveis para as plataformas Windows, MacOS, e Linux.

## 2.1 Começando com R e RStudio

O primeiro passo para utilizar o RStudio é instalar o R. Este deverá ser instalado primeiro e, ao iniciar exibirá apenas a janela indicada na Figura 1. Esta janela é chamada Console e permite a realização de todas as operações necessárias dentro do R.

Figura 1 - Janela de abertura do software R.

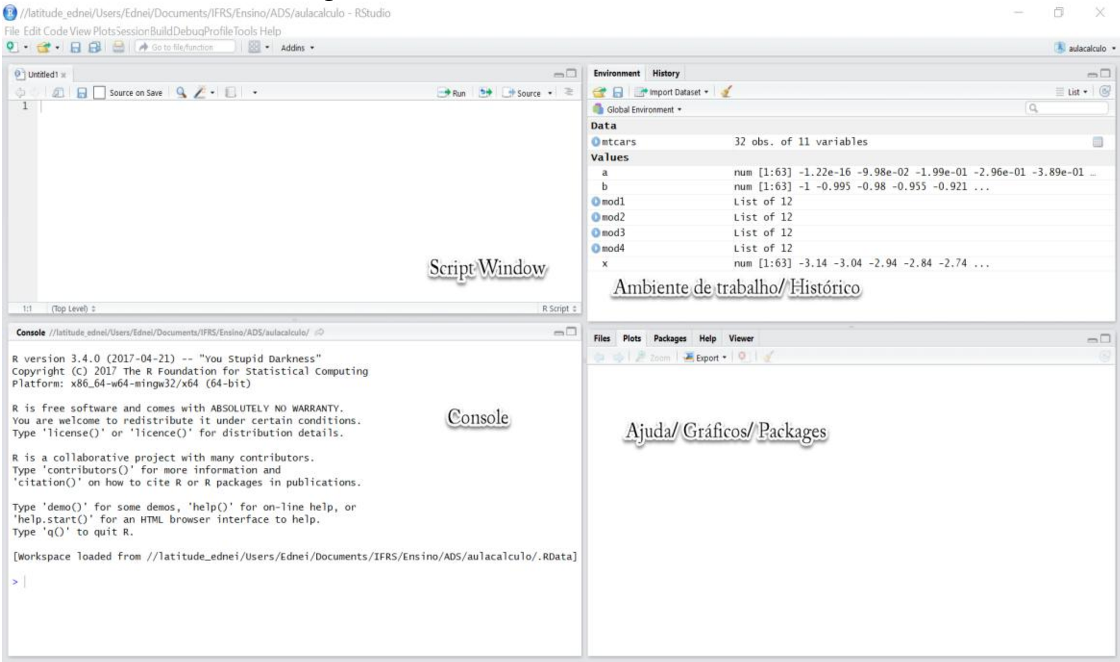



Fonte: Os autores.

O R segue regras e uma sintaxe simples, sendo os comandos, expressões ou atribuições que indicam o que deve ser calculado e exibido, a partir dos dados inseridos simples, facilitando o aprendizado pelos estudantes. Os comandos devem ser separados por ponto e vírgula (;) ou inseridos em nova linha, sendo possível fazer agrupamentos de vários comandos numa única expressão utilizando chaves ({...}). Operações e expressões matemáticas podem ser construídas utilizando os operadores usuais e respeitando as regras de precedência (AQUINO, 2014).

O RStudio consiste em um ambiente que torna o uso do R mais agradável, pois nele a janela, conforme a Figura 2, é dividida em quatro setores que facilitam a inserção de dados, a digitação dos comandos e a exibição dos resultados.

Figura 2 - Janela de abertura do software RStudio.




Fonte: Os autores.

A divisão da janela em quatro áreas facilita o trabalho sobretudo por permitir aos estudantes que visualizem e acessem todas as informações pertinentes aos dados com os quais estão trabalhando. Conforme Galiazzi e Schmidt (2014), por ser um aplicativo e também uma linguagem de programação o uso conjunto do R e do RStudio fornece aos estudantes acesso a ferramentas gráficas, de cálculo e de análise de dados em um único ambiente facilitando a compreensão dos dados e das relações existentes.

## 3. Exemplos Atividades

Nesta seção do texto apresentamos exemplos de atividades de familiarização e de utilização dos softwares que serão desenvolvidas durante o minicurso e tem como objetivo apresentar os *softwares* através da resolução de exercícios e problemas estatísticos. Cabe enfatizar que, devido as limitações de tempo, objetiva-se divulgar os *softwares* entre os participantes de evento, apresentando alguns comandos e procedimentos básicos e, destacando algumas das possibilidades didáticas que podem ser exploradas nas aulas de Matemática.

Primeira Atividade

A primeira atividade, adaptada de Machado e Becher (2016), visa apresentar aos participantes os comandos básicos do R para a criação de variáveis e cálculos estatísticos descritivos.

Em uma pesquisa de trânsito foi contabilizado o fluxo de veículos em dois cruzamentos em intervalos de 1 hora. Os resultados obtidos no primeiro cruzamento foram: 96; 98; 23; 96; 102; 95; 101; 119; 98; 108; 108; 74; 144; 101; 120, 96 e 117 e, no segundo cruzamento: 92; 88; 63; 46; 02; 95; 101; 19; 38; 68; 98; 98; 44; 61; 29, 35 e 17. Em relação aos conjuntos de dados calcule:

a) A média aritmética;
b) A mediana;
c) A moda;
d) O valor dos quartis;
e) A variância e o desvio padrão.

Inicialmente se fará a inserção manual dos dados a partir do console do RStudio. Neste momento também será possível explicar aos participantes os comandos de atribuição e os diferentes tipos de variáveis com que o R é capaz de lidar.

Depois de inserção manual dos dados serão apresentadas as funções necessárias para responder as questões propostas na atividade. Observando que no desenvolvimento das atividades se privilegiará o uso do software para a resolução e se reservará mais tempo para a análise dos resultados e discussão dos métodos utilizados.

Para calcular a média aritmética se utilizará a função mean(x), para a mediana será usada median(x) e para a moda se fará uso das seguinte funções agrupadas: subset(table(x), table(x)==max(table(x))).

Na sequência será empregada a função summary(x) para determinar o valor dos quartis, do máximo e do mínimo e, para concluir serão usadas as funções var(x) e sd(x) para calcular a variância e o desvio padrão respectivamente.

Segunda Atividade

Utilizando o banco de dados “mtcars”, que nativamente está disponível no R, os participantes serão convidados a construir gráficos relacionando as diferentes variáveis utilizando as funções plot(x,y) e barplot(x). Objetiva-se com esta atividade apresentar aos participantes as capacidades gráficas do R e também alguns exemplos de possibilidades de análise e cruzamento de dados.

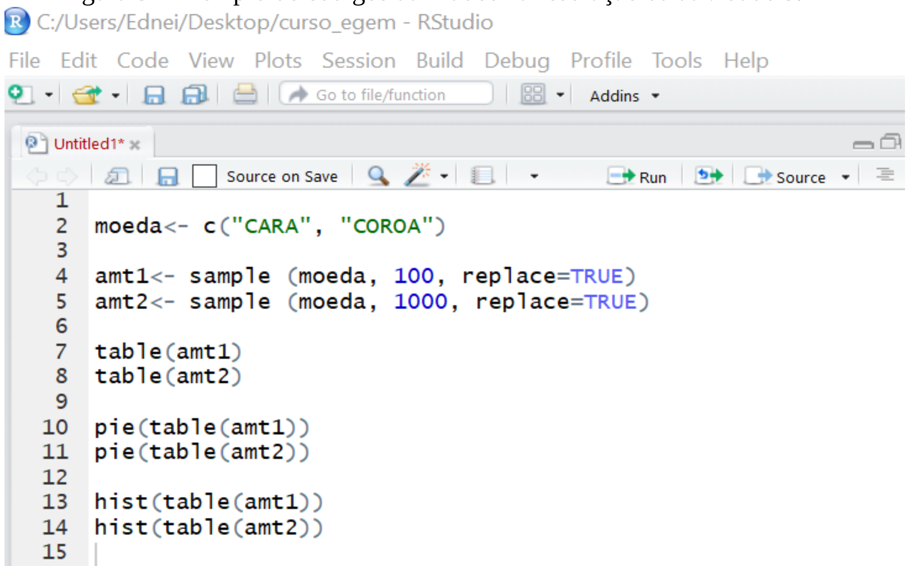
Terceira Atividade

Na terceira atividade pretende-se mostrar aos participantes algumas possibilidades de uso do R para a criação de simulações. Inicialmente pretende-se propor como problema a construção de um código que permita simular o lançamento repetido de uma moeda não viciada. Tal código será utilizado para problematizar situações corriqueiras presentes em livros didáticos de Ensino Médio como, por exemplo:

a) Variando o número de lançamentos é possível identificar alguma diferença significativa entre o número de “Caras” e “Coroas”.
b) Como podemos representar graficamente os resultados do lançamento?
c) Qual a melhor forma de representação gráfica? Por que?
d) Como poderíamos adaptar o código utilizado para moedas para dados?

Para a resolução da atividade três inicialmente se implementará o código apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Exemplo de códigos utilizados na resolução da atividade 3.




Fonte: Os autores.

As atividades apresentadas sucederão uma apresentação sobre a origem, a instalação, as possibilidades de uso didático do R quando comparado a outros softwares e sobre as suas funções básicas.

## 4. Considerações Finais

Sempre quando se introduz um novo software no ambiente escolar o tempo necessário para que os estudantes aprendam a utilizá-lo é um fator que precisa ser considerado, uma vez que, se o aprendizado demandar muito tempo, considerando as limitações de tempo existentes nas escolas, o uso deste software ficará comprometido. Neste sentido, entendemos que o R, por suas características e possibilidades, é um software onde o aprendizado das funções básicas é simples e rápido, contudo o aproveitamento máximo de seus recursos depende uma efetiva integração dele ao planejamento do professor.

Espera-se com este minicurso tornar o R mais conhecido entre os estudantes e professores participantes do evento e, ao mesmo tempo, fomentar o seu uso. Destacando que nele, ao utilizar linhas de comando, diferente do que acontece com outros programas nos quais os alunos apenas selecionam ou “arrastam valores”, sem necessariamente saberem o que estão fazendo, no R o estudante precisa compreender as relações entre as variáveis e os procedimentos realizados.

## Referências

AQUINO, Jackson A. R para cientistas sociais. Ilhéus/BA: EDITUS, 2014.

BAYER, Arno; ECHEVESTE, Simone. Estatística na escola: importância dos conteúdos de estatística no ensino fundamental e médio. Acta Scientiae. Canoas, v. 5, n. 1, pag. 35 42, jan/jun 2003.

BITTAR, Marilena. Possibilidades e Dificulgades da incorporação do uso de softwares na aprendizagem de Matemática. Um estudo de caso: o software Aplusix. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006. Águas de Lindóia/SP, Anais eletrônicos… São Paulo, 2006. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/files/ sipemIII.pdf>. Acesso em: fev. De 2018.

BORBA, Marcelo de C.; PENTEADO, Miriam G. Informática e Educação Matemática. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+) - Ciências da Natureza e suas Tecnologias*. Brasília: MEC, 2002.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODESOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. *Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. 2º ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

GALLIAZZI, Maicon J.; SCHMIDT, Carise E. O software R como ferramenta de apoio computacional às aulas de Estatística. In: Seminário de Ensino Pesquisa, Extensão e Inovação do IFSC, 2014. Anais eletrônicos… Florianópolis/SC, 2014. Disponível em: < eventoscientificos. ifsc.edu.br/index.php/sepei/sepei2014/paper/download/551/704>. Acesso em: mar. de 2018.

GARFIELD, Joan. The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*. V. 10, N. 3 (2002). Disponível em: <www.amstat.org/publications/jse/v10n3/ garfield.html> Acesso em 10/03/2016.

LANDWEHR, James; WATKINS, Ann. Exploring Data. Palo Alto/ Califórnia: Dale Seymour Publications, 1986.

MACHADO, Lisandro B,; BECHER, Ednei L. Aprendendo estatística com o software R. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016. São Paulo, Anais eletrônicos... São Paulo, 2016. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais /pdf /6345_2685_ID.pdf>. Acesso em: mar. 2018.

NEUMANN, David; HOOD, Michelle; NEUMANN, Michelle. Using real-life data when teaching statistics: students percptions of this strategy in an introductory statistics course. Disponível em: <https://iase-web.org/documents/SERJ/ SERJ12(2)_Neumann.pdf> . Acesso em: 11 mar. 2018.

R Core Team. *R: A language and environment for statistical computing*. R Vienna, Austria: Foundation for Statistical Computing, 2015.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# O ENSINO DA CULTURA AFRICANA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Elen Klimeck Brauner
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
elenk.b@hotmail.com

Ursula Tatiana Timm
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
timm.ursula@gmail.com

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Oficina

**Categoria:** Aluno de Graduação

## Resumo

O ensino da História e da Cultura Africana e Afro-brasileira tornou-se obrigatório no ano de 2003, quando sancionada a Lei nº 10.639, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Uma das possibilidades de inserir esta temática nas aulas de Matemática é por meio de jogos, considerando que muitos dos jogos de origem africana permitem desenvolver o raciocínio lógico, bem como mobilizar habilidades metais como concentração, atenção e estratégia. Para desenvolver atividades com o uso de jogos, o professor deve estudá-los previamente. Nessa

perspectiva, propõe-se, nesta oficina, um momento de estudo e experimentação de jogos de origem africana.

**Palavras-chave:** Cultura Africana; Jogos; Matemática.

## Introdução

O ensino da História e da Cultura Africana e Afro-brasileira tornou-se obrigatório no ano de 2003, quando sancionada a Lei nº 10.639, que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 2003). Esta temática deve ser ministrada no âmbito de todo o currículo escolar, em instituições públicas e provadas de ensino básico.

> Na disciplina de Matemática são diversas essas possibilidades. Dentre elas: utilizar tratamento da informação para analisar dados obtidos em pesquisas sobre o tema, com familiares dos alunos e comunidade escolar; utilizar conceitos de geometria para confeccionar réplicas de máscaras e releituras de artes africanas; desenvolver o raciocínio lógico e tático através de jogos de origem africana (SCHAEFFER; TIMM, 2016, p.1).

Desta forma, nesta oficina, serão apresentados e experimentados jogos de origem africana que estimulam o pensamento independente, desenvolvendo o raciocínio lógico.

## 1. O uso de jogos matemáticos em sala de aula

O uso de jogos em sala de aula é uma alternativa metodológica para o desenvolvimento da socialização entre os alunos, quando trabalhado com espírito de cooperação e respeito às limitações do outro.

Segundo Lopes (1998), com o uso de jogos podemos:

- trabalhar a ansiedade do educando, visto que a atividade com jogos requer concentração e atenção;
- rever os limites, uma vez que o jogo envolve paciência, ética e respeito ao colega;
- reduzir a descrença na auto capacidade de realização, dando ao educando oportunidade de experimentar, tentar, errar e redirecionar o erro, aprendendo com esta, o que pode recuperar a autoestima;
- diminuir a dependência ocasionando o desenvolvimento da autonomia;

- aumentar a atenção e a concentração; desenvolver antecipação e estratégia, enquanto joga, o aluno faz previsões de algumas jogadas a frente, e
- ampliar o raciocínio lógico, considerando as possibilidades e a escolha de cada jogada, fazendo a antecipação do que pode ocorrer no jogo.

Para a inserção de jogos em seu planejamento, o educador deve selecionar aqueles que exijam compreensão, análise, abstração e raciocínio estratégico por parte do jogador. Assim, o aluno estará construindo competências em um momento de diversão.

E, para que o professor possa desenvolver atividades com jogos, deve estuda-los previamente, o que, para Borin (1996, p.13), “só é possível jogando”. Segundo a autora, é através da exploração e da análise de suas jogadas e da reflexão sobre os seus erros e acertos, que o professor terá noção das dificuldades que os alunos irão encontrar durante a partida de determinado jogo e terá, assim, condições de colocar questões que irão auxiliar os alunos (BORIN, 1996).

## 2. Jogos de origem africana

> Muitos jogos africanos retratam, de forma lúdica, atividades naturais das tribos, como o plantio e a colheita, a caça e a pesca; exigindo raciocínio e estratégia. Em alguns países africanos, os jogos de estratégia são muito ligados à tradição. As crianças africanas são iniciadas ao conhecimento dos jogos quando se mostram aptas ao raciocínio estratégico. As táticas de jogo são passadas de geração em geração, e guardadas como verdadeiros segredos de família (SCHAEFFER; TIMM, 2016, p.3).

O raciocínio lógico-dedutivo está presente na escolha das jogadas de cada um dos jogos de origem africana já conhecidos. Tais escolhas que devem ser baseadas na análise das jogadas anteriores e na previsão de jogadas futuras. Portanto, podemos classificá-los como jogos de estratégia. Esse tipo de jogo caracteriza-se por possuir “uma estratégia vencedora a ser descoberta pelos jogadores” (BORIN, 1996, p.15).

Logo, estes jogos são adequados para desenvolver habilidades de pensamento e não, necessariamente, para desenvolver conteúdos matemáticos.

Dentre os jogos africanos, destacam-se os jogos de Mancala. Aponta-se que esses jogos existem desde o antigo Egito, cerca de 1580 a.C.. A palavra *mancala* significa mover, transferir e é uma designação para mais de duas centenas de jogos de tabuleiro

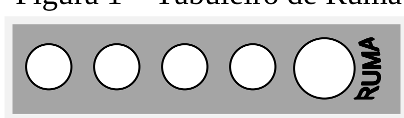
(ZASLAVSKY, 2000). Nesses jogos, o objetivo normalmente é capturar o maior número de sementes.

Há mais de duzentas variações de jogos de mancala e são também diversas as lendas que os rodeiam. Dentre elas, uma narra que antigos marajás indianos jogavam em tabuleiros decorados e utilizavam pedras preciosas como peças. Outra lenda, diz que uma versão do jogo de mancala, conhecido como Awari, era jogado na véspera de um enterro para distrair o morto e, após a partida, o tabuleiro era descartado (MENEZES, et al., 2008).

Nesta oficina serão apresentados diversos jogos de origem africana, dos quais destacamos: Ruma, Oware e Yoté.

A Ruma é uma variação dos jogos de mancala. Consiste em um quebra-cabeça originário da Sibéria e possui uma única solução. É jogada individualmente, em um tabuleiro composto por cinco casas, sendo uma, a ruma (Figura 1). Seu objetivo é colocar todas as peças na ruma. Para iniciar o jogo, devemos ter duas peças em cada uma das casas, com exceção da ruma. O jogador deve escolher uma casa qualquer e recolher todas as peças dessa casa e distribuí-las, uma a uma nas casas seguintes, no sentido da esquerda para a direita. Se a última peça cair na casa Ruma, o jogador deve pegar as peças de outra casa e seguir a distribuição. Se sobrarem peças após ter colocado uma peça na casa ruma, o jogador deve continuar a distribuição das peças iniciando na primeira casa do lado esquerdo do tabuleiro. Se a última ficha cair em uma casa vazia do tabuleiro, o jogador perde o jogo. Caso as fichas acabem em uma casa não vazia, o jogador deve recolher as fichas dessa casa e continuar a distribuição.

Figura 1 – Tabuleiro de Ruma




Fonte: a pesquisa.

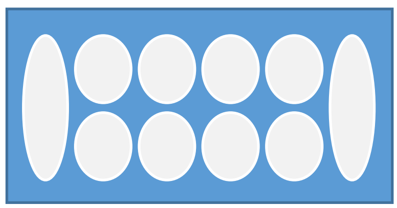
Com este jogo, pode-se desenvolver habilidades de concentração, atenção, estratégia e raciocínio lógico e os conteúdos matemáticos de contagem, direção, sentido e possibilidades.

Outra versão dos jogos de mancala é o Oware, jogo originário de Gana, um país da África Ocidental; também conhecido como Ouri, em Cabo Verde. Seu nome significa “ele casa”. Uma lenda que diz que um casal de jovens iniciou uma partida do jogo e, por estar demorando, resolveram casar-se a fim de poder terminar a partida sem interrupções.

O Oware tem duas versões. Apresenta-se, neste artigo, a versão “fácil” do jogo.

Os jogadores sentam frente a frente, um de cada lado do tabuleiro. Este tabuleiro é formado por duas linhas com quatro casas cada e mais dois potes, um em cada lado do tabuleiro (Figura 2). Colocam duas peças em cada espaço. Os quatro espaços, chamados “buracos”, em cada lado do tabuleiro pertencem ao jogador mais próximo. O “pote de chegada”, à direita de cada jogador, pertence a este jogador.

Figura 2 – Tabuleiro Oware “simples”



Fonte: a pesquisa.

Para iniciar a partida, o primeiro jogador apanha todas as peças de qualquer uma de suas casas e lança uma peça em cada casa, seguindo o sentido anti-horário (indo para a direita). Chamamos isso de “semear as sementes”. Alguns grãos podem cair nos buracos que ficam do lado do segundo jogador. Em seguida, o segundo jogador coleta os grãos de qualquer um de seus buracos e lança um grão em cada buraco, a partir de sua direita. Não é permitido “semear” nos potes de chegada.

As capturas são realizadas no lado do adversário. Se o último grão, em qualquer movimento, faz um grupo de dois em um buraco do lado adversário, o último jogador captura esses dois grãos e coloca-os em seu pote de chegada. Então, recuando, se o buraco imediatamente anterior no lado do adversário também tiver dois grãos, o jogador pode capturá-los e colocá-los em seu pote de chegada. Siga capturando enquanto houver buracos com dois grãos no outro lado do tabuleiro.

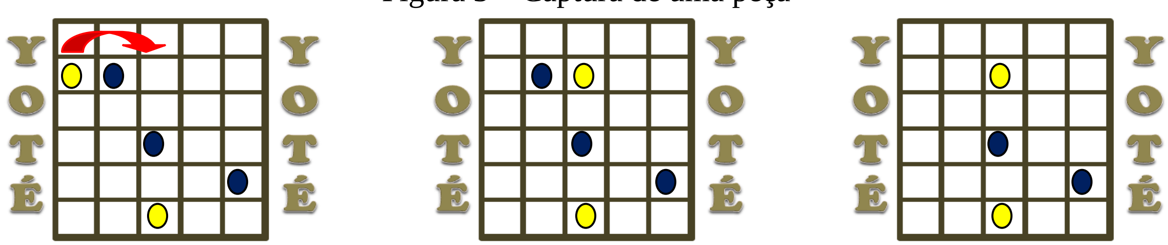
O jogo acaba quando alguém não tiver mais grãos no seu lado do tabuleiro. Contam-se, então, os grãos nos potes de chegada, sendo o vencedor aquele que capturou mais grãos.

O Oware é um excelente jogo para o desenvolvimento de habilidades mentais, bem como para noções de proporção e estratégia.

Outro jogo de origem africana que pode ser utilizado nas aulas de Matemática é o Yoté. O Yoté é um jogo popular em toda a região oeste da África, jogado em um tabuleiro com doze peças de duas cores diferentes. Na África Ocidental, as crianças cavavam buracos na areia e usavam pedacinhos de madeira para jogar. O objetivo do jogo é capturar ou bloquear todas as peças do adversário.

O tabuleiro de Yoté é um tabuleiro quadrado formado por 30 quadrados menores, organizados em cinco colunas e seis linhas, como um tabuleiro de Damas. Para iniciar o jogo, cada jogador escolhe uma cor e reserva suas peças fora do tabuleiro. Após determinar o jogador que iniciará o jogo, cada jogador, na sua vez, pode colocar uma peça em uma casa vazia a sua escolha, ou mover uma peça já colocada no tabuleiro. As peças podem ser movimentadas no sentido horizontal ou vertical, de uma casa em direção a uma casa vazia, mas não podem ser deslocadas na vertical. O jogador tem a opção na sua jogada, de colocar uma nova peça no tabuleiro, ou deslocar uma peça já colocada. Para capturar uma peça, o jogador deve saltar por cima de uma das peças do adversário até o próximo espaço, se este estiver livre, como no jogo de Damas. A peça que captura deve sair de uma casa vizinha à peça a ser capturada e chegar, em linha reta, na outra casa adjacente que deve se encontrar vazia (ver Figura 3).

Figura 3 – Captura de uma peça




Fonte: a pesquisa.

O interessante nesse jogo, é que, além de retirar a peça capturada do tabuleiro, o jogador retira mais uma peça do adversário de sua livre escolha. Assim para cada captura, o jogador exclui um total de duas peças do adversário. A captura é opcional. Caso um jogador sofra a captura de uma peça e não possua outras sobre o tabuleiro, seu adversário não poderá reivindicar a outra peça a qual teria direito.

Um jogador pode capturar várias peças do adversário com a mesma peça, até que não haja mais condições de pular. Durante a captura múltipla é obrigatório, depois de cada captura, retirar a segunda peça antes de prosseguir com outras capturas. O jogo termina quando um dos jogadores ficar sem peças ou com as peças bloqueadas. Vence aquele que capturou mais peças. Caso ambos os jogadores ficarem com três ou menos peças no tabuleiro, e não seja mais possível efetuar capturas, o jogo termina empatado.

O Yoté pode ser aplicado nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, visto que, considerando o elevado número de possibilidades de escolha para cada jogada, desenvolve o raciocínio lógico por meio da antecipação e previsão de jogadas à frente, além de mobilizar habilidades mentais como atenção, comunicação e estratégia.

## Considerações

Acredita-se que o uso de jogos de origem africana é uma alternativa metodológica que atende às demandas atuais para o ensino da Matemática, no que diz respeito ao ensino da História e da Cultura Africana, contribuindo para a formação de um cidadão capaz de viver de forma respeitosa, valorizando a diversidade étnica-cultural que compõem nosso país.

## Referências

BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de Matemática**. São Paulo: IME-USP, 1996, 2ª ed.

BRASIL. Lei nº 10639, de 9 de janeiro de 2003. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira", e dá outras providências. Brasília, DF: Senado Federal.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação: criar, fazer, jogar**. São Paulo: Cortez, 2000, 3ª ed.

SCHAEFFER, Neide Alves; TIMM, Ursula Tatiana. Os jogos de origem africana no regate de nossas origens. Anais do **XIII Encontro Nacional de Educação Matemática.** São Paulo: SBEM, 2016.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# UMA ESTRATÉGIA DE TRABALHO COM PROJETOS PEDAGÓGICOS NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: A IDEOLOGIA DO BRANQUEAMENTO

Reginaldo Ramos de Britto
E. M. Gabriel Gonçalves da Silva
E. E. Prof.Cândido Motta Filho
reginaldorrbritto@gmail.com

**Eixo temático:** Educação Matemática e Inclusão

**Modalidade:** (MIN/OF) Minicurso /Oficina

**Categoria:** Professor da Educação Básica


## Resumo

Nesta oficina, em sua sétima edição, vamos apresentar e discutir com os participantes, acadêmicos, professores (as) da educação básica, de matemática e outros interessados sobre o tema, uma estratégia para abordagem do tema étnico-racial em nossas salas de aula de Matemática ao mesmo tempo em que, defenderemos a importância do trabalho interdisciplinar com projetos pedagógicos. A partir da referência da Educação Matemática Crítica, vamos construir cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2008) em que se problematiza a visibilidade de personagens negros e brancos em revistas de circulação nacional. Analisar a participação midiática destes personagens através do cálculo da *medida matemática de democracia* que temos chamado de *grau de visibilidade*, e das análises dos contextos (entornos) em que estes personagens se vêm retratados, nestas publicações. Seguindo a perspectiva interdisciplinar que pressupõe o trabalho com projetos pedagógicos, vamos apresentar e discutir com os participantes, alguns dos discursos construídos sobre o negro no Brasil, sobretudo, no período em que vigorou a tese do branqueamento entre 1880 e 1914. A proposta desta oficina origina-se, adaptada, das atividades realizadas no âmbito das salas de aula de matemática, num projeto intitulado Educação Matemática & Democracia: O Grupo de Pesquisas Sociais (GPS) – uma experiência pedagógica. Além da Educação Matemática Crítica como referência teórica para esta proposta a Etnomatemática naturalmente se insere como

perspectiva teórica desta iniciativa pedagógica dado que principalmente deve preocupar com a exclusão de indivíduos (D'AMBRÓSIO, 2001).

**Palavras-chave:** Educação Matemática Crítica; Medidas Matemáticas de Democracia; Mídia impressa; Ideologia do branqueamento**.**

## Justificativa

A chamada questão racial brasileira alicerçada em um ideal de democracia racial, assim como a democracia de um modo geral, deve ser sempre posta em questão, sendo frequentemente comparada com o que poderia ser um modelo ideal de democracia. Deste modo, os problemas que enfrentamos, que denotam fragilidades em nosso modelo, sobretudo quando olhamos para contexto político atual, podem em uma medida mais otimista, mas plausível, serem perspectivados como processos "erosivos da democracia", mas que representam também um fenômeno próprio do desenvolvimento de qualquer sistema democrático. É claro que para que estes processos corrosivos sejam sucedidos por avanços democráticos, é preciso muito trabalho reflexivo, crítico que indiquem caminhos a serem seguidos. A sugestão de análise das *erosões de democracia*, como parte do propósito da Educação Matemática Crítica é de Ole Skovsmose, tomada aqui a partir de anotações pessoais por ocasião de minha participação no III Colóquio de Educação Matemática Crítica, na Unesp Rio Claro em abril deste ano.

O racismo e a (in)visibilidade de negros e negras em revistas de circulação nacional, como temas, trazidos para o contexto da sala de aula de matemática, podem ser perspectivados como processos erosivos da democracia racial[1] brasileira e, portanto, uma das preocupações que podem ser elencadas pela Educação Matemática Crítica.

Adicionalmente, pode-se considerar que as salas de aulas de um modo geral, mas em particular as de matemática, a despeito de sua formatação tradicional e cartesiana, têm se constituído, cada vez mais, num espaço de diálogos interdisciplinares e multidisciplinares. Corroborando com este pressuposto, tenho construído nos espaços educativos em que atuo, um "*ambiente de aprendizagem"* (SKOVSMOSE, 2008) em que "*cenários para investigação"* nos convidam a refletir sobre temáticas sociais importantes como o racismo.

[1] Democracia Racial está diretamente relacionada com a problemática do racismo e discriminação, e sugere que o Brasil conseguiu lidar e resolver esses problemas relacionados ao racismo e ao preconceito. O mito da democracia racial ganhou corpo nos anos 1930, dentre outras coisas, pelas publicações do antropólogo e educador Gilberto Freyre. Disponível em: <https://www.portalraizes.com/democracia-racial/> Acesso em: 29 jun. 2018.

Mais do que isso, cada vez mais professores de matemática têm procurado formas de tratar da temática racial em suas salas de aula. Esta percepção temos alcançado a partir de oficinas e minicursos que temos desenvolvido em algumas universidades brasileiras em eventos em Educação e de modo especial, em Educação Matemática.

Assim nesta oficina, o que se pretende é discutir com os participantes a importância de abordar e incluir dentre as preocupações da Educação Matemática como um tema importante e até mesmo imprescindível para a democracia brasileira: o racismo. Pode-se dizer, também, que a oficina oferecerá a professores da área da matemática, passos traduzidos em estratégias visando abordar um tema da realidade para potencializar o processo de ensino e aprendizagem em matemática, como, também, afirmar que estamos no campo da construção de um olhar decolonial[2] para prática pedagógica e que pretendemos discutir a (in)visibilidade de negros e negras em veículos de mídia impressos (revistas de circulação nacional).

O cenário construído nesta oficina para dar consecução a estas discussões é o de uma "sala de aula de matemática", e por duas razões específicas e concorrentes: (i) o fato de compreendermos que este tema não é discutido em nossas salas de aula; (ii) o anseio que acadêmicos e professores, de matemática principalmente, têm demonstrado em capacitar-se, sobre as chamadas questões raciais ou o racismo, para abordá-los em suas aulas.

Esta oficina origina-se, adaptada, de uma prática com projetos pedagógicos desenvolvidos em escolas públicas que culminou com a constituição de um Grupo de Pesquisas Sociais (GPS).

Como forma de dar materialidade aos propósitos da sala de aula de matemática se transformar num ambiente para investigações sobre temas sociais relevantes para a democracia, criamos o GPS (Grupo de Pesquisas Sociais), na Escola Municipal Gabriel Gonçalves da Silva em Juiz de Fora (MG). Este grupo inicialmente tinha suas atividades circunscritas às aulas de Matemática das turmas do 9º ano do ensino fundamental, no âmbito de outra denominação, o projeto *"Educação Matemática & Democracia: (...)"*. Este último por sua vez tinha, e ainda mantém, o escopo de trazer temáticas sociais relevantes, para serem discutidas na sala de aula de matemática. A estruturação do Grupo de Pesquisas Sociais e exemplos de atividades de

[2]Pensamento decolonial significa um caminho de desobediência epistêmica em oposição aos caminhos eurocentrados que dominam os olhares e pensamentos como formas de descontruir o mito da estrutura opressora (PENNA, 2014). Disponível em: <http://periodicos.unb.br/index.php/repam/article/viewFile/12609/9287> Acesso em: 30 mai. 2018.

pesquisas pedagógicas desenvolvidas por ele, já foram socializadas com a comunidade acadêmica, em trabalhos como em Britto *et al* (2017). Por fim, o trabalho com projetos é resultado de nossa inquietação diante dos intermináveis questionamentos de nossos alunos sobre a "utilidade", em suas vidas cotidianas, dos temas trabalhados em salas de aula de Matemática.

**Orientações teórico metodológicas desta oficina**

Estas duas impressões são captadas primeiro pela longa trajetória profissional que acumulamos no magistério como educador matemático e, em segundo lugar, decorrente de nossa percepção e análise dos discursos que professores e acadêmicos têm enunciado por ocasião das oficinas e minicursos que temos desenvolvido. Quando questionados sobre o porquê da escolha de nosso minicurso/oficina e não de outro, os participantes destas atividades de modo quase unânime disseram (o que traduzimos pela fala de uma das participantes em um destes minicursos) que estão à procura de metodologias para "*tratar do racismo nas aulas de matemática*".

O ambiente propiciado pela Etnomatemática e pela Educação Matemática Crítica, tem se materializado no espaço teórico e metodológico, privilegiado para o desenvolvimento de ações investigativas acadêmicas e/ou pedagógicas, que propiciem a emergência de temas diferenciados como o do racismo e correlatos em nossos espaços escolares. Nesse contexto, a educação matemática tem se constituído numa área de múltiplos olhares e:

> Uma área que se impõem, construindo seu discurso, advogando pela interdisciplinaridade, certamente não pode impunimente basear-se em parâmetros radicados em concepções de ciência que não reconhecem (ou negam ou dificultam) o diálogo entre áreas (GARNICA,1999, p.61).

Os processos pedagógicos nas salas de aula de matemática se encontram bastante impregnados por modos cartesianos e positivistas de tratar o conhecimento, ainda enraizados em nossos currículos e práticas profissionais. A despeito de importantes e significativos avanços no sentido da desconstrução de uma episteme eurocêntrica, que produziu nossos sistemas de ensino, e de sua reconstrução em bases epistemológicas multiculturais, o ambiente da sala de aula de matemática parece, em alguma medida, ainda impermeável. A grosso modo as aulas ainda seguem a rituais tradicionais em que:

> Primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e, depois, os alunos trabalham com exercícios seleccionados. Ele também observou que existem variações nesse mesmo padrão: há desde o tipo de aula em que o professor ocupa a maior parte do tempo com exposição até aquela em que o aluno fica – a maior parte do tempo envolvido com resolução de exercícios. (COTTON *apud* Skovsmose,2008, p.15)

Por estas razões a Educação Matemática Crítica formulada, principalmente, por Ole Skovsmose, tem se ocupado com questões relativas a democracia e sobre o papel da Educação matemática na sociedade. Este autor sugere seis "ambientes de aprendizagem" compostos pela combinação de "*paradigmas do exercício"* e "*cenários para investigações*" de um lado, e que fazem referências à: matemática, semi-realidade ou a realidade. O sexto ambiente é aquele que se compõem pela combinação de um cenário para investigação numa referência à realidade. É neste que localizamos a estratégia pedagógica materializada nesta oficina.

Os cenários para investigação referem-se a formatações da sala de aula de matemática, como uma contraposição ao "*paradigma do exercício*" (SKOSMOSE, 2000). Os cenários constituem ambientes que convidam *"os alunos a formularem questões e procurarem explicações"* (*Ibidem*, 2000).

Outro conceito importante constituído por este autor são "*as abstrações para pensar"* que na verdade representam "*constructos teóricos [...] usadas para facilitar o raciocínio e podem ser exemplificadas por conceitos matemáticos e modelos matemáticos*" (*Ibidem*, 2001, p.81). O que chamamos de *grau de visibilidade*, é a representação percentual de um dado grupo étnico, encontrada pelos participantes das oficinas ou pelos alunos (quando da atividade em sala de aula), na análise de matérias publicitárias em revistas de circulação nacional. Trata-se de uma medida matemática de democracia que, no caso em exame, referre-se à democracia racial.

Na verdade, já a algum tempo, sobretudo no campo da produção acadêmico-científica, tem se fortalecido um interesse crescente sobre o papel social e político da Educação Matemática. No entanto para o espaço deste trabalho, poderíamos apenas citar alguns poucos exemplos. Além da Etnomatemática de D'Ambrósio (2001) e a Educação Matemática Crítica de Skovsmose (2001), temos as preocupações de pesquisadores como Frankenstein e Powell (1997), que já naquela oportunidade, desafiavam *o eurocentrismo na educação matemática*[3], sinalizam para a necessidade de se questionar um modus habitual de conceber o conhecimento e de organização do currículo escolar. É por esta razão que inscrevemos esta oficina/minicurso como

[3] Uma alusão as ideias dos autores Frankenstein e Powell (1997) em *Ethnomatematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education.*

um modo de questionar o mito da democracia racial que nos impele a naturalizar as assimetrias sociais e étnico-raciais em práticas cotidianas. Somos herdeiros de uma escola construída sobre o mito da onipotência do conhecimento eurocêntrico que "*persiste e influência o currículo escolar, mesmo em uma disciplina supostamente neutra como a matemática"* (*Ibidem*, 1997, p.02).

A Ideologia do branqueamento, por sua vez, representou um modo peculiar como o Brasil pois fim ao problema do negro no pós-abolição. Trata-se da tese "*aceita pela maior parte da elite nacional no período entre 1889 e 1914 (...) baseada no pressuposto da superioridade branca*" (SKIDMORE, 2012, pp.110-111). De algum modo as instituições modernas, como o caso da mídia impressa analisada neste minicurso, cumprem reificado, o papel da Ideologia do branqueamento.

São inúmeros os discursos produzidos sobre o negro no Brasil que agiam em uma via de mão dupla: desqualificando-os para o trabalho assalariado e até mesmo como seres humanos e incentivando, em sua substituição, tanto como trabalhador quanto para povo da nova nação republicana, em favor do imigrante europeu. São discursos como o de Oliveira Viana (*apud* Domingues, 2004):

> O negro puro nunca poderá assimilar completamente a cultura ariana, mesmo os seus exemplares mais elevados: a sua capacidade de civilização, a sua civilizabilidade, não vai além da imitação, mais ou menos perfeita, dos hábitos e costumes do homem branco. (OLIVEIRA VIANA apud Domingues, 2004, p.260):

De algum modo as instituições modernas, como o caso da mídia impressa analisada neste minicurso, cumprem reificado, o papel da Ideologia do branqueamento.

**Metodologia e desenvolvimento da oficina**

Os participantes serão divididos em grupos de 4 a 5 membros. Receberão vários exemplares de revistas de circulação nacional. Cada grupo terá que coletar um certo número de fotos nestas revistas, seguindo o seguinte roteiro: cada foto deve conter um, e apenas um, personagem humano; os participantes devem ler e conhecer o contexto que acompanha (em forma de texto ou não) a foto coletada; as fotos devem ser numeradas; os contextos devem ser descritos de maneira objetiva e imparcial, sem julgamentos.

Uma vez descritos os contextos, os participantes deveram qualificá-los como positivos ou negativos e classificar os personagens a partir dos dois tipos étnicos: Branco ou negro. Deverão processar o tratamento, compilação e análises destas informações; calcular o que chamamos de grau de visibilidade e qualidade da participação para cada um dos segmentos ético-raciais, branco e negro; escrever seus relatos de pesquisa sobre a atividade; analisar e discorrer sobre as potencialidades desta atividade para abordagens temáticas curriculares de matemática.

## Considerações finais

O que se espera desta oficina e das reflexões desenvolvidas junto as atividades propostas é que se potencialize o repertório pedagógico de professores de matemática, participantes, para a abordagem do tema do racismo e correlatos em suas salas de aula. Se espera também produzir fissuras num modo habitual de se conceber a sala de aula, sugerindo que a construção de cenários para investigações é um importante caminho neste sentido. Ainda, em termos de expectativas, espera-se que esta oficina inspire suspeitas sobre práticas sociais cotidianas que, despercebidas a nossos olhares, reproduzem assimetrias sociais e raciais, sem que nos demos conta disto.

Por fim, acreditamos que iniciativas como estas, podem potencializar também os processos de ensino e aprendizagem em matemática, sobretudo para os anos finais do ensino fundamental. O pensamento proporcional, o cálculo de porcentagens, tratamento das informações, registros de representações semióticas distintos para um mesmo objeto matemático (representativo por sua vez de um fenômeno da realidade), são alguns dos tópicos matemáticos temáticos potenciais a serem explorados numa atividade desta natureza, aspecto que pretendemos discutir com os participantes.

## Referências

BRITTO, R.R. et al. (2017) Cenários para investigações nas salas de aulas de matemática de escolas brasileiras. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, Pr, v.6, n.12, p.371-396, jul.-dez. 2017. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/view/1601> Acesso em : 29 mai. 2018

D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DOMINGUES, P. J. *Uma História Não Contada: negro, racismo e branqueamento em São Paulo no pós-abolição*. São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2004.

FRANKESTEIN, M.; POWELL, A.B. (org.) *Ethnomathematics: challenging eurocentrism in mathematics education*. Albany: State University of New York Press, 1997.

GARNICA, A.V.M. *Filosofia da Educação Matemática: algumas ressignificações e uma proposta de pesquisa*. In: BICUDO, M.A.V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática. Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, 1999, p.59-74.

PENNA, C. Paulo Freire no pensamento decolonial: um olhar pedagógico sobre a teoria pós-colonial latino-americano. *Revista Estudos & Pesquisas sobre as Américas*. Brasília: v. 8, n. 2, 2014. Disponível em: <http://periodicos.unb.br/index.php/repam/article/view/12609> Acesso em: 29 mai. 2018.

SKIDMORE, T. E. *Preto no branco: raça e nacionalidade no pensamento brasileiro (1870-1930).* São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: A questão da democracia*. 3 ed. Campinas/SP: Papirus, 2001.

____________. *Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica*. Campinas, SP: Papiros, 2008 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

____________. Cenários para a investigação. *Bolema,* nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

*Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?*

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# INTERFACE ENTRE OS MODOS DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICADO EM SEQUÊNCIAS DE NÚMEROS FIGURADOS COM USO DE MATERIAIS DIDÁTICO-PEDAGÓGICOS MANIPULATIVOS REAPROVEITÁVEIS

Prof. Dr. Rodolfo Chaves
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática - Gepemem
rodolfochaves20@gmail.com

Prof. Dr. Alexandre Krüger Zocolotti
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática - Gepemem
akruger@ifes.edu.br

Lucca Jeveaux Oliveira Bonatto
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática - Gepemem
lucca.rc@hotmail.com

Tiago Magno de Souza Dutra
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes – EDUCIMAT
Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática - Gepemem
tiagomagnodesouzadutra@hotmail.com

Victor Hugo Neves Luz
Instituto Federal do Espírito Santo – Ifes
Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelo dos Campos Semânticos

e Educação Matemática - Gepemem
victorhugonl99@gmail.com

**Eixo temático:** Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina (Min/OF)

**Categoria:** Pesquisador/Professor de Nível Superior/Pibid (trabalho relacionado ao Pibid).

## Resumo

Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI e Parâmetros Curriculares Nacionais são obras que sugerem que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra em todos os anos da Educação Básica. Mediante tal narrativa torna-se recomendável, desde os primeiros anos de escolarização, a observância e a investigação de padrões aritmético-geométricos, aumentando-se paulatinamente o grau de dificuldades ao longo dos anos. Durante o Ensino Médio a observação de padrões aritméticos pode ser associada ao estudo de sequências, tabelas e gráficos; contudo, frequentemente tais conteúdos são abordados como uma coletânea de fórmulas desprovidas de significado matemático e de sentido à vida. Opondo-se a isso propomos, nessa oficina, apresentar, discutir e determinar termos gerais de sequências de números figurados sem a utilização de fórmulas prontas, mas analisando padrões aritmético-geométricos por técnicas de recorrência, comparando modos de produção de significados (aritmético-geométricos e algébricos), bem como o trânsito entre eles, para a produção de conhecimento algébrico. Para isso, utilizaremos sequências numéricas da Aritmética pitagórica, construídas a partir de materiais reaproveitáveis. A construção de materiais didático-pedagógicos com a utilização desse tipo de reciclável é uma das ações desenvolvidas no projeto (ensino-pesquisa-extensão) "Pitágoras: em (e além do) teorema", promovido pelo Gepemem. Os problemas a serem discutidos foram formulados a partir da perspectiva de tarefas e da Teoria da Atividade, propostas respectivamente por Alexander Romanovich Luria e por Alexis Nikolaevich Leontiev. Os padrões observáveis serão expressos geométrica, aritmética e algebricamente com o auxílio das técnicas que levem à recorrência. Além da proposta educativa de tratar de forma diferenciada o ensino de Matemática, de forma cooperativa, colaborativa e lúdica, propomos discutir a operação de coleta seletiva de materiais recicláveis, com o intuito de promover a redução do consumo desenfreado, estimulando a produção de conhecimento – matemático e socioambiental.

**Palavras-chave:** Modelo dos Campos Semânticos (MCS); Modos de produção de significado; Padrões numéricos;

## Problemática e justificativa

Partiremos da ideia que o processo de produção do conhecimento aritmético é extenso, multifacetário e relaciona-se com diversos tipos de raciocínio.

> uma visão chamada filogenética identificou cinco etapas na construção da seqüência numérica simples: esquema perceptual, contagem figurativa, iniciação da seqüência, reconhecimento tátil e explicitação. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.49).

Tal obra acena para o fato de que “a reinvenção da Aritmética é um processo no qual intervêm ações muito diversas” (LINS; GIMENEZ, 1997, p.50) e destaca dois aspectos distintos: o raciocínio figurativo e intuitivo; o raciocínio estruturado aditivo.

No que tange ao raciocínio figurativo e intuitivo, quando da iniciação aritmética,

> diversos autores consideram que nisso consistem as primeiras fases da construção do conhecimento aritmético. O figurativo tem sido associado normalmente a elementos perceptivos, e corresponde ao reconhecimento da conservação da quantidade, reconhecimento da inclusão entre partes e todo etc. Seria o mais elementar. Em situações mais complexas, no entanto, existe também pensamento intuitivo. As intuições desempenham um papel importante na construção de idéias complexas como é o caso dos números reais, por exemplo, mas também em geral. O conhecimento intuitivo reforça-se com experiências promovidas pela escola; por exemplo, recursos gráficos. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.50).

O raciocínio estruturado aditivo, refere-se

> ao conjunto de estratégias e desenvolvimentos que um sujeito faz observando as propriedades de tipo aditivo do fenômeno que trata. Não é exclusivo de situações de adição. Relaciona-se sobretudo com explicações sobre as relações em que se percebe um todo referente às partes que o compõem. Pode existir raciocínio aditivo em situações de multiplicação, de partição e em situações funcionais. Do ponto de vista da estrutura dos problemas de adição e subtração, identificam-se segundo o verbal: mudanças, combinações, comparações e equivalências. Do ponto de vista dos processos, as estratégias utilizadas são: contagem total, contagem com modelos e uso de seqüências para as adições; separações, contar para trás, juntar, situar e escolher. E do ponto de vista da estrutura, distinguem-se: separação, união, comparação e combinação. Em cada uma delas pode ser desconhecida a parte, o todo, o referente e o fator de mudança ou comparação. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.51).

Face a tais questões, e em consonância com os Parâmetros Curriculares Nacionais, entendemos então que o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorra em todos os anos da Educação Básica. Por outro lado, as Diretrizes Curriculares Nacionais afirma que:

> A escola tem tido dificuldades para tornar os conteúdos escolares interessantes pelo seu significado intrínseco. É necessário que o currículo seja planejado e desenvolvido de modo que os alunos possam sentir prazer na leitura de um livro, na identificação do jogo de sombra e luz de uma pintura, na beleza da paisagem, na preparação de um trabalho sobre a descoberta da luz elétrica, na pesquisa sobre os vestígios dos homens primitivos na América e de sentirem o estranhamento ante as expressões de injustiça social e de agressão ao meio ambiente. (BRASIL, 2013, p.116).

Ao tratar do processamento de informação e ação aritmética, Lins & Gimenez (1997) indaga quais motivos levam à produção de certos tipos de erros e “por que muitos alunos não sabem resolver problemas aritméticos” (p.54). Como uma possível resposta a tais questões, a partir dos “diferentes níveis de significação da situação apresentada aos sujeitos” (p.55), aponta que produzem-se bloqueios por:

> interpretações inadequadas (já que a pergunta verbal pode ter sentidos distintos ou a imagem desenhada pode não ser compreendida, entre outros motivos);
>
> estratégias transferidas de uma situação a outra na qual não se podem aplicar (usar uma soma num lugar que não se deveria entender assim);
>
> falta de tempo para reconhecer realmente a situação apresentada (o professor pressiona e logo passa para outra coisa);
>
> falta de análise sobre a adequação ou utilidade manifesta de um certo procedimento (porque há preconcepções errôneas e não há tempo para revisá-las);
>
> fracasso na consecução do objetivo proposto (comprova-se o resultado final e, ao ver que não conseguiu, o professor desanima e não propõe alternativas diferentes). (LINS; GIMENEZ, 1997, p.55).

Diante dessas narrativas, os textos supracitados, recomendam, desde os primeiros anos de escolarização, a observância e a investigação de padrões aritmético-geométricos, aumentando-se paulatinamente o grau de dificuldades ao longo dos anos.

Para atacar os problemas apontados, organizamos esta oficina, que inclui a resolução de problemas a partir da construção de tabelas, de sequências numéricas e de figuras geométricas com a utilização de materiais concreto-manipulativos, recicláveis e reaproveitáveis. Os problemas a serem discutidos formulamos a partir da perspectiva de tarefas, de Alexander Romanovich Luria, e da Teoria da Atividade, de Alexis Nikolaevich Leontiev, destacando os níveis fundamentais da atividade humana. Os padrões numéricos observados serão expressos em linguagem algébrica, com o auxílio das técnicas de recorrência, objetivando – ao analisarmos o trânsito entre os modos de produção de significado[1] (aritmético-geométrico/aritmético-algébrico) – perpassarmos do raciocínio figurativo e intuitivo ao raciocínio estruturado aditivo.

## Metodologia

Para o desenvolvimento desta oficina, tomaremos como premissa que o desenvolvimento intelectual se origina na interiorização de formas produzidas socialmente (LINS, 1999, p.79) e, portanto, aplicaremos os princípios de uma ação diferencial[2] a partir da

[1] Falar de modos de produção de significado é falar de campos semânticos idealizados, que existem na forma de repertórios segundo os quais nos preparamos para tentar antecipar de que é que os outros falam e, se o que dizem é (ou não) legítimo. (LINS, 2012, p.29).

[2] Ação que visa alcançar os objetivos estabelecidos em grupos de pesquisa-ação para produção de materiais didático-pedagógicos (MDP) ou que leve o grupo/indivíduo a desenvolver determinada tarefa ou a refletir a respeito de sua prática ou de um tema proposto. Tal ação é consequência de uma intervenção diferencial autorregulada. Na intervenção diferencial autorregulada (intervenção na realidade por diferenciação da ação esperada dos sujeitos) o professor intervém, em sala de aula, a partir de sua

sistemática do conjunto de ações desenvolvidas pelo professor no ciclo de discussão em grupo sobre um problema ↔ planejamento de uma ação diferencial para atacar esse problema ↔ aplicação conjunta (professor + monitor/licenciando) da ação diferencial planejada ↔ discussão da ação realizada ↔ replanejamento. (CHAVES, 2000, p.201).

A partir da construção das respectivas sequências de números figurados (quadrados, triangulares, pentagonais e hexagonais), com tampinhas PET, proporemos vários tipos de tarefas, tal como as adotas por Luria, que apontaram para alterações fundamentais na atividade psicológica acompanhando o processo de escolarização e suas mudanças básicas de trabalho, interferindo nas interações humanas enquanto produto social.

> (i) de ***percepção*** (nomeação e agrupamento de cores, nomeação e agrupamento de figuras geométricas, respostas a ilusões visuais); (ii) de ***abstração e generalização*** (comparação, discriminação e agrupamento de objetos, definição de conceitos); (iii) de ***dedução e inferência*** (estabelecimento de conclusões lógicas a partir de informações dadas); (iv) de ***solução de problemas matemáticos*** a partir de situações hipotéticas apresentadas oralmente; (v) de ***imaginação*** (elaboração de perguntas ao experimentador); (vi) de ***auto-análise*** (avaliação de suas próprias características). (OLIVEIRA, 1997, p.90).

A partir da construção e identificação de formas, proporemos a formação de sequências numéricas adotando o preenchimento de tabelas, com vistas à identificação de padrões, de forma que seja possível construir o termo geral de cada sequência, adotando-se a técnica da recorrência. Após a identificação de tais sequências e padrões, discutiremos possíveis relações entre tais sequências, a partir do desenvolvimento algébrico, com vistas a analisarmos o trânsito entre os modos de produção de significado aritmético-geométrico e aritmético-algébrico.

Partiremos da ideia de que “frente a diferentes realidades, distintos saberes são produzidos” (CHAVES et al, 2017, p.8) e, além de discutirmos os desenvolvimentos pertinentes aos raciocínios geométrico, aritmético e algébrico, discutiremos possibilidades de se adotar propostas da envergadura apresentada, com vistas à possibilidade de se promover intervenções socioculturais, a partir de ações pedagógicas vinculadas à realidade dos alunos, respeitando sua identidade e a manutenção de seus valores.

**Lastro epistemológico**

---

margem natural de liberdade, permanecendo como juiz de suas próprias ações, pois produz modificações neste ambiente à medida que as discute com os demais professores. (BALDINO; SOUZA, 1997).

Domingues (2017) atribui a gênese da Aritmética [*Arithmĕtikê* (*tĕkné*) – *arte/técnica de lidar com números* – e *arithmos* – *contagem, quantidade, número, suposição*] aos pitagóricos, pois, “a escola tratava a Matemática de maneira muito filosófica e abstrata, desvinculada das exigências da vida prática” (p.27). Decorre daí a polarização que faziam entre o estudo teórico dos números (*Aritmética*: *estudo das relações abstratas envolvendo números*) e os cálculos práticos (*Logística*: *arte prática de calcular com números*). Aos pitagóricos interessava primordialmente o estudo teórico dos números ou o desenvolvimento da Aritmética.

> Não sabemos ao certo que significação atribuíram os pitagóricos à palavra “número”. Impressionados pela ordem do Universo, talvez quisessem simbolizar apenas, com este termo, a regularidade e constância dos fenômenos naturais (MELLO E SOUZA, 1939, p.67).

Segundo Chaves & Rodrigues (2014a, p.139), para os pitagóricos “Tudo é número”. Pensamos que essa premissa pode ser considerada como a gênese ocidental da relação entre Aritmética (números) e Geometria (formas).

Quanto aos princípios filosóficos da escola pitagórica podemos observá-los em várias obras, das quais destacamos para o momento o seguinte aspecto:

> A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Isso levava a uma exaltação e ao estudo das propriedades dos números e da aritmética (no sentido de teoria dos números), junto com a geometria, a música e a astronomia (EVES, 2008, p.97).

É atribuída a Arquitas, responsável por dar continuidade à tradição pitagórica, a elevação da Aritmética acima da Geometria. Entretanto, Arquitas não possuía com os números uma relação nem tão esotérica – como a que Pitágoras mantinha – ou mística e religiosa, como era para Filolau de Crotona.

> Arquitas parece ter dado considerável atenção ao papel da matemática no aprendizado, e foi-lhe atribuída a designação dos quatro ramos no *quadrivium* matemático – aritmética (ou números em repouso), geometria (ou grandezas em repouso), música (ou números em movimento) e astronomia (ou grandeza em movimento). Esses temas, juntos com o *trivium* consistindo de gramática, retórica e dialética (e Aristóteles atribuía a Zeno), constituíram mais tarde as sete artes liberais, portanto o papel proeminente que a matemática desempenhou na educação se deve em não pequena medida a Arquitas (BOYER, 1978, p.52).

Contudo, não podemos nos deixar levar pela ideia de que os números, para os matemáticos gregos daquela época, eram instrumentos a serem empregados para confirmar convicções místicas; ao contrário: os números, foram tomados como o cerne dessas convicções.

> Aristóteles e Platão falam de um culto, centrado em Pitágoras, que se desenvolveu por volta de 550 AEC, que via a matemática, especialmente os números, como a base de toda a Criação. Esse culto desenvolveu ideias místicas sobre a harmonia do Universo, em parte baseado na descoberta de que as notas harmônicas de um instrumento de corda estão relacionadas a padrões matemáticos simples. Se uma corda produz uma nota, outra, com a metade de seu comprimento, irá produzir a nota uma oitava mais alta – o mais harmônico de todos os intervalos. Eles estudaram vários padrões numéricos, em especial os números poligonais, formados na organização de objetos com padrões poligonais. (STWART, 2012, p.37-38).

Arquitas teve relevante papel na transmissão das ideias do pitagorismo, mas foi Espeusipo quem escreveu a respeito das concepções de números em uma obra intitulada *Sobre os Números Pitagóricos.* Segundo Aristóteles, foi Espeusipo quem outorgou à teoria pitagórica dos números, um posto importante junto à das ideias.

Eves (2008) afirma que, segundo a filosofia pitagórica, os números inteiros são "causa última das várias características do homem e da matéria" e, por assim ser, o pitagorismo dedicou-se à exaltação e ao estudo das propriedades dos números e da Aritmética, dentre outras matérias das artes liberais básicas do programa pitagórico de estudo, o *quadrivium*.

Propormos as atividades deste minicurso para estabelecer um trânsito entre os modos de produção de significado geométrico-aritmético, aritmético-algébrico e geométrico-algébrico com vistas ao desenvolvimento das formas de raciocínio aritmético (figurativo-intuitivo/estruturado aditivo) e à quebra de uma concepção de baixa densidade de reduzir a atividade algébrica a meros "cálculos com letras".

> As tentativas mais superficiais de descrever a atividade algébrica têm em comum o fato de ficarem apenas na primeira parte do trabalho; a associação com conteúdos é imediata, e a caracterização pára por aí: atividade algébrica é resolver problemas da álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas "descontextualízados" ou parte da solução de problemas contextualizados. Em resumo, a atividade algébrica é descrita como "fazer ou usar álgebra". A versão mais banal dessa posição é a que descreve a atividade algébrica como "calcular com letras". (LINS; GIMENEZ, 1997, p.90).

No que se refere ao uso da técnica de recorrência para análise de padrões numéricos, bem como o uso dos materiais didáticos utilizados, objetivamos fornecer subsídios para fluirmos do raciocínio figurativo e intuitivo ao raciocínio estruturado aditivo para atacarmos os bloqueios apontados em Linz & Gimenez (1997) – de interpretações inadequadas; de estratégias transferidas de uma situação a outra na qual não se podem aplicar; de falta de tempo para reconhecer realmente a situação apresentada; de falta de análise sobre a adequação ou utilidade manifesta de um certo procedimento; de fracasso na consecução do objetivo proposto. (LINS; GIMENEZ, 1997, p.55).

Com tal proposta objetivamos estimular os participantes a intuito de promoverem uma Educação Matemática que possa produzir legitimidade dentro da escola, para os modos de produção de significado da rua, enquanto ato político e ato pedagógico, como posto por Lins (1999, p.92).

**Discussão**

Iniciaremos a oficina com uma pequena introdução histórica a respeito da escola pitagórica e como essa plêiade de filósofos-esotéricos-matemáticos tratavam os números e como os relacionavam com o mundo.

Em seguida disponibilizaremos a cada grupo um *kit* de MDP. Esse MDP foi confeccionado com materiais reaproveitados de *banners* e tampinhas de garrafas PET, descartados em processos de coleta seletiva (figuras 1-2).

Figura 1 – Coletor (*banners*)

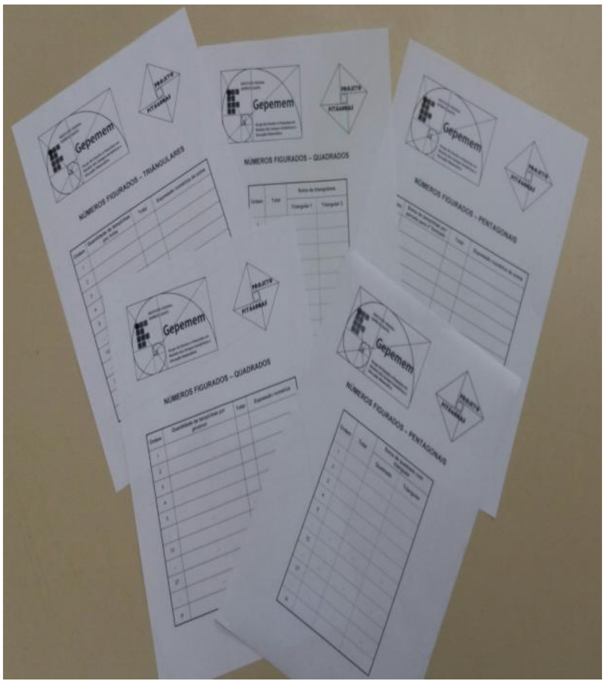
Fonte: Gepemem

Figura 2 – Coletor (tampinhas)


Fonte: Gepemem

No *kit* disponibilizaremos conjuntos de tampinhas para formação das respectivas formas geométricas dos números figurados, de maneira a analisarmos os padrões para preenchimento de tabelas com vistas à análise dos padrões formados (figuras 3-4)

Figura 3 – Tabelas



Fonte: Gepemem

Figura 4 – *kits*

Fonte: Gepemem

Para o trânsito dos modos de produção de significado, do geométrico ao aritmético partiremos: (a) do postulado básico de modeladores, como João Frederico da Costa Azevedo Meyer, Miguel Petrere Júnior e Rodney Carlos Bassanezi, que defendem que o modelo mais simples é aquele que pode ser desenhado – o geométrico; (b) da concepção pitagórica de que, a Geometria trata das grandezas em repouso; (c) do uso de material concreto para construir relações, identificar padrões, a partir do tato e da manipulação propicias à possibilidade de interação de forma a facultar que se trabalhe com ambientes que perpassem cenários à investigação.

Para o trânsito dos modos de produção de significado, do aritmético ao algébrico proporemos: (a) romper com o *modus operandis* de que uma atividade algébrica restringe-se exclusivamente a realizar operações literais; (b) adotar a técnica de recorrência como uma possibilidade de generalização e, por conseguinte, de desenvolvimento de uma atividade algébrica; (c) fomentar a reflexão e a investigação a partir do caráter dinâmico de comparação de formas e contagem para o preenchimento e análise de tabelas.

De maneira subjacente, mas também sistemática, objetivamos discutir comportamentos sustentáveis e que levem à análise do consumo frenético, por entendermos que

> um aluno em contato com a realidade do seu ambiente desenvolve atitudes criativas em relação ao mesmo, cabendo aos professores desempenhar o papel de ***interlocutores*** de uma educação que incorpore uma análise da realidade ***socioambiental*** opondo-se àquela em que o aluno é levado a ignorar as consequências dos seus atos" (CHAVES, 2004, p.81-82).

Para tal relataremos a trajetória de ações que desenvolvemos em nosso contexto escolar, com o intuito de coletarmos tampinhas PET e *banneres* para produzirmos os *kits* de MDP manipulativos reaproveitáveis.

Como conclusão do minicurso promoveremos um debate a respeito de possibilidades para uso de MDP reaproveitáveis e se trabalhar de forma a romper com o padrão convencional e matricial de salas de aula da Educação Básica.

**Referências**

BALDINO, Roberto Ribeiro; SOUZA, Antonio Carlos Carrera de. *Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática*. In: RESUMO TÉCNICO: RELATÓRIO DO SISTEMA DIRETÓRIO DOS GRUPOS DE PESQUISA NO BRASIL, UNESP, IGCE, Rio Claro: CNPq, 1997.

BOYER, Carl. Benjamin. *História da Matemática*. 2ª reimp. São Paulo: Edgard Blücher, 1978 [1974].

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. Conselho Nacional da Educação. Câmara Nacional de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. *Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica*. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

____, Ministério da Educação e do Desporto, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental: introdução. Brasília, 1998.

BROLEZZI, Antonio Carlos. *A arte de contar: História da Matemática e Educação Matemática*. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2014. (Coleção História da Matemática para Professores).

CARVALHO, Maria Cecilia Costa e Silva. *Padrões numéricos e sequências*. 1. ed. São Paulo: Moderna, 1997.

CHAVES, Rodolfo. (*des*)*contínuos entre Modelo dos Campos Semânticos* (*MCS*) *e etnomatemática*. Plano de trabalho (Pós-doutorado) no PPG Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física. Área de concentração Educação Matemática, linha de pesquisa de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus fundamentos filosóficos, históricos e epistemológicos. Santa Maria: CCNE – UFSM, 2015.

CHAVES, Rodolfo; RODRIGUES, Caio Lopes. *Produções de significados matemáticos em obras de Leonardo da Vinci*. Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica, v. 04, n. 02, p.128-167, 2014a.

____. *A questão da incomensurabilidade: do embaraço pitagórico às obras de Leonardo Da Vinci – uma proposta de Educação Matemática pela História e pela Arte*. In: IV Escola de Inverno de Educação Matemática da UFSM, IV, 2014, Santa Maria (RS). Anais…, Santa Maria, 2014b. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/MC/MC_Chaves_Rodolfo.pdf>. Último acesso, 18 set. 2017.

CHAVES, Rodolfo. *Por que anarquizar o ensino de matemática intervindo em questões socioambientais?* 223 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro – São Paulo. 2004.

____. *Caminhos percorridos para a implantação do grupo de pesquisa-ação em educação matemática junto ao núcleo de ensino integrado de ciências e matemática da Universidade Federal de Viçosa*. 285 p. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2000.

DOMINGUES, Hygino Hugueros. *Fundamentos de Aritmética*. 2. ed. rev. Florianópolis: Editora da UFSC, 2017; São Paulo: Atual.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. 4ª reimp. Campinas: Editora da UNICAMP, 2008.

HUISMAN, Denis. *Dicionário dos Filósofos*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. *Actividad, conciencia y personalidad*. México: Cartago, 1984.

____. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LINS, Romulo Campos. *O Modelo dos Campos Semânticos: estabelecimento e notas de teorizações*. In: ANGELO, C. L. et al (org.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012. p.11-30.

____. *Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática*. In: BICUDO, Maria Aparecida V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. (Seminários DEBATES Unesp).

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI*. 4. ed. Campinas: Papirus, 1997. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

____. Epistemologia, *História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa*. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – São Paulo, Ano 1, n. 1, set./1993, p.75-91.

LURIA, Alexander Romanovich. D*esenvolvimento cognitivo: seus fundamentos sociais e culturais*. 4. ed. São Paulo: Ícone, 1990.

MARQUES, Sofia Cardoso. *A descoberta do Teorema de Pitágoras*. São Paulo: Livraria da Física, 2011. (Coleção História da Matemática para professores).

MELLO E SOUZA, Júlio Cezar de. *Histórias e fantasias da Matemática*. Rio de Janeiro: (?), 1939.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento – um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 1997. (Pensamento e ação no magistério).

ROQUE, Tatiana. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. 2ª reimp. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

SILVA, Amarildo Melchiades da. *Sobre a dinâmica da produção de significados para a matemática*. Rio Claro. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista.

STWART, Ian. *Uma história da simetria na Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# CRIPTOGRAFIA: POSSIBILIDADES PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA

Marília da Costa
Universidade Luterana do Brasil
mariliacosta@sou.faccat.br

Bruna Marieli Reinheimer
Universidade Luterana do Brasil
marieli.bruna@gmail.com

Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil
clarissa_olgin@yahoo.com.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluna de Pós-Graduação

**Resumo**
A Criptografia é utilizada, atualmente, na segurança de dados eletrônicos, em auditorias eletrônicas, para emissão de certificados digitais, transações pela internet, na autenticação de ordens eletrônicas de pagamento, pelos navegadores de Internet, entre outras situações do cotidiano. A proposta de oficina justifica-se pela necessidade de se trabalhar os conteúdos de sala de aula relacionados a temas contemporâneos. Dessa forma, propõe-se o tema Criptografia como

um instrumento gerador de atividades didáticas que permitem revisar, exercitar e aprofundar os conteúdos matemáticos. O objetivo é apresentar o tema Criptografia e suas aplicações para o desenvolvimento de atividades didáticas aplicáveis no currículo de Matemática do Ensino Médio. A metodologia adotada está fundamentada nos pressupostos de uma pesquisa qualitativa, desenvolvida em duas etapas, a primeira com aplicação do tema ao longo da história e a segunda com desenvolvimento de atividades didáticas envolvendo os conteúdos matemáticos. O minicurso abordará atividades envolvendo o tema Criptografia relacionado aos conteúdos de aritmética, função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica e matrizes, utilizando como recurso didático as calculadoras.

**Palavras-chave:** Currículo de Matemática; Ensino Médio; Criptografia.

## Introdução

Este trabalho apresenta uma investigação referente a temas para o Currículo de Matemática, no Ensino Médio, que estejam relacionados à vida moderna, que abarquem os conteúdos matemáticos, verificando as possibilidades e desafios para sua aplicação. Tais temas devem possibilitar ao estudante estabelecer relações entre os conteúdos e os aspectos relevantes da vida em sociedade, buscando construir e aprofundar conceitos matemáticos.

O tema Criptografia pode ser um recurso para o desenvolvimento dos conteúdos da disciplina de Matemática, visto que é utilizado nos dias atuais, em auditoria eletrônica, na autenticação de ordens eletrônicas de pagamentos, no código de verificação do ISBN, nos navegadores de Internet, entre outras situações da vida cotidiana.

Entende-se que o processo de ensino e aprendizagem, da Matemática, precisa desenvolver assuntos de interesse do aluno, que estimulem a curiosidade e que desencadeiem um processo de aprendizagem que permita a construção de novos conhecimentos. Acredita-se que o tema Criptografia pode auxiliar nesse processo, pois a Matemática se torna interessante quando desenvolvida de forma integrada e relacionada a outros conhecimentos, e este tema apresenta-se como um recurso gerador de situações didáticas que permitem o aprofundamento dos conteúdos desenvolvidos no Ensino Médio possibilitando ao aluno perceber uma das utilizações do conhecimento matemático. De acordo com Tamarozzi (2001), este tema permite ao professor de Matemática desenvolver atividades didáticas de codificação e decodificação, para revisar, reforçar e exercitar os conteúdos matemáticos do Ensino Básico.

A título de exemplo apresenta-se uma atividade didática envolvendo o tema em questão com o conteúdo de função.

## 1. O tema Criptografia no Currículo de Matemática do Ensino Médio

O nome Criptografia vem das palavras gregas *kriptós* que significa escondido, oculto e *graphein* que significa escrita (SINGH, 2003). A Criptografia é denominada de arte de escrever em códigos (TAMAROZZI, 2001), de forma a permitir que somente o destinatário a decifre e compreenda. A criptografia torna possível o envio de mensagens incompreensíveis para uma terceira pessoa que, eventualmente, venha interceptá-las, mas que poderão ser lidas pelo seu destinatário, que conhece o critério para decifrar o texto *encriptado* (TERADA, 1998; TAMAROZZI, 2001; SCHEINERMAN, 2003; ZATTI e BELTRAME, 2009).

Para Terada (1988), o meio de comunicação digital, controlado por computadores, trouxe flexibilidade e eficiência em gravação, recuperação e distribuição de informações, sendo utilizado em sistemas de transações bancárias on-line, sistema de compras a distância, saques e transferências de fundos com cartões eletrônicos. Porém, segundo o autor, à medida que se intensificam as transmissões de numerosas informações (como transferência de fundos, registros financeiros, médicos, militares etc.) através de meios eletrônicos (satélites, linhas telefônicas, fitas magnéticas, etc.), as possibilidades de quebra de segurança e de privacidade aumentam, pois essas transações podem ser modificadas, gerando fraudes. A maneira mais segura de ter uma garantia de que informações transmitidas não serão copiadas, modificadas ou falsificadas é o uso da Criptografia.

Segundo Brasil (2000) os conteúdos abordados na educação básica precisam relacionar a teoria á pratica, oportunizando o desenvolvimento dos mesmos de forma contextualizada. Dessa forma nesse minicurso apresenta-se o tema criptografia como uma aplicação dos conteúdos matemáticos de função e matrizes.

Esse tema pode, também, servir como um instrumento de ensino e aprendizagem no Ensino Médio, contribuindo para enriquecer as aulas de Matemática, pois coloca à disposição do professor atividades e jogos de codificação e decodificação (GROENWALD; FRANKE; OLGIN, 2009). De acordo com Cantoral et al. (2000), a Criptografia pode ser um elemento motivador para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Para Tamarozzi (2001), exemplos elementares de processos criptográficos podem constituir, para os professores, um material útil para exercícios de revisão e fixação de conteúdos matemáticos.

As atividades propostas neste minicurso relacionou o tema aos conteúdos de funções e matrizes além de possibilitar, também, o uso de calculadoras na sala de aula. Segundo Krist

(1995), as calculadoras podem servir de laboratório para os alunos, pois, com esse recurso, eles podem realizar experiências e desenvolver suas próprias ideias e estratégias. O professor de Matemática pode utilizá-la em sala de aula, de forma planejada, e, assim, a calculadora pode tornar-se um recurso que contribui para o aprendizado dos conteúdos matemáticos, liberando tempo e energia gastos em operações repetitivas, possibilitando que o foco da aula seja a resolução de problemas. Para D'Ambrosio (2009), a calculadora permite a primazia do raciocínio qualitativo (criatividade – busca do novo) sobre o raciocínio quantitativo (rotina). Segundo Silva (1991), a calculadora deve fazer parte dos recursos que os professores devem utilizar em sala de aula, acompanhada da reflexão das suas potencialidades e de um profundo exame da Matemática que se ensina, por que ensinamos e a forma como ensinamos.

Mediante o exposto, a seguir apresenta-se um exemplo de atividade didática com a temática criptografia.

## 2. Objetivo

O objetivo deste minicurso é apresentar o tema criptografia como uma aplicação dos conteúdos matemáticos desenvolvidos no Ensino Médio, dos quais se destacam: função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica e matrizes.

## 3. Metodologia da pesquisa

A abordagem metodológica dessa investigação foi baseada na pesquisa qualitativa, na qual se estudou o tema criptografia para construção de atividades aplicáveis nas aulas de matemática de Ensino Médio. O minicurso será desenvolvido em dois momentos. O primeiro momento envolverá o tema e suas aplicações ao longo da história, apresentando o Citale Espartano, a Cifra de Cesar, a Cifra do Chiqueiro, a Cifra de *Playfair*, a Cifra ADFGVX, o Disco de Cifra e a Máquina Enigma. O segundo momento será o desenvolvimento de atividades que relacionem o tema Criptografia aos conteúdos matemáticos do Ensino Médio (funções e matrizes).

## 4. Exemplo de atividade didática envolvendo o tema Criptografia e função exponencial

Este minicurso será desenvolvido em dois momentos, sendo o primeiro referente à história e aplicações do tema Criptografia, conforme Figura 1.

Figura 1 – História e aplicações do tema Criptografia.

| **Criptografia ao longo da história** | **Objetivo** |
|---|---|
| Citale Espartano | Apresentar códigos, cifras e mecanismos utilizados ao longo da história para codificar e decodificar mensagens. |
| Cifra de Cesar | |
| Cifra do Chiqueiro | |
| Cifra de *Playfair* | |
| Cifra ADFGVX | |
| Disco de Cifra | |
| Máquina Enigma | |

Fonte: as autoras.

O segundo momento envolve atividades com os conteúdos: aritmética, função linear, função quadrática, função exponencial, função logarítmica e matrizes (Figura 2).

Figura 2 – Atividades propostas para a oficina.

| **Atividade Didática** | **Conteúdo Matemático** | **Objetivo** |
|---|---|---|
| Criptogramas | Aritmética | Aplicar os conhecimentos de Aritmética em uma situação de descoberta de números representados por letras, introduzindo, assim, o conceito de Criptografia. |
| Código com função linear | Função Linear | Revisar e reforçar o conceito de função linear, imagem da função linear, cálculo de função inversa utilizando atividades de codificação e decodificação. |
| Código com função quadrática | Função Quadrática | Revisar e reforçar o conceito de função quadrática, imagem da função quadrática, cálculo de função inversa utilizando atividades de codificação e decodificação. |
| Código com função exponencial e logarítmica | Função exponencial e função logarítmica | Revisar as propriedades da potenciação, equações exponenciais, cálculo da imagem de uma função exponencial e logarítmica, logaritmo mudança de base em atividades de codificação e decodificação. |
| Código com Matrizes | Matrizes | Revisar e exercitar o conteúdo de matriz, operações com matrizes, matriz transposta, cálculo de matriz inversa, bem como, utilizar as funções da calculadora. |

Fonte: as autoras.

As atividades envolvendo o tema Criptografia possibilitam aos alunos revisitarem os conceitos de aritmética e observarem as relações e as propriedades algébricas das funções, permitindo exercitar e aprofundar os conceitos de domínio, contradomínio, imagem e função inversa, além de revisar os conteúdos de matrizes.

A seguir apresenta-se um exemplo de atividade de codificação e decodificação envolvendo o conteúdo de função exponencial e função logarítmica:

Primeiramente, relaciona-se cada letra do alfabeto a um número, conforme a Figura 3.

Figura 3 - Valor numérico de cada letra utilizada para criptografar

| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -1 | 2 | -3 | 4 | -5 | 6 | -7 | 8 | -9 | 10 | -11 | 12 | -13 | 1 | -2 | 3 | -4 | 5 | -6 | 7 | -8 | 9 | -10 | 11 | -12 | 13 |

Fonte: as autoras.

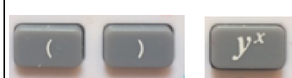
A seguir, escolhe-se uma função cifradora, que pode ser, por exemplo, a função: $f(x) = 2^x : 2^{-2}$.

Escolhe-se então um texto qualquer para ser criptografado: DESCOBRINDO COM A MATEMÁTICA.

Transforma-se o texto em uma sequência numérica: 4/ -5/ -6/ -3/ -2/ 2/ 5/ -9/ 1/ 4/ -2/ -3/ -2/ -13/ -1/ -13/ -1/ 7/ -5/ -13/ -1/ 7/ 5/ -3/ -1.

Para criptografar a mensagem a ser transmitida substituem-se cada número, da sequência numérica, na função escolhida. Por exemplo: a letra *D* corresponde ao número 4, portanto, calcula-se $f(4) = 2^4 : 2^{-3}$ (Figura 4).

Figura 4 – Exemplificando a codificação da letra D.

| **Desenvolvimento da letra D = 4** | **Propostas aplicadas na calculadora** |
|---|---|
| $f(x) = 2^x : 2^{-2}$<br>$f(4) = 2^4 : 2^{-2}$<br>$f(4) = 2^{4-(-2)}$, ($a^x : a^y = a^{x-y}$)<br>$f(4) = 2^{4+2}$<br>$f(4) = 2^6$<br>$f(4) = 64$ | Proposta utilizando as seguintes funções:<br><br>1º Inserir no visor: (2^4) : (2^(-2))<br>2º Inserir no visor já aplicando a propriedade das potências: 2^(4-(-2)) |

Fonte: as autoras.

Sendo a sequência numérica a imagem da função, isto é: 64/ 0,125/ 0,0625/ 0,5/ 1/ 16/ 128/ 0,0078125/ 8/ 64/ 1/ 0,5/ 1/ 0,000488281/ 2/ 0,000488281/ 2/ 512/ 0,125/ 0,000488281/ 2/ 512/ 128/ 0,5/ 2.

Para decodificar a mensagem o receptor recebe a mensagem (sequência numérica) e calcula a imagem, dos elementos utilizando a função inversa: $log_2 y = x + 2$, como x $\in$ Z e $-13 \leq x \leq 13$.

## Considerações finais

Neste artigo, propõe-se o tema Criptografia para o desenvolvimento de atividades didáticas aplicáveis ao currículo de Matemática do Ensino Médio, considerando os apontamentos de Groenwald e Olgin (2011), nos quais as atividades com o tema Criptografia devem ser motivadoras e relacionadas aos conteúdos matemáticos, bem como, faz-se necessário elaborar atividades com diferentes níveis de complexidade.

Ainda, ressalta-se a importância da utilização da calculadora científica em sala de aula, pois as atividades envolvendo codificação e decodificação com funções exponenciais e logarítmicas apresentam cálculos longos e os recursos da calculadora podem ajudar o estudante a dedicar mais tempo nas estratégias de resolução da atividade.

Portanto, neste minicurso pretende-se trabalhar com atividades didáticas que explorem códigos envolvendo funções e matrizes utilizando a calculadora como um recurso facilitador para realização dos cálculos.

**Referências**


BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC/Semtec, 2000.

CANTORAL, Ricardo et al. **Desarrollo del pensamiento matemático**. México, Trillas: ITESM, Universidade Virtual, 2003.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **O uso da calculadora.** Disponível em: www.ima.mat.br/ubi/pdf/uda_006.pdf. Acesso em 26 ago. 2009.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; FRANKE, Rosvita Fuelber; OLGIN, Clarissa de Assis. **Códigos e senhas no Ensino Básico.** Educação Matemática em Revista – RS. 2009, 41-50.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; OLGIN, Clarissa de Assis. **Criptografia e o Currículo de Matemática no Ensino Médio**. Revista de Educação Matemática. São Paulo, 2011.

KRIST, Betty J. Logaritmos, **Calculadoras e o Ensino de Álgebra Intermediária.** In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

SCHEINERMAN, Edward R. **Matemática discreta:** uma introdução. São Paulo: Thompson, 2003.

SILVA, A. V. **A calculadora no percurso de formação de professores de Matemática.** Portugal: APM, 1991.

SINGH, Simon. **O Livro dos Códigos:** A Ciência do Sigilo - do Antigo Egito à Criptografia Quântica. Rio de Janeiro, Record, 2003.

TAMAROZZI, Antônio Carlos. **Codificando e decifrando mensagens**. In Revista do Professor de Matemática 45, São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

TERADA, Routo. **Criptografia e a importância das suas aplicações.** Revista do Professor de Matemática (RPM). Nº 12, 1º semestre de 1988.

ZATTI, Sandra Beatriz; BELTRAME, Ana Maria. **A presença da álgebra linear e da teoria dos números na criptografia.** Disponível em: <www.unifra.br/eventos/.../2006/matematica.htm>. Acesso em: 26 ago. 2009.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# PLATAFORMA *KHAN ACADEMY* E SUA APLICABILIDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Daiane Da Silva Fagundes
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA
daianefagundes_@hotmail.com

Juliana Alves D'Ávila
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA
juliana.alves.davila@gmail.com

Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA
denice.menegais@unipampa.edu.br

**Eixo temático:** Resolução de problemas/Modelagem Matemática/TIC

**Modalidade:** Oficina/ Minicurso

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**

A *Khan Academy* é uma plataforma virtual de aprendizagem composta por videoaulas sobre os mais diversos conteúdos, dentre eles; Matemática, Biologia, Química e Física, incluindo exercícios e um *software* no qual os estudantes podem escolher um assunto por tema determinado, assistir às aulas e praticar as atividades de acordo com o próprio ritmo de aprendizagem. Fundada oficialmente em 2006 por Salman Khan, seu propósito é contribuir para a melhoria do desempenho dos estudantes em Matemática, além de proporcionar educação gratuita a todas as pessoas, por meio de uma estrutura tecnológica que integra vídeos explicativos dos conteúdos, atividades práticas e desafios, esses arquitetados possuem uma estrutura similar a de um videogame, fazendo o estudante aprender Matemática de forma lúdica. Nesta oficina, os professores e estudantes participantes poderão conhecer como acessar e navegar na plataforma, explorando recursos de áreas nos quais têm interesse, especialmente aqueles que podem integrar o processo de ensino e aprendizagem nas disciplinas que ministram ou estudam.

**Palavras-Chave**: Plataforma *Khan Academy*; Tecnologias Digitais; Ensino e Aprendizagem.

## Introdução

Como formadores e propagadores do conhecimento o profissional da educação tem o compromisso de recorrer a diversificados instrumentos que permitam compor novos métodos de aprendizagem, a prática pedagógica não pode mais se limitar apenas a aulas expositivas e reprodutivas de conteúdos como única forma de ensinar e aprender. As tecnologias têm estado muito presente no cotidiano dos estudantes. Nesse contexto parece indiscutível a necessidade de desenvolver materiais e métodos que possibilitem adequadamente a inserção e utilização dessas ferramentas no ambiente escolar. Destaca-se que:

> A inserção de tecnologias na educação deve ser realizada de forma atrativa para os alunos, uma vez que pode incentivá-los a estudar e aumentar o interesse sobre assuntos da disciplina. A escolha das ferramentas tecnológicas tem que ser feita de modo cuidadoso, pois, se escolhidas de maneira aleatória, não atingirão o aluno de maneira efetiva. Dessa forma, tornar-se-á somente mais uma ferramenta, sem que haja uma promoção da melhoria da aprendizagem do aluno e, ainda, perde-se tempo com um recurso que não trabalha as habilidades e competências necessárias para determinado conteúdo. (OLIVEIRA, LIMA, 2017, p.69)

Diante das potencialidades das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) na educação é imprescindível propormos metodologias que visem o auxílio diário do professor em sua prática docente, em consonância com a realidade vivenciada pelos estudantes (MENEGAIS, *et. al*., 2015a). Ao desenvolver a sua própria metodologia, Salman Khan, fundador da *Khan Academy*[1], tem contribuído nesta perspectiva, uma vez que tem como intuito oferecer uma metodologia de ensino de uma maneira simples e de fácil compreensão. A plataforma tem um conjunto de milhares de vídeos relacionados aos mais variados assuntos e conteúdos escolares, dentre eles os que fazem parte da disciplina de Matemática, foco desse estudo, Biologia, Química, Física, Informática e Ciências Humanas, englobando, dessa forma, diversos níveis de ensino. É possível, ainda, encontrarmos nesse espaço atividades de Matemática que vão do nível elementar, como problemas que envolvem adição e subtração, até conteúdos mais avançados de Ensino Superior, como Estatística e Cálculo.

[1] www.khanacademy.org

Perante a perspectiva apresentada, esta oficina tem como objetivo identificar as contribuições da plataforma *Khan Academy* para a formação dos estudantes do curso de Matemática e áreas afins e para a prática pedagógica dos professores. Para isso, busca analisar as concepções que os participantes possuem quanto à inserção das tecnologias digitais na sala de aula; como deveriam ser e o que deveriam abordar as atividades relacionadas à utilização de tecnologias digitais e qual a participação desses professores e estudantes em cursos oferecidos pela rede de ensino na qual lecionam ou estudam, entre outros assuntos relacionados ao tema.

Assim, optamos por trabalhar com a Plataforma *Khan Academy* pela facilidade do seu uso e pelos inúmeros recursos que esta proporciona tanto aos professores, quanto aos estudantes de diversas áreas do conhecimento.

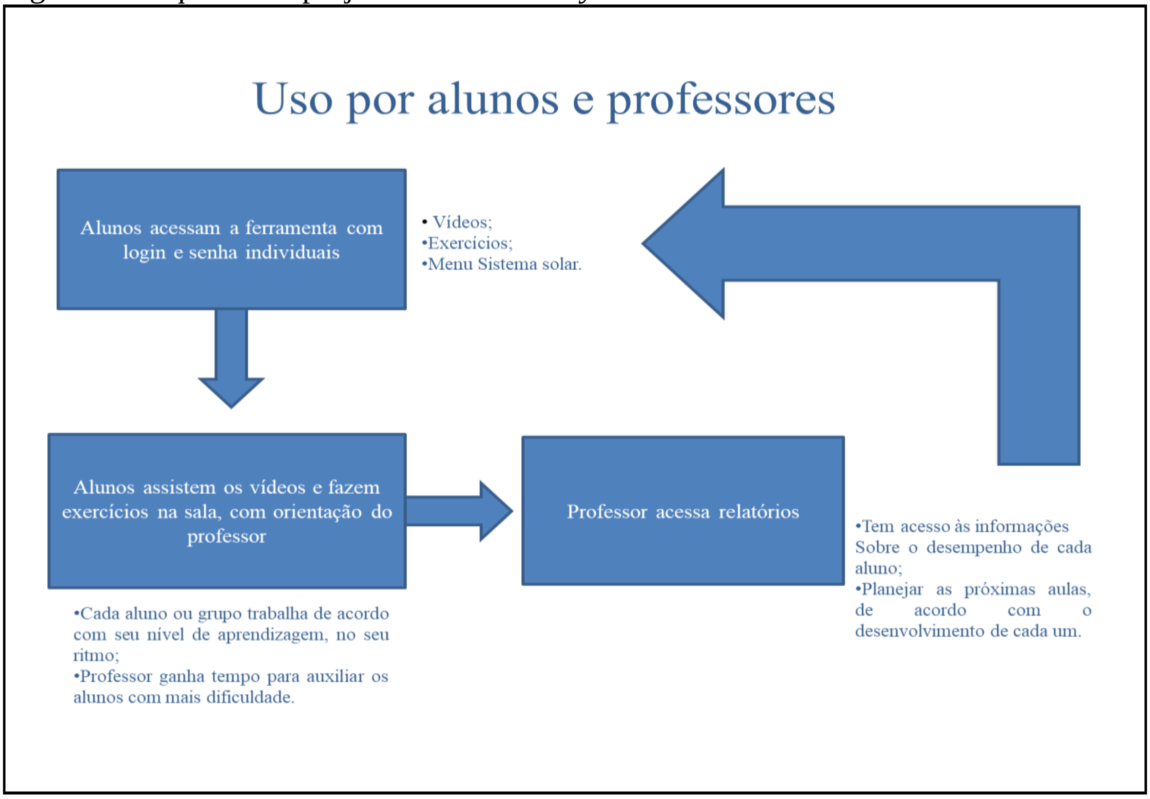
## Referencial Teórico

Ao utilizarmos as TIC na educação possibilitamos o fomento de um olhar atento dos educadores e de governantes que pensam na melhoria da qualidade educacional de seus territórios. O projeto educacional da *Khan Academy*, uma organização que não possui fins lucrativos, é uma das possibilidades, já que proporciona novas maneiras de trabalhar os conteúdos. A ideologia que permeia a plataforma foi oficialmente inaugurada em 2006 por Salman Khan, graduado em Matemática, Informática e Engenharia Elétrica pela Massachusetts Institute Of Technology (MIT), e mestre em Informática e Engenharia Elétrica pela mesma instituição. O projeto de Salman intenciona contribuir para a melhoria do desempenho dos estudantes em Matemática, além de proporcionar "educação gratuita de nível internacional para qualquer um, em qualquer lugar" (KHAN, 2013, p. 9).

A plataforma disponibiliza ao usuário vídeos explicativos, exercícios e aplicações, sendo que os problemas a serem resolvidos apresentam dicas como o passo a passo para a resolução do exercício, caso seja necessário. Os níveis dos exercícios variam do básico até o avançado. A cada nível alcançado o usuário recebe premiações de incentivo como, por exemplo, medalhas, que são acumulativas, exigindo assim uma maior autonomia nos estudos. A plataforma traz também a facilidade de se criar um tutorial para que pais e professores possam acompanhar o desenvolvimento de outros usuários. O tutor ainda pode ver os exercícios que os usuários resolveram, bem como visualizar se eles pediram ajuda da plataforma para resolver o mesmo. Para iniciar as atividades, basta realizar a avaliação inicial com algumas questões para verificar o nível de cada usuário. Após essa fase, o sistema gera um relatório mostrando quais são as habilidades que o usuário já conhece e o nível em que se encontra. A partir do resultado, a plataforma gera um conjunto de tarefas para o usuário treinar as habilidades de acordo com a sua necessidade individual.

Na Figura 1 apresentamos um esquema de como o projeto *Khan Academy* funciona.

Figura 1 - Esquema do projeto *Khan Academy*




Fonte: (autor, 2018)

Observamos, na Figura 1, que a Plataforma *Khan Academy* pode ser acessada tanto por estudantes quanto por professores com login e senhas individuais para assistir as videoaulas, realizar as atividades, visualizar o menu solar e acompanhar o desempenho alcançado. Cada estudante acompanha seu próprio desempenho e o professor acompanha o de todos os educandos. Estes, com a orientação do professor, assistem às videoaulas e fazem as atividades de acordo com seu nível de aprendizagem, no seu ritmo, com isso o professor ganha tempo para auxiliar os estudantes que apresentam mais dificuldade. Ao final de cada aula, o professor pode acessar os relatórios sobre o desempenho de cada estudante e planejar as próximas aulas de acordo com o desenvolvimento individual (MENEGAIS, *et. al.*, 2015a).

Nesse sentido, percebemos a necessidade constante de nos adaptarmos às mudanças, o saber matemático não se restringe mais ao saber aplicar as operações básicas e sim, em uma nova perspectiva, a matemática em seus aspectos essenciais, contribui para a formação do cidadão crítico. Com esse intuito, podemos fazer uso de tecnologias digitais que nos auxiliem e possibilitem uma formação múltipla e consciente. O uso de aplicativos específicos pode enriquecer e aperfeiçoar o desenvolvimento da aprendizagem.

Ao utilizar plataformas como a *Khan Academy* podem ser adquiridas competências que emergem com o desenvolvimento das tecnologias digitais em rede, propiciando novas formas de interação social e de aprendizagem. Dentro deste aspecto podemos considerar que,

> A utilização e a exploração de aplicativos e/ou softwares computacionais em Matemática podem desafiar o aluno a pensar sobre o que está sendo feito e, ao mesmo tempo, levá-lo a articular os significados e as conjecturas sobre os meios utilizados e os resultados obtidos, conduzindo-o a uma mudança de paradigma com relação ao estudo, na qual as propriedades matemáticas, as técnicas, as ideias e as heurísticas passem a ser objeto de estudo. (AGUIAR, p. 64, 2008)

Com o intuito de inovar e complementar o desenvolvimento das habilidades e da capacidade dos estudantes é possível utilizar as tecnologias a favor da educação. É importante compreender a importância de discutir novas metodologias, que visam uma educação global, em seu contexto desafiador, buscando soluções e estratégias para a produção de novos conhecimentos. Adotar novas metodologias na sala de aula de acordo com o autor exposto a seguir: "não significa eliminar a aula expositiva, mas transformar, por diversos meios, o tempo da aula em tempo de inventividade, de enfrentamento de desafios, de reconstrução de conhecimentos" (BECKER, 2006, p. 130).

Em conformidade com a metodologia exposta pelo criador da plataforma aqui estudada, algumas inversões acorrem no cotidiano de sala de aula dos estudantes e dos professores, pois o aprendiz é orientado a assistir aos vídeos como um dever de casa, como atividade extraclasse. Cada estudante pode, portanto, respeitar o próprio ritmo, tendo o contato inicial com esse novo método bastante particular, de modo a possibilitar, em aula seguinte, o exercício da parte prática. O que Khan sugere com essa proposta é a variação do modelo tradicional de ensino encontrado na maior parte das escolas, visto que cada estudante faz suas atividades de acordo com a sua necessidade e interesse, optando, ou não, por recorrer aos vídeos novamente até se sentir seguro ou apto a resolver determinado problema. A sala de aula torna-se, sobretudo, um espaço aberto a discussões que envolvam os mais variados temas, permitindo ao estudante sanar suas possíveis dúvidas não somente para o que é apresentado nas aulas expositivas, as quais, por vezes, não geram um diálogo tão construtivo.

A aprendizagem em ambientes virtuais requer uma maior interatividade, cooperação e colaboração entre estudante e professor, o que os leva a adotar uma postura de compartilhamento do desejo de construir e de aprender, construindo o conhecimento e superando limitações. De acordo com Aguiar (p. 68, 2008):

> Os ambientes virtuais de aprendizagem permitem a interatividade entre o aprendiz e o objeto de seu interesse e representam uma motivação despertando no aluno a vontade de interagir e de organizar seu conhecimento, ampliando o seu saber e a sua visão de mundo.

É inegável a importância de buscar novos meios de aprendizagem para tornar o ensino mais motivador e tentador aos estudantes. As tecnologias digitais demonstram um enorme potencial em relação às práticas de aprendizagem.

Segundo Valente (1993, p. 13), "para a implantação dos recursos tecnológicos de forma eficaz na educação são necessários quatro ingredientes básicos: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno". Sendo que nenhum se sobressai ao outro. O autor supracitado acentua ainda que "o computador não é mais o instrumento que ensina o aprendiz, mas a ferramenta com a qual o aluno desenvolve algo e, portanto, o aprendizado ocorre pelo fato de estar executando uma tarefa por intermédio do computador".

O professor não é mais o centro do aprender. A integração das TIC ao currículo escolar pode transformar a sala de aula em um ambiente inovador e investigativo, propício à busca da construção de novos conhecimentos, despertando a motivação e proporcionando o desenvolvimento de habilidades cognitivas, tanto do professor, quanto do estudante (MENEGAIS, *et. al.*, 2015b).

Conforme Teodoro e Freitas (1992), não se trata simplesmente de substituir o quadro ou o livro pelo computador. Essas tecnologias deverão estar ligadas às diversas formas de interação, entre quem aprende e quem ensina e à mudança no modo como se entende a natureza do conhecimento.

Para que isso ocorra, cabe ao professor rever e escolher os instrumentos mais adequados, no processo de construção constante do conhecimento e do crescimento na vida escolar do estudante. Levando em consideração que o uso das ferramentas digitais não se dá por uma questão de atualidade, mas sim de utilidade.

## Metodologia

Nesta oficina serão abordadas algumas possibilidades para o ensino de matemática e áreas afins. A oficina será dividida em quatro etapas. No início da oficina apresentar-se-á um breve histórico da plataforma *Khan Academy*, abordando algumas funcionalidades dos recursos disponíveis e sua utilidade no âmbito educacional. Na segunda etapa, os participantes serão orientados para a realização da inscrição e para a elaboração de seu perfil, logo após, o trabalho se iniciará com a vivência dos estudantes em resolver os exercícios, desafios, videoaulas entre outros recursos que a plataforma oferece. Tem-se como objetivo analisar a abordagem metodológica de alguns conteúdos de matemática propostos, visando descrever potencialidades e fragilidades apresentadas por essa frente à demanda educacional de seus estudantes. Na terceira etapa será disponibilizado um tempo para a imersão nos recursos disponíveis ao professor, que contará com a criação de uma turma e a análise de relatórios de desempenho dos estudantes. Na quarta etapa, será solicitado aos participantes o planejamento de uma atividade pedagógica que considere a utilização da plataforma Khan no apoio ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

## Considerações Finais

A proposta do uso de TIC como a plataforma *Khan Academy* no ensino de matemática e áreas afins busca proporcionar aos participantes uma visão mais abrangente da plataforma e seus recursos, visto que o *site* tem por objetivo prender a atenção do estudante incentivando-o a estudar mais.

Deste modo, é essencial que haja espaços para a troca de experiências, que viabilizem a aprendizagem e as reflexões em busca de novos conhecimentos, tão importantes na prática pedagógica dos professores.

Nessa perspectiva, propomos nesta oficina o uso da plataforma *Khan Academy*, que apresenta grande potencial na exploração de conceitos matemáticos, diante dos recursos oferecidos, ao mesmo tempo em que o uso da plataforma possibilita aos professores e estudantes novas maneiras de ensinar e de aprender Matemática, contribuindo para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, bem como para o desenvolvimento cognitivo.

Esperamos que esta oficina venha a contribuir e incentivar os interessados para a utilização da plataforma no ensino de Matemática e para futuras práticas pedagógicas.

**Referências**


AGUIAR, E. V. B. **As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem**. In: VERTICES,v.10, n.1/3, jan./dez.2008. Disponível em: <www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/artigos/outros/ Aguiar_Rosane.pdf> Acesso em: 29 de maio de 2018.

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento.** 2. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2006.

KHAN, S. **Um mundo, uma escola: a educação reinventada**. Tradução George Schlesinger. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013, p. 255.

MENEGAIS, D. A. F. N.; FAGUNDES, L. da C.; SAUER, L. Z.**A Formação Continuada De Professores De Matemática: uma Inserção Tecnológica da Plataforma *Khan Academy* na Prática Docente.** Tese (Doutorado em Informática na Educação), Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015a.

MENEGAIS, D. A. F. N.; FAGUNDES, L. da C.; SAUER, L. Z. **A Análise do Impacto da Integração da Plataforma *Khan Academy* na Prática Docente de Professores De Matemática**. In: RENOTE –Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 13 nº 1, julho, 2015b.

OLIVEIRA, H. S., LIMA, M. de F. W. P. **Utilização da Plataforma *Khan Academy* na Resolução de Exercícios de Matemática.** *SCIENTIA CUM INDUSTRIA,* v. *5,* n. *2,* p. 66 — 72, 2017. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/scientiacumindustria/article/view/5288/pdf> Acesso em: 11 jun. 2018.

TEODORO, V. & FREITAS, J. (1992). **Educação e computadores**. Lisboa, Portugal: Ministério da Educação-Gabinete de Estudos e Planeamento.

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: UNICAMP, 1993.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# TEORIAS DE APRENDIZAGEM: O COGNITIVISMO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Alex de Araujo Francisco
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – Campus Nilópolis
alexprofmat.contatos@gmail.com

Pablo Lima de Jesus
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro – Campus Nilópolis
chasepablo@gmail.com

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**
Este trabalho pretende fazer uma articulação entre o Ensino de Matemática e a teoria de aprendizagem conhecida como cognitivismo, a qual tem como dois de seus principais defensores Piaget e Bruner. Essa teoria se baseia na ideia de que a aprendizagem deve ser realizada por meio da descoberta, sendo os professores os encarregados de possuir uma influência direta no sentido de guiar o aluno para que ele próprio construa seu conhecimento. Dessa forma, a proposta deste minicurso visa promover uma discussão que objetiva investigar se os atuais e futuros professores de matemática possuem conhecimentos pedagógicos suficientes nos quais podem basear suas práticas docentes. Com este propósito, é pretendido iniciar uma conversa filosófica sobre o cognitivismo, na perspectiva de Bruner, e sua devida comparação com outras teorias de aprendizagem, para que então seja apresentada uma proposta de trabalho dentro da disciplina de matemática que satisfaça as ideias expostas pelo autor a respeito dos estádios do conhecimento cognitivo. Tal proposta é composta por três atividades sobre o conceito e o algoritmo da divisão destinadas ao 5º ano: a primeira dessas atividades visa construir as noções de dividendo, divisor,

quociente e resto por meio de uma prática lúdica e grupal; a segunda atividade necessita de material concreto e tenciona promover uma iniciação da criança à abstração, estimulando a criatividade individual do aluno; a terceira atividade se relaciona à resolução de problemas e demanda um caráter sócio-político, objetivando que o aluno use sua própria linguagem para produzir argumentos matemáticos que os levam às suas conclusões. Este trabalho (a ideia das atividades ligada ao cognitivismo) foi apresentado a um grupo formado por licenciandos em matemática e, como resultado, é possível supor que, de fato, há um desconhecimento dos futuros professores acerca das teorias de aprendizagem existentes no ramo de pesquisa acadêmica. Tal fato pode acarretar em um desnorteio da parte do docente em sua prática e uma ineficiência nos processos educativos vigentes em sala de aula.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática, Cognitivismo, Práticas Pedagógicas.

## Introdução

No meio acadêmico, existem diversas teorias referentes aos processos de aprendizagem na escola básica. No entanto, é possível supor que existe determinada incoerência entre o sucesso dessas teorias e o fato de que, em uma escala de 1 a 9, o Brasil se encontrava, em 2016, com nota 2,5 em relação a qualidade de educação em matemática e ciencias (VEJA, 2016). Onde está o problema? Como corrigir? Como os futuros professores de matemática podem mudar esse cenário?

Visando abordar os problemas envolvidos nessas questões, este trabalho levanta uma discussão geral acerca das principais teorias de aprendizagem, expondo os beneficios e malefícios que cada uma delas pode proporcionar à prática educativa, e consequentemente ao aluno. A partir desta reflexão, focamos no cognitivismo (ou construtivismo) na concepção de Jerome Bruner, considerado um dos pioneiros no estudo da psicología cognitiva, e preceptor da Teoria Cognitiva de Bruner, uma das principais referencias atuais da área educacional.

Este trabalho é fruto de um debate entre alunos de licenciatura sobre os atuais desafíos envolvidos na prática do professor de matemática. Visto que a graduação não proporciona a experiência necessária para preparar futuros professores, a ideia dessa conversa foi elucidar as teorias de aprendizagem já existentes, destacando a noção do construtivismo, para proporcionar o pensamento de como atividades que exploram a teoria de aprendizagem por descoberta podem ser confeccionadas, além de imaginar quais as suas implicações na prática docente e no processo de ensino-aprendizagem.

**Justificativa**

A escolha de uma oficina montada para o ensino do processo de divisão no 5º ano decorre de uma série de reclamações de docentes que atuam no Ensino Fundamental I sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos na realização das técnicas matemáticas envolvidas no procedimento. É de se supor que esse fato sucede devido ao emprego de práticas educativas mecanicistas que não atraem a vontade do aluno em aprender.

Nesse sentido, começamos a pensar em uma alternativa para corrigir este fato, e a Teoria Cognitiva de Bruner (BRUNER, 1960) pareceu se adequar o máximo possível à nossa proposta. Assim, iniciamos a confecção de uma oficina de três atividades voltada a ideias cognitivistas de aprendizagem. Um dos objetivos desta oficina é proporcionar ao aluno as ferramentas necessárias para que ele próprio construa o conhecimento do conteúdo tratado, através da mediação do docente.

A intenção deste trabalho era a aplicação da oficina na turma mencionada em um Colégio Estadual do Rio de Janeiro. No entanto, a pesquisa tomou um novo rumo à medida que fomos percebendo que muitos de nossos colegas de graduação não possuiam a bagagem necessária para proporcionar sentido e significado (AUSUBEL, 1978) ao conteúdo matemático aos alunos. À vista disso, percebemos que um diálogo com esses futuros professores sobre o assunto demandava mais importância do que aplicar a atividade em uma única turma de uma única escola, pois estes docentes poderiam disseminar a ideia a um nível muito maior do que o pretendido.

Justamente com esse foco nasceu a ideia da apresentação deste minicurso em escala maior. Nossa observação nos fez concluir que promover um debate com atuais e futuros professores de matemática sobre os fatores que se relacionam às dificuldades de aprendizagem em sala de aula se mostra um exercício muito significativo no sentido de proporcionar uma mudança ao atual e ineficiente sistema de práticas educativas.

**Referencial teórico**

O atual desempenho dos alunos em matemática vem sendo cada vez mais questionado no meio acadêmico. Em vista disso, pesquisadores, professores e estudantes produzem inúmeros trabalhos que tencionam oferecer aos leitores práticas educativas alternativas que possam minimizar a ineficácia referente aos processos de ensino da disciplina. Um dos aspectos muito presentes nesses trabalhos é o emprego de atividades lúdicas. Segundo Piaget (1986), o real desenvolvimento da criança ocorre por meio do lúdico.

Piaget e Bruner seguem a mesma linha de raciocinio no que diz respeito à aprendizagem por meio da descoberta. Bruner (1960) defende a ideia que a criança deve se sentir desafiada para que desenvolva seu pensamento e promova a aprendizagem de novos conhecimentos. Esse desafio pode ser relacionado à resolução de problemas, que, por sua vez, sejam contextualizados dentro da perspectiva de Fernandes (2006). Segundo este autor, a contextualização do saber proporciona ao aluno a habilidade de raciocinar mais críticamente sobre o contexto tratado no problema, podendo por fim relacionar o conteúdo à sua vida cotidiana.

Ausubel (1978), no que lhe concerne, acredita que a aprendizagem pode ser proporcionada por quatro formas distintas: recepção significativa, recepção mecánica, descoberta significativa ou descoberta mecánica. A recepção e a descoberta mecânicas se relacionam diretamente à memorização, sem compromisso com capacidades cognitivas. Contrariamente, a recepção e a descoberta significativas determinam o conhecimento à estrutura cognitiva, relacionando os conhecimentos prévios ao que está sendo aprendido.

A ideia de Ausubel acerca da aprendizagem significativa, por estar conectada ao caráter cognitivo do conhecimento, se relaciona às teorías de aprendizagem de Piaget e Bruner. De acordo com essas teorias, a criança é capaz de construir seu conhecimento a partir da observação/percepção do que ela vivencia.

Bruner (1960) acredita que há três estádios do desenvolvimento cognitivo percorridos pela criança. O primeiro desses estádios é chamado ativo; ocorre aproximadamente nos primeiros três anos de vida da criança e se relaciona à capacidade da realização da aprendizagem por meio de ações motoras, como manipulação de objetos. O segundo estádio, chamado icônico, ocorre por volta do terceiro ao décimo ano da criança; espera-se que, nesta etapa, o aluno desenvolva a noção de abstração, podendo representar objetos que não pode ver. O terceiro estádio é conhecido por simbólico, suposto ocorrer após o décimo ano de vida; nessa período, a criança deve estar apta a expressar seus pensamentos por meio da linguagem.

Ainda segundo a Teoria Cognitiva no ponto de vista de Bruner, acredita-se que os estádios mencionados se desenvolvem de forma gradual. É preciso que o aluno possua habilidades ativas para que possa aperfeiçoar as icónicas, e que possua habilidades icónicas para que possa evoluir nas habilidades simbólicas.

## Problema

Em vista da reflexão teórica exposta, pode-se considerar a escola como um fator de grande influencia sobre a transição de um estádio para o outro, desde que não abandone os conteúdos curriculares a ela impostos.

A problemática principal deste trabalho é discutir como o Ensino de Matemática pode atuar sobre a transição da fase icônica para a fase simbólica. Isto quer dizer que este artigo gira em torno da questão de *como o professor de matemática pode guiar os alunos a utilizar sua própria linguagem para expressar ideias que já é capaz de abstrair*. Para isso, foi criada uma oficina destinada ao 5° ano do Ensino Fundamental referente ao ensino do processo de divisão.

Tal oficina, composta por três atividades, pretende introduzir o conceito e o algoritmo da divisão a partir de uma forma dinámica e cooperativa. Para isso, são utilizados métodos que despertem no aluno a vontade de aprender, como distribuição de balas e utilização de materias manipuláveis, e não deve ser admitido que os alunos se mostrem passivos durante a realização das práticas da oficina.

## Oficina

### *Atividade 1*

Esta primeira atividade relaciona habilidades motoras, icônicas e formais. A turma deve ser dividida em grupos de aproximadamente 5 ou 6 alunos e distribua uma determinada quantidade de balas para um integrante de cada grupo. Deve-se certificar de que os alunos não irão contar quantas balas possuem ao todo. O integrante que recebeu as balas deve vendê-las aos restantes igualmente (a ideia é que o aluno distribua uma por uma entre os colegas).

Em seguida, deve-se preencher a seguinte tabela:

| Quantas pessoas compraram as balas? | Com quantas balas cada um ficou? | Quantas balas restaram para você? | Quantas balas você tinha antes de distribuir? |
|---|---|---|---|
| | | | |

Fonte: (FRANCISCO; JESUS, 2018)

A ideia é que nessa atividade sejam construídas as noções de dividendo, divisor, quociente e resto por meio da exposição do algoritmo euclidiano da divisão.

***Atividade 2***

A segunda atividade exige do aluno um nível maior de abstração do que a atividade anterior. Será utilizado o ábaco para que os alunos descubram o quociente e o resto de algumas divisões. Esta a atividade é o ponto de partida da nossa transição, visto que é onde o estádio icônico é amplamente identificado.


Fonte: (FRANCISCO; JESUS, 2018)

A abstração tratada nesta atividade é que cada disco azul corresponde a 10 discos verdes e, como não há discos verdes suficientes para fazer a substituição, é demandado que o aluno imagine ou crie sua própria representação para encontrar os valores de quociente e resto.

Assim, pretende-se estimular a criatividade individual do aluno e analisar as técnicas que utilizarão para chegar à solução. Alguns podem resolver mentalmente, outros podem precisar de reproduzir imagens, números, etc.

O foco principal desta atividade é proporcionar a organização de ideias abstratas para que então seja feita a transição para a representação simbólica.

***Atividade 3***

O foco da terceira atividade é a resolução de problemas. O simbolismo deve ser desenvolvido por meio da linguagem e de uma argumentação coerente. É essencial que os problemas tratados estejam dentro do universo dos alunos, bem contextualizados, e que sejam motivadores e despertem curiosidade. Problemas que envolvam dinheiro, lanches, material escolar e desenhos animados podem levar prioridade entre as crianças.

A ideia central desta atividade é que as crianças usem sua própria linguagem para produzir os argumentos matemáticos que as levaram a suas conclusões. A expectativa é que esses argumentos sejam fortemente influenciados pela abstração individual estimulada na Atividade 2.

**Ementa**

***A atual realidade do ensino básico***

Discussão sobre os processos de ensino empregados pelos docentes do ensino básico na perspectiva de Ausubel (1960). Os alunos realmente aprendem com o professor?

***Teorias de aprendizagem: behaviorismo, construtivismo, humanismo e sócio-histórica***

Debate comparativo sobre as principais teorías de aprendizagem.

***A pedagogía de Jerome Bruner***

Pressupostos básicos do cognitivismo. Estádios do desenvolvimento cognitivo. O que as ideias do cognitivismo podem proporcionar ao sistema educativo? Como implementá-las de forma adequada?

***Dificuldades no ensino do proceso de divisão no 5º ano***

Debate sobre a raíz da dificuldade de divisão nas crianças.

***Uma abordagem cognitivista para o ensino de divisão no 5º ano***

Como as ideias construtivistas podem proporcionar uma melhor aquisição do conteúdo de divisão? Apresentação da estrutura e das ideias da oficina.

**Análise e discussão dos resultados**

A apresentação deste trabalho para o grupo de licenciandos em matemática promoveu um debate enriquecedor. Todos acharam interessante a proposta de realizar uma discussão sobre a realidade do profesor de matemática, poucas vezes exposta nas disciplinas da graduação. A pesar de a oficina haver sido confeccionada para uma turma de Ensino Fundamental I, as ideias discutidas se extendem ao segundo segmento do Ensino Fundamenta, ao Ensino Médio e inclusive à Graduação.

O que mais chamou atenção na exposição do trabalho foi o total desconhecimento da maior parte dos estudantes sobre as ideias presentes na teoria de aprendizagem cognitivista. Muitos sequer sabiam o significado da palavra cognição, e nesse ambiente surgiu um debate que se aprofundou mais do que o esperado e levantou diversas questões interessantes relacionadas à prática docente.

No ponto de vista educativo, é de extrema importância que o professor tenha conhecimento suficiente sobre teorias de aprendizagem ao realizar a elaboração de uma atividade. Essas teorias, como descrito por Bruner (1960), proporcionam uma boa estruturação e uma boa lógica no processo do ensino do conteúdo, oferecendo organização pedagógica e favorecendo a aprendizagem.

Em contrapartida, é notável que, durante a formação de professores, em particular na Licenciatura em Matemática, há um enfoque muito baixo (quase nulo) na relação entre a psicologia da aprendizagem e a prática docente. A ideia é que se houver um enfoque maior nesse sentido, o processo de ensino-aprendizagem pode passar a desenvolver um maior rendimento.

## Considerações finais

Em vista do que foi exposto, voltamos à questão: *como o professor de matemática pode guiar os alunos a utilizar sua própria linguagem para expressar ideias que já é capaz de abstrair?* Apesar de essa pergunta iniciar com o pronome interrogativo *como*, dando a entender que a resposta pode ser expressa por meio de um *manual de instruções*, não há uma única forma de respondê-la. No entanto, para que a resposta seja satisfatória, é necessário que o professor obtenha bagagem pedagógica suficiente para conseguir desviar dos fatores que frustam o ensino de matemática.

Por outro lado, pudemos concluir que existe uma relação muito forte entre a psicologia e a educação. De fato, se o professor detiver conhecimento acerca dos fatores psicológicos que influenciam a aprendizagem, poderá utilizá-lo como um fator a seu favor durante a elaboração das atividades que pretender aplicar.

Contudo, convém que a dita relação entre psicologia e educação seja mais explorada no meio acadêmico e mais conhecida por atuais e futuros professores. A disseminação de ideias como a exposta neste trabalho é fundamental para que haja uma mudança para melhor no atual sistema educativo.

**Referências**


AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. and HANESIAN, H. (1978). **Educational psychology: a cognitive view**. 2nd. ed. New York, Holt Rinehart and Winston.

BRUNER, J. (1960). **The Process of Education**. Cambridge, MA: HarvardUniversity Press.

FERNANDES, S. (2006). **Contextualização no Ensino de Matemática – Um Estudo com Alunos e Professores do Ensino Fundamental da Rede Particular de Ensino do Distrito Federal**. Acessado em junho de 2018. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/SusanadaSilvaFernandes.pdf>.

PIAGET, Jean. **A linguagem e o pensamento da criança**. São Paulo: Martins Fontes, 1986.

VEJA (2016). **"Brasil é um dos piores em educação de matemática e ciências"**. Acessado em junho de 2018. Disponível em: https://veja.abril.com.br/educacao/brasil-e-um-dos-piores-em-educacao-de-matematica-e-ciencias/

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

**BIG DATA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: CONHECENDO O GOOGLE CORRELATE E O GOOGLE TRENDS**

Rose Grochot Gayeski
Universidade Federal do Rio Grande do sul
seduc.proferose@gmail.com
Caroline Dal Agnol
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
carolinedalagnol@gmail.com
Rodrigo Dalla Vecchia
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
rodrigovecchia@gmail.com
Nícolas Giovani da Rosa
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
nicolasgiovani20@gmail.com

**Eixo temático:** Resolução de problemas / Modelagem Matemática / TIC

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluna de Pós-Graduação

## Resumo

A sociedade atual está inserida em meio a tecnologia e consequentemente, a todo momento ações de indivíduos geram uma vasta quantidade de dados, o que chamamos por *Big Data*. A partir desse trabalho, propomos apresentar as potencialidades de alguns recursos de *Big Data* que podem ser associados ao contexto escolar. Para tanto, também questionamos a necessidade de desenvolver habilidades para ler, interpretar, compreender e utilizar esse volume de dados que é gerado a cada instante, o que tomamos por Literacia Digital (Jenkins et al 2009). Dessa forma em consonância com as atuais necessidades do contexto educacional o presente minicurso tem como propósito apresentar a matemática como um meio que pode levar ao desenvolvimento da Literacia Digital quando trabalhada com recursos do *Big Data*. O minicurso buscará por meio das atividades que serão desenvolvidas no Google Correlate e Google Trends apresentar os recursos de *Big Data* e uma possível maneira de como utilizá-los em sala de aula.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. *Big Data*. Google Correlate. Literacia Digital

## 1. INTRODUÇÃO

Vivemos em uma sociedade caracterizada pela globalização e pelos avanços tecnológicos. Constantemente estamos conectados pela Internet e temos acesso a inúmeras informações disponíveis nos mais diversos meios de comunicação. Essas informações e a velocidade com que elas chegam até as pessoas transformam os seus ambientes familiares, escolares, sociais e culturais.

Segundo Santos e Lemes (2014) essa ampla quantidade de informações e o tratamento que precisamos dar a elas recebe o nome de *Big Data*. Nas palavras dos autores esse grande volume de dados que é gerado a cada instante, está condicionando mudanças em áreas como educação, saúde, esporte, marketing e logística e o tratamento que é dado a esses dados pode influenciar a sociedade como um todo. O grande desafio é transformar esses dados em informações úteis que possibilitem o desenvolvimento da sociedade.

Diante dos avanços tecnológicos e da difusão rápida de informações, surgem no sistema de ensino, novas perspectivas e potencialidades que conduzem os alunos a novas formas de aprender, ser, agir, sentir, expressar e comunicar-se. Em virtude desse contexto a matemática pode assumir um papel fundamental na construção de novas habilidades para enfrentar os desafios existentes.

Baseados em uma atividade realizada com estudantes do curso de licenciatura em matemática, buscamos apresentar aplicativos de *Big Data*, juntamente com algumas atividades, como recursos para a alfabetização digital a partir do desenvolvimento de habilidades apontadas por Jenkins et al (2009) como jogabilidade, performance, simulação, apropriação, multitarefa, distribuição cognitiva, inteligência coletiva, julgamento, navegação transmídia, networking e a negociação. Em direção a essas ideias e em consonância com as atuais necessidades do contexto educacional o presente minicurso focará em apresentar dois recursos de *Big Data*, o *Google Correlate* e o *Google Trends* direcionados ao contexto escolar, particularmente ao ensino de matemática.

A partir dessa proposta de minicurso, buscamos dar maior visibilidade ao uso de *Big Data* na educação matemática. Além disso, por se tratar de um evento que reúne a comunidade escolar e universitária, acreditamos ser de importância possibilitar o conhecimento de aplicativos que podem ser recursos valiosos no ensino e aprendizagem da matemática. Na próxima seção, apresentamos o referencial teórico que embasa este trabalho, bem como na seção 3, os recursos que serão utilizados, e na seção 4, a metodologia planejada para este minicurso.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Para o escopo deste minicurso, focaremos no aprofundamento de algumas das ideias referente a Literacia Digital e ao *Big Data*. Ao utilizarem as tecnologias digitais, principalmente *smartphones* e computadores, os alunos entram em contato com uma grande quantidade de informações. Segundo Santos (2015) o que distingue o *Big Data* de antigos processos de mineração de dados é o *crowdledge*, que de acordo com Santos e Dalla Vecchia (2014) é definido como conhecimento emergente e, portanto, inesperado, resultado da análise de polegadas digitais deixadas espontaneamente por indivíduos que realizam buscas no universo digital. Também, para eles o *Big Data* pode ser representado por 3Vs, ou seja, volume, velocidade e variedade.

Dalla Vecchia (2015) afirma que o *Big Data* abre novos caminhos e permite abordar em sala de aula novas formas e perspectivas as quais contribuem para o desenvolvimento de objetivos pedagógicos associados a capacidade de lidar e interpretar informações no meio digital. Santos (2015) salienta que a utilização dos aplicativos do *Big Data* durante as aulas pode colocar os estudantes em contato com os interesses e necessidades reais e atuais das pessoas, exigindo diferentes conhecimentos e outras disciplinas para compreender essas informações. Com isso o professor pode identificar temas de interesse dos estudantes para serem trabalhados.

Associado de modo íntimo ao contexto dado pelo *Big Data*, está a Literacia Digital. Em termos etimológicos, segundo o dicionário Ferreira (2009) a Literacia pode ser entendida como a "capacidade de ler, de escrever, de compreender e de interpretar o que é lido; letramento, alfabetismo". Quando se fala em Literacia Digital, buscamos trazer a ideia de compreensão e interpretação de ambientes digitais para a construção do conhecimento. Nesse sentido Martin (2006, apud SAPIRAS, 2017, p. 26) afirmam

> A Literacia Digital abrange a consciência, atitude e capacidade dos indivíduos de utilizar adequadamente ferramentas e facilidades digitais para identificar, acessar, gerenciar, integrar, avaliar, analisar e sintetizar recursos digitais, construir novos conhecimentos, criar expressões de mídia e se comunicar com os outros, no contexto de situações especiais de vida, a fim de permitir uma situação social construtiva.

Segundo Bawden (2001) Literacia Digital é a capacidade de compreender e usar as informações expressas em vários formatos e em diferentes fontes que se apresentam na Internet. Jenkins *et al* (2009), abordam a Literacia Digital no âmbito educacional. Estes autores comentam que as habilidades que os alunos desenvolvem por conta própria ao utilizarem as tecnologias digitais não podem ser ignoradas. Para isso, os autores elencam uma lista de habilidades que podem ser trabalhadas na escola associadas ao uso das tecnologias digitais. No Quadro 1, são apresentadas as onze habilidades descritas por Jenkins *et al* (2009).

Quadro 1 – Habilidades da Literacia Digital apresentadas por Jenkins *et al* (2009).

| **Habilidade** | **Descrição** |
|---|---|
| Jogar | Capacidade de experimentar o meio e utilizá-lo para a resolução de problemas. |
| Performance | Capacidade de mudar com o objetivo de improvisar e descobrir coisas novas. |
| Simulação | Habilidade de interpretar e construir modelos dinâmicos baseados no mundo real. |
| Apropriação | Capacidade de experimentar e reorganizar um conteúdo digital de modo a utilizar-se dele. |
| Multitarefa | Capacidade de analisar o meio de forma a perceber detalhes importantes que o cerca para utilizá-los. |
| Distribuição Cognitiva | Capacidade de interagir de modo significativo com recursos que possibilitam o crescimento pessoal do indivíduo. |
| Inteligência Coletiva | O aluno chega a conclusões pessoais sobre determinado assunto e consegue compará-la com seus pares utilizando de uma análise crítica em busca de um objetivo comum. |

| | |
|---|---|
| Julgamento | Capacidade de avaliar a confiabilidade e a credibilidade de diferentes fontes de informação, já que o ambiente digital é rico delas. |
| Navegação Transmídia | Capacidade de seguir fluxos de informações através de múltiplas plataformas, para a interação e compartilhamento de informações diferenciadas. |
| Networking | Habilidade de procurar, sintetizar e disseminar a informação. |
| Negociação | Habilidade de movimentar-se por diferentes comunidades, discernindo e respeitando diferentes perspectivas enquanto segue normas alternativas. |

Fonte – Jenkins et al (2009).

Na próxima seção descrevemos os recursos de *Big Data* que serão utilizados para este minicurso.

## 3. GOOGLE CORRELATE E GOOGLE TRENDS

O Google Correlate e o Google Trends são recursos de *Big Data* que identificam tendências e apresentam relações entre dados aparentemente independentes. A empresa Google disponibiliza, gratuitamente, ao público esses aplicativos para investigar, analisar e criar correlações com as informações produzindo conhecimento científico.

O Google Correlate, de acordo com Santos e Lemes (2014, p. 182) permite introduzir "[...] um termo de busca, uma série de dados temporais ou regionais e se obtém uma lista das consultas no Google cujas frequências seguem padrões que melhor se correlacionam com os dados [...]". Por meio do aplicativo podemos ver a tendência da popularidade dos termos indicados tanto em sites de busca, como na nossa própria base de dados. Possibilita, por exemplo, analisar as tendências de mercado auxiliando na administração de empresas do ramo de vestuário e existem pesquisas científicas na área da Economia, da Saúde, da Sociologia e Meteorologia.

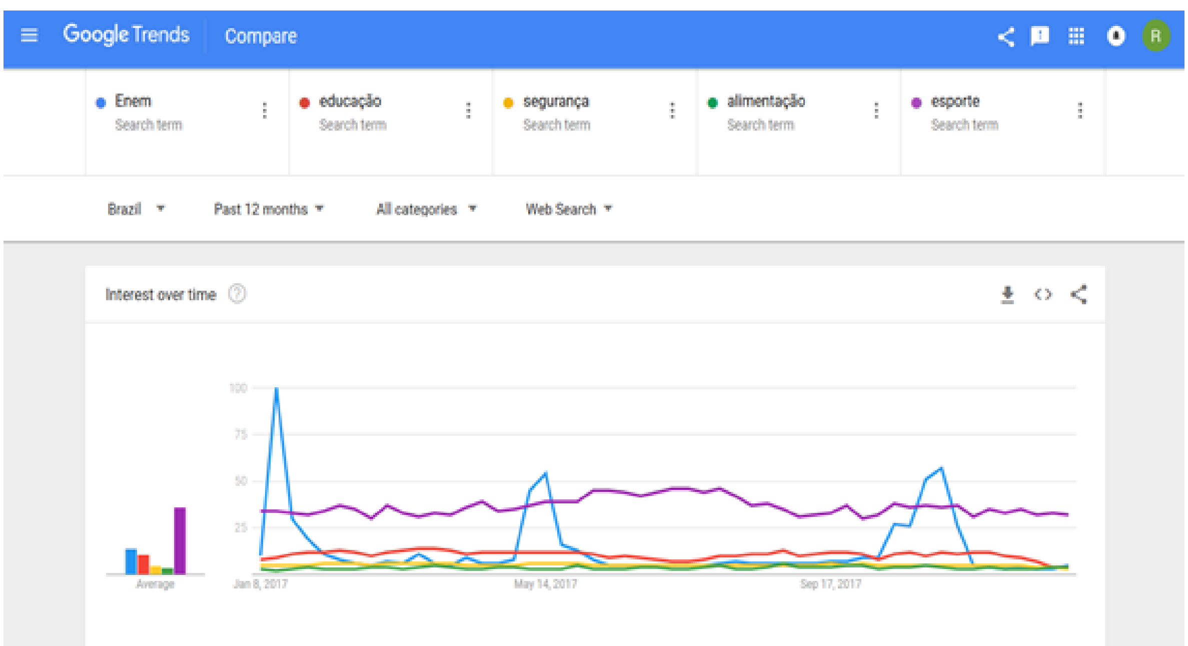
Também, por meio do Google Correlate, é possível associar um modelo construído com situações reais de busca na internet. Isso pode ser feito com o recurso *Search by Drawing*" do programa encontrando a melhor correlação com a função desejada. Para utilizar esse recurso é necessário desenhar o gráfico com o *mouse* e o resultado obtido pode ser diferente um do outro, em função das particularidades de cada gráfico ao ser desenhado.

Segundo Dalla Vecchia (2015) em sala de aula partindo e um mesmo gráfico como referencial é possível que ocorram correlações diferentes em função das construções que cada aluno irá efetuar. Dessa forma podem surgir diferentes temas para serem discutidos e analisados.

Já, o Google Trends, segundo Santos e Lemes (2014) permite pesquisar a evolução de busca de termos específicos ao longo do tempo na internet ou comparar a evolução de até cinco termos simultaneamente ou simplesmente verificar o que as pessoas mais costumam pesquisar.

Para ilustrar o funcionamento do Google Trends, apresentamos a Figura 1, que mostra o resultado da busca de informações sobre cinco termos: Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), Educação, Segurança, Alimentação e Esporte. Essa busca dados foi realizada ao nível de Brasil, porém poderia ser estendida aos demais países, assim como poderia ser restrita a regiões e lugares do nosso próprio país, uma vez que o aplicativo possui esses recursos. A partir desses dados, por exemplo, é possível buscar correlações entre esses temas, a realidade do aluno e a matemática.

Figura 1 - Resultado da busca de cinco termos Google Trends




Fonte: arquivo pessoal

Na próxima seção explanamos o processo metodológico do minicurso descrevendo cada uma das etapas que o compõem.

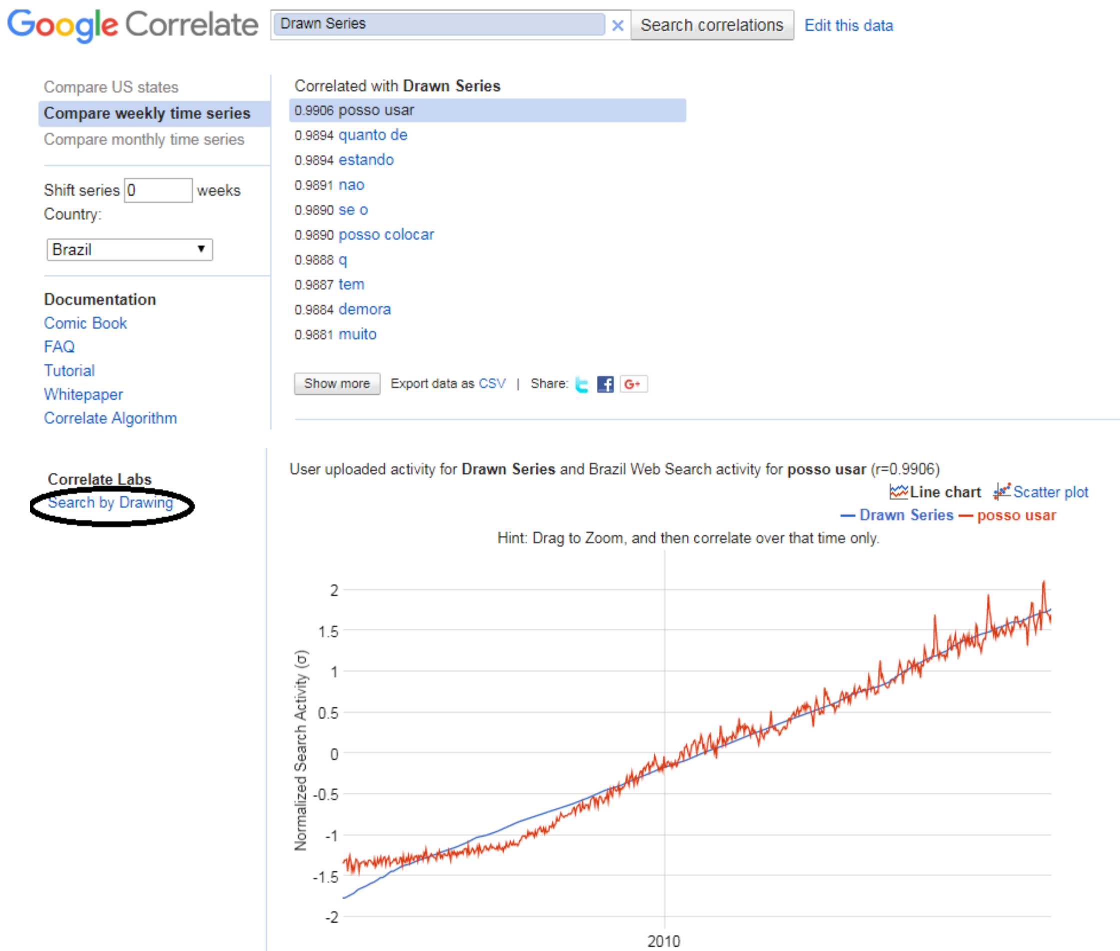
## 4. PROCESSO METODOLÓGICO

O minicurso será dividido em quatro momentos. No primeiro momento será feita uma discussão sobre Literacia Digital, *Big Data* e seus recursos. Iremos disponibilizar um mural virtual pelo Padlet, no qual os participantes irão escrever palavras-chaves relacionadas aos três tópicos de discussão e posteriormente será aberto o debate. No segundo momento os participantes serão divididos em grupos para o desenvolvimento das tarefas no Google Correlate e a produção de narrativas digitais. No terceiro momento serão realizadas atividades no Google Trends. Ao final os grupos serão convidados a compartilhar suas experiências, dificuldades, facilidades, opiniões, sugestões e narrativas produzidas permitindo a reflexão e a observação do desenvolvimento de habilidades que podem levar a Literacia Digital.

Para o segundo momento, será feita uma explanação sobre o funcionamento do Google Correlate e os participantes serão convidados a acessar o site do recurso e selecionar a base de dados do Brasil. Posteriormente, serão convidados a digitar no campo *Search correlations* (correlações de pesquisa) um termo que consideram importante para observar como se mostra sua procura na internet e quais outras palavras obedecem o mesmo padrão de pesquisa que o termo inserido. Observando os pontos de máximo e de mínimo no gráfico gerado pelo recurso, os participantes deverão identificar informações, na internet, que justifiquem o comportamento encontrado. Outra ferramenta do recurso que será explorada é o *Search by Drawing* (pesquisa por desenho) na qual os participantes poderão desenhar uma função que representa a correlação de vários termos que possuem o mesmo comportamento. Essas informações, também, poderão ser utilizadas para a construção de suas narrativas.

O objetivo é que os grupos, ao criarem suas narrativas sobre o comportamento das funções encontradas através do Google correlate, apresentem sua história real ou fictícia envolvendo a matemática. Na figura 2 é possível observar a interface do recurso e também as opções descritas anteriormente.

Figura 2 - Resultado da busca no Google Correlate




**Fonte**: arquivo pessoal

No terceiro momento, abordaremos o Google Trends, disponibilizando o site para acesso dos participantes. Será feita uma breve explicação acerca do funcionamento do recurso e assim, ao acessarem, os participantes serão convidados a observar o registro de quais tópicos estão sendo mais pesquisados por região, cidade, estado, país e mundo. Posteriormente faremos a exploração da ferramenta *Explore Topics* em que os participantes deverão inserir mais do que um termo para efetuar comparações, analisar os pontos de máximo e de mínimo de cada termo e suas respectivas datas buscando informações na Internet para compreender o comportamento dos gráficos gerados pelo recurso e registrando dados para o debate final.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pretendemos proporcionar aos participantes uma experiência com tecnologia, em específico com os recursos de *Big Data* Google Correlate e Google Trends. Nosso intuito é contribuir para reflexões acerca das futuras práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula. Buscamos também incentivar a reflexão acerca dos métodos e recursos atuais disponíveis além desses apresentados, pois entendemos que o uso de recursos tecnológicos pode potencializar os processos de ensino e a aprendizagem da matemática.

Também, esperamos mostrar que além da associação da matemática com os recursos de *Big Data*, a construção de narrativas possui potencial para tangenciar aspectos relacionados a Literacia Digital, o que permite o desenvolvimento de habilidades apontadas por Jenkins et al (2009), indo ao encontro de nosso referencial teórico.

## 6. REFERÊNCIAS


BAWDEN, David. Information and digital literacies: a review of concepts. Journal of Documentation, 2001.

DALLA VECCHIA, R. The relationship between *Big Data* and Mathematical Modeling: a discussion in a Mathematical Education scenario. Themes in Science and Technology Education, v. 8, p. 23, 2015. Disponível em: http://earthlab.uoi.gr/theste/index.php/theste/article/view/190/115. Acesso em: 12 jun. 2017.

FERREIRA, A. B. H. Dicionário Aurélio Eletrônico. Positivo, 2009.

JENKINS et al. Confronting the Challenges of Participatory Culture: Media Education for the 21st Century. The MacArthur Foudation, Chicago, 2006. Disponível em: <https://www.curriculum.org/secretariat/files/Sept30TLConfronting.pdf>. Acesso em: 02 maio 2018.

MALTEMPI, Marcus Vinicius. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. Acta Scientiae, v. 10, nº 1, p. 59 – 67. Canoas, 2008. Disponível em: <www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/78/70>. Acesso em: 22 jun. 2017.

SANTOS, Renato P. dos e LEMES, Isadora Luis. Aprender-com-Big-Data no Ensino de Ciências. Acta Scientia, v.16, n.4, Edição Especial, Canoas, 2014. p. 178-198.

SAPIRAS, Fernanda Schuck. Investigação dos conhecimentos matemáticos por meio do recurso scratch. 2017. Tese de Doutorado- Universidade Luterana do Brasil, 2017.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4° Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# EXPLORANDO CONCEITOS GEOMÉTRICOS COM ORIGAMI

Elisane Strelow Gonçalves
Universidade Federal de Pelotas
elisane.matemática@gmail.com

Jaqueline Antunes da Silva
Universidade Federal de Pelotas
jaqueline.antunes@gmail.com

Daniele Severo Camargo
Universidade Federal de Pelotas
danielesevero@hotmail.com.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo.**
Neste minicurso, considerando o origami e as dobraduras como um tipo de material manipulativo, daremos ênfase às diferentes formas de utilização deste recurso em uma sala de aula de Matemática. Nesse sentido o presente trabalho tem como principal objetivo, apresentar atividades com o auxilio de técnicas de *origami* de forma a estimular as habilidades que levam à compreensão de conceitos geométricos. Serão sugeridas atividades metodológicas usando dobraduras a fim de proporcionar aos participantes, experiências que despertem sua curiosidade e criatividade, incentivando-os a uma busca prazerosa pelo conhecimento, onde se sintam motivados e envolvidos no trabalho.
Espera-se que ao término deste trabalho, tenhamos contribuído de alguma forma na busca de alternativas práticas que tornem as situações de ensino e aprendizagem enriquecedoras na Educação Matemática e também despertar nos participantes deste minicurso a importância de se trabalhar a geometria com materiais manipulativos, nesse caso o origami, e com isso tornar a aprendizagem da geometria mais significativa.

**Palavras Chave:** Educação Matemática; Geometria; Origami; Motivação.

## Introdução

O *Origami*, é uma técnica de dobraduras surgida no Japão, que para muitos lembra apenas dobras em papel colorido, formando figuras que podem ser animais ou objetos. Nem sempre na realização das dobraduras é notada a presença da Matemática e que existem diversos conceitos matemáticos que podem ser questionados na construção de cada figura, como as diagonais, triângulos, retângulos, quadrados.

As figuras geradas pelos *origamis* têm poder exploratório para o ensino e aprendizagem da Matemática, como os possíveis questionamentos que surgem durante a realização das dobras de cada figura, a ordem em que os passos da construção são executados, e até a relevância de cada etapa para o resultado final.

Pesquisas como a de Genova (2008) defendem que o *origami* faz com que o aluno estimule suas habilidades motoras, proporcionando o desenvolvimento organizacional e despertando sua curiosidade, fazendo com que ele seja mais participativo e se motive na busca do aprendizado, além de que o trabalho com as dobraduras podem beneficiar o aumento do conhecimento dos elementos geométricos e estimular a participação do aluno nas aulas.

Trata-se de uma forma de representação visual/escultural, e definida principalmente pelas dobraduras de papéis, além de valorizar o movimento das mãos, estimular as articulações e o cérebro.

A utilização de dobraduras no ensino da Matemática é uma forma atraente e motivadora para o ensino da geometria, sendo que podemos estimular o pensamento geométrico e a visão espacial, propiciando uma experiência prazerosa. Nesse contexto, acredita-se que ao construir as figuras com o auxilio do Origami, podemos tornar a Matemática mais leve e de fácil compreensão.

Genova (2008) destaca que o *origami* é uma maneira de expressão. Ao manipular o papel abre-se uma porta de comunicação com o outro, além de valorizar o movimento das mãos, estimula as articulações e o cérebro.

**Objetivo geral**

- Apresentar técnicas de *origami* como uma nova alternativa em sala de aula, procurando desenvolver uma metodologia que leva compreensão de conceitos geométricos, de forma a estimular as habilidades e a criatividade.

**Objetivos específicos**

- Elaborar dobras de papel de forma a construir *origamis*;
- Associar as formas das dobras do papel com os conceitos matemáticos;
- Identificar conceitos de Geometria presentes no processo de construção e manipulação de dobraduras;

## A história do Origami e sua relevância no ensino da Matemática

As pesquisas de Barbosa (2013) e Silva (2009), dentre outros, apresentam a história do origami, desde a criação do papel, seu uso e posteriormente sua chegada ao Brasil. Nessa perspectiva, apresenta-se a seguir um apanhado das idéias desses autores.

No século VI, monges Budistas chineses levaram para o Japão a técnica de fabricar papel. Os japoneses a adaptaram e aprimoraram sua própria tecnologia de fabricação, utilizando fibras vegetais que eram extraídas de plantas nativas. Assim criaram diversos tipos de papéis. O papel com mais resistência era o *Kozo;* o *Gampi* tinha mais qualidade e considerado nobre e o *Mitsumata*era o mais delicado.

De acordo com as pesquisas de Barbosa, 2013; Silva, 2009, o papel que se tornou mais popular foi denominado de *Washi* que era usado para escrever e para várias outras finalidades, sendo inclusive usado no *origami*. Entre os séculos VII e XII o *origami* ficou conhecido por ser objeto de diversão das classes mais altas, aqueles que tinham dinheiro para comprar papel.

Segundo os autores (op.cit) o mais antigo registro que se tem de dobraduras de papel está em um poema japonês de *Lhara saikaku* no ano de 1680, em que a autora usou a palavra *orisue* para referir-se a origami.

Entre os anos de 1603 e 1867, durante o *período Edo*[1], o papel foi produzido em maior quantidade e dessa forma os origamis que hoje são tradicionais se tornaram populares. Nessa época duas obras foram publicadas com orientações para confeccionar origamis *Hidemsemba zuruorikata* por *Akisato Rito* em 1797 e *Kayaragusa* por *Adachi Kayuki* em 1845 sendo a ultima conhecida como *Kanno Mado*.

Segundo os autores Hayasaka e Nishida (2009), uma ave considerada tradicionalmente sagrada chamada de grou-japonês ou *tsuru* tornou-se o símbolo do *origami*. Essa ave por ter vida longa foi associada à prosperidade, saúde e felicidade e, nas grandes festas, encontra-se o *tsuru* de origami em embalagens de presentes na forma de dobraduras ou como objetos de decoração.

A palavra *origami* é composta por dois caracteres (*ori*) que significa dobrar e *(kami*) como o significado de papel, surgindo então a denominação para estas dobras. Hayasaka e Nishida(2009)[2]. Em 1908 os imigrantes japoneses chegaram ao Brasil e trouxeram em suas bagagens vários costumes, um deles a técnica do *origami*.

Segundo o autor Barreto (2013) foi apenas nos anos 1960, que a professora *Yachiyo Koda*, que começou o ensino do *origami*, na Aliança Cultural Brasil-Japão e com o apoio do consulado do Japão em São Paulo, realizando cursos em várias cidades do Brasil. Foram organizadas muitas exposições e participações em programas de televisão, popularizando essa arte. Até esse período os *origamis* eram reproduzidos anonimamente, de uma geração para outra.

Quando mencionamos o termo *Origami*, imediatamente associamos a relação dessa técnica de dobraduras de papel com representações de animais e figuras. As figuras geradas pelos *origamis* têm poder exploratório para o ensino e aprendizagem da Matemática, com os possíveis questionamentos que surgem durante a realização das dobras de cada figura, a ordem em que os passos da construção são executados, e até a relevância de cada etapa para o resultado final. Também possuem uma dinâmica que valoriza a descoberta, a conceituação, a construção manipulativa, a visualização e a representação geométrica.

[1] Período Edo é um **período** da história do **Japão** que foi governado pelos xoguns da família Tokugawa, desde 24 de março de 1603 até 3 de maio de 1868. Disponível em: http://www.infoescola.com/japao/periodo-edo/ Acesso: 30/09/2017.

[2] No link http://www2.ibb.unesp.br/Museu_Escola/Ensino_Fundamental/Origami/Documentos/indice_origami_educacao.htm encontra-se texto detalhado sobre as origens do *origami.*

No processo de construção e desconstrução de um Origami, são desenvolvidos aspectos importantes como a observação, o raciocínio, a lógica, a visão espacial e artística, a perseverança, a paciência e a criatividade.

Ao indicar as vantagens de se utilizar o origami em sala de aula, Genova (2008) salienta que o trabalho com dobraduras estimula habilidades motoras, proporcionando o desenvolvimento da organização, com as sequências das atividades, da memorização de passos e coordenação motora fina do aluno.

> No origami, enquanto as mãos se movimentam ativam os dois lados do cérebro. A zona do tato, motora e visual está em atividade e os sentimentos são de satisfação, orgulho e alegria ao completar uma dobradura. Outros benefícios do origami são o desenvolvimento da inteligência espacial, atenção, paciência, memória e imaginação. (RIBEIRO 2010, p. 78)

Corroborando com Ribeiro (2010) percebe-se que trabalhar com a técnica do *Origami* no ensino e aprendizagem da Matemática permite criar mecanismos que naturalmente estimulem o aluno buscar situações que propiciem a aplicação da teoria na prática, valorizando a aprendizagem como um processo de construção, logo, pressupõe que não existe uma transmissão de conhecimentos ou repasse de informações, mas sim, uma construção do conhecimento feito a partir das próprias conclusões do aluno.

De acordo com Rêgo, Rêgo e Gaudêncio:

> O Origami pode representar para o processo de ensino/aprendizagem de Matemática um importante recurso metodológico, através do qual os alunos ampliarão os seus conhecimentos geométricos formais, adquiridos inicialmente de maneira informal por meio da observação do mundo, de objetos e formas que o cercam. Com uma atividade manual que integra, dentre outros campos do conhecimento, Geometria e Artes. (2004, p.18)

O recurso da experimentação permite aos alunos a formulação de conjecturas e a exploração de suas características através do contato tátil. O *origami* além de contribuir para uma aprendizagem efetiva possibilita o desenvolvimento de habilidades importantes para a formação geral do aluno, como a interdisciplinaridade e a disciplina, o trabalho em equipe, a concentração entre outras.

**Metodologia**

Nesta oficina serão oferecidas sugestões de modo a proporcionar aos professores e futuros professores de Matemática diversas possibilidades de ensino por meio de uma nova leitura e apropriação das dobras de papel.

No primeiro momento os participantes do minicurso irão receber instruções de forma teórica e prática de como proceder para realizar a dobra de alguns modelos. Na sequencia realizarão as dobras das confecções dos origamis dos quais apresentamos o passo a passo a seguir.

## 1. Cubo Sonobe

1. Recomendo o papel de origami ou então o papel colorido. É imprescindível que este papel seja quadrado. A régua você usa para vincar com mais firmeza, mas este tipo de procedimento é opcional.

Figura 1: peça do cubo
Fonte: própria

2. Dobre o papel ao meio

Figura 2: peça do cubo
Fonte: própria

3.Agora dobre cada um dos lados até o vinco central que você fez.

Figura 3: peça do cubo

Fonte: própria

4. Agora vire o papel para o lado do papel e dobre os cantos para o centro. Primeiro pegue um dos cantos e dobre para o meio do lado, no sentido oposto. O ideal é que você tente copiar até o sentido utilizado das fotos, assim fica mais difícil de você se perder no meio desse passo a passo

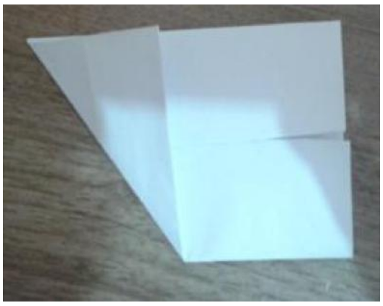


Figura 4: peça do cubo
Fonte: própria

5. Em seguida, faça no outro lado também, dessa forma que você vê na imagem.

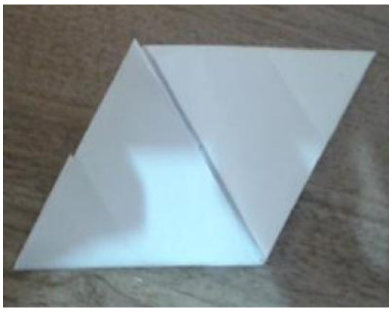


Figura 5: peça do cubo
Fonte: própria

6. Hora de puxar as pontas de cima e de baixo para o meio, dobrando de maneira a alinhar as bordas das extremidades com a diagonal existente no meio de sua dobradura

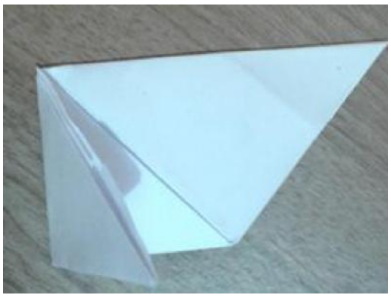


Figura 6: peça do cubo
Fonte: própria

7. Ao fim você deverá ter um quadrado como este da imagem. Prontinho! Você fez uma face do seu cubo.

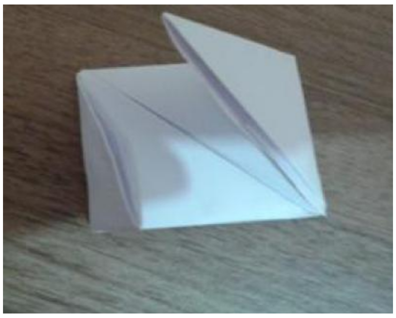


Figura 7: peça do cubo
Fonte: própria

8. Feito um lado, só faltam os outros cinco. Repita essa etapa até ter seis dobraduras como esta que você acabou de fazer
9. Por fim, é só ir encaixando cada parte com a ajuda das dobraduras e ir formando a caixa de origami. Note que você só precisa ir enfiando as pontas nas fendas em diagonal que as dobraduras que você fez possuem.
10. Vá encaixando até formar o seu lindo cubo de papel com origami. Observe que esta caixinha ficará colorida ao final.

Figura 8: cubo
Fonte: própria

## 2. Caixa de *Origami*

1. Para fazer sua caixa de origami, você vai precisar de dois pedaços de papel quadrado, um deles deve ser 1 a 2 cm menor que o outro, para formar a tampa.
2. Comece dobrando seu papel ao meio, nos dois sentidos (horizontal e vertical) de forma que quando você abrir o papel os vincos devem formar uma cruz.
3. Em seguida, dobre as diagonais do papel, formando um triângulo quando dobrado.
4. E agora, dobre cada canto em direção ao centro do papel.

5. O seu papel dobrado deverá estar parecido com o da imagem nº5, com todos os quatro cantos reunidos no meio.
6. Pegue o seu quadrado e dobre a borda inferior para o centro, repita com o outro lado. Seu papel deve ser agora um retângulo. Abra-o e repita o processo com os lados que não foram dobrados.
7. Levante 2 triângulos opostos e deixe-os planos. E levante as laterais.
8. Levante as abas para cima de modo que se forme os lados da sua caixa, utilize um pouco de cola para fixar. E cole os triângulos no fundo da caixa.
9. Repita o processo com o outro lado da caixa.
10. E para a parte de baixo, repita com o quadrado de tamanho menor.
E agora que você terminou, a caixa maior deve caber facilmente no topo da menor para formar sua caixa de presente origami!

Figura 9: caixa de origami
Fonte: http://www.tudoetodas.com.br/post/faca-voce-mesmo-caixinha-de-origami

### 3. Porta-treco

1 - Posicione o papel na posição quadrado a sua frente. Traga o lado superior até ao inferior. Vinque bem e desdobre.
2 - Agora traga novamente o lado superior até o vinco do meio que você acabou de fazer. Repita a operação levando o lado inferior também até o vinco do meio. Desdobre.
3 - Dobre cada canto do quadrado até a linha que você acabou de fazer.
4 - Você deve ter agora um trabalho como o da figura acima.

5 - Traga o lado superior e o inferior até o vinco do meio.

6 - Vire o trabalho colocando as costas dele virada para você. Dobre ao meio no sentido horizontal e desdobre.

7 - Leve a lateral esquerda e a direita até o vinco que você acabou de fazer. Desdobre.

8 - Você obteve um trabalho como o acima com três vincos. Enrole o trabalho trazendo as laterais para frente e encaixando uma na outra. Obtendo um prisma triangular.

9 - Agora repita os passos e faça as outras cinco peças. Cole uma na outra, deixando a parte do encaixe para fora, obtendo um hexágono.

10 - Agora é só colar em uma base do seu gosto e está pronto. A sugestão é que a base seja em EVA.

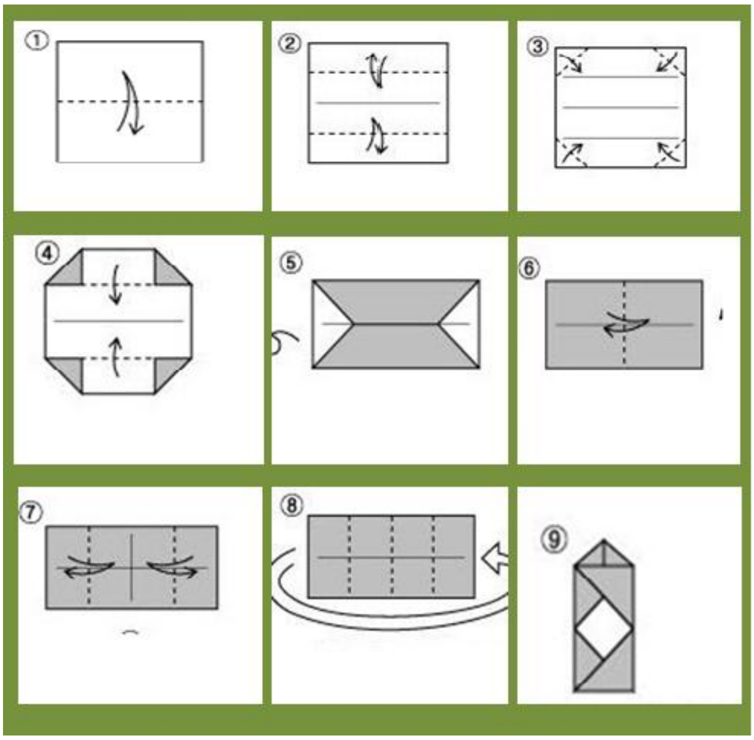


Figura 10: porta-treco
Fonte: própria

## Considerações finais

Trabalhar com materiais de apoio, com os quais é possível conhecer as dificuldades e facilidades de cada aluno, faz com que o professor fique próximo ao aluno, fazendo o aluno sentir se valorizado e desta forma o motiva a querer aprender.

A experiência de inserir o *Origami* como alternativa para o ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos oportuniza a ampliação do conhecimento e a interação com alunos proporcionando trocas de experiências enriquecedoras.

Acreditamos que este minicurso, que tem como finalidade incentivar o uso do Origami como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, contribuirá de alguma maneira para enriquecer a prática em sala de aula através da utilização de propostas metodológicas por meio das dobraduras.

**Referências**


BARBOSA, Roselaine Cristina, 2015, O ensino do Origami como forma de criação e experiência estética na escola, UFMG, BH. Disponível em:http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/BUBD-A9GFMT/monografia_vers_o_final_corrigida_ap_s_tcc_roselaine_barbosa_.pdf?sequence=1

BARRETO Carlos Alberto. A Geometria do Origami como ferramenta para o ensino da Geometria Euclidiana na Educação básica., 2013, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Sergipe. Programa de Pós Graduação em Matemática - PROMAT.

BRASIL, Parâmetros curriculares Nacionais: Matemática – Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

GENOVA, C. *Origami, contos e encantos.* São Paulo: Escrituras Editora, 2008.

HAYASAKA Enio Yoshinori, NISHIDA Silvia Mitiko , a origem do Papel, Universidade Estadual Paulista, UNESP. Disponível em: http://www2.ibb.unesp.br/Museu_Escola/Ensino_Fundamental/Origami/Documentos/indice_origami_papel.htm, acesso em 20/01/2018

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M; GAUDÊNCIO, S. A geometria do Origami: atividades de ensino através de dobraduras. João Pessoa: Editora Universitária/UFPB, 2004.

RIBEIRO, R. Blog: Origami: Arte e Aprendizagem. Origami e seus benefícios; disponível em: http://www.sbemgo.com.br/anais%20engem_2013/Relatos%20de%20Experi%C3%AAncia/re_04563410136.df, acesso em 21/10/2013.

SILVA Guilherme Nogueira, 2009. ORIGAMÁTICA: O ORIGAMI NO ENSINO APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA, Disponível em: http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/18223/000728092.pdf, acesso em: 28/09/2017


ISSN 2316-7785

**DO TRIÂNGULO RETÂNGULO AO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO: UMA ABORDAGEM PARA O CONCEITO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICA A PARTIR DO GEOGEBRA**

Helenara Machado de Souza[1]
Uergs/UNIJUÍ
helenara25@gmail.com

Viviane Roncaglio[2]
UNIJUÍ
roncaglioviviane@gmail.com

Fabrício Soares
Uergs
Fabrício.soares12@gmail.com

Cátia Maria Nehring[3]
UNIJUÍ
catia@unijui.edu.br

**Eixo temático:** Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

[1] Membro do Grupo de Estudo em Educação Matemática - GEEM

[2] Membro do Grupo de Estudo em Educação Matemática - GEEM

[3] Coordenadora do Grupo de Estudo em Educação Matemática - GEEM

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo:** A proposta de minicurso aqui apresentada parte de resultados obtidos em pesquisas, tais como Gravina (2001), Salazar (2011; 2015), Bittencourt (2012), entre outras, que constataram que o uso de um software de geometria dinâmica no ensino de conceitos matemáticos, como os geométricos e os referentes a trigonometria, propicia ao aluno não apenas a resolução mais dinâmica das atividades, mas também analisar e refazer várias conjecturas, sem ter que retomar ao início. Neste sentido, tem-se como objetivo geral desta proposta apresentar aos seus participantes, acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática, professores da educação básica e pesquisadores deste tema, uma sequência didática que aborda as Razões Trigonométricas, a partir do triângulo retângulo, e das principais Funções Trigonométricas, tendo como principio o Circulo Trigonométrico. Como ferramenta didático-pedagógica será utilizado o software GeoGebra, no qual serão realizadas as construções de tais figuras. Acredita-se que com o desenvolvimento deste minicurso será possível retomar com o grupo participante os conceitos abordados e consequentemente propor uma discussão sobre tal metodologia, o que resultará na troca de conhecimento por parte de todos os envolvidos.

**Palavras-chave:** Triângulo retângulo. Círculo trigonométrico. Funções trigonométricas. GeoGebra.

## Introdução

Estudos já realizados, como por exemplo a dissertação elaborada pela primeira autora deste trabalho, sobre o uso das Tecnologias da Informação e da Comunicação em sala de aula, por meio de softwares de geometria dinâmica como o GeoGebra, constataram que tal metodologia representa um modo de oportunizar os alunos a construção de uma imagem mental que muitas vezes, somente o lápis e o caderno, não dão conta de atender. A partir destas constatações, pode-se identificar uma possibilidade que resulte em uma aprendizagem significativa, o desenvolvimento de atividades voltadas ao ensino de funções trigonométricas, com o auxílio de tais ferramenta. Sendo assim, utilizamos como suporte para o desenvolvimento das atividades o ambiente informatizado, por acreditar que "o suporte dos ambientes informatizados a pesquisa em matemática favorece a exploração, a elaboração de conjecturas e o refinamento destas, e a gradativa construção de uma teoria matemática (GRAVINA, 2001, p.36)".

Neste sentido, acredita-se que eventos que promovam a integração entre professores, pesquisadores e acadêmicos de cursos de Licenciatura em Matemática, que estudam sobre Educação Matemática, desempenham um papel de suma importâncias, uma vez que são nestes momentos em que reflexões sobre tal tema são realizadas de forma coletiva.

Assim, apresentamos a seguinte a proposta do minicurso, intitulada “Do triângulo retângulo ao círculo trigonométrico: uma abordagem para o conceito de funções trigonométrica a partir do GeoGebra”, que surge com o objetivo de promover uma reflexão sobre atividades em que o GeoGebra pode ser utilizado como uma ferramenta pedagógica para o ensino de Trigonometria, mais precisamente para o ensino das funções trigonométricas, função seno, cosseno e tangente, a partir da compreensão das razoes trigonométricas no triângulo retângulo e do círculo trigonométrico.

**Contexto e justificativa**

A partir dos resultados obtidos em pesquisas já realizadas no que se refere ao ensino de conceitos matemáticos em que se utilizou o GeoGebra como ferramenta didático-pedagógica, a desenvolvida por Souza (2015), intitulada “A Geometria do Táxi: investigação sobre o Ensino de uma Geometria Não Euclidiana para o terceiro ano do Ensino Médio”, e o estudo desenvolvido por Salazar (2015), denominado “GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio”, nos faz pensar que tal abordagens devem ser amplamente divulgadas, seja na modalidade de apresentação de trabalhos em eventos ou em propostas de cursos de extensão, em que tenham como público alvo acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática professores da educação básica e pesquisadores sobre o ensino de tal área do conhecimento.

No que se refere ao ensino de Trigonometria, no Ensino Médio, os documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (2002) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (2006) apontam como uma abordagem necessária, devido a sua aplicação em situações cotidianas, dando prioridade ao estudo das funções Seno, Cosseno e Tangente.

Segundo as OCEM (2006, p. 73),

> No que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho com a trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no ensino médio.

Ao se referir ao uso de software de geometria dinâmica no ensino de Matemática no Ensino Médio, Souza (2015, p. 117), afirma que tal ferramenta propícia ao aluno realizar um processo de aprendizagem de forma mais dinâmica e atrativa, pois,

> - o aluno tem possibilidade de propor e testar novas conjecturas;
> - apresenta um *layout* que atrai a atenção do aluno;
> - possibilita a realização das atividades de forma dinâmica;
> - permite identificar a parte algébrica da atividade.

Bittencourt (2012, p. 12) afirma que, além das contribuições propiciadas pelo GeoGebra, o software em questão representa uma oportunidade de, para além do uso do quadro-negro e do giz em sala de aula, uma possibilidade de tornar o aluno um ser autônomo que é capaz de desenvolver as atividades conscientemente.

> Portanto, não pensamos em usar o computador e o software GeoGebra para substituir aulas baseadas apenas em recursos como quadro-negro e giz. Acreditamos que o uso desse software, para o ensino de Trigonometria, é uma maneira de desenvolver os alunos e torná-los mais autônomos e conscientes das atividades que estão realizando.

Além das contribuições proporcionadas pelo GeoGebra, no desenvolvimento de atividades que abordam conceitos matemáticos, citadas anteriormente, Bullmann e Nehring (2017), apontam que através deste tipo de atividade o aluno tem a oportunidade de identificar elementos conceituais por meio da visualização da figura construída com o software.

Sobre o uso do GeoGebra como ferramenta no ensino de funções trigonométricas, Salazar (2015, p. 13)afirma que “a construção de gráficos do GeoGebra podem contribuir consideravelmente para a exploração dos conceitos, permitindo descobertas de relações e propriedades para validar conjecturas a partir da experimentação” e que “o apoio do software GeoGebra, na construção dos gráficos dessas funções, pode proporcionar uma precisão e agilidade para se perceberem as transformações que ocorrem nesses gráficos ao se inserirem parâmetros que promovem essas mudanças” (2015, p. 24).

O GeoGebra permite a realização de construções de diversos objetos geométricos, como pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, gráficos de funções e curvas parametrizadas, os quais podem ser modificados dinamicamente. Além disso, permite determinar derivadas e integrais de inúmeras funções, além de oferecer um conjunto de comandos relacionados com análise matemática, álgebra, álgebra linear, geometria analítica, entre outros. Sendo assim, o *software* GeoGebra se torna um valioso recurso que pode ser utilizado como um cenário de exploração e manipulação pelos estudantes, valorizando a ação dos mesmos no processo de construção e exploração, o que pode levar os estudantes ao processo de abstração de conceitos matemáticos.

Todas essas ferramentas presentes no software potencializam a constituição de ambientes de investigação, de ensino e de aprendizagem, no qual os estudantes podem desenvolver situações em um processo dinâmico. Compreendemos que as atividades propostas pela sequência didática desta pesquisa constituem situações que instigam à investigação e ao questionamento, levando o estudante a levantar e testar conjecturas, formular questões, buscar por respostas.

O que é, também, apontado pelas OCEM (2006, p. 88-89), uma vez que permite ao aluno, por meio da linguagem geométrica, simular construções e movimentos, pois,

> Com a geometria dinâmica também se pode fazer modelação geométrica. Isso significa captar, com a linguagem geométrica, o movimento de certos mecanismos (uma porta pantográfica, um ventilador, um pistão) ou os movimentos corporais (o caminhar, o remar, o pedalar). Identificar o elemento que desencadeia o movimento e, a partir dele, prosseguir com uma construção sincronizada, em que se preserva a proporção entre os elementos, exige, além de conhecimento em geometria, uma escolha de estratégia de resolução do problema, com a elaboração de um cronograma de ataque aos diferentes subproblemas que compõem o problema maior. É uma atividade que coloca em funcionamento diferentes habilidades cognitivas – o pensar geométrico, o pensar estratégico, o pensar hierárquico.

Outra importante contribuição propiciada pelos softwares geometria dinâmica, como o GeoGebra, segundo as OCEM (2006) é desenvolver em seus usuários habilidades cognitivas, como o pensar geométrico, estratégico e hierárquico, que contribuem para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

**Atividades para o minicurso**

As atividades aqui descritas serão desenvolvidas pelos participantes do minicurso, através de tutorias impressos, disponibilizados presencialmente. Além deste material, será oportunizado ao grupo que salvem em arquivos, as construções produzidas com o auxílio do GeoGebra.

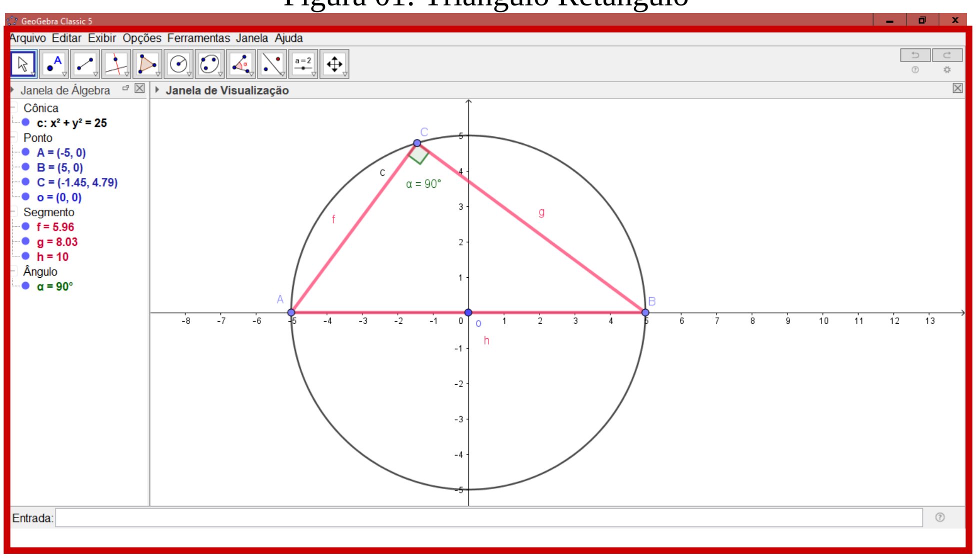
A seguir são apresentadas, de forma sucinta, as atividades a serem desenvolvidas no minicurso, bem como o objetivo a ser alcançado em cada uma delas.

**Primeira atividade:**

Construção do Triângulo Retângulo a partir de um tutorial.

**Objetivo:** Reconhecer as características que definem um triângulo como sendo um triângulo retângulo e as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) a partir da figura construída.

Figura 01: Triângulo Retângulo



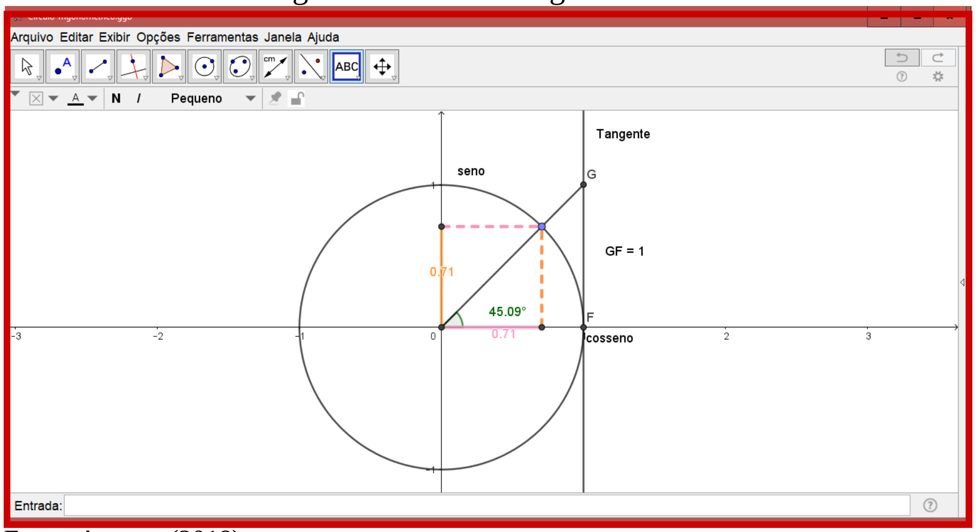

Fonte: Autores (2018)

**Segunda atividade:**

Construção do Círculo Trigonométrico a partir de um tutorial.

**Objetivo:** Identificar as Razões a partir do Círculo Trigonométrico.

Figura 02: Circulo Trigonométrico




Fonte: Autores (2018)

**Terceira atividade:**

**Objetivo:** Identificar os valores referentes às Razões (seno, cosseno e tangente) a partir do Círculo Trigonométrico, no domínio [-2π, 2π].

Construção de uma tabela, a partir da análise do círculo trigonométrico, com os dados apresentados a seguir:

| | -2π | -3π/2 | -π | -π/2 | 0 | π/2 | Π | 3π/2 | 2π |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Seno | | | | | | | | | |
| Cosseno | | | | | | | | | |
| Tangente | | | | | | | | | |

**Quarta atividade:**

Construção das funções f(x) = sen(x) e g(x) = cos(x), em arquivos do GeoGebra independente.

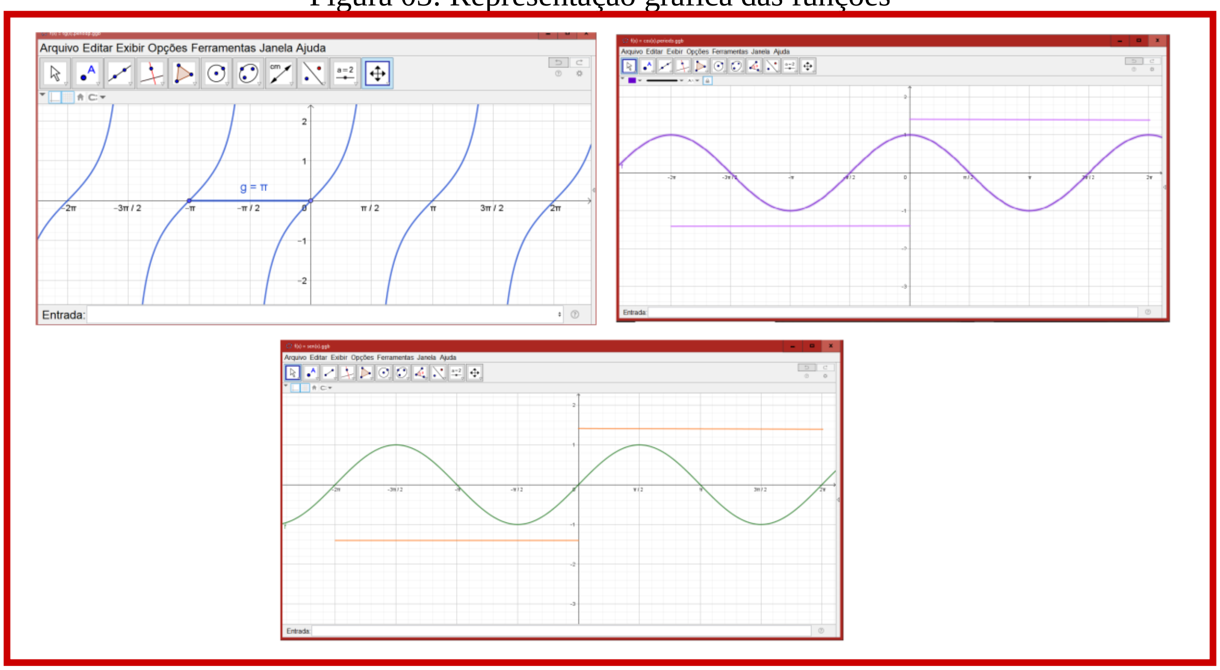
**Objetivo:** Identificar a representação gráfica das funções f(x) = sen(x), g(x) = cos(x) e h(x) = tg(x).

**Quinta atividade:**

A partir dos gráficos construídos na questão anterior, o que você pode associar a cada uma das funções?

**Objetivo:** Reconhecer que a representação gráfica destas funções se dá pela repetição de períodos equivalentes a 2π, no caso das funções seno e cosseno e períodos equivalentes a π no caso da função tangente.

Figura 03: Representação gráfica das funções




Fonte: Autores (2018)

**Sexta atividade:**

Analise o gráfico das funções f(x) = sen(x), g(x) = cos(x) e h(x) = tg(x) e identifique o domínio e a imagem.

**Objetivo:** Identificar os valores que definem o domínio e a imagem, a partir dos gráficos das funções f(x) = sen(x), g(x) = cos(x) e h(x) = tg(x), construídas com o auxílio do GeoGebra.

**Sétima atividade:**

Construa as funções a baixo no GeoGebra e responda as seguintes questões, a partir do gráfico das funções f(x) = sen (x) e g(x) = cos (x):

**Objetivo:** Identificar as transformações resultantes das operações aplicadas as funções f(x) = sen(x), g(x) = cos(x) e h(x) = tg(x).

*Observar o Domínio, a Imagem, o período e a amplitude.

a) f(x) = - 2.sen(x)

b) f(x) = 3 .sen(x)

c) f(x) = sen(x) + 2

d) f(x) = sen(x) - 1

e) g(x) = - 2.cos(x)

f) g(x) = 3 . cos(x)

g) g(x) = cos(x) + 2

h) g(x) = cos(x) - 1

i) g(x) = - 2.tg(x)

j) g(x) = 3 . tg(x)

k) g(x) = tg(x) + 2

l) g(x) = tg(x) - 1

A partir das atividades aqui propostas, acredita-se ser possível a realização de uma retomada de alguns dos principais conceitos trigonométricos, como as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo e as Funções Seno, Cosseno e Tangente, com abordagem desde as suas representações gráficas até a compreensão do Domínio e da Imagem de tais funções.

**Considerações Finais**

Assim como apontado por estudos já realizados e, também, pelos documentos oficiais que regem o processo de ensino na Educação Básica, mais precisamente no Ensino Médio, como os PCN e as OCEM, acredita-se que a abordagem de conceitos trigonométricos neste nível de ensino é de extrema relevância, principalmente pelo fato de terem aplicação direta em situações cotidianas. Aspecto este que deixamos registrado como uma proposta para trabalhos futuros.

Ainda tendo como aporte teórico os estudos e documentos aqui referenciados, ressaltamos a importância e as contribuições proporcionadas pelo uso de software de geometria dinâmica, como o GeoGebra, nas mais variadas situações que abordam conceitos matemáticos, como os conceitos Geométricos e os relacionados aos conceitos de Funções, aqui exemplificado por meio das funções trigonométricas.

Acredita-se que com o desenvolvimento deste minicurso/oficina será possível retomar com o grupo participante os conceitos abordados e consequentemente propor uma discussão sobre tal metodologia, o que resultará na troca de conhecimento por parte de todos os envolvidos.

**Referências**

BITTENCOURT, A. O. **O Ensino da Trigonometria no Ciclo Trigonométrico, por meio do Software Geogebra.** 2012. 97 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2012.

BULLMANN, C. L. NEHRING, C. M. **Aprendizagem do Sólido Geométrico Cubo aliada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a Perspectiva Histórico-Cultural.** SALÃO DO CONHECIMENTO. Ijuí. Rio Grande do Sul. Unijuí, Anais... 2017.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática (PCN+). Brasília: MEC/SEMT, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

GRAVINA, Maria Alice. **Os Ambientes de Geometria Dinâmica e o Pensamento Hipotético – Dedutivo**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.

PEDROSO, L. W. **Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do *software* GeoGebra. 2012. 271 f.** Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2012.

SALAZAR, J. V. F.; et al. **Geometria Dinâmica: uma alternativa informática para o ensino de geometria espacial.** Anais da Conferência Internacional de Educação Matemática, Recife, 2011.

SALAZAR, D. M. **GeoGebra e o estudo das funções trigonométricas no Ensino Médio. 2015. 133 f.** Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática). Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, Juiz de Fora, Minas Gerais, 2015.

SOUZA. H. M. A Geometria do Táxi: Investigação Sobre O ensino de uma Geometria Não Euclidiana para terceiro ano do Ensino Médio**.** 2015. 138 f. (Mestrado em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2015.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# CIRCUITO MATEMÁTICO "RACIOCÍNIO LÓGICO E AS QUATRO OPERAÇÕES"

Bárbara Elisa Kranz
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
barbaraelisa13@hotmail.com

Karina da Silva Nunes
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
karinasn@yahoo.com.br

Ursula Tatiana Timm
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
timm.ursula@gmail.com

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
claudiag@ulbra.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Oficina

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**

Na busca de metodologias alternativas para o ensino de Matemática, buscando ir além da reprodução mecânica dos conteúdos matemáticos e da simples resolução de exercícios, propõe-se o uso de atividades lúdicas que proporcionem o desenvolvimento do raciocínio lógico e a retomada de conteúdos matemáticos desenvolvidos em sala de aula. Neste contexto, propõe-se, nesta oficina, um momento de experimentação de atividades matemáticas em formato de circuito, abordando conteúdos que envolvem as quatro operações e o raciocínio lógico matemático.

**Palavras-chave:** Circuito matemático; Raciocínio Lógico; Quatro operações; Metodologias Alternativas; Ensino da Matemática.

## Introdução

A temática metodologias alternativas no ensino da Matemática vêm ganhando espaço no meio acadêmico, pois entende-se que os recursos didáticos e tecnológicos possibilitam ao professor de Matemática um planejamento, proporcionando maior interação por parte dos alunos, rompendo paradigmas com relação aos conteúdos matemáticos.

Buscando ir além da reprodução mecânica dos conteúdos matemáticos e da simples resolução de exercícios, propõem-se atividades que envolvam recursos didáticos e tecnológicos como novas formas de ensino. Sendo assim, foram selecionadas diversas atividades, organizadas por temáticas, no formato de circuitos, aos quais intitulamos Circuitos Matemáticos.

O Circuito Matemático proporciona um ambiente dinâmico e desafiador, propício à tentativa, abandonando o medo do erro, o que torna possível verificar os alunos que possuem maior dificuldades.

## 1. O uso de metodologias alternativas no ensino da Matemática

Para Chemale e Kruse (1999), o professor deve preocupar-se em motivar a turma com brincadeiras, desafios e curiosidades. Para tanto, o professor necessita ter uma bagagem de recursos que lhe permitam dinamizar e cativar o público para a redescoberta.

Neste sentido, destaca-se o uso de jogos, desafios e recursos tecnológicos no planejamento das aulas de Matemática da Educação Básica.

De acordo com Piaget (1976), “o desenvolvimento mental pode ser estimulado através de jogos e brincadeiras, pois essa ferramenta representa tanto desenvolvimento nas atividades cognitivas quanto nas sociais” (apud MATOS; ANDRADE, 2013). E, segundo

Matos e Andrade (2013), do ponto de vista pedagógico, o jogo é um recurso importante, que auxilia o desenvolvimento no processo ensino e aprendizagem.

Para Hiratsuka (2004, p. 183), o jogo é "um processo dinâmico no qual o aluno torna-se o agente dessa construção ao vivenciar situações, estabelecer conexões com o seu conhecimento prévio, perceber sentidos e construir significados".

Considerando a utilização de recursos tecnológicos como metodologia alternativa na sala de aula, destaca-se o que Groenwald, Silva e Silva afirmam:

> A apresentação de propostas metodológicas diferenciadas para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos utilizando tais recursos podem proporcionar, aos mesmos, possibilidades de construir o conhecimento matemático, através da manipulação desses recursos, disponíveis para *tablets* e *smartphones*. (GROENWALD; SILVA; SILVA, 2018, p. 60).

Destaca-se também, a ênfase dada pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) às questões referentes a inovação e tecnologia, estabelecendo o uso de diferentes linguagens, inclusive a digital, para expressar e partilhar informações e determinando a utilização de tecnologias digitais de forma crítica, reflexiva e ética.

Neste contexto, em concordância com os autores, entende-se que no mundo atual, onde as tecnologias estão presentes em muitos ambientes que os alunos estão inseridos, torna-se indispensável que o professor busque atualizar-se e planejar a inserção de tecnologias na sala de aula.

Entende-se que inserir os jogos, desafios, recursos tecnológicos, entre outros, na sala de aula, é mais do que ensinar os alunos a jogar ou interagir com tecnologias, é observar a maneira como os mesmos jogam, perceber a forma como desenvolvem as atividades propostas e auxiliar os mesmos a construir regras e estratégias que os possibilitem entender os objetivos apresentados por cada atividade.

Esta oficina tem o intuito de subsidiar os professores que ensinam Matemática na organização e elaboração de opções de atividades para suas aulas, contribuindo para a sua prática profissional.

## 2. Circuito matemático

O circuito matemático é um conjunto de atividades matemáticas organizado em estações. No circuito em questão, cada estação apresenta uma atividade relacionada às quatro operações fundamentais com números naturais e inteiros e raciocínio lógico matemático. Sendo assim, esta atividade é indicada para os quinto e sexto anos do Ensino Fundamental, podendo ser adaptada para outros níveis.

O objetivo do Circuito Matemático é despertar o interesse do aluno em relação aos conteúdos propostos e desmistificar a ideia de que a matemática é uma disciplina difícil e desinteressante. Destaca-se que este tipo de atividade pode ser utilizado para retomada de conceitos.

Para o Circuito “Raciocínio Lógico e as Quatro Operações” foram selecionadas atividades que desenvolvem a dedução lógica, o pensamento crítico e habilidades, bem como atividades que contemplassem as quatro operações com números naturais e inteiros.

Apresentam-se a seguir, as atividades propostas em cada uma das estações do Circuito:

Estação 1 – Desafio dos Sapos

O objetivo do desafio dos sapos é trocar a posição de dois grupos de sapos. Cada grupo é formado por três sapos. O grupo da esquerda é formado for sapos machos e o da direita, por sapos fêmeas (Figura 1). Para realizar este problema, o estudante deve saltar um sapo por cima de outro, sendo que um sapo macho não pode pular por cima de outro sapo macho e, consequentemente, um sapo fêmea também não pode saltar por cima de outro sapo fêmea. Além disso, os sapos somente podem pular para a frente.

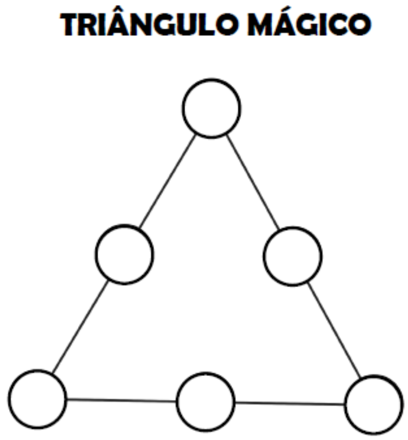
Figura 1 – Desafio do sapo


Fonte: <http://www.genioquiz.com.br/desafio-dos-sapos/>.

Estação 2 – Triângulo Mágico

Esta é uma atividade lúdica que consiste em um triângulo com espaço para três algarismos em cada lado do mesmo (Figura 2), onde cada lado deve obter a mesma soma, previamente estipulada. Para preencher cada linha, o aluno dispõe dos algarismos de 1 a 6, sendo que todos os algarismos devem ser utilizados.

Figura 2 – Tabuleiro do Triângulo Mágico




Fonte: cervo das autoras.

Estação 3 – Jogo do semáforo

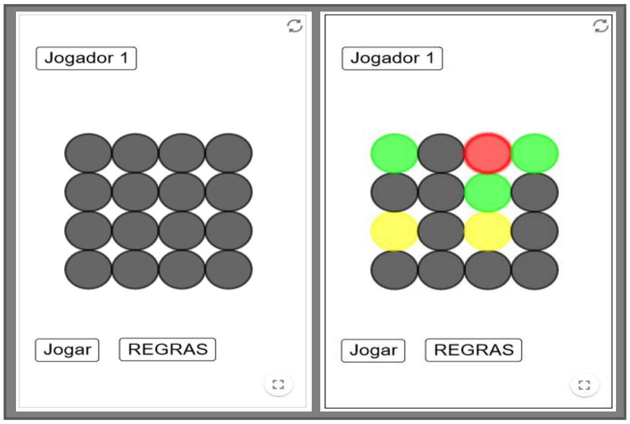
Este jogo é semelhante ao jogo da velha e consiste em alinhar três peças de mesma cor. O jogo inicia com dezesseis peças de cor cinza alinhadas em quatro linhas e quatro colunas. Ao clicar em uma peça de cor cinza, esta mudará para a cor verde. Clicando novamente nesta peça, a cor passará a ser amarela e, se clicarmos nesta peça novamente, a peça torna-se vermelho, não podendo mais ser alterada a sua cor.

O jogador deve tentar bloquear o adversário trocando a cor das peças.

A Figura 3 apresenta o *layout* da versão digital[1] deste jogo.

Figura 3 – Jogo do Semáforo

[1] A versão digital do Jogo do Semáforo foi criada por Agostinho Iaqchan Ryokiti Homa e está disponível em <https://www.geogebra.org/m/QKVedkp8>.




Fonte: acervo das autoras.

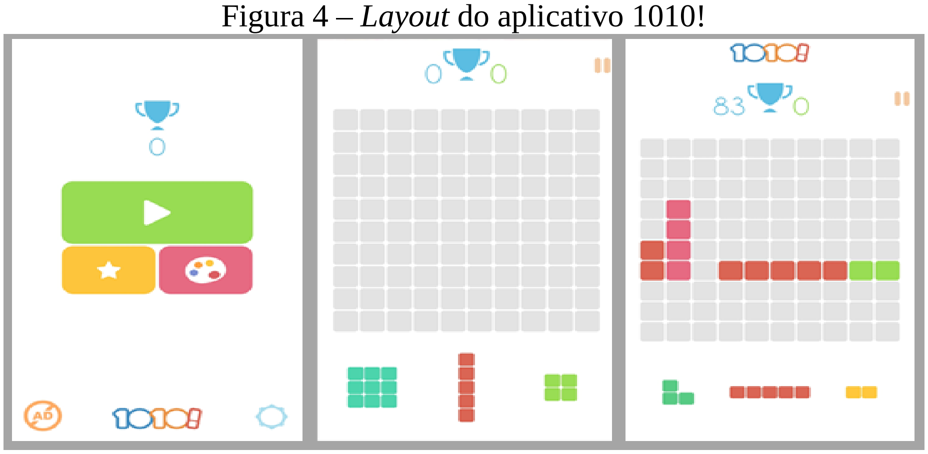
Estação 4 – 1010!

1010! É um jogo de raciocínio que permite combinar blocos de quebra-cabeça, construir e destruir estruturas criando linhas ou colunas (Figura 4).

O jogador deverá escolher a posição de três figuras para serem arrastadas para um painel, recebendo pontos por cada bloco que for colocado ou destruído, através do preenchimento de fileiras verticais ou horizontais.

O jogo se encerra quando não houver mais espaço para novas peças.

Figura 4 – *Layout* do aplicativo 1010!




Fonte: Acervo das autoras.

Estação 5 – *Real Code Breaker*

*Real Code Breaker* é um jogo digital baseado no clássico "jogo da senha", que é um quebra-cabeça em que o jogador deve adivinhar a senha secreta. Em cada jogada a senha (sequência de pinos coloridos) é alterada. O jogador deve fazer "chutes sucessivos" e, para cada "chute" recebe dicas dizendo quão perto está da resposta.

A Figura 5 apresenta o *layout* da versão digital deste jogo.

Figura 5 – Real Code Breaker


Fonte: acervo das autoras.

<u>Estação 6 – *Math Duel*</u>

O aplicativo *Math Duel* consiste em um jogo de duplas que aborda as quatro operações fundamentais com os números naturais, propondo operações relacionadas a aritmética, com o objetivo de desenvolver o cálculo mental. Este aplicativo deve ser jogado por dois alunos, com a tela dividida em duas partes iguais, onde ganha quem marcar, primeiro, 10 pontos.

Na figura 6 apresenta-se o *layout* do aplicativo e um exemplo de atividade proposto pelo mesmo.

Figura 6 – *Layout* do aplicativo *Math Duel*


Fonte: Acervo das autoras.

<u>Estação 7 – *Math Pieces*</u>

O *Math Pieces* é um aplicativo com enfoque na aritmética e no cálculo mental. Possui 6 níveis com 200 cruzadinhas cada, aumentando a dificuldade de acordo com o nível. Nas cruzadinhas numéricas o aluno se depara com as quatro operações fundamentais, sendo que alguns números ou operações são fixas e outras devem ser preenchidas pelo aluno arrastando, das opções existentes, o que irá completar corretamente cada linha ou coluna (Figura 7).

Figura 7 – *Layout* do aplicativo *Math Pieces.*


Fonte: Acervo das autoras.

<u>Estação 8 – *Math Challenge*</u>

O aplicativo *Math Challenge* consiste em um jogo que aborda as quatro operações fundamentais com números inteiros, propondo operações relacionadas a aritmética, com o objetivo de desenvolver o cálculo mental.

Este aplicativo deve ser jogado individualmente, podendo haver competição entre a pontuação dos alunos. A Figura 8 apresenta o layout do referido aplicativo.

Figura 8 - *Layout* do aplicativo *Math Challenge.*


Fonte: Acervo das autoras.

Inicia-se o jogo a partir do nível um. Cada jogador inicia com 3000 pontos (3000 décimos de segundo) e precisa responder vinte questões. A cada erro será descontado 30 pontos (30 décimos de segundo). Após o jogador sinalizar a resposta correta, a questão é automaticamente substituída por outra. Quanto mais rápido o aluno responder as vinte questões, maior será sua pontuação.

Este aplicativo é indicado para alunos do Ensino Fundamental que estejam desenvolvendo os algoritmos das quatro operações e expressões com Números Inteiros. O objetivo do aplicativo é de apresentar atividades de cálculo mental para ampliar o desempenho nas operações elementares e expressões.

Estação 9 – Chocolate Fix

No jogo Chocolate Fix (Figura 9), o estudante deve avaliar e combinar pistas para resolver desafios de quebra-cabeça. São quatro níveis de jogo do novato ao perito.

Figura 9 - Chocolate Fix

Fonte: https://www.thinkfun.com/products/chocolate-fix/

Estação 10 – Tangram: Tradicional, Oval e Coração

O Tangram Tradicional é um quebra-cabeças chinês no qual o objetivo é posicionar suas sete peças, para formar uma determinada figura. Neste circuito será utilizado a versão digital deste quebra-cabeças.

O Tangram Oval é composto de 9 peças, algumas com bordas curvas, usadas para formar figuras diferentes da mesma maneira que o Tangram clássico. Também conhecido por ovo mágico ou ovo de Colombo, tal como o Tangram clássico, propõe a construção de inúmeras figuras a partir de nove de peças, cujo objetivo nesta oficina, é construir a forma oval.

Assim como o Tangram Oval, o Tangram Coração foi inspirado no Tangram clássico e, com suas nove peças, podem ser formadas diversas figuras. Nesta atividade, os estudantes devem construir um coração, utilizando todas as nove peças.

Estação 11 – 2248

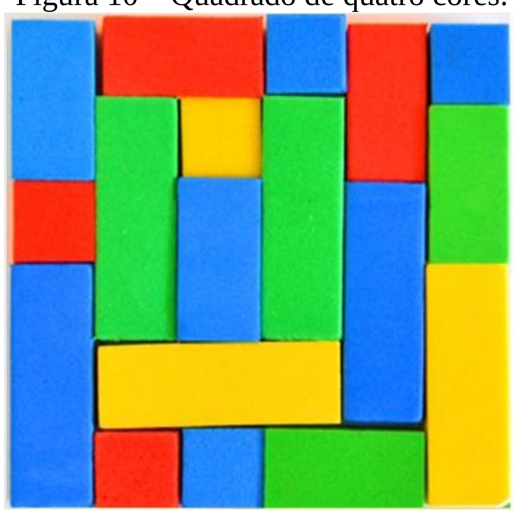
2248 é um jogo de conexão de números, cujo objetivo é unir valores iguais ou um valor com o seu dobro. Para tanto, o jogador deve deslizar um número para cima, para baixo, para a esquerda, para a direita ou em diagonal a fim de conectá-lo com o mesmo número ou com seu dobro. A pontuação é a soma de todos os números conectados. O jogo termina quando não há mais números a conectar.

Estação 12 – Quadrado de quatro cores

Neste quebra-cabeça geométrico, deve-se montar um quadrado sem que peças da mesma cor estejam ligadas (nem pelo vértice).

Este quebra-cabeça é composto por 18 peças retangulares nas cores: vermelho, amarelo, azul e verde, conforme Figura 10.

Figura 10 – Quadrado de quatro cores.



Fonte: http://mmpmateriaispedagogicos.com.br/produto/quebra-cabeca-quadrado-de-4-cores/

**Considerações**

As atividades propostas neste circuito matemático estimulam, nos estudantes, o poder de argumentação e validação de processos e estratégias de resolução de problemas, valorizando a oralidade e o cálculo mental e proporciona ao professor observar as estratégias pessoais de resolução de problemas de cada estudante e realizar o confronto entre as diversas maneiras de resolver uma determinada situação.

**Referências**

CARRETA, Ângela Susana Jagmin. **Uma proposta de ensinagem com jogos matemáticos.** Disponível em: <www.pucrs.br/edipucrs/erematsul/comunicacoes/5angelasusana.pdf>. Acesso em: jun. 2018.

CHEMALE, Elena Haas; KRUSE, Fábio. **Curiosidades Matemáticas**. Novo Hamburgo, RS: FEEVALE, 1999.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **Curiosidades Matemáticas.** Educação Matemática em Revista - RS, n. 16, p. 27-33, 2015.

SILVA, L.T., SILVA, K.N., GROENWALD, C.L.O. **A UTILIZAÇÃO DE DISPOSITIVOS MÓVEIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** Educação Matemática em Revista - RS, n. 57, p. 59-76, 2018.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# TRILHA, DADOS E BARALHOS: UM JOGO ENVOLVENDO AS QUATRO OPERAÇÕES

Marcos Aurélio da Silva Martins
Universidade Federal de Pelotas
marcosmartins19952@gmail.com

Thaís Philipsen Grützmann
Universidade Federal de Pelotas
thaisclmd2@gmail.com

Patrícia Michie Umestsubo
Universidade Federal de Pelotas
patumetsubo@gmail.com

Taiane Carrilho Rosa
Universidade Federal de Pelotas
tay.carrilho@gmail.com

**Eixo temático**: Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade**: Minicurso/Oficina

**Categoria**: Aluno de Graduação

## Resumo

O artigo apresenta o jogo *Trilha das Operações*, a ser aplicado como oficina para graduandos e professores, pensado e desenvolvido mesclando a utilização de tabuleiro, dados e baralhos, contemplando as quatro operações e os conceitos de antecessor e sucessor. O jogo foi criado no Projeto Produção de videoaulas de Matemática com tradução em Libras (*MathLibras*), financiado pelo CNPq. O texto apresenta os objetivos e as etapas da oficina: 1) Discussão sobre aulas com utilização dos jogos, 2)

Apresentação do material que compõe o jogo; 3) O desenvolvimento do jogo; 4) Análise da proposta do jogo; 5) Adaptações para diferentes níveis; 6) Jogar novamente com as adaptações; 7) Pensamentos finais. Os objetivos são mostrar a graduandos e professores que a Matemática pode ser prazerosa para os alunos; analisar e discutir os cálculos realizados a cada rodada, obedecendo às regras dos dados e cartas; utilizar o material de contagem como auxílio nos cálculos, para suprir certas carências no aprendizado; enfatizar o brincar e o aprender matemática ao mesmo tempo, que se faz necessário cada vez mais em sala de aula e mostrar que um mesmo jogo pode ser adaptado para diferentes níveis de ensino. Primeiro é descrito sobre a importância da utilização dos materiais didáticos em sala de aula, apoiado em Lorenzato (2012). Num segundo momento são apresentados os materiais que compõem o jogo e as regras em cada um dos passos, como a ordem dos dados na subtração, por exemplo. Depois de jogar, o momento será de reflexão sobre o processo. Enquanto oficineiros, na última etapa propomos adaptar este jogo para qualquer conteúdo do Ensino Básico, além da avaliação das potencialidades dessa metodologia. Portanto, a oficina se dá pelo breve momento teórico, o jogar em si, a adaptação feita por cada grupo e as discussões sobre o processo.

**Palavras-chave:** Matemática; jogo de tabuleiro; quatro operações.

## Introdução

No cenário atual da educação, percebe-se uma grande ascensão de programas governamentais que buscam alternativas que contribuem para diversificar as formas de aprendizagem e alcançar os índices esperados por parte do aluno. Dentre essas alternativas estão os Materiais Didáticos (MD), que podem ser jogos, atividades lúdicas, quebra-cabeças, sólidos geométricos, materiais produzidos pelos alunos e professores, entre outros (LORENZATO, 2012). O desafio docente tem ido além de fazer com que seu aluno entenda o conceito e saiba reproduzir exercícios, buscando a compreensão e a aplicação para a vida. Atualmente, é preciso encontrar alternativas que mantenham o foco do aluno, principalmente em Matemática, uma das disciplinas mais temidas.

Atividades com materiais lúdicos são uma excelente ferramenta para auxiliar a aprendizagem dos alunos, principalmente quando os conceitos de adição, subtração, multiplicação, divisão, antecessor e sucessor, estão sendo formados. As atividades desenvolvem a capacidade de memorização, por exemplo, assim como atenção, organização e a participação mais ativa durante a aula, que são essenciais na formalização de conceitos.

Neste contexto, entende-se a importância da utilização de MD clássicos ou construídos, tanto para futuros professores, quanto para os alunos, devendo ser uma prática constante em toda a graduação, assim como na formação continuada. Mas o professor não é sozinho o responsável por todo o processo de ensino e aprendizagem.

> Se os alunos não trazem com eles os conhecimentos que o professor espera, não é fácil para os alunos relacionarem as suas interações com os materiais com as estruturas existentes. Eles não interpretam o material como o professor espera e o uso de materiais

> concretos dará provavelmente origem apenas a conexões ao acaso (MATOS; SERRAZINA, 1996, p. 196 *apud* LORENZATO, 2012, p. 80).

Portanto, trata-se de um conjunto de ações, para que o professor com domínio do material e conteúdo, e o aluno integrado à proposta, consigam chegar a formalização de conceitos, e a formação ideal esperada para a convivência em sociedade.

Na sequência apresentamos os objetivos e as etapas da oficina: 1) Discussão sobre aulas com utilização dos jogos, 2) Apresentação do material que compõe o jogo; 3) O desenvolvimento do jogo; 4) Análise da proposta do jogo; 5) Adaptações para diferentes níveis; 6) Jogar novamente com as adaptações; 7) Pensamentos finais.

**Objetivos da oficina**

- Mostrar a graduandos e professores que a Matemática pode ser prazerosa para os alunos;
- Analisar e discutir os cálculos realizados a cada rodada, obedecendo às regras dos dados e cartas;
- Utilizar o material de contagem como auxílio nos cálculos, para suprir certas carências no aprendizado, como o entendimento sobre o quociente de uma divisão e o seu resto;
- Enfatizar o brincar e o aprender matemática ao mesmo tempo, que se faz necessário cada vez mais em sala de aula;
- Mostrar que um mesmo jogo pode ser adaptado para diferentes níveis de ensino.

Ao aplicar a *Trilha das Operações* como oficina espera-se que o grupo perceba que está estudando Matemática e fazendo exercícios, mas que estes não estão da maneira tradicional, ou seja, que a Matemática pode ser estudada e entendida enquanto se brinca.

Por fim, estimula-se uma ampla utilização de jogos em sala de aula, abarcando diferentes formas de ensinar e aprender, oportunizando ao estudante enxergar a Matemática de diferentes formas.

**Etapas da oficina**

**1) Discussão sobre aulas com utilização dos jogos**

Ao trabalhar com MD em sala de aula, ou em laboratórios, como a aplicação de jogos, por exemplo, é importante ressaltar que deve ficar claro o objetivo do jogo e o resultado que se espera do mesmo. A função do MD pode ser para apresentar conceitos, para revisar ou ainda pode ser aplicado para reforço. Lorenzato (2012, p. 18) ressalta que o MD pode ser utilizado para "facilitar a redescoberta pelos alunos".

Ter clareza nos conceitos a serem explorados pelo aluno e do objetivo que se pretende alcançar facilita a escolha do MD mais apropriado à aula. Quando abordado para apresentar conceitos, o professor precisa ser o agente ativo no processo, de forma a conduzir os alunos, para que os mesmos possam acompanhá-lo na atividade e se integrar à proposta, com estratégias que os possibilitem a construção dos conceitos, refletindo e ampliando seu próprio conhecimento.

Quanto utilizado para revisar conteúdos, se torna interessante por parte do professor agir como mediador, percebendo onde se encontram as maiores dúvidas, deixando o aluno com o papel de ativo na redescoberta antes destacada por Lorenzato (2012). Se a estratégia for reforçar o conteúdo, é preciso saber aquilo que se busca reforçar. O jogo deve ter etapas específicas e claras para cumprir esse objetivo.

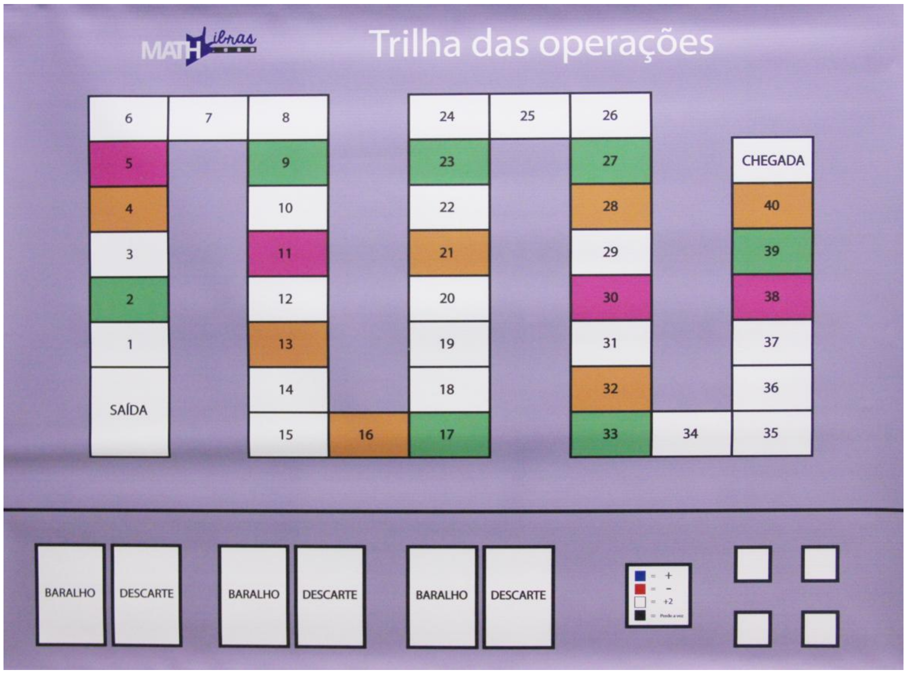
Cabe salientar também que, o MD não age sozinho. Os seus potenciais só serão desenvolvidos se a visão e o entendimento do aluno sobre o MD estiver claro, assim como se o professor estiver capacitado para empregá-lo corretamente. Portanto, o professor está em constante formação para alcançar tais objetivos. Este professor ainda precisa ser criativo, tanto para propor novas ideias e desafios, quanto para a criação de materiais ou adaptação dos já existentes. Esse atributo da criatividade pode ser visto como a engenhosidade destaca por Lorenzato (2012) para qualificar os seus planejamentos, assim como a execução de suas atividades.

**2) Apresentação do material que compõe o jogo**

A *Trilha das Operações* foi criada com o objetivo de trabalhar num mesmo tabuleiro as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) além do conceito de antecessor e sucessor. É um recurso que pode ser utilizado pelo professor tanto para revisar quanto para reforçar esses conceitos.

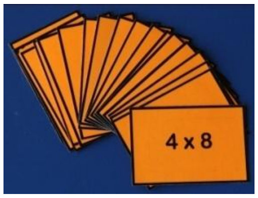
O jogo é formado por um tabuleiro com 40 casas (Figura 1). Sete casas pintadas na cor do baralho das multiplicações, sete na cor do baralho das divisões e quatro na cor do baralho contendo números sem operações, todas alternadas. O tabuleiro ainda tem espaço para os baralhos, para o descarte dos mesmos e espaço para os dados. Os materiais que compõem o jogo estão descritos no Quadro 1.

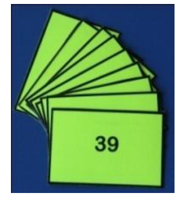
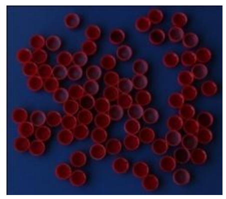
Figura 1 – Tabuleiro




Fonte: (MathLibras, 2018)

Quadro 1 – Materiais que compõem o jogo *Trilha das Operações*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Dois dados com os números 17, 27, 32, 46, 49, 55 e63, 78, 81, 89, 91, 99 (sugestão) impressos na cor azul. |   | Um baralho com 18 cartas contendo multiplicações. |   |
| Dois dados com os números 12, 23, 35, 38, 47, 49 e 51, 56, 67, 72, 83, 99 (sugestão) impressos na cor vermelha. |   | Um baralho com 18 cartas contendo divisões exatas e não exatas. |   |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Um dado com duas faces azuis, duas vermelhas, uma branca e uma preta. |  | Um baralho com nove cartas contendo números. |  |
| 100 tampinhas (material de contagem). |  | | |

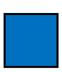
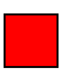
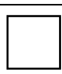
Fonte: (MathLibras, 2018)

**3) O desenvolvimento do jogo**

As regras do jogo consistem em dois passos. É preciso organização, pois há quatro possibilidades de ação no primeiro passo, que podem levar ao segundo passo, o qual também possui outras quatro possibilidades.

**Primeiro passo:** Jogar o dado colorido. Há quatro possibilidades de cor da face sorteada ao lançar esse dado, que estão descritas no Quadro 2.

Quadro 2 – Regras do primeiro passo

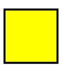
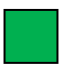
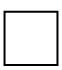
| Jogar o dado colorido. Face sorteada: | O que fazer? | Se a resposta estiver certa? | Se a resposta estiver errada? |
|---|---|---|---|
|  | Pegar os dados da adição, jogar e realizar a operação. | Avançar o número de casas do primeiro algarismo da menor dezena, entre os dois dados lançados. Ir para o 2º passo. | Não avança. Passa a vez. |
|  | Pegar os dados da subtração, jogar na ordem, e realizar a operação. | Avançar o número de casas do primeiro algarismo da menor dezena, entre os dois dados lançados. Ir para o 2º passo. | Não avança. Passa a vez. |
|  | Avançar duas casas. Ir para o 2º passo. | -- | -- |
|  | Perde a vez. | -- | -- |

Fonte: (MathLibras, 2018)

Salientamos que para jogar os dados vermelhos, há uma ordem correta, visto que não estamos considerando todo o conjunto dos números inteiros nesse jogo. O primeiro dado a ser lançado deve ser o que contém as maiores dezenas, e o segundo o que contém as menores dezenas.

**Segundo passo:** Após a finalização do 1º passo, a casa em que o peão do jogador parou poderá oportunizá-lo realizar o 2º passo. Há quatro possibilidades para a cor da casa do tabuleiro que o peão do jogador parou, descritas no Quadro 3.

Quadro 3 – Regras do segundo passo

| **Casa do tabuleiro que o peão parou:** | **O que fazer?** | **Se a resposta estiver certa?** | **Se a resposta estiver errada?** |
|---|---|---|---|
|  | Retirar uma carta do baralho laranja, e realizar a multiplicação. | Avançar uma casa e passar a vez. | Retrocede uma casa no tabuleiro, e passa a vez. |
|  | Retirar uma carta do baralho amarelo, e realizar a divisão. A resposta deve ser: Qual o quociente? Qual o resto? | Avançar uma casa e passar a vez. | Retrocede uma casa no tabuleiro, e passa a vez. |
|  | Retirar uma carta do baralho verde, responder o antecessor e o sucessor deste número. | Avançar uma casa e passar a vez. | Retrocede uma casa no tabuleiro, e passa a vez. |
|  | Não é necessário realizar nenhuma operação neste passo, porém não avança novamente. Passar a vez. | | |

Fonte: (MathLibras, 2018)

O primeiro a chegar à última casa do tabuleiro será o vencedor. Conforme Smole (2007), destacar um vencedor, assim como estabelecer regras que não podem ser alteradas, faz parte das características de um jogo.

**4) Análise da proposta do jogo**

Para um público de graduandos e professores, após haver um vencedor, o mais interessante são as discussões sobre o jogo. As estratégias utilizadas a cada rodada, a organização, a utilização das tampinhas como auxílio para contagem, são questões a serem abordadas. Onde estão as dificuldades dos alunos? Os desafios estão bem formulados? Qual o melhor momento para aplicar este jogo em sala de aula? Essas são outras questões a serem discutidas.

**5) Adaptações para diferentes níveis**

Cabe ao professor saber lidar com o material didático, pois como já destacamos, este não age sozinho. Então, estar preparado para criar e adaptar o que já existe, é um recurso necessário. Esta etapa da oficina consiste em manter as mesmas regras do jogo, porém o conteúdo das cartas deverá ser alterado por cada integrante.

Cartas em branco correspondentes a cada cor do tabuleiro serão entregues, e estes deverão preenchê-las com desafios referentes a qualquer conteúdo. Por exemplo: as quatro operações com valores maiores, equações, números inteiros e fracionários, geometria, regra de três, funções e tantos outros. Desta forma a *Trilha das Operações* será adaptada para *Trilha de* .... e poderá ser utilizada em todo Ensino Fundamental e Médio. Espera-se criatividade entre os participantes da oficina. É possível adaptar os dados? Provável que sim!

**6) Jogar novamente com as adaptações**

A partir das novas cartas confeccionadas por cada grupo a *Trilha* será novamente jogada. Então, será analisada se a nova proposta é viável ou não para a aplicação em sala de aula.

**7) Pensamentos finais**

Jogos de tabuleiro normalmente consistem de um passo a passo a ser executado a cada rodada pelo jogador. Alguns possuem a mecânica baseada na utilização de cartas para o avanço dos jogadores, sendo uma ótima estratégia para abordar cálculos mentais previamente escolhidos, podendo concentrar-se onde estão as maiores dificuldades. Outros jogos se baseiam no uso de dados para definir este avanço, possivelmente também possuindo estratégias e desafios, mas não deixando de lado o resultado dos dados para definir um vencedor.

A atividade construída é um pouco mais complexa, buscando desenvolver diferentes formas de raciocínio e sequências de ações, mesclando entre o uso de dados e cartas para avançar no tabuleiro. Mas não necessariamente os dois na mesma rodada, procurando uma dinâmica diferenciada.

Para a confecção do material nos apoiamos na concepção de Lorenzato sobre o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM)

> Se o LEM se destina às quarto primeiras séries do ensino fundamental, o apelo ao tátil e visual ainda deve manter-se forte, mas os materiais devem visar mais diretamente à ampliação de conceitos, à descobertas de propriedades, à percepção da necessidade do emprego de termos ou símbolos, à compreensão de algoritmos, enfim, aos objetivos matemáticos. (LORENZATO, 2012, p. 9)

Assim, para cada operação e seu respectivo material houve reflexão de como confeccioná-lo. Então, ao trabalhar cinco conteúdos, definiu-se que era preciso separar as operações em dois grupos, sendo o primeiro com adição e subtração, a serem realizadas através de dados, e o segundo com multiplicação, divisão, antecessor e sucessor a serem realizados com cartas.

Os dados da adição foram pensados de maneira a explorar somas que envolvesse as diferentes dezenas, sendo que os resultados encontram-se abaixo do valor 200. Já com os dados da subtração, houve atenção especial para que a operação resultasse sempre em um número natural, então um dos dados ficou com as seis faces numeradas de 50 a 99, sendo este sempre lançado primeiro, e o segundo com as faces numeradas de 10 a 49. Tanto os dados azuis como os vermelhos foram elaborados com números pensados em situações que possam surgir questionamentos sobre o “vai um” e sobre o “pede emprestado pro vizinho”.

As multiplicações foram pensadas de forma a revisar e reforçar aquelas que geralmente são cobradas na tabuada, e foram distribuídas de maneira que cada algarismo no primeiro termo da multiplicação aparecesse duas vezes, exceto o zero. Algumas cartas pensadas de maneira a questionar o aluno sobre a propriedade da comutatividade. Como, por exemplo, as cartas $2 \times 9$ e $9 \times 2$.

As divisões foram cautelosamente selecionadas para que houvesse um padrão de dificuldade coincidindo com a multiplicação e dentro do universo da tabuada, havendo um número específico de divisões exatas, e também com restos de um a quatro. Os jogadores podem utilizar as tampinhas como material de contagem para auxiliar nas divisões.

Os números que envolvem a descoberta de seu antecessor e sucessor foram os que tradicionalmente o aluno possui dificuldade, quando envolve a troca de dezenas. Por exemplo, o número 19 é uma das cartas presente no jogo.

Para a confecção do tabuleiro, alguns modelos foram seguidos. Os dados, os baralhos e os seus descartes têm local fixo, para fins de organização por parte dos jogadores.

Os passos a cada rodada foram pensados de acordo com o tabuleiro, de maneira a ficar intuitivo pelo aluno. O dado grande faz referência direta ao uso dos dados pequenos, assim como as casas coloridas do tabuleiro induzem o jogador ao baralho da respectiva cor. O objetivo do passo número dois, assim como no dado colorido, do passo número um, é associação das cores das cartas com o tabuleiro, para facilitar a dinâmica, em caso de dúvidas sobre qual seria a próxima etapa.

Assim, ao concluir a oficina, espera-se que os participantes tenham aproveitado o momento para, além de jogar, refletir sobre o ensino da Matemática e a variedade de situações que podem ser propostas a partir de um Tabuleiro bem pensado.

**Referências**

LORENZATO, Sergio. *Para aprender matemática*. 3. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sergio (Org). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.* 3. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2012.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; MILANI, Estela. *Cadernos do Mathema*: Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano. Artmed Editora, 2007.


ISSN 2316-7785

**O USO DO GEOGEBRA NA GENERALIZAÇÃO DAS CONSTRUÇÕES COM RÉGUA E COMPASSO**

Carmen Vieira Mathias
UFSM
carmen@ufsm.br

Carolina Dalmolin Ruviaro
UFSM
carolina_ruv@hotmail.com

Guilherme Schimanko de Godoy
UFSM
guigodoy13@gmail.com

Janaína da Silva Dornelles
UFSM
ninadorne@gmail.com

Maisa Iora
UFSM
maisaioraa@gmail.com

**Eixo temático:** Resolução de problemas / Modelagem Matemática / TIC

**Modalidade:** Minicuro/Oficina

**Categoria:** Pesquisador/Professor de Nível Superior

**Resumo**
Visto o desconhecimento da maioria dos alunos ingressantes no Curso de Matemática sobre o tópico desenho geométrico, o Grupo PET Matemática da UFSM se propôs a estudar construções geométricas com diversos níveis de dificuldade, com o objetivo de compartilhar tais conhecimentos. Essa proposta de minicurso é um recorte da pesquisa realizada pelo grupo. No presente trabalho, tem-se como objetivo trabalhar com construções geométricas que podem ser generalizadas, utilizando o software GeoGebra, a partir de ferramentas variadas (não apenas retas e círculos), mas também operando por meio de sequências, utilizando as planilhas e outros comandos presentes no software e que não são conhecidos ou usuais.

**Palavras-chave:** Desenho Geométrico; Generalização; GeoGebra.

## Introdução

Na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) desde a mudança curricular ocorrida em 2001, a disciplina de Desenho Geométrico e Geometria Descritiva (60 horas) que é ofertada pelo Departamento de Expressão Gráfica, deixou de fazer parte da grade curricular do curso. Tal disciplina foi diluída e inserida as disciplinas de Geometria Plana e Geometria Espacial, que passaram de 60 horas aula para 90 horas aula. Esta mudança foi benéfica sob alguns aspectos, principalmente no que se diz respeito as justificativas geométricas necessárias a algumas construções, que em alguns casos eram ensinadas aos alunos como "receitas", sem ligação com a geometria axiomática.

Por outro lado, percebe-se que muitos estudantes ingressam no ensino superior sem os conhecimentos básicos inerentes aos conteúdos de Desenho Geométrico, isto quer dizer, não conhecem as construções geométricas básicas, e muitas vezes não sabem manusear o compasso e o transferidor de forma adequada. Essa observação não é realizada apenas pela atuação em sala, mas é corroborada por alguns pesquisadores, como por exemplo, Rabello (2005, p.50) "Salvo raras exceções, os alunos que ingressam no ciclo básico, especialmente os do curso de engenharia, não distinguem ângulos de um esquadro".

Como a disciplina de Geometria Plana e Desenho Geométrico, para o curso de Licenciatura em Matemática na UFSM é trabalhado apenas no 4º semestre, o Grupo PET (Programa de Educação Tutorial) Matemática, preocupado com a falta de conhecimento dos entes geométricos básicos, dos instrumentos e técnicas de desenho dos alunos ingressantes, desde o ano de 2017 vem realizando estudos sobre tópicos de Desenho Geométrico, utilizando recursos como régua e compasso, e como referência Braga (1997). A intenção dessa ação é que em um futuro próximo, seja possível compartilhar esses conhecimentos com os discentes que iniciam o curso, tanto no período diurno, quanto no noturno.

Além de realizar as construções com régua e compasso, o grupo preocupou-se em realiza-las utilizando os recursos tecnológicos existentes. No caso, foi utilizado o software de Matemática Dinâmica GeoGebra, pois uma de suas principais propriedades deste aplicativo é a possibilidade de representar graficamente, tudo aquilo podemos construir usando os instrumentos clássicos do Desenho, como régua, compasso e transferidor, no dispositivo utilizado (seja ele computador, tablet ou smartphone). Além disso, este software possui características dinâmicas, que permitem modificar as figuras na tela pelo arrastar do "mouse" ou do "dedo" (se utilizarmos a versão para dispositivos móveis). As modificações são feitas respeitando as propriedades matemáticas que foram utilizadas na construção original da figura, algo que diferencia do processo estático feito no papel.

Ao realizar tais construções utilizando o software, percebeu-se que algumas poderiam ser generalizadas, ou seja, utilizar das ferramentas que o software possui de forma que as construções propostas na bibliográfica, valessem de fato para todos os casos. É sabido que o software possui ferramentas que realizam algumas construções propostas de forma automática, mas isto esse não é o que está sendo idealizado.

Nesse sentido, o presente minicurso tem como objetivo trabalhar com os participantes as construções geométricas que podem ser generalizadas, utilizando de outras ferramentas (não apenas retas e círculos), mas também operando por meio do comando sequência, utilizando as planilhas e outras ferramentas presentes no software e que não são muito usuais e conhecidas.

Para o desenvolvimento do minicurso, será necessário a disponibilidade de um Laboratório com computadores (máximo de 30) e um projetor multimídia. Além disso, é recomendável que os participantes possuam noções básicas do software GeoGebra.

**Sobre o desenvolvimento da oficina**

Ao trabalhar com desenho geométrico, pressupõem-se que a tecnologia escolhida para realizar um minicurso/oficina sejam a régua e o compasso. Porém para esse trabalho escolheu-se o computador, visto que com essa ferramenta, conforme citado anteriormente é possível dinamizar as construções, sem que as suas propriedades sejam perdidas.

Foi ainda recomendado que os participantes da oficina tivessem noções básicas do software, pois pretende-se desafiar os participantes a realizarem as construções, a partir da construção original, realizada utilizando régua e compasso. O intuito é oportunizar um espaço colaborativo, onde a troca de ideias, o questionamento e a generalização dos argumentos, sejam os pontos principais.

Acredita-se que a oficina que está sendo proposta se configura como um ambiente de aprendizagem, onde será possível realizar, além de construções geométricas, momentos de troca e discussão.

Nesse sentido, os ministrantes da oficina buscarão formas viáveis de integrar as tecnologias no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Ponte (2000) "o professor necessita se colocar no papel de explorador, buscando sozinho ou com a ajuda dos colegas a melhor forma de ensinar e também de aprender".

**Sobre as atividades a serem realizadas**

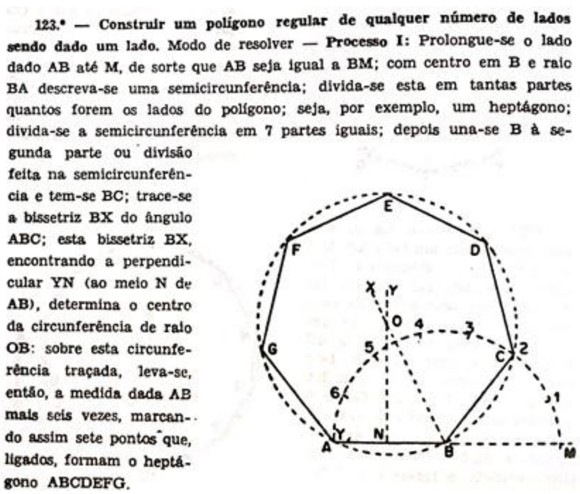
Na sequência, descrevem-se as atividades a serem desenvolvidas durante o minicurso. Observa-se que todas as atividades são baseadas em Braga (1997) com as devidas adaptações para a implementação das mesmas utilizando o referido software.

**Atividade 1**

Construir um polígono regular de qualquer número de lados, sendo dado um lado.

Essa atividade é proposta em Braga (1997, p.84) e possui resolução por seis processos distintos, ou seja, a referência utilizada resolve a mesma questão utilizando seis formas distintas. A Figura 1 ilustra o primeiro processo de resolução realizado pelo autor e adotado pelo grupo ao realizar a construção com régua e compasso. Justifica-se escolher apenas o primeiro processo, pois todos os demais chegavam ao mesmo resultado e com maior dificuldade.

Figura 1- Primeiro processo de resolução da Atividade 1.

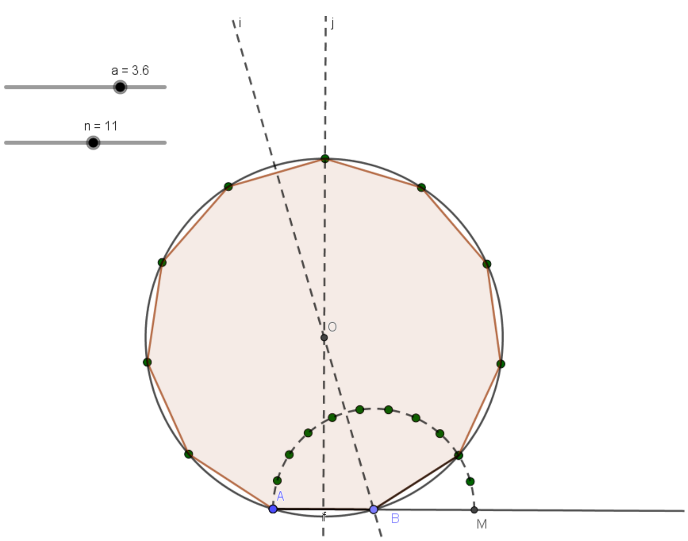


**123.ª — Construir um polígono regular de qualquer número de lados sendo dado um lado.** Modo de resolver — **Processo I:** Prolongue-se o lado dado AB até M, de sorte que AB seja igual a BM; com centro em B e raio BA descreva-se uma semicircunferência; divida-se esta em tantas partes quantos forem os lados do polígono; seja, por exemplo, um heptágono; divida-se a semicircunferência em 7 partes iguais; depois una-se B à segunda parte ou divisão feita na semicircunferência e tem-se BC; trace-se a bissetriz BX do ângulo ABC; esta bissetriz BX, encontrando a perpendicular YN (ao meio N de AB), determina o centro da circunferência de raio OB: sobre esta circunferência traçada, leva-se, então, a medida dada AB mais seis vezes, marcando assim sete pontos que, ligados, formam o heptágono ABCDEFG.

Fonte: (BRAGA,1997, p. 84)

Para resolver esse problema no software GeoGebra, foram utilizadas ferramentas como controles deslizantes e sequências, de modo que ao modificar o tamanho do lado (a) e o número de lados (n), seja possível dinamizar a construção realizada. A Figura 2, ilustra um polígono de 11 lados, construído conforme as instruções dadas em Braga (1997, p.84), mas adaptada ao uso do software Geogebra.

Figura 2 – Polígono regular de 11 lados.



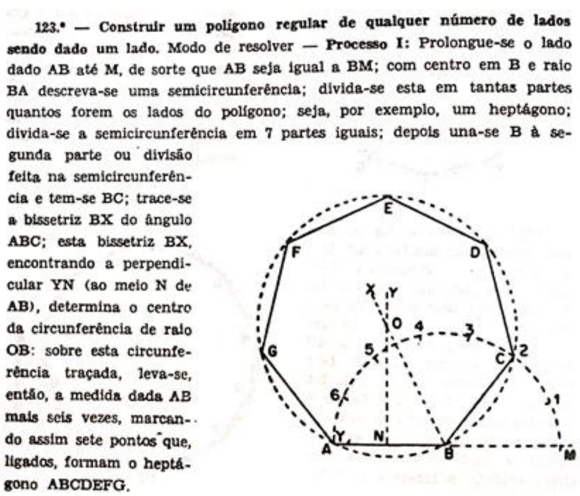

Fonte: Os autores

**Atividade 2**

Construir um polígono regular de qualquer número de lados, conhecendo a medida de um lado.

Essa atividade é proposta em Braga (1997, p.88) e é muito semelhante a anterior, porém o processo de construção é totalmente distinto. A Figura 3 ilustra a construção proposta pelo autor.

Figura 3- Resolução original da Atividade 2.



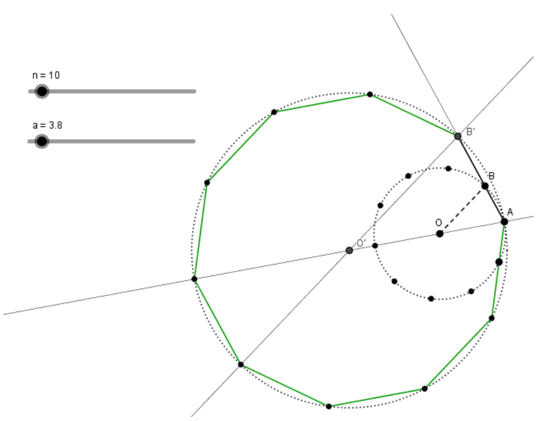
123.ª — **Construir um polígono regular de qualquer número de lados sendo dado um lado.** Modo de resolver — **Processo I:** Prolongue-se o lado dado AB até M, de sorte que AB seja igual a BM; com centro em B e raio BA descreva-se uma semicircunferência; divida-se esta em tantas partes quantos forem os lados do polígono; seja, por exemplo, um heptágono; divida-se a semicircunferência em 7 partes iguais; depois una-se B à segunda parte ou divisão feita na semicircunferência e tem-se BC; trace-se a bissetriz BX do ângulo ABC; esta bissetriz BX, encontrando a perpendicular YN (ao meio N de AB), determina o centro da circunferência de raio OB: sobre esta circunferência traçada, leva-se, então, a medida dada AB mais seis vezes, marcando assim sete pontos que, ligados, formam o heptágono ABCDEFG.



Fonte: (BRAGA,1997, p. 88)

Assim como na primeira atividade proposta, para realizar a construção, foram utilizadas sequências, como ilustra a Figura 4.

Figura 4 – Polígono regular de 10 lados.



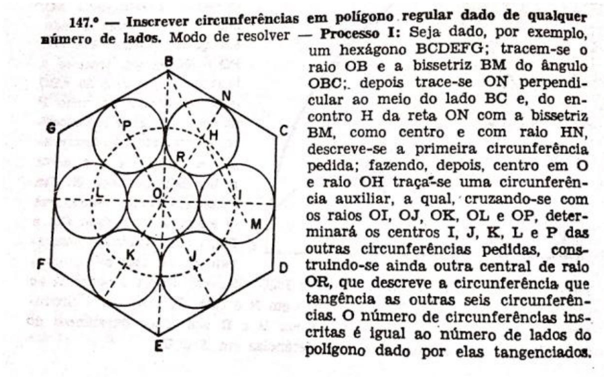

Fonte: Os autores

**Atividade 3**

Dado um polígono de n lados, inscrever n circunferências.

Nessa atividade Braga (1997) utiliza dois processos distintos de resolução, o primeiro, cada circunferência criada é tangente a apenas um lado do polígono, como ilustra a Figura 5.

Figura 5– Primeiro processo de resolução da atividade 3.



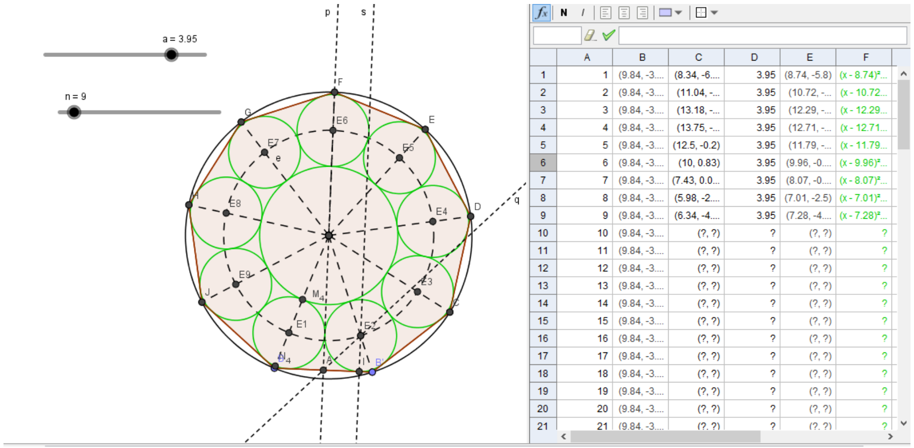
**147.º — Inscrever circunferências em polígono regular dado de qualquer número de lados.** Modo de resolver — **Processo I:** Seja dado, por exemplo, um hexágono BCDEFG; tracem-se o raio OB e a bissetriz BM do ângulo OBC;. depois trace-se ON perpendicular ao meio do lado BC e, do encontro H da reta ON com a bissetriz BM, como centro e com raio HN, descreve-se a primeira circunferência pedida; fazendo, depois, centro em O e raio OH traça-se uma circunferência auxiliar, a qual, cruzando-se com os raios OI, OJ, OK, OL e OP, determinará os centros I, J, K, L e P das outras circunferências pedidas, construindo-se ainda outra central de raio OR, que descreve a circunferência que tangência as outras seis circunferências. O número de circunferências inscritas é igual ao número de lados do polígono dado por elas tangenciados.



Fonte: (BRAGA,1997, p. 96)

Para realizar essa atividade no GeoGebra, foram utilizados controles deslizantes, o comando sequência e planilhas, como ilustra a Figura 6.

Figura 6- Construção da inscrição de n circunferências em um polígono de n lados.





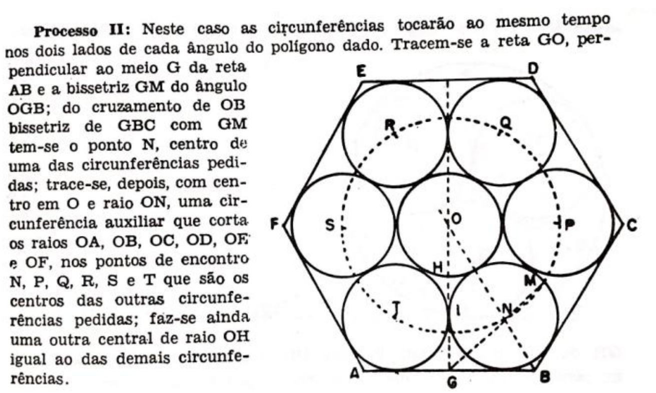
| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | (9.84, -3.... | (8.34, -6.... | 3.95 | (8.74, -5.8) | (x - 8.74)²... |
| 2 | 2 | (9.84, -3.... | (11.04, -... | 3.95 | (10.72, -... | (x - 10.72... |
| 3 | 3 | (9.84, -3.... | (13.18, -... | 3.95 | (12.29, -... | (x - 12.29... |
| 4 | 4 | (9.84, -3.... | (13.75, -... | 3.95 | (12.71, -... | (x - 12.71... |
| 5 | 5 | (9.84, -3.... | (12.5, -0.2) | 3.95 | (11.79, -... | (x - 11.79... |
| 6 | 6 | (9.84, -3.... | (10, 0.83) | 3.95 | (9.96, -0.... | (x - 9.96)²... |
| 7 | 7 | (9.84, -3.... | (7.43, 0.0... | 3.95 | (8.07, -0.... | (x - 8.07)²... |
| 8 | 8 | (9.84, -3.... | (5.98, -2.... | 3.95 | (7.01, -2.5) | (x - 7.01)²... |
| 9 | 9 | (9.84, -3.... | (6.34, -4.... | 3.95 | (7.28, -4.... | (x - 7.28)²... |
| 10 | 10 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 11 | 11 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 12 | 12 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 13 | 13 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 14 | 14 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 15 | 15 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 16 | 16 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 17 | 17 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 18 | 18 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 19 | 19 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 20 | 20 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |
| 21 | 21 | (9.84, -3.... | (?, ?) | ? | (?, ?) | ? |

Fonte: Os autores

Nesse caso, a ferramenta vértice foi utilizada, para criar uma lista de pontos via o comando sequência, que foi utilizado uma única vez. Observa-se que o uso do comando/ferramenta Sequência[vértice<polígono>] não é muito conhecido.

O segundo processo utilizado pelo autor (Figura 7) cada circunferência construída é tangente a dois lados do polígono.

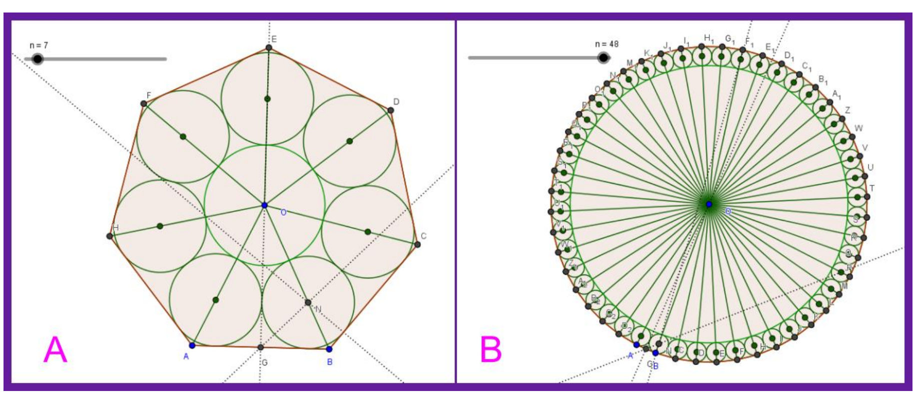
Figura 7 –Segundo processo de resolução da atividade 3.


**Processo II:** Neste caso as circunferências tocarão ao mesmo tempo nos dois lados de cada ângulo do polígono dado. Tracem-se a reta GO, perpendicular ao meio G da reta AB e a bissetriz GM do ângulo OGB; do cruzamento de OB bissetriz de GBC com GM tem-se o ponto N, centro de uma das circunferências pedidas; trace-se, depois, com centro em O e raio ON, uma circunferência auxiliar que corta os raios OA, OB, OC, OD, OE e OF, nos pontos de encontro N, P, Q, R, S e T que são os centros das outras circunferências pedidas; faz-se ainda uma outra central de raio OH igual ao das demais circunferências.


Fonte: (BRAGA,1997, p. 97)

Ao utilizar o software GeoGebra, foi possível realizar essa construção utilizando apenas o comando sequência para construir 4 listas. A primeira lisa construída é a dos vértices, a segunda, dos raios. A terceira sequência foi construída de modo a determinar os centros das circunferências e a última lista, determina as circunferências procuradas. A Figura 7 ilustra a construção em dois momentos, um polígono de 7 lados (A) e um polígono de 48 lados (B).

Figura 7 – Segundo processo de resolução da atividade 3.




Fonte: Os autores

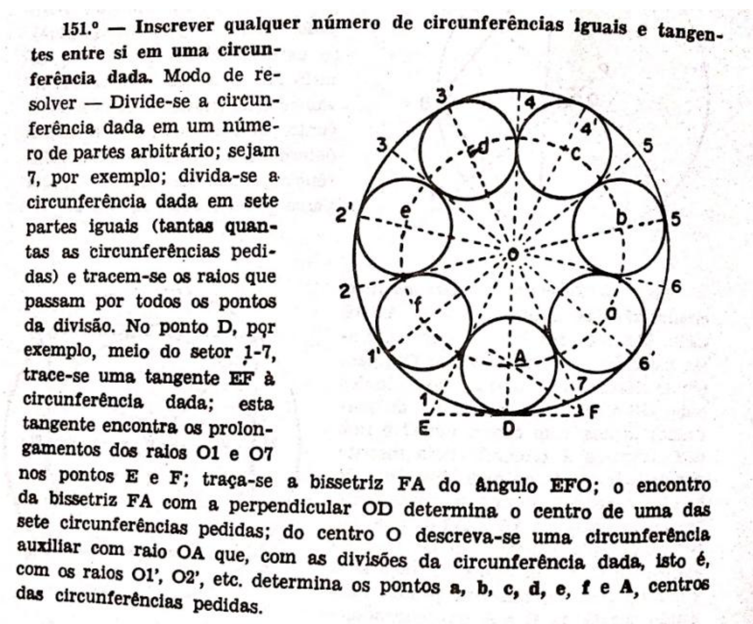
**Atividade 4:**

Inscrever qualquer número de circunferências iguais e tangentes entre si em uma circunferência dada.

Essa atividade possui semelhanças com as duas anteriores e foi escolhida para finalizar o minicurso, pois acredita-se que nesse momento os participantes já conseguirão realiza-la de forma autônoma.

A resolução apresentada por Braga (1997) é ilustrada na Figura 8.

Figura 8 – Processo de resolução da atividade 4.

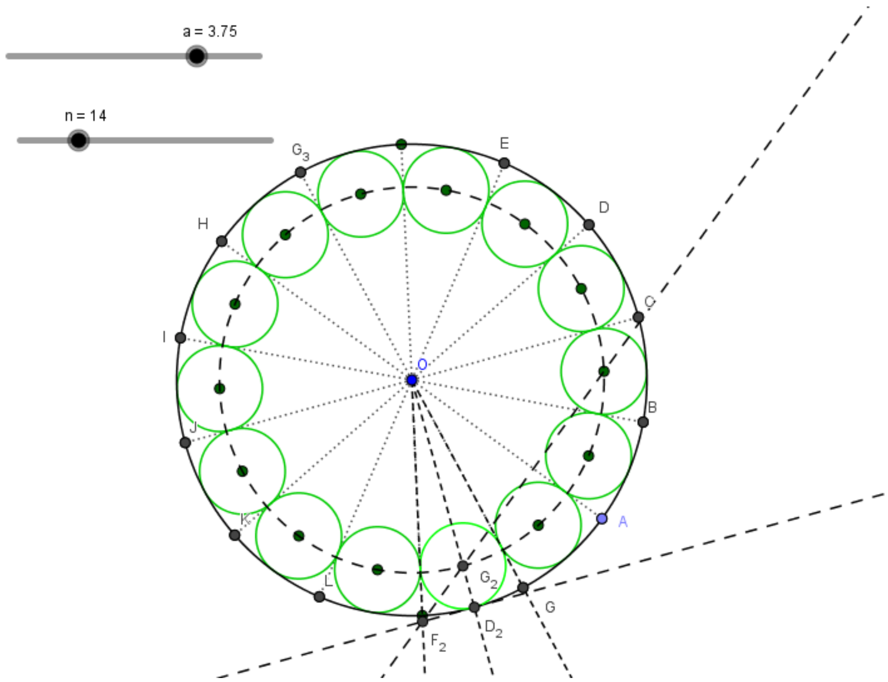


**151.º — Inscrever qualquer número de circunferências iguais e tangentes entre si em uma circunferência dada.** Modo de resolver — Divide-se a circunferência dada em um número de partes arbitrário; sejam 7, por exemplo; divida-se a circunferência dada em sete partes iguais (**tantas quantas** as circunferências pedidas) e tracem-se os raios que passam por todos os pontos da divisão. No ponto D, pqr exemplo, meio do setor 1-7, trace-se uma tangente EF à circunferência dada; esta tangente encontra os prolongamentos dos raios O1 e O7 nos pontos E e F; traça-se a bissetriz FA do ângulo EFO; o encontro da bissetriz FA com a perpendicular OD determina o centro de uma das sete circunferências pedidas; do centro O descreva-se uma circunferência auxiliar com raio OA que, com as divisões da circunferência dada, isto é, com os raios O1', O2', etc. determina os pontos **a, b, c, d, e, f e A**, centros das circunferências pedidas.

Fonte: (BRAGA,1997, p. 97)

Para realizar a construção no GeoGebra (figura 9), foram utilizadas sequências, como na primeira parte da atividade 3.

Figura 8 – Segundo processo de resolução da atividade 3.




Fonte: Os autores

Observa-se que um dos propósitos dos grupos PET é a interação dos seus membros junto aos cursos que estão inseridos, por meio de atividades de pesquisa extensão e ensino. Conforme citado na introdução esse trabalho é um recorte de um estudo que o grupo PET Matemática vem desenvolvendo desde o ano de 2017. Pretende-se com a oportunidade de ministrar essa oficina, que o grupo consiga mensurar o alcance de sua produção, ouvindo as sugestões dos participantes para aprimorar o trabalho que vem sendo realizado.

## Referências

BRAGA T. **Desenho linear geométrico**. São Paulo. Ícone. 1997.

PONTE, J.P. *Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios?* La Revista Iberoamericana de Educación, n 24, 2000.

RABELLO, P. S. B. *Ensino de Geometria Descritiva no Brasil*. Revista SBPC Ciência Hoje, vol. 37, 2005.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# MAPAS CONCEITUAIS: UM INSTRUMENTO DE PESQUISA E DE AVALIAÇÃO NO PROCESSO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA.

Mari Lucia Militz
Colégio Nossa Senhora de Fátima
mari.lu.militz@hotmail.com

Maria Cecília Pereira Santarosa
Universidade Federal de Santa Maria
mcpsrosa@gmail.com

Alexandre Xavier dos Santos
Colégio Tiradentes da Brigada Militar – São Gabriel
alexandrexrs@gmail.com

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Professor da Escola Básica

**Resumo**

Este trabalho trata-se de uma proposta de minicurso para ser ministrado na 6ª Escola de Inverno de Educação Matemática que ocorrerá nos dias 1, 2 e 3 de agosto de 2018 na Universidade Federal de Santa Maria. Como o público alvo deste evento serão professores e graduandos de cursos de licenciatura em Matemática, esta proposta tem como objetivo, propor um método de averiguação dos conceitos presentes na estrutura cognitiva dos alunos e criar uma situação de reflexão sobre os métodos avaliativos e materiais didáticos utilizados no processo de ensino e aprendizagem tradicionais. Portanto esta atividade tem o intuito de realizar uma atividade voltada para estes que são mediadores do ensino de conceitos matemáticos na Educação Básica.

A realização deste minicurso contará com a elaboração de mapas conceituais sobre o conteúdo de Geometria Plana. E, para criar um ambiente de trocas de experiências, os participantes serão convidados a apresentar seus mapas para que seja feito uma análise seguido de um debate sobre a forma como foram elaborados. Assim, além de expor um pouco desta metodologia, será criado um ambiente de possíveis reflexões a um dos principais personagens desta trama, que é o tão temido ensino da Matemática.

**Palavras-chave:** Mapas Conceituais, Aprendizagem Significativa, Avaliação, Geometria Plana

## 1 Introdução

A base na aprendizagem dos conceitos matemáticos são os conhecimentos e experiências prévias dos alunos, baseando-se nisso, que são planejados os conteúdos programáticos de cada etapa. Porém, essa base é de difícil acesso e avaliação e isto dificulta a aplicabilidade de teorias cognitivas no processo de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, como fazer com que os alunos externalizem seus conhecimentos, suas ideias, seus erros e, o mais importante, suas dúvidas? Isto parece um propósito inalcançável diante dos sistemas de ensino comportamentalistas vivenciados no nosso dia a dia.

Se o interesse é uma análise qualitativa do que se passa na mente de nosso aluno, devemos investigar o máximo sua estrutura cognitiva. Para isso, nos depararemos com uma tarefa desafiadora frente a realidade de uma sala de aula, como a quantidade de alunos e a característica idiossincrática de aprendizagem.

Como ferramenta nesta análise, os Mapas Conceituais são cientificamente aceitos como um instrumento que possibilita averiguar, de forma eficiente, como se dá o desenvolvimento cognitivo do aluno, frente a um corpo de conhecimentos. Além de ser uma ferramenta de avaliação serve como um método para reflexão para o próprio aluno, pois permite conhecer como os conceitos estão organizados em sua mente. Depois da elaboração de um mapa, o estudante pode analisá-lo e averiguar a maneira como elencou os conceitos, os erros e as novas possibilidades.

Trata-se de um recurso fortemente vinculado a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), por ter sido desenvolvido como instrumento para o entendimento do processo de Assimilação Significativa da aprendizagem, proposto na TAS. A fim de refletir e discutir sobre o tema proposto, apresenta-se este Minicurso, que será constituído de três fases: 1ª) Apresentação dos referenciais teóricos que fundamentam a utilização do mapeamento conceitual como recurso de investigação do ensino e da aprendizagem significativa; 2ª) Proposta de construção de Mapas Conceituais, com a utilização do software CmapTools, a partir da análise de Livros Didáticos, mais específico o conteúdo de Geometria Plana; 3º) Apresentação dos mapas para debate e troca de experiências entre os participantes.

Para o desenvolvimento deste Minicurso serão necessários alguns recursos: computadores individuais; se possível com o programa CmapTools instalado (a ausência desta condição não impossibilita a participação do candidato no Minicurso). O download gratuito do software pode ser encontrado no site oficial do desenvolvedor: https://cmaptools.br.uptodown.com/windows/download

Como objetivo, este minicurso pretende mostrar uma ferramenta de avaliação pouco utilizada como método avaliativo, que é um método que permite averiguar os conceitos que os alunos possuem em sua estrutura cognitiva. Pelos métodos tradicionais de ensino, a avaliação é feita estritamente por provas, que tem como método de estudo a "decoreba" de fórmulas e conceitos, em detrimento da aprendizagem real dos significados.

Quando um aluno é exposto a uma atividade de ligação de conceitos, como é a elaboração de mapas conceituais, ele está sendo encorajado a ser ativo na sua aprendizagem, pois se faz necessária uma reflexão e a adoção de uma postura crítica para que os conceitos sejam ligados corretamente. Para isso, todo o conhecimento que ele traz, de vivência e estudo, serão utilizados e, mais que isso, serão a base para o que será aprendido posteriormente.

Os participantes serão desafiados a elaborar mapas conceituais sobre o conteúdo de Geometria Plana, um conteúdo rico em conceitos que permite uma ampla reflexão e discussão. Como este minicurso será ofertado para professores e alunos de graduação de cursos de Licenciatura em Matemática, o foco será a educação básica, e para isso, utilizaremos livros didáticos como textos de apoio na construção dos mapas. E, com isso, teremos uma atividade voltada a análise de textos didáticos que são oferecidos aos alunos, que muitas vezes não estão elencados de uma maneira satisfatória para serem utilizados como suporte no processo de ensino e aprendizagem. Assim, os participantes terão a oportunidade de refletir sobre o material e sobre um método que permite conhecer cognitivamente o aluno envolvido.

## 2 Mapas conceituais na Aprendizagem Significativa

Mapa Conceitual é uma técnica desenvolvida por Novak em 1972, num programa de pesquisa realizado na Universidade de Cornell, trata-se de uma estratégia facilitadora da aprendizagem significativa, um instrumento potencialmente útil no ensino, na avaliação da aprendizagem e na análise do conteúdo curricular (MOREIRA, 2006, p. 45). Segundo ele:

> Os mapas conceituais têm por objetivo representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições. Uma proposição consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica. Na sua forma mais simples, um mapa de conceitos consta apenas de dois conceitos unidos por uma palavra de ligação de modo a formar uma proposição. (NOVAK, 1984, p. 31)

De maneira mais simples, num Mapa Conceitual os conceitos de determinado assunto estão dentro de círculos ou quadros e são ligados de acordo com o grau de inclusividade e generalidade. Os conceitos são elencados de maneira hierárquica, de modo que facilitem a aprendizagem e a retenção dos mesmos e, ainda, permitam uma visão mais ampla do que foi abordado em aula ou em materiais instrucionais.

Uma das principais utilidades dos Mapas Conceituais é a averiguação de conceitos existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, pois ao elaborá-lo o sujeito é colocado a pensar em cada conceito e nas possíveis ligações que podem ser feitas, dentro de determinado assunto. Na Matemática, a utilização desta ferramenta possibilita a reflexão dos significados dados aos conceitos, que de um modo geral são equivocados.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000), baseia-se na relação feita entre os conceitos que os alunos possuem em sua estrutura cognitiva e os novos que serão aprendidos. Só é possível aprender algo, se existir conceitos suficientes que possam ser relacionados com os novos. Nesta perspectiva, os Mapas Conceituais são utilizados na descoberta dos conceitos já aprendidos, de maneira correta ou não, possibilitando agir neste processo de relação de conceitos que é a aprendizagem.

Aos conceitos já existentes na estrutura cognitiva, Ausubel deu o nome de subsunçores, aqueles que são específicos e necessários para a aprendizagem do novo. Ou seja, são eles que ancoram ou aportam novos conceitos e que constituem, na estrutura cognitiva do aprendiz, uma espécie de rede hierárquica de ligações entre si, as quais vão se diferenciando progressivamente e se reconciliando integrativamente, ao longo do processo da aprendizagem.

Neste processo, o novo conhecimento interage substancialmente e de forma não arbitrária com conhecimentos prévios contidos na estrutura cognitiva do aprendiz, tornando estes últimos mais ricos, elaborados e capazes de interagirem novamente, e novamente, com novos conhecimentos, até um limite cognitivo para sua existência. Desta forma, teremos a Aprendizagem Significativa, defendida por Ausubel:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo (AUSUBEL, 1978, apud, MOREIRA, 2006, p. 13).

No contexto das salas de aula, nos deparamos com o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica, a qual está relacionada a “decoreba" de conceitos, muito usada no período de provas. Esse tipo de aprendizagem só é útil quando a estrutura cognitiva estiver “vazia”, então é necessário que seja decorado alguns conceitos para que seja possível atribuir algum significado a algo novo. Neste caso, o aluno não dispõe de conhecimentos prévios relevantes para as novas aprendizagens, e precisará mecanizar o novo conhecimento, para posteriormente apreendê-lo de forma significativa, mediado pelo professor e por novos materiais de ensino.

Para que ocorra a Aprendizagem Significativa, é necessário duas condições básicas:

- O material a ser apreendido deve ser potencialmente significativo;
- O aprendiz deve estar predisposto para aprender de forma significativa.

A primeira condição subentende outras duas, explicadas por Moreira (2006a).

A condição de que o material seja potencialmente significativo envolve dois fatores principais, ou duas condições subjacentes, quais sejam, a natureza do material, em si, e a natureza da estrutura cognitiva do aprendiz. Quanto à natureza do material, ele deve ser “logicamente significativo” ou ter “significado lógico”, isto é, ser suficientemente não arbitrário e não aleatório, de modo que possa ser relacionado, de forma substantiva e não arbitrária, a ideias, correspondentemente relevantes, que se situem no domínio da capacidade humana de aprender. No que se refere à natureza da estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável (MOREIRA, 2006a, p. 19).

A segunda condição leva o professor à reflexão quanto ao fator motivacional para uma aprendizagem significativa. De fato, a predisposição para este tipo de aprendizagem, vai requerer que o aluno queira relacionar, em sua estrutura cognitiva, o novo conhecimento com os conhecimentos prévios, de forma não literal e não arbitrária. Talvez este seja o ponto mais importante pois, não apenas fatores cognitivos, mas também afetivos e emocionais implicarão na predisposição para aprendizagem significativa.

Novak e Gowin (1984) argumentam que a aprendizagem humana requer uma mudança de significado da experiência, a qual envolve não só pensamentos e ações, mas também sentimentos.

Neste trabalho estaremos focados na técnica do mapeamento conceitual, como instrumentos para avaliação do sistema de ensino e de aprendizagem, e como instrumento meta cognitivo, conforme descrito na Introdução.

De acordo com Moreira (2006b), mapas conceituais podem ser interpretados como diagramas hierárquicos que procuram refletir a organização conceitual de um corpo de conhecimentos. Esta organização consiste em relações significativas entre conceitos, na forma de proposições, sendo que uma proposição consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras de modo a formar uma unidade semântica (NOVAK E GOWIN, 1984).

A relação entre mapeamento conceitual e aprendizagem significativa reside no padrão hierárquico entre conceitos apresentados, tanto na formulação de um mapa conceitual, como no processo cognitivo de assimilação e retenção significativos de novos conhecimentos, proposto na TAS. Assim, num mapa conceitual, os conceitos mais gerais e inclusivos devem situar-se no topo do mapa, e os conceitos mais específicos, abaixo deles. À medida que o aprendiz vai exercitando a elaboração de mapas conceituais, novas formas de apresentação ocorrem, como mapas com mais de duas dimensões, com relações cruzadas, por exemplo. Mas o conceito hierarquicamente superior deverá estar evidente ao longo da apresentação do mapa, assim como os conceitos de menor hierarquia.

Quando Ausubel (2000) afirmou que "... o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo" (apud MOREIRA, 2006a, p. 13), ele nos orientava a desvelar a estrutura cognitiva do aprendiz. Mapas conceituais são recursos adequados para isto. Conhecendo a estrutura cognitiva conceitual do aluno, o professor pode avaliar se está bem estruturada, se faltam conceitos e relações relevantes e, principalmente, se as proposições construídas são significativas, isto é, se os significados atribuídos pelo aprendiz são cientificamente aceitos no contexto da matéria.

Segundo Moreira (2010), a análise de mapas conceituais é essencialmente qualitativa. O professor deve, no lugar de atribuir uma nota ao mapa conceitual elaborado pelo aluno, este deve procurar interpretar a informação contida no mapa com a finalidade de buscar evidências de aprendizagem significativa. Explicações (orais ou escritas dadas pelo aluno) facilitam o processo de avaliação por parte do professor. Nesse contexto, a utilização desse método como forma de avaliação, dá lugar para a externalização de significados e oportuniza o professor a atuar como um mediador na negociação e troca desses significados.

## 3 Metodologia e Resultados

Tratando-se de um minicurso ofertado a professores e licenciandos em matemática, foi pensado numa atividade que permitirá um momento de criação, avaliação e reflexão entre os participantes. Desta forma, serão feitas algumas etapas para compor a atividade:

1ª) Apresentação da teoria que embasa a atividade, dentre ela, os autores e modelos de mapas conceituais;

2ª) Apresentação do material e do conteúdo de apoio para a elaboração dos mapas, ou seja, os livros didáticos ofertados na Educação Básica Pública que possuem o conteúdo de Geometria Plana;

3ª) Auxilio na utilização do software CmapTools aos participantes;

4ª) Elaboração dos Mapas Conceituais pelos participantes;

5ª) Apresentação dos mapas pelos participantes, onde eles colocarão a maneira como elaboraram;

6ª) Concomitante a 5ª, debate sobre a forma que cada participante elencou os conceitos para que seja feita uma reflexão e troca de experiências entre eles;

7ª) Para finalizar, será respondido um questionário com perguntas sobre a atividade para que seja possível avaliar o que foi proporcionado aos participantes durante as etapas do minicurso, suas vantagens e desvantagens em utilizar a metodologia proposta.

Como resultados, espera-se que esta atividade seja vista como uma possibilidade facilitadora no processo de ensino e aprendizagem dentre aqueles que buscam uma aprendizagem significativa. Além de, criar um momento que possa ser utilizado como uma troca de ideias e conhecimentos, e também permita que cada indivíduo reflita de maneira crítica sobre seus métodos e dificuldades.

## 4 Referências


AUSUBEL, D. P. *Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva.* Portugal: Plátano Edições Técnicas, 2003.

MOREIRA, M. A. *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.* Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006(a).

MOREIRA, M. A. *Mapas Conceituais & Diagramas V*. Porto Alegre: Edição do autor. 2006(b).

MOREIRA, M. A. *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. São Paulo: Centauro, 2010.

NOVAK, J. P.; GOWIN, D. B. *Aprender a Aprender.* Plátano Edições Técnicas. Lisboa, Portugal. 1984.


**ISSN 2316-7785**

**ENSINO DE GEOMETRIA COM O USO DE *ORIGAMIS*:**
**UMA ABORDAGEM PARA O SEXTO ANO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Mariéle Minosso
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. *Campus* Bento Gonçalves.
marieleminosso@hotmail.com

Cristina Engelmann
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. *Campus* Bento Gonçalves.
cristinaengelmann@outlook.com

Tamara Miranda Rustick
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. *Campus* Bento Gonçalves.
tamaramirandarustick77@gmail.com

Lais Primieri
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. *Campus* Bento Gonçalves.
laisprimi@hotmail.com

Karine Pertile
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul. *Campus* Bento Gonçalves.
karine.pertile@bento.ifrs.edu.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de graduação


**Resumo**

Este trabalho propõe o ensino de geometria voltado ao sexto ano do Ensino Fundamental, através de construções e uso de *Origamis*. O *Origami*, a arte milenar de dobrar papel, foi desenvolvido a partir de processos de raciocínio lógico e a utilização de conceitos geométricos como, por exemplo, as definições de retas paralelas, retas concorrentes, bissetriz, ângulos e vértices. Dessa forma, ao utilizá-lo como procedimento metodológico para abordar Geometria no contexto escolar, o docente estará possibilitando ao discente a oportunidade de aprender por meio da experimentação, ao mesmo tempo que instiga sua criatividade e curiosidade. A dobradura, neste caso, poderá ser relacionada com Geometria Plana e Espacial no estudo de ângulos, pontos, retas, vértices, simetria, faces, polígonos e poliedros. Além disso, o papel pode ser considerado um material acessível. Dessa forma, podem ser superadas as possíveis dificuldades do professor ao expor o conteúdo e do aluno ao compreendê-lo por promover uma reflexão acerca das atribuições do docente e o verdadeiro retorno de um efetivo aprendizado.



**Palavras-chave:** Dobradura; Matemática; Arte; Lógica.


## 1. Introdução

O ensino de Geometria apresenta-se de alguma forma em todos os anos do Ensino Fundamental, desde o primeiro ano. As crianças vão desenvolvendo uma noção intuitiva a respeito dos elementos geométricos que encontram, sendo esta noção concretizada com o passar dos anos e o aprofundamento de estudos, principalmente através de atividades práticas. Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Fundamental

> A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. [...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. (BRASIL, 2017, p. 269).

A utilização de materiais concretos no processo de ensino pode ser facilitador no processo de aprendizagem. Ao propor para os alunos atividades práticas com a utilização de materiais concretos, o professor o oportuniza e instiga que o aluno perceba as relações geométricas presentes nas dobraduras, assim construindo o conhecimento de maneira conjunta e objetiva, relacionando os conhecimentos prévios com os conceitos trabalhados em sala de aula.

Por este motivo propomos o trabalho de geometria com a utilização de *Origami*[1], abordando diversos conceitos geométricos através de dobraduras, voltado ao ensino de geometria para o sexto ano do Ensino Fundamental, na modalidade de minicurso.

## 2. O Ensino de Geometria e a Arte de Dobrar Papel

O conhecimento acerca da geometria é amplamente útil no dia-a-dia e também está relacionado a outros conteúdos escolares, seja da Matemática ou de outras disciplinas. Muitos dos objetos encontradas no cotidiano são formas geométricas clássicas, já estudadas e conhecidas pelos alunos. Todos esses objetos possuem alguma forma, algum tamanho ou ocupam alguma posição no espaço. Medir, examinar formas, comparar tamanhos, analisar posições são preocupações cotidianas, ações necessárias para a sobrevivência no mundo, e a geometria pode transformar-se em ferramenta para estudar tais problemas.

Mammana e Villani (1998), em seu estudo sobre a evolução histórica da geometria, afirmam que os povos, desde a pré-história, têm tendência para reproduzir a realidade usando desenhos estilizados, para decorar os seus objetos usando motivos construídos a partir de formas geométricas dotadas de simetrias e para dar formas geométricas simples às suas primeiras construções.

Ao vivenciar situações com os objetos do espaço em que vive que, desde criança, é que o aluno vai construir conhecimentos e estabelecer relações, apropriando-se das características dos mesmos. Proporcionando ao aluno tal vivência, portanto, estaremos possibilitando a ele localizar-se e orientar-se.

Para tanto, não basta apenas "mostrar" objetos aos alunos, ou limitá-los a cópias de figuras que são apresentadas e descritas pela observação de outras pessoas, e não deles mesmos (FAILENGERT, 2009). É necessário oportunizar atividades experimentais.

Nesta perspectiva, pode-se afirmar que, no ensino da geometria, é importante basear o processo de aprender, principalmente, em atividades empíricas, com observação, manipulação e representação de objetos concretos, além de atividades de

---

[1] *Origami* é a arte tradicional japonesa de dobrar o papel, criando representações de determinados seres ou objetos com as dobras geométricas de uma peça de papel, sem cortá-la ou colá-la.

sistematização, com definições, conceitos, nomenclaturas, propriedades, teoremas e axiomas.

No sexto ano do Ensino Fundamental, está previsto pela BNCC o desenvolvimento de diversas habilidades geométricas, dentre elas estão:

> [...] Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles. Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas etc.). (BRASIL, 2017, p. 301)

O desenvolvimento de tais habilidades visa consolidar os conceitos geométricos estudados pelos alunos, não se reduzindo a aplicações de fórmulas, mas ressaltando a importância do pensamento lógico-dedutivo.

*Origami*, técnica que no Brasil é conhecida como “dobradura”, é uma arte que vem sendo desenvolvida há milênios. Suas construções podem ser tradicionais, sem uso de corte e colagem, ou modulares, com peças independentes (módulos) que são combinados ao final da construção, geralmente de sólidos geométricos.

No princípio, o *Origami* era utilizado pelas classes mais ricas, pelo alto custo do papel. Mas com o tempo, foi democratizado. Atualmente, conforme Lang (2018), dentro da teoria matemática das construções geométricas do *Origami*, os sete axiomas Huzita-Justin definem o que é possível construir, criando vincos únicos, sequenciais formados pelo alinhamento de combinações de pontos e linhas. Tais axiomas, baseados na lógica matemática geométrica contribuíram muito no desenvolvimento da referida arte, e ainda em suas relações com a Matemática.

Cavacami e Furuya (2010, p.1) destacam que “A aplicação de *Origami* no ensino da Geometria pode auxiliar no desenvolvimento cognitivo, trazendo assim melhor aprendizagem e compreensão da Matemática através da manipulação de um simples pedaço de papel.” Existem, na *Internet*, inúmeros vídeos didáticos que orientam passo-a-passo as construções de Origami. Porém, muito se tem associado o *Origami* às construções de flores, barquinhos e animais. Dessa forma, a beleza artística é valorizada, mas o seu viés Matemático é deixado de lado. Desta forma, justificamos o trabalho com dobraduras voltado ao ensino da geometria na educação básica.

## 2. A metodologia do Minicurso Proposto

A proposta deste minicurso/oficina é uma abordagem geométrica a partir do uso de *Origamis* de Poliedros, com o objetivo de apresentar alternativas para o processo de aprendizagem da geometria, visto que a

> utilização de materiais diversificados que demonstram visualmente a aplicabilidade dos teoremas relacionados aos conteúdos geométricos faz com que haja o favorecimento da participação plena [do aluno], bem como estimula o senso exploratório dos estudantes, componente relevante ao seu aprendizado. (RANCAN, GIRAFFA, 2011, p. 3-4)

O trabalho tem como público professores e futuros professores de matemática. O conteúdo a ser desenvolvido tem foco nas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental. Com relação ao material a ser utilizado nas dobraduras, Rancan e Giraffa (2011) destacam que

> Existem papéis difíceis de dobrar por serem muito rígidos (papel-cartão, papelão, cartolina); outros são muito flexíveis (crepom, seda), e não proporcionam boa sustentação. Existem papéis específicos para Origami, mas para o trabalho em sala de aula, pode ser utilizado material mais economicamente favorável, como papel sulfite ou ofício, folhas de revistas, jornal. (RACAN, GIRAFFA, 2011, p. 6)

Dessa forma, convém analisar o contexto da escola para que possa escolher os materiais da melhor forma, materiais esses que serão utilizados nas construções de Origami. A seguir é apresentado um modelo a ser desenvolvido no Minicurso, assim como a abordagem proposta para o mesmo.

### 2.1 Construção do tetraedro

A Construção inicia com uma folha de papel quadrada de lados 20 cm (Figura 1). Dobra-se ao meio, mas não vinca-se totalmente a folha, unindo vértices consecutivos do quadrado (Figura 2). Desfazendo a dobra anterior, encosta-se um dos vértices do quadrado no vinco oposto formado anteriormente (Figura 3). Desfaz-se esta dobra e repete-se com o vértice consecutivo. As marcas das dobras realizadas são, então, marcadas (Figura 4).

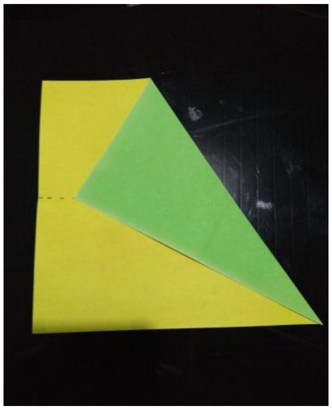
**Figura 1:** Folha de Papel Quadrado de lados com medida de 20 cm.

Fonte: A pesquisa.

**Figura 2:** União de vértices consecutivos.

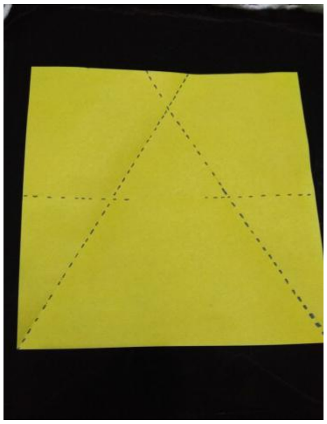
Fonte: A pesquisa.

**Figura 3:** Unindo um dos vértices à dobra anterior.



Fonte: A pesquisa.

**Figura 4:** Marcas das dobras realizadas.



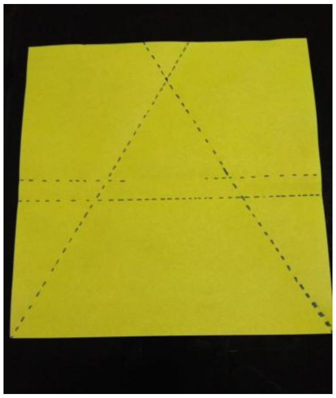
Fonte: A pesquisa.

A seguir, dobra-se de maneira que o lado paralelo ao utilizado nos passos anteriores encoste no ponto de intersecção formado pelos últimos vincos (Figura 5). Desfaz-se a dobra e novamente faz-se marcações (Figura 6).

**Figura 5:** Lado oposto dobrado até a intersecção das dobras anteriores.

Fonte: A pesquisa.

**Figura 6:** Marcações realizadas através das dobraduras.

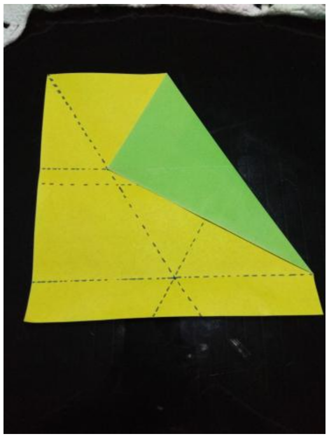


Fonte: A pesquisa.

Embora o foco da dobradura seja a construção do tetraedro, neste momento pode-se retormar conceitos de retas paralelas, retas concorrentes e retas transversais.

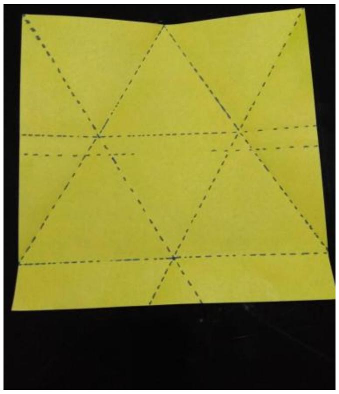
Seguindo com as dobraduras, gira-se o quadrado 180º, e unem-se os vértices superiores do quadrado às intersecções obtidas pelas última dobras às retas transversais (Figura 7) e fazendo as marcações convenientes (Figura 8).

**Figura 7:** Dobrando os vértices superiores até as últimas intersecções obtidas.



Fonte: A pesquisa.

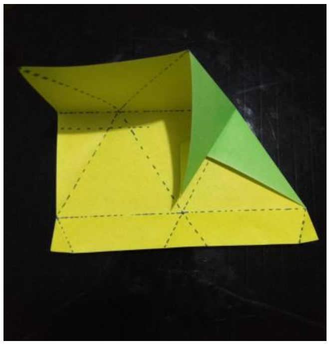
**Figura 8**: Marcações obtidas pelas dobraduras.



Fonte: A pesquisa.

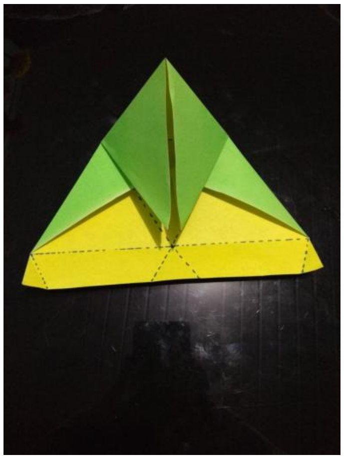
Direciona-se um dos vértices superiores de tal forma que encoste na interseção das transversais com a reta paralela mais distante. Para tanto, é necessário que utilize-se uma das dobras anteriores (Figura 9). Repete-se o procedimento com o outro vértice superior (Figura 10).

**Figura 9:** Dobrando um dos vértices superiores até que coincida com a intersecção identificada.



Fonte: A pesquisa.

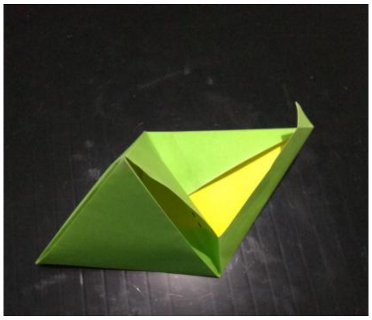
**Figura 10:** Repetindo o passo anterior.



Fonte: A pesquisa.

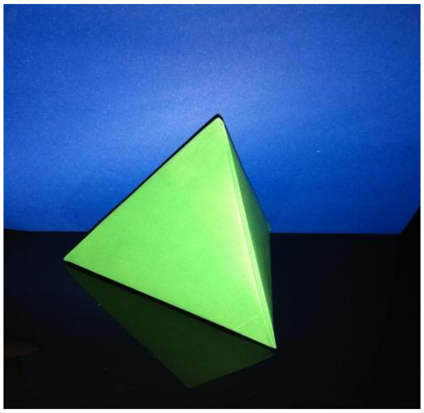
A seguir, encaixam-se as abas dentro da pequena abertura formada na aproximação dos triângulos estruturados pela dobra anterior (Figura 11). Obtém-se, então, o Tetraedro (Figura 12).

**Figura 11**: Encaixando as abas.



Fonte: A pesquisa.

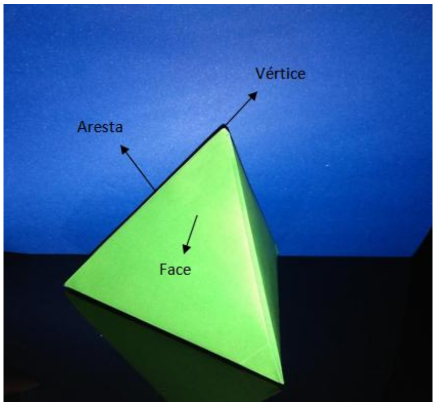
**Figura 12:** O tetraedro.



Fonte: A pesquisa.

O tetraedro é um cinco dos poliedros regulares. É formado por quatro triângulos equiláteros. Ao findar a construção, tem-se a visualização dos elementos dos poliedros: Arestas, Vértices e Faces.

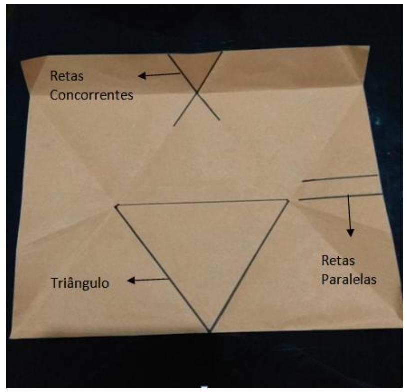
**Figura 13**: Elementos do Poliedro




Fonte: A pesquisa.

Da mesma forma, ao desfazer todas as dobraduras, retornando ao quadrado inicial, pode-se constatar elementos da Geometria Plana:

**Figura 14**: Elementos de Geometria Plana identificados nas dobraduras.




Fonte: A pesquisa.

Na sala de aula, os referidos elementos podem ser encontrados e explorados pelos alunos. O professor pode incentivar para que eles cheguem às suas próprias conclusões ou auxiliá-los na compreensão, quando necessário e, principalmente, orientá-los quando houver uma conclusão incorreta. A partir dos apontamentos e reflexões, o professor pode definir o conceito geométrico estudado. Assim, o aprendizado se dá primeiro com a experimentação, depois é concretizado com a percepção da relação de sentido entre definição e experimentação.

As referidas definições podem ser construídas com o auxílio de questionamentos, breve contexto histórico, etmologias, mas principalmente através das observações do objeto construído.

Dessa forma, a maneira de manipular o Origami pode auxiliar na compreensão de Geometria no sexto ano, de acordo com os objetivos a serem alcançados durante a aula. Neste caso, os objetivos a serem alcançados serão o desenvolvimento das habilidades de geometria previstos pela BNCC.

A aplicabilidade deste Minicurso pode ser diferenciada quando destinada à professores e futuros professores ou para os próprios alunos, pois estes ainda estarão construindo seu aprendizado, enquanto aqueles, já tendo um conhecimento sobre o assunto, estarão aprimorando e diversificando suas maneiras de abordagem.

## 3. Considerações

Baseando-nos em estudos anteriores com uso de *Origamis* que tiveram bons resultados no processo de ensino e aprendizagem, tais como o trabalho realizado por Rancan e Giraffa (2011) e a proposta de Lucas (2013), apresentamos o Minicurso intitulado "Ensino de Geometria com o uso de *Origamis*: Uma Abordagem para o sexto ano do Ensino Fundamental", voltado ao ensino de Geometria no sexto ano do Ensino Fundamental. No entanto, é somente após a aplicação que se pode analisar os resultados e verificar se esta forma de abordagem é realmente viável e significativa.

As construções que podem ser feitas tanto neste Minicurso quanto em sala de aula não necessitam ficar restritas a poliedros. Dobraduras conhecidas, como a do *Tsuru*[2], ave sagrada no Japão, também proporcionam um estudo matemático de relações geométricas, além do divertimento e conhecimento da cultura. Assim, a Matemática interliga-se com a Arte e a História.

Embora a utilização de *Origamis* no ensino de Geometria não seja inovadora, pretende-se difundir ainda mais tal metodologia de ensino, para que se torne acessível

[2] Pássaro oriental que simboliza a paz.

aos professores que ainda a desconhecem. Através do uso de materiais concretos, a exploração de elementos da Geometria pelos alunos pode favorecer a troca de ideias, desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade, em uma construção coletiva e mais efetiva do conhecimento.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) dá fortes recomendações, no que se refere à aprendizagem geométrica, de que o aspecto experimental do conhecimento geométrico seja explorado a partir de objetos que possam ser manipulados, ou até mesmo que se recorra ao conhecimento intuitivo do alunos. Desta forma, o Minicurso proposto torna-se ainda mais relevante.

**Referências**

AULETE DIGITAL. *Geometria*. Lexikon Editora Digital. 2018 Disponível em: <http://www.aulete.com.br/geometria> Acesso em: 15 jun. 2018.

AULETE DIGITAL. *Triângulo.* Lexikon Editora Digital. 2015 Disponível em: <http://www.aulete.com.br/tri%C3%A2ngulo> Acesso em: 30 jun. 2018.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Fundamental.* Brasil: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 15 jun. 2018

CAVACAMI, Eduardo; FURUYA,Yolanda Kioko Saito. *Explorando Geometria com Origami*. 2010 Disponível em: < http://www.obmep.org.br/docs/apostila11.pdf> Acesso em 15 jun. 2018.

FAILENGERT, Estela Kaufman. *Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

LANG, Robert J. *Huzita-Justin Axioms.* 2018 Disponível em: <http://www.langorigami.com/article/huzita-justin-axioms> Acesso em: 21 jun. 2018.

LUCAS, Eliane dos Santos Corsini. *Uma Abordagem Didática para a Construção dos Poliedros Regulares e Prismas utilizando Origami*. Lavras, 2013.

MAMMANA, Camelo; VILLANI, Vinicius. P*erspectives on the Teaching of Geometry for the 21th Century*. Dordrecht: Kluwer, 1998.

RANCAN, Eduardo; GIRAFFA, Lucia Maria Martins. Geometria do Origami: Investigando Possibilidades Para Ensinar Geometria. In: *Revista Ciências&Ideias*. v. 3, n. 2 - Out/2011 - Mar/2012.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# MATEMÁTICA RECREATIVA: EXPLORANDO DIFERENTES POSSIBILIDADES

Ana Paula Krein Müller
Universidade do Vale do Taquari
anapmuller@universo.univates.br

Adriana Belmonte Bergmann
Universidade do Vale do Taquari
aberg@univates.br

Geovana Luiza Kliemann
Universidade do Vale do Taquari
geovanakliemann@universo.univates.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Pós-graduação

**Resumo**

Neste minicurso socializamos jogos e atividades manipulativas de matemática, organizadas e adaptadas pelo grupo de pesquisadores do projeto de pesquisa "Tendências no Ensino", desenvolvido na Universidade do Vale do Taquari - Univates, do qual os autores fazem parte. Este material é utilizado em formações continuadas ofertadas pelo referido projeto aos professores da Educação Básica, em suas escolas de origem, em uma das ações de divulgação científica desenvolvidas, com o intuito de incentivar os mesmos a utilizarem atividades experimentais em suas práticas pedagógicas. Objetiva-se, neste Minicurso, socializar algumas práticas que possam provocar reflexões e disponibilizar recursos para serem adaptados em sala de aula de forma lúdica e desafiadora. Evidencia-se ainda que o ensino de Matemática através de atividades experimentais pode estimular o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, tomada de decisão e argumentação, favorecendo na maioria das vezes a desenvolver o raciocínio lógico dos alunos. Ademais, possibilitam ao professor novas formas de ensinar e diferentes maneiras de interagir com a turma, podendo facilitar a aprendizagem e o gosto do aluno pela matemática.

**Palavras-chave:** Atividades práticas; Jogos; Ensino de Matemática; Formação de professores.

## Introdução

O ensino da Matemática, em muitos contextos, ainda é abordado de forma teórica. O enfoque dominante, na maioria das vezes, tem consistido na transmissão do saber científico, pois o ensino nessa disciplina ocorre frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, com pouco significado. Esse modelo de ensino pode fazer com que o aluno, ao receber informações prontas, que nem sempre fazem parte do seu dia a dia, se desinteresse pelo conteúdo de ensino.

No que tange ao ensino, as atividades experimentais são frequentemente apontadas, em discussões acadêmicas, como importantes recursos didáticos das disciplinas científicas, em qualquer nível. Tais atividades podem ser uma estratégia de ensino que vincule dinamicamente a Matemática com vivências do aluno. Em outras palavras, segundo Silva & Zanon (2000) é necessário valorizar a visão do conhecimento científico trabalhado na escola como um saber mediador, dinâmico, provisório, capaz de articular o teórico com o prático, o ideal com o real, o científico com o cotidiano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999, p. 6) destacam que os objetivos nas áreas de conhecimento deveriam "envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos". Nesse contexto, as atividades experimentais podem ser consideradas como importantes recursos didáticos, em qualquer nível de ensino, para promover a aprendizagem do aluno. Reforçando tal posicionamento, Bonatto et al. (2009) expressam a necessidade de que os experimentos sejam realizados com o objetivo de promover aprendizagem e não apenas como algo mecânico.

Neste sentido, no ensino da Matemática Passos (2006, p. 81) comenta que os conceitos matemáticos construídos pelos alunos não são extraídos empiricamente dos materiais, ele destaca que "os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam". Assim, considera-se importante que o professor, durante os momentos em que o aluno desenvolve alguma atividade interativa, realize questionamentos que promovam discussão sobre conceitos matemáticos. Dessa forma, acredita-se que o docente pode auxiliar o aluno a estabelecer relações com outros conceitos, bem como sistematizá-los conceitos.

Neste Minicurso, serão socializadas algumas atividades práticas que podem ser desenvolvidas para despertar o espírito científico, a curiosidade e o gosto pela Matemática. Serão exploradas atividades experimentais, nas quais os participantes podem construir, observar, manipular, analisar, compreender e posteriormente utilizá-las em sua prática pedagógica. Tais atividades fazem parte das ações desenvolvidas no projeto "Experimentos interativos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental oportunizando o despertar do espírito científico", financiado pelo edital CNPq/INSTITUTO TIM nº 02/2015, proposto pela equipe do projeto de pesquisa "Tendências no Ensino", a qual é desenvolvida na Universidade do Vale do Taquari, localizada em Lajeado/RS. O intuito é instigar e auxiliar os professores de Matemática do Ensino Fundamental.

**Detalhamento das atividades**

As atividades que serão exploradas foram previamente estudadas e organizadas pelos participantes do projeto de pesquisa anteriormente mencionado. O intuito é socializar práticas de ensino lúdicas e desafiadoras que podem ser desenvolvidas no Ensino Fundamental, ou adaptadas para outros níveis de ensino. Pretende-se mostrar as implicações das atividades, detalhadas na sequência, como ferramentas didáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Atividade 1- Vestindo a Matemática dos números

Esta atividade pode auxiliar na compreensão dos números inteiros, decimais, frações, entre outros, de forma lúdica e cooperativa, estimulando o raciocínio lógico e a interação entre os participantes.

Montam-se duas equipes. Distribuem-se camisetas, sendo cada uma delas numeradas na frente e nas costas conforme a Figura 1, e um boné com o símbolo da dízima periódica.

Figura 1 – Representação das camisetas e boné do jogo.


Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

O professor inicia o jogo propondo um dos desafios às equipes, conforme descritos no Quadro 1. A partir disto, todos os integrantes posicionam-se a fim de formar um número que represente a resposta do desafio proposto. A equipe que concluir a tarefa em menor tempo e corretamente, marca 2 pontos, as demais, recebem 1 ponto, desde que a resposta esteja correta. Aquelas que não obtiverem êxito na execução da atividade tem 1 ponto descontado, ou seja, sua pontuação será menos 1.

Quadro 1 – Desafios sugeridos.

| Desafios sugeridos | |
|---|---|
| 1 | O menor número entre 1 e 2 |
| 2 | O maior número entre 0 e 1 |
| 3 | O menor número maior que 1 |
| 4 | O maior número possível |
| 5 | O menor número possível |
| 6 | O menor número entre 100 e 200 |
| 7 | O maior número entre 40 e 199 |
| 8 | O maior número entre 1,2 e 3,8 |
| 9 | O menor número entre 0,23 e 2,40 |
| 10 | O maior número entre 423,1 e 577,6 |

Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 2 - Bingo de desafios

Este jogo visa aprimorar conhecimentos relacionados à Matemática de forma lúdica, bem como favorecer a tomada de decisão. Também podem ser exploradas as habilidades de cálculo mental e raciocínio lógico.

O jogo começa com a formação de, no mínimo, duas equipes. Iniciam-se as jogadas, guiadas pelo professor, que propõe uma das perguntas, conforme Quadro 2. Os participantes, que são as peças do jogo, começam a se organizar sobre o tabuleiro visando respondê-la. Todos os participantes podem se posicionar nas casas vagas e cada participante pode ocupar somente uma casa por jogada. A cada acerto a equipe marca 1 ponto; e, a cada erro, perde 2 pontos. Na Figura 2 apresenta-se o tabuleiro do jogo.

Figura 2 - Tabuleiro.


Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Quadro 2 - Sugestões de questões para nortear as jogadas.

| Questões norteadoras | Respostas |
|---|---|
| Divisores de 12 | 1, 2, 3, 4, 6 e 12 |
| Múltiplos de 3 | 3, 6, 9, 12, 15, 18,... |
| Divisores de 48 | 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 e 48 |
| Múltiplos de 7 | 7, 14, 21, 28,... |
| Números primos até 10 | 2, 3, 5, 7 |
| O maior divisor de 33 | 33 |
| O menor divisor natural de um número | 1 |
| Múltiplos de 4 | 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44... |
| Número primo par | 2 |
| Números primos entre 1 e 100 | 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31,... e 97 |

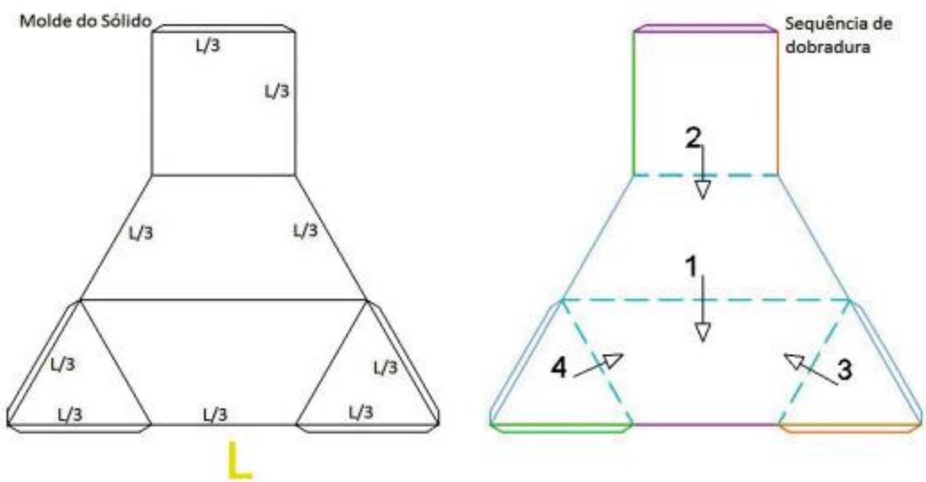
Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 3 - Quebra-cabeça com sólidos

Nesta atividade o objetivo é encaixar as peças disponibilizadas para formar uma pirâmide de base triangular (tetraedro).

O tetraedro é confeccionado a partir de dois sólidos iguais conforme o modelo da Figura 3. Inicialmente, desenhar um triângulo equilátero de lado L, podendo L ter qualquer valor. Dividir as laterais em três partes iguais e na parte de cima do triângulo desenhar um quadrado de lado L/3; o próximo passo é seguir a sequência de dobradura da figura, a partir da primeira dobra até a quarta (Ver Figura 3), e após colar as abas. Observar que, para a montagem correta, as cores iguais deverão se unir.

Figura 3 – Construção do sólido




Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Na Figura 4 há a imagem do tetraedro formado por dois dos sólidos construídos.

Figura 4 – Sólido construído

Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 4 - Disputa triangular

O objetivo dessa atividade é desenvolver estratégias para que o adversário tire a última ficha da mesa.

Construir quinze fichas circulares de EVA com cores diferentes, conforme mostrado na Figura 5. O jogo pode ter mais ou menos fichas, desde que se mantenha um número triangular, como exemplo: 3, 6, 10, 15, 21,....

Distribuir as 15 fichas na forma de uma matriz triangular. Na primeira linha, uma ficha; na segunda, duas fichas; e, assim sucessivamente, como mostra a Figura 5. As jogadas deverão ser alternadas entre dois jogadores, sendo que cada jogador pode escolher entre retirar apenas uma ficha ou uma linha completa em cada jogada. Retirada uma ficha qualquer de uma linha, essa linha não poderá mais ser retirada, pois não estará mais completa. Nesse caso, pode-se apenas retirar dela uma ficha por jogada, perde o jogo quem retirar a última ficha.

Figura 5 – Distribuição das fichas

Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 5 – Desafio das bolinhas coloridas (Raciocínio Lógico)

Esta atividade tem o objetivo de alinhar as bolinhas de acordo com as regras apresentadas.

Para a realização desta atividade são necessários: 5 bolinhas de isopor (também podem ser usadas tampinhas de 5 diferentes cores); tinta ou caneta hidrográfica nas cores azul, preto, vermelho e verde; pincel.

Pintar quatro das bolinhas de isopor nas cores azul, preto, vermelho e verde, e manter a outra bolinha branca, como mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Molde das bolinhas com cores

Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Alinhar sobre a mesa, da esquerda para a direita, as cinco bolinhas confeccionadas, respeitando todas as regras que seguem:

1) As bolas preta e branca estão juntas, ou seja, lado a lado.

2) A primeira bola à esquerda é azul.

3) A bola verde está à direita da preta, mas não necessariamente junto dela.

4) A bola vermelha não está do lado da verde nem da preta.

A resposta do desafio está mostrada na Figura 7.

Figura 7 – Resposta do desafio

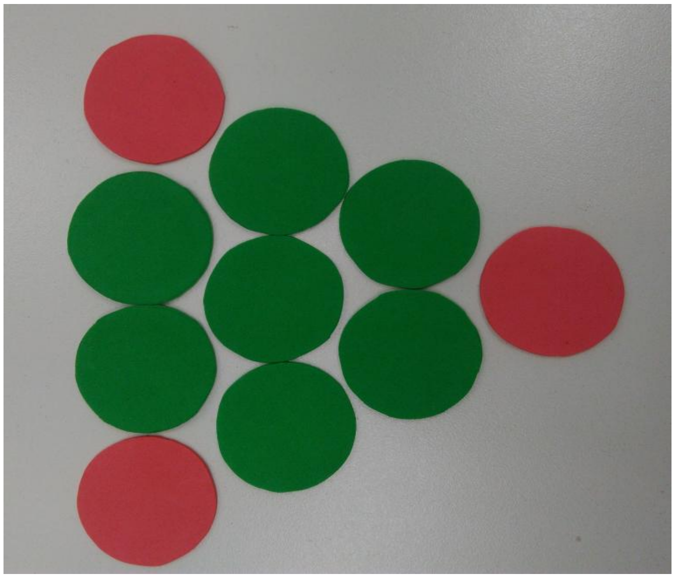
Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 6 - Desafio dos sete discos

A finalidade desta atividade é desenvolver estratégias para mudar a direção de um dos vértices do triângulo movendo apenas 3 fichas.

Construir dez fichas circulares de EVA e distribuí-las na forma de uma matriz triangular. Na primeira linha, uma ficha; na segunda, duas fichas; e assim sucessivamente. A figura 8 ilustra o formato final da distribuição.

Figura 8 – Fichas do jogo



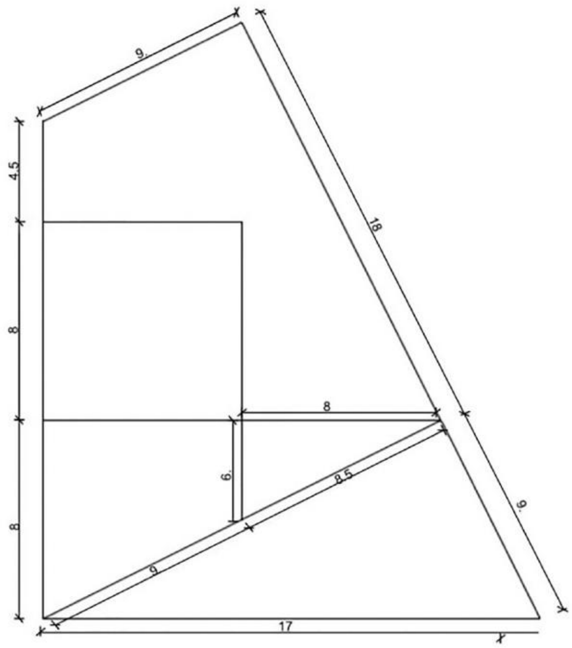
Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Atividade 7 – Cinco EM UM (geometria plana; raciocínio lógico)

A finalidade desta atividade é de identificar figuras geométricas planas e o raciocínio lógico por meio do quebra-cabeça.

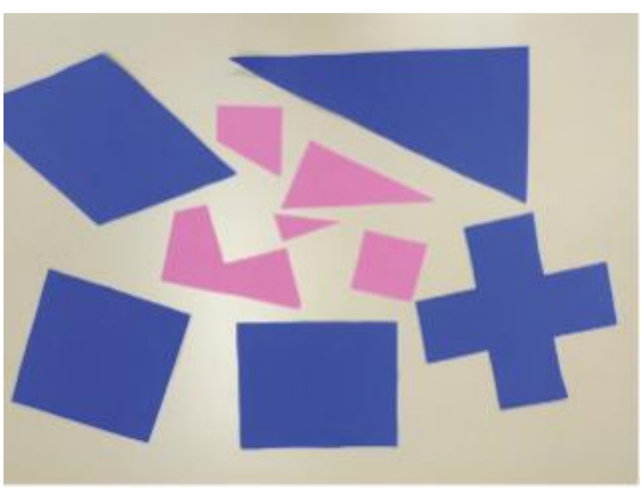
São necessárias folhas de E.V.A ou papel colorido, tesoura, régua e lápis. É necessário imprimir ou desenhar as figuras contidas na Figura 9 e recortá-las.

Figura 9 – Molde das peças



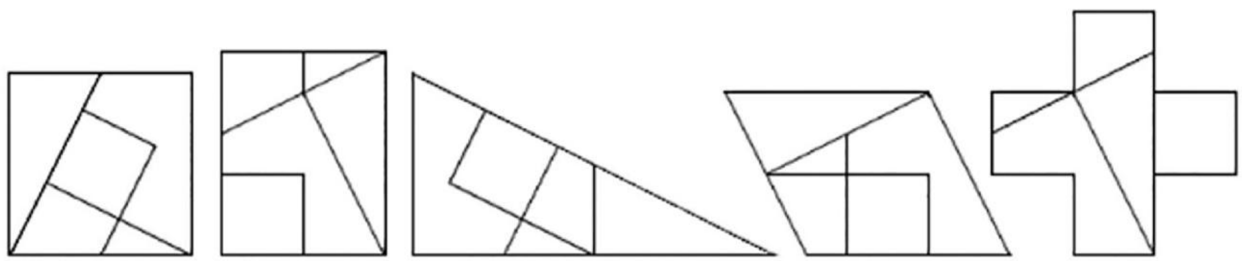

Em seguida montar as seguintes figuras separadamente, utilizando todas as peças em anexo para cada uma delas: quadrado, triângulo, retângulo, cruz e paralelogramo. As figuras recortadas aparecem em rosa na Figura 10 e as peças azuis são os moldes das figuras a serem montadas. Para reduzir o nível de dificuldade, o professor pode entregar ao aluno os moldes (confeccionados em E.V.A. ou papel duro) que mostram somente o formato final do quebra-cabeça, para que o aluno encaixe as peças sobre ele

Figura 10 – Peças confeccionada



Durante o recorte das peças é possível explorar as propriedades das figuras geométricas planas envolvidas. Na montagem dos quebra-cabeças o aluno necessita de concentração e raciocínio lógico. As respostas de cada quebra-cabeça são mostradas na Figura 11.

Figura 11 – Peças confeccionada



É importante que durante esta atividade o professor discuta com os alunos as características das figuras planas: quadrado (figura plana com quatro lados e quatro ângulos iguais); retângulo (figura plana com quatro ângulos iguais e lados opostos iguais); paralelogramo (figura plana com lados e ângulos opostos iguais) triângulo (figura com três lados). No caso do triângulo recortado ele é um triângulo retângulo, pois tem um ângulo reto (90 graus). A cruz é uma figura plana com seis lados, podendo ser considerada um hexágono irregular.

Atividade 8 – Quatro em fila

O objetivo é enfileirar quatro fichas da mesma cor na horizontal, vertical ou diagonal.

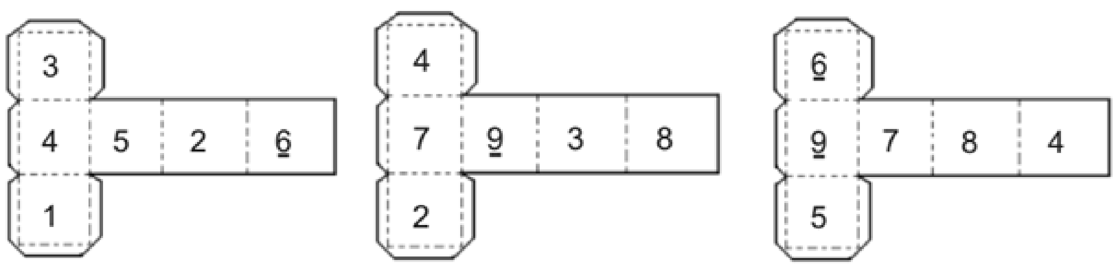
Imprimir o tabuleiro (Figura 11) e montar os dados (Figura12). O primeiro jogador deve lançar os três dados, multiplicar dois dos números e escolher um dos resultados para marcar no tabuleiro. O segundo jogador procede da mesma forma. Caso o número obtido nos dados não aparecer no tabuleiro ou já ter sido marcado, o jogador passa a vez. O vencedor será aquele que enfileirar primeiro quatro fichas na horizontal, vertical ou diagonal.

Figura 12 – Tabuleiro do jogo

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 42 | 81 | 25 | 20 | 09 |
| 15 | 63 | 24 | 48 | 36 |
| 27 | 08 | 32 | 40 | 64 |
| 18 | 72 | 30 | 54 | 16 |
| 06 | 12 | 28 | 49 | 45 |

Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Figura 12 – Explanação dos dados




Fonte: (DAS AUTORAS, 2017).

Após cada atividade efetivada pelos participantes será proporcionado um momento de discussão e problematização sobre a viabilidade das mesmas na prática pedagógica, bem como conteúdos relacionados e que podem ser explorados, além de possíveis adaptações para diferentes séries. Além disso, é importante ressaltar a possibilidade de adaptação dos materiais utilizados para cada atividade.

**Considerações**

O material descrito neste estudo é um *feedback* de práticas desenvolvidas com professores em escolas que aderiram à proposta do projeto já mencionado. Percebeu-se através de uma avaliação realizada a partir de questionário respondido pelos professores participantes da oficina e relatos realizados pelos alunos participantes do Aprender Experimentando, por meio de desenho ou escrita, que as práticas experimentais foram desafiadoras à ambos.

Por meio de tais ideias reforça-se que o ensino de Matemática através de atividades práticas pode estimular o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, tomada de decisão e argumentação, favorecendo na maioria das vezes, o raciocínio lógico dos alunos. No decorrer das atividades deve-se ter o cuidado de que as mesmas não sejam somente uma brincadeira, mas possibilitem a construção de conhecimentos matemáticos, permitindo ao professor novas formas de ensinar e diferentes maneiras de interagir com a turma, facilitando a aprendizagem do aluno.

Almeja-se com este minicurso, compartilhar e desenvolver atividades práticas com os professores participantes, com intuito de contribuir para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental, sendo esta mais uma ferramenta metodológica para os professores abordarem diferentes conteúdos matemáticos.

**Referências**

BONATTO, M. P. de O., et al. Iniciação a Química no museu da vida, Fiocruz: avaliando atividades experimentais interativas da bancada de Pasteur. In: *Anais do VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências*, nov. 2009

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) – Parte III*: Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1999.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). *O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.* Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

SILVA, L. H. A.; ZANON, L. B. A Experimentação no Ensino de Ciências. In: ARAGÃO, R. M. & SCHNETZLER, R. P. (Org.) *Ensino de Ciências*: fundamentos e abordagens. São Paulo: Capes/ Unimep. 2000. p. 120-153

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# OFICINA DE ÁBACO SOROBAN NA PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA

Valéria Belissa Pasuch
Instituto Federal Catarinense – *Campus* Concórdia
vabe.pasuch@gmail.com

Giovanni Luiz Kugelmeier
Instituto Federal Catarinense – *Campus* Concórdia
giovannikugelmeier@hotmail.com

Andriceli Richit
Instituto Federal Catarinense – *Campus* Concórdia
andriceli.richit@ifc.edu.br

**Eixo temático:** Educação Matemática e Inclusão

**Modalidade:** Minicurso/Oficina (MIN/OF)

**Categoria:** Aluno de Graduação

## Resumo
Nas discussões sobre ensino da Matemática está sempre presente a dificuldade na sistematização das operações básicas e isso tem frustrado alunos e professores da Educação Básica e até Superior. Percebendo essa realidade e aliando à questão da Educação Inclusiva, que visa aproximar os processos de aprendizagem a todos os alunos, com deficiência ou não, surge a possibilidade de utilizar o ábaco Soroban em aulas regulares de Matemática. Sendo assim, com o intuito de preparar professores que ensinam Matemática a utilizar o Soroban em atividades que possam incluir todos os alunos, na oficina serão confeccionados alguns instrumentos com a utilização de materiais recicláveis e será ensinada a manipulação correta para realizar as operações matemáticas. Além disso, serão expostos textos sobre a história do Soroban e sua relação com a educação de alunos com deficiência visual.

**Palavras-chave:** Formação de Professores; Educação Matemática Inclusiva; Ábaco Soroban;

## Introdução

Trabalho em um curso livre de estímulo cognitivo onde o ábaco soroban é umas das principais ferramentas para desenvolver atenção, concentração e raciocínio lógico. Percebo claramente o desenvolvimento dos alunos nas aulas e ouço os comentários dos responsáveis por eles sobre o quanto estão melhorando seu desempenho na escola regular. Baseada nessa realidade, tenho o desejo de levar o ábaco para dentro das salas de aula de Matemática e para isso, preparar professores para utilizá-lo desde a alfabetização até mais altos níveis de ensino.

A utilização de ábacos nas escolas como facilitador do entendimento do valor posicional de cada algarismo tem voltado a crescer, entretanto ainda há outras possibilidades para seu uso que ainda são pouco exploradas. Essa ferramenta pode ser muito útil não apenas nos anos iniciais do Ensino Fundamental, ela pode ser usada em qualquer faixa etária para desenvolver diferentes habilidades cognitivas como raciocínio lógico, memória de trabalho e atenção alternada.

O ábaco é um instrumento milenar cuja tecnologia possibilitou o avanço de civilizações quanto ao cálculo de medições e trocas no comércio, entretanto ainda é pouco conhecido pelos professores que ensinam Matemática, seja pedagogo ou licenciado.

O objetivo deste minicurso é possibilitar a aproximação do professor ou pesquisador com o ábaco Soroban, conhecendo sua história, assim como possíveis recursos e aprender a manuseá-lo a fim de tornar possível a sua utilização em na sala de aula.

## Ábaco Soroban: história, estrutura e utilização

Uma das primeiras ferramentas para a contagem que os antigos utilizaram foi a mão humana e seus dedos. Inclusive essa é a razão pela qual nosso sistema de numeração é de base dez. Entretanto foi surgindo necessidade de haver números maiores que dez, assim a contagem passou a ser de formas diferentes como riscos no chão, com pedrinhas ou com nós em cordas, por meio de uma relação um-a-um ou um-a-dez, ou seja, a cada dez dedos da mão, um nó na corda, por exemplo. Peixoto (2006, p. 11) complementa que “como curiosidade, a palavra dígito provém do latim *digitus*, que significa dedo”.

Para fazer operações, as civilizações desenvolveram diferentes ferramentas. Os primeiros ábacos eram bandejas de areia (*abax*, do grego, significa tabuleiro de areia) que com o tempo foram sendo substituídos por materiais mais duráveis como madeira, pedra ou metal. "É interessante mencionar que *calculus*, em latim, quer dizer pedra" (PEIXOTO, SANTANA e CAZORLA. 2006, p. 13).

O ábaco romano tinha sulcos, os quais representavam, cada um, uma potência de dez, começando da direita para a esquerda, ou seja, o sulco mais à direita seria ($10^0$), ou unidades, o segundo seria $10^1$ ou dezenas e assim por diante.

> No século VI d. C. o ábaco já era conhecido na China e chamado de *suan pan* ou tábua aritmética. No Japão, no século XVII, seu uso era comum entre o povo; embora sem dúvida já fosse conhecido por muito mais tempo, recebeu o nome de *soroban*, que significa "bandeja de cálculo". Esses ábacos mais modernos não diferem muito do modelo romano, mas sua forma mudou. Os sulcos foram substituídos por arames ou hastes e as pedras (ou fichas) por contas que deslizam por elas. (PEIXOTO, SANTANA e CAZORLA. 2006, p. 15).

O ábaco soroban possui estrutura diferente de ábacos de dezena, o que possibilita um maior desenvolvimento do raciocínio. Enquanto ábacos de dezena possuem nove ou dez contas em cada linha ou coluna, o Soroban possui cinco, sendo quatro representando uma quantidade e uma representando cinco quantidades. Dessa forma, a leitura de um número demanda maior atenção, o que estimula mais o raciocínio.

> Apesar dos diferentes tipos o uso básico de qualquer forma de ábaco é sempre o mesmo, independentemente da base envolvida e do fato de as hastes serem verticais ou horizontais. As contas de uma posição são trocadas por uma de valor maior correspondente à posição adjacente à esquerda. O ábaco traz em sua estrutura o valor posicional, o valor de cada conta depende da posição da coluna em que ela está localizada. (PEIXOTO, SANTANA e CAZORLA. 2006, p. 16).

Embora existam diferentes tipos de ábaco, como o *abax* grego e o *abacus* romano (figura 1); o modelo russo (figura 2); o *suan pan* chinês (figura 3); o nepohualtzitzin azteca (figura 4) e, por fim, o *Soroban* japonês (figura 5), o presente artigo foca apenas no modelo japonês.

Figura 1: modelo romano
Fonte: Abacus Museum Online

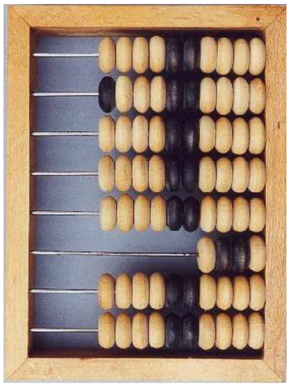


Figura 2: modelo russo
Fonte: Abacus Museum Online

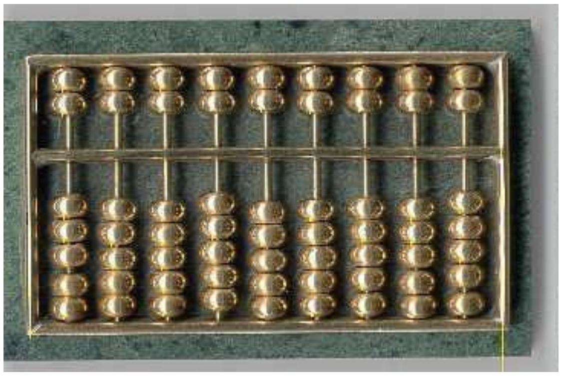


Figura 3: modelo chinês
Fonte: Abacus Museum Online

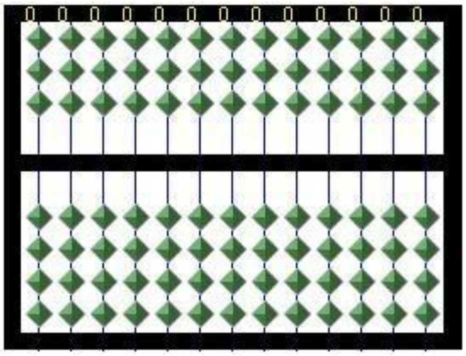


Figura 4: modelo asteca
Fonte: Abacus Museum Online

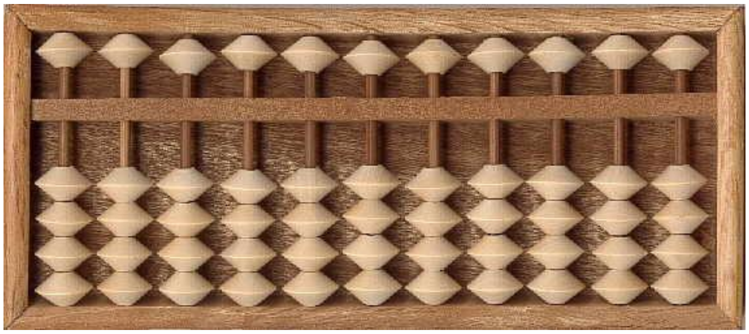


Figura 5: modelo japonês
Fonte: Abacus Museum Online

O Soroban é formado por uma moldura e uma barra divisória, chamada régua, que divide as contas que representam cinco quantidades (acima da régua) e as contas que representam uma quantidade (abaixo da régua). As hastes onde deslizam as contas juntamente com estas, são nomeadas colunas e é escolhida uma para ser a "coluna de referência" onde será representada a unidade. Dessa forma, a coluna à esquerda da coluna de referência será a dezena e assim sucessivamente. Por questão dos números decimais, a coluna de referência geralmente é escolhida entre o centro e a direita do ábaco. A figura 6, abaixo, mostra a estrutura de um ábaco soroban.

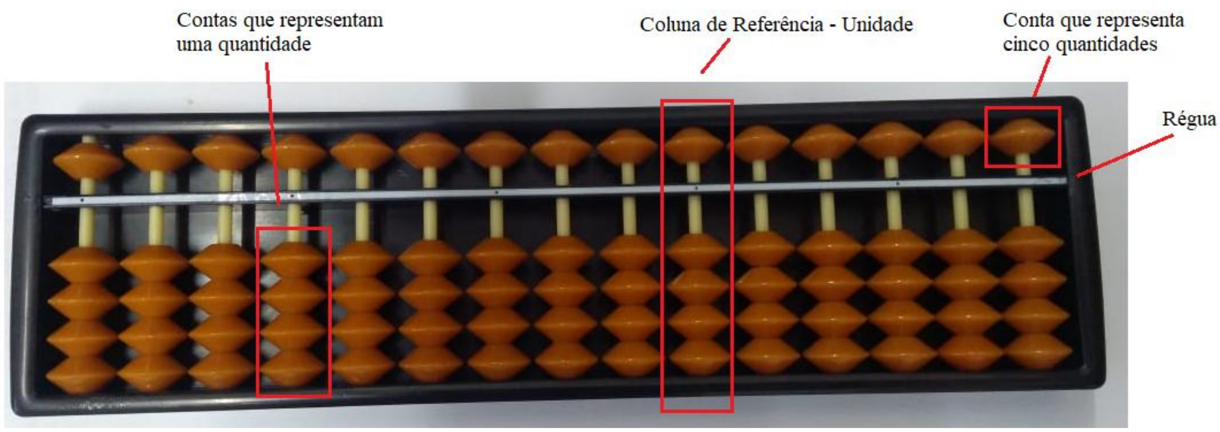



Figura 6: Estrutura do Soroban
Fonte: os autores (2018).

A leitura de um número representado no Soroban leva em conta a posição de cada algarismo, assim como o sistema posicional decimal. Para representar um número, é necessário aproximar as contas da régua. Na figura 6 acima, o ábaco está zerado, isto é, como nenhuma conta está encostada na régua, o número representado é o zero. Os números de 1 até 4 são registrados emburrando as contas abaixo da régua para perto desta. O número 1 é apenas uma conta, o número dois são duas contas e assim sucessivamente. Entretanto, a conta acima da régua representa cinco quantidades, sendo assim, se apenas essa conta está próxima da régua, o algarismo representado é o 5. Os números de 6 a 9 são registrados aproximando a conta que representa cinco mais o seu complemento em contas abaixo da régua, por exemplo, para registrar o número 7, basta aproximar da régua a conta acima e mais duas abaixo.

O manuseio do ábaco soroban treina a coordenação motora fina visto que existem regras a serem obedecidas justamente com esse objetivo. O primeiro movimento que se faz com o ábaco é o de “zerar”, ou seja, deixá-lo pronto para os cálculos. Para isso, basta incliná-lo ao usuário a fim de deixar deslizar para baixo todas as contas, então retorná-lo plano horizontal e passar o dedo indicador da mão direita sob as contas acima da régua, empurrando-as para cima.

Os movimentos devem ser feitos somente com os dedos polegar e indicador da mão direita, mesmo os canhotos, para facilitar a visualização dos números e melhorar a agilidade dos registros. A mão esquerda segura o Soroban para evitar que deslize. O dedo polegar empurra (soma) as contas abaixo da régua. Todos os demais movimentos, como puxar (subtrair) as contas abaixo e empurrar ou puxar as contas acima são realizados pelo dedo indicador. Os números 6, 7, 8 e 9 são registrados com um único movimento, usando o polegar e o indicador ao mesmo tempo, porém são retirados em dois movimentos com o dedo indicador, somente, primeiro a parte de baixo, depois a parte de cima. A disciplina em relação aos movimentos corretos é indispensável para a agilidade e exatidão dos cálculos.

**Ábaco Soroban: recursos alternativos e deficiência visual**

Tendo em mente as diversas vantagens do uso do Soroban em aulas de Matemática, essa oficina visa otimizar e ampliar sua utilização ao mesmo tempo em que o aproxima professores que ainda não tiveram a oportunidade de aprender a trabalhar com esse instrumento.

Sobre as habilidades que o ábaco trabalha, Oliveira ressalta que:

> O Soroban, além de auxiliar nos cálculos matemáticos, ainda estimula a coordenação motora, sendo capaz de desenvolver concentração, raciocínio lógico-matemático, atenção, memorização, percepção e cálculo mental, principalmente porque o operador é o responsável pelos cálculos por meios concretos, aumentando a compreensão dos procedimentos envolvidos (OLIVEIRA, 2015, p. 6).

No que tange a Educação Especial, essencialmente em relação a com deficiência visual, a Portaria n. 1.010, 11 de maio de 2006 do Ministério da Educação (MEC), institui “o Soroban como recurso específico imprescindível para a execução de cálculos matemáticos por alunos com deficiência visual” (BRASIL, 2006).

Sendo assim, os alunos cegos ou com baixa visão têm o direito de aprender a manusear essa ferramenta, entretanto o que acontece muitas vezes é que o professor que sabe os conceitos matemáticos não aprendeu a lidar com o Soroban e o professor especializado conhece o ábaco, mas não entende profundamente a Matemática.

Ciente dessa situação, essa oficina visa aproximar os professores de Matemática com o Soroban tornando possível utilizá-lo em aula, viabilizando atividades que incluam todos os alunos, videntes ou não, pois o processo de ensino e de aprendizagem precisa se adaptar à realidade do aluno e não o contrário, conforme Marcelly (2015, p. 34) salienta:

> Seria mais viável que todos os professores soubessem como trabalhar com instrumentos que apoiem os estudantes nas atividades da sala de aula. Mas, de uma maneira mais ampla, pensando em todos os estudantes. Que estes materiais fossem criados e pensados para todos, que pudessem atingir um número maior de estudantes da sala de aula do ensino regular, quebrando assim o paradigma da adaptação de materiais.

Para falar sobre deficiência, é imprescindível compreender o que esse termo significa. Ferronato (2002, p. 18) o define da seguinte forma:

> Vale ressaltar que o termo "deficiência" deve ser entendido como restrição física, mental ou sensorial, de natureza permanente ou transitória, que limita a capacidade de exercer uma ou mais atividades essenciais da vida diária, causada ou agravada pelo ambiente econômico e/ou social. No caso específico da deficiência visual, a restrição assenta-se na fonte visual, podendo ser total ou parcial.

Esse mesmo autor, no início do processo de inclusão de alunos com deficiência em escolas regulares, esclarece a diferença entre integração e inclusão:

> A proposta inclusiva, assim como a integradora, não abrange somente o campo educacional. Ambas são formas de perceber o processo de inserção social de forma global, ou seja, têm como objetivo comum possibilitar a todos, em especial os excluídos, a participação plena na vida em sociedade. O que as difere são os meios para alcançar esse fim. (FERRONATO. 2002, p. 25)

Alunos com deficiência não são verdadeiramente incluídos se estiverem no mesmo espaço físico que os colegas, mas sem interagir nas discussões e nas atividades da aula. Visto que "o conceito de necessidades educacionais especiais remete não ao problema do aluno, mas ao tipo de recursos educacionais a serem disponibilizados pela escola, o que, de certa forma, amplia a responsabilidade da instituição escolar" (Idem, p. 26). Soroban é uma alternativa que possibilita essa interação pois não é de uso exclusivo de cegos nem de videntes e sim para qualquer pessoa em qualquer nível de ensino.

**Características Metodológicas da Oficina**

A estrutura da oficina compreende uma exposição inicial sobre a história do Soroban e sua relevância no ensino da Matemática, em seguida de construção de alguns instrumentos com materiais variados e então uma sequência de atividades de cálculo de soma e de subtração com o Soroban, além de discussões sobre possíveis alternativas de utilização do ábaco em aulas de Matemática.

O minicurso tem por objetivo possibilitar o uso do Soroban em aulas regulares de Matemática e, para isso, ensinar professores, acadêmicos e pesquisadores a construir seus próprios ábacos e a manipulá-los, além de discutir a Matemática trabalhada por meio desse instrumento e a elaboração em conjunto de atividades inclusivas que possam ser usadas em diferentes níveis de ensino.

As atividades da oficina contemplarão discussão sobre o papel do Soroban na inclusão de alunos com deficiência visual, confecção de ábacos com materiais recicláveis, manipulação do instrumento por meio de contas de soma e de subtração e elaboração de possíveis tarefas de aula que possibilitem o uso do Soroban a fim de incluir todos os alunos da turma.

**Referências**

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Portaria nº 1.010, de 10 de maio de 2006**. Institui o Soroban como um recurso educativo específico imprescindível para a execução de cálculos matemáticos por alunos com deficiência visual. Disponível em: http://cape.edunet.sp.gov.br/cape_arquivos/outros_dispositivos.asp. Acesso em: 18 jun. 2018.

CINTRA, V. de P. **Trabalho com projetos na formação inicial de professores de matemática na perspectiva da educação inclusiva.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2014.

FERRONATO, R. **A Construção de Instrumento de inclusão no Ensino da Matemática**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

OLIVEIRA, S. C. **O trabalho com o Soroban na inclusão de alunos deficientes visuais nas aulas de Matemática.** In: EBRAPEM, XIX. 2015, Juiz de Fora. Disponível em: http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd13_silvania_oliveira.pdf. Acesso em: 18 jun. 2018.

PEIXOTO, J. L. B.; SANTANA, E. R. dos S.; CAZORLA, I. M. **Soroban uma ferramenta para a compreensão das quatro operações**. Itabuna: Via Litterarum, 2006.

MARCELLY, L. **Do improviso às possibilidades de ensino:** estudo de caso de uma professora de matemática no contexto da inclusão de estudantes cegos. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2015.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# MATEMÁTICA E REALIDADE-VIRTUAL: QUE ATIVIDADES PROPONHO?

Rosana Piovesan Pinheiro
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
rosanapin92@gmail.com

Maurício Rosa
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
mauriciomatematica@gmail.com

**Eixo temático:** Resolução de problemas / Modelagem Matemática / TIC

**Modalidade:** (MIN/OF) Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo**

Esse minicurso tem o objetivo de desenvolver atividades-matemáticas-com-Realidade-Virtual, de forma a propiciar a reflexão frente ao papel das Tecnologias Digitais (TD) nas aulas de matemática. Assim, acreditamos iniciar o processo de Cyberformação (ROSA, 2015) com professores e futuros professores de matemática, participantes do Encontro Gaúcho de Educação Matemática (EGEM), que venham realizar esse minicurso. Nossa proposta é trabalhar Atividades-matemáticas-com-Realidade-Virtual, por meio de óculos de Realidade Virtual, abordando noções de diferentes geometrias e, assim, possibilitar que os participantes criem uma noção básica do trabalho com tecnologias de Realidade Virtual de forma a almejar a construção de suas próprias atividades-matemáticas. A ideia é, por meio da concepção de Cyberfomação, interligada ao design instrucional com Realidade Virtual potencializar/transformar a produção do conhecimento matemático com atividades-com-RV no estudo de geometria. Desse modo, defendemos que o professor de matemática poderá ter condições, inclusive, de criar práticas pedagógicas distintas e significativas também para o ensino de outros conceitos matemáticos.

**Palavras-chave:** Tecnologia Digital, Educação Matemática, Realidade Virtual, Cyberformação

## Introdução

Com o avanço tecnológico se faz necessária a reflexão sobre os processos de ensino e de aprendizagem com Tecnologias Digitais (TD). De acordo com Chaves (1998), o ensino pelo qual o aluno só recebia informação na sala de aula e o professor era detentor do conhecimento, há tempo passa por significativas mudanças. Parte dessas mudanças se deve ao modo como estamos no mundo, em um momento histórico em que a evolução tecnológica transforma o modo de vida das pessoas. Segundo Vanini, Rosa, Justo e Pazuch (2013) nossos modos de vida têm se alterado no momento em que nossa relação com as TD se tornou outra, pois, acessamos a internet com diferentes propósitos (redes sociais, trocas de arquivos, conversas etc.) e de diferentes maneiras (computadores, tablets, smartphones), e isso, nos permite estarmos conectados o tempo todo e em qualquer lugar. Assim, podemos dizer que a presença de Tecnologias Digitais é contínua (CALDEIRA, 2016) em várias ações do homem, o que permite também a transformação dos processos de ensino e de aprendizagem.

Diante desse avanço e da possibilidade de transformação da própria educação, surge ainda a dúvida de que tipo de transformação o ensino e a aprendizagem podem passar? Será que basta somente inserirmos a tecnologia nas aulas? No nosso caso, nas aulas de matemática? Por que é preciso usar a tecnologia nas aulas de matemática? De que maneira usá-las? Desses questionamentos surge a concepção do trabalho com Tecnologias Digitais como potencializadoras dos processos de ensino e de aprendizagem de matemática, defendida por Rosa (2008), intitulada Cyberformação. O prefixo "Cyber" refere-se à inserção do uso de tecnologias e "formação", é entendida de acordo com Bicudo (2003), como forma/ação, ou seja, o constante processo de busca do professor pela forma desejada, que se reestrutura a cada momento em que atingir algum objetivo profissional.

As atividades-matemáticas a serem desenvolvidas nesse minicurso são aquelas que necessitam de recursos que possibilitam a inserção intencional do "ser" na Realidade

Virtual (RV), a qual o “[...] usuário faz uso dos seus sentidos, manipula, visualiza, explora e interage com os dados do sistema, num ambiente tridimensional, em tempo real”(DIAS, 2009, p. 19). Dessa forma, a RV pode se apresentar por meio de óculos específicos paraesse fim, os quais funcionam como adaptadores para os smartphones e permitem vivenciar em um mundo virtual experiências únicas, as vezes similares as da realidade mundana e as vezes situações que só o aplicativo de RV possibilita. Além disso, é possível configurar um controle via Bluetooth que possibilita a interação com o smartphone.

Com o óculos de RV, iremos abordar o aplicativo *Infinity VR*, que é um jogo de exploração em um ambiente imersivo em primeira pessoa, onde o jogador manipula por meio do controle, via Bluetooth, o seu deslocamento (movimento) por um caminho sinuoso até encontrar uma porta . O jogo possui um design específico e é possível visualizar todo ambiente do jogo a medida em que se movimenta a cabeça para analisar o entorno do mundo virtual. O objetivo do jogo, então, é fazer com que o jogador chegue até a porta de saída e quando passar a porta automaticamente passa para o próximo nível.

Figura 1 – Jogo Infinity VR

Fonte: (https://play.google.com/store/apps/details?id=com.onceuponafox.infinityvr&hl=en_US)

Esse minicurso é de importante perspectiva no âmbito da Educação Matemática, pois com o crescente avanço tecnológico se faz necessário orientar professores e futuros professores de matemática a trabalharem com Realidade Virtual em suas aulas de matemática, de forma a evidenciar as potencialidades de atividades-matemáticas-com-TD-de-RV nos processos de ensino e de aprendizagem e incentivar a própria criação de outras atividades.

**Referencial Teórico**

A Cyberformação (ROSA, 2008) é a junção da palavra "Cyber" que se refere as Tecnologias Digitais (TD), com a palavra "formação" que é compreendida como a forma/ação (BICUDO, 2003), que é o constante processo que o professor está buscando para chegar na sua realização profissional. Na Cyberformação, as TD não são utilizadas por estarem na moda, nem como um recurso auxiliar, mas sim como partícepe do conhecimento matemático, são utilizadas para potencializar a prática docente dos professores, o ensino e a aprendizagem de matemática.

Enquanto somos corpo, percebemos o mundo com nosso corpo (MERLEAU-PONTY, 2006), ou seja, é a percepção que nosso corpo apresenta quando estamos em conexão com as TD que faz com que produzimos conhecimentos matemáticos. O nosso corpo apresenta-se em conexão com as TD pela concepção defendida por Rosa (2008) de ser-com, pensar-com e saber-fazer-com as TD, onde o ser-com se refere a conexão, quando estamos "plugados" com o mundo cibernético, o pensar-com nos permite a construção de conhecimento matemático com as TD e saber-fazer-com são as ações que são realizadas com o mundo, comigo mesmo e com os outros (ROSA, 2011). Somos "um ser-com que pensa-com e que age de forma a saber-*fazer-com*" (ROSA, 2008).

Para desenvolvermos atividades-matemáticas-com-TD-de-RV, nos embasamos no Design instrucional, que "[...] é a ação intencional e sistemática de ensino que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a aplicação de métodos, técnicas, atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas específicas[...]" (FILATRO, 2008, p.3) o qual tem como processo um conjunto de atividades com o intuito de identificar um problema de aprendizagem e a partir dele implementar e avaliar uma solução para esse problema (FILATRO, 2008).

Com o design instrucional, pretendemos planejar as atividades-matemáticas-com-RV e pensar matematicamente em uma estratégia de soluções por meio da RV. A RV surgiu como uma nova interface a fim de que o usuário se sinta mais próximo da sua realidade, permitindo romper com a barreira da tela (do smartphone, do tablet ou do computador) e possibilitando que as interações entre o usuário e o recurso de RV sejam mais naturais (SISCOUTTO, 2008).

A Realidade Virtual

> “[...] enfatiza características como utilização de dispositivos multissensoriais, navegação em espaços tridimensionais, imersão no contexto da aplicação, simulação de ambientes e interação em tempo real. Sintetizando outras definições de RV, pode-se dizer que é uma técnica avançada de interface, por meio da qual o usuário pode realizar imersão, navegação e interação em um ambiente sintético tridimensional, gerado por computador, utilizando canais multissensoriais” (PASQUALOTTI; FREITAS, 2001, p. 81).

Além disso, a RV pode ser considerada como a junção de três ideias básicas não exclusivas, mas que neste contexto existem em conjunto: imersão, interação e envolvimento (MORIE, 1994). A ideia de imersão está ligada com o sentimento de se estar dentro do ambiente que é possível através do fator visual, do som e dos movimentos da cabeça e dos controles. Na interação o mundo virtual é modificado instantaneamente por meio das entradas do usuário, simulando cenas em resposta aos comandos. Já o envolvimento está ligado com o comprometimento na realização de uma determinada tarefa, a RV permite o envolvimento passivo (exploração de um ambiente virtual) e ativo (interação do usuário com um mundo virtual) (BRANDÃO, et al, 1998).

Por meio das concepções descritas, de Cyberformação, Design Instrucional e Realidade Virtual pretendemos realizar um minicurso que terá como objetivo potencializar a produção do conhecimento matemático, nesse caso, no estudo de geometria, com o uso de atividades-com-RV em sala de aula.

## Metodologia

Temos como visão de mundo, uma evolução tecnológica e um mundo que está cada vez mais impregnado de tecnologia, as quais estão contribuindo com o ser e o fazer das pessoas. Entrelaçamos essa visão de mundo, com uma visão de conhecimento, pela qual a tecnologia potencializa o ensino de matemática, neste caso, o de geometria.

Pretendemos por meio do aplicativo do jogo *Infinity VR*, com o uso dos óculos de RV e do controle via Bluetooth realizar um minicurso de atividades-matemáticas-com-TD-de-RV, que tem como objetivos:

- Apresentar o aplicativo Infinity VR para a imersão em um ambiente de RV;
- Aplicar Atividades-Matemáticas-com-Realidade-Virtual com os participantes, no intuito de tornar as Tecnologias Digitais partícipes do processo de aprendizagem.
- Discutir matematicamente as estratégias elaboradas pelos participantes para atingir o objetivo do jogo;

O minicurso será dividido em quatro momentos.

No primeiro momento, os participantes serão apresentados ao aplicativo *Infinity VR* com os óculos de Realidade Virtual e explicaremos os principais comandos do aplicativo com os óculos para que os participantes se familiarizem e será disponibilizado um manual de utilização.

Feito esse primeiro contato com a TD, passaremos para a explicitação da concepção que utilizamos para elaborar as atividades e a justificativa pela qual acreditamos na inserção de TD nos ambientes escolares, especialmente no processo de ensino.

A partir do contato prévio que tiveram com o jogo e com a concepção que defendemos, passaremos a desenvolver as três atividades-matemáticas-com-TD-de-RV que nos encaminham para a discussão sobre os conceitos geométricos que se apresentam no jogo e as possibilidades de aplicação dessas atividades no Ensino Básico. Uma das atividades-matemáticas-de-RV propostas será pensar matematicamente em uma estratégia que visa qual a melhor trajetória para chegar até a porta (objetivo) e refletir sobre o que pode influenciar nessa estratégia, de forma que a minha trajetória seja com menor número de passos possível. Com essa atividade queremos que os participantes do curso reflitam sobre o número de passos dados para chegar até o objetivo,e também a trajetória desse passo, será que se eu "caminhar" reto na pista ou na diagonal altera na trajetória? Quando estamos em uma "esquina" e "caminhamos" na diagonal, daremos um menor número de passos do que quando vamos pelo centro da pista e viramos em um ângulo de 90º, o que isso altera na trajetória?

Após essas indagações, os participantes serão convidados a, pensarem em outras atividades-matemáticas-com-RV que eles podem desenvolver com seus alunos, no caso de serem professores ou até mesmo futuros professores de matemática.

**Encaminhamentos finais**

Esperamos que o minicurso com professores e futuros professores de matemática por meio de atividades-matemáticas-com-RV consiga potencializar o conhecimento sobre geometria e amplie as visões de conhecimento dos participantes, fazendo com que os mesmos tenham ideias e perspectivas de metodologias distintas e significativas para o ensino e a aprendizagem de matemática com RV.

**Referências**


BICUDO, M. A. V. *A formação do professor: um olhar fenomenológico*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Formação de Professores? Bauru: EDUSC, 2003.

BICUDO, M. A. V.; ROSA M. Realidade e cibermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos. Canoas: Ed. ULBRA, 2010.

BORBA, M. *A pesquisa qualitativa em educação matemática*. Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped. Caxambu, MG: 2004

BRANDÃO, E. J. R. et al. *A realidade virtual como proposta de ensino-aprendizagem de matemática para deficientes auditivos***.** IV Congresso RIBIE, Brasilia 1998.

CALDEIRA, J.P.S. *Conexões Matemáticas entre Professores em Cyberformação Mobile*. Dissertação de Mestrado - ULBRA, Canoas, 2016.

CHAVES, E.O.C. *Tecnologia e Educação*: O futuro da escola na sociedade da informação. Campinas: Mindware editora / Unicamp,1998.

DIAS, V. M. P. *Realidade Virtual na Aprendizagem de Conceitos Matemáticos:* Aplicações 3D na Geometria. Dissertação (Mestrado em Comunicação Educacional Multimídia). Universidade Aberta, 2009

FILATRO, A. *Design instrucional na prática*. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008

MERLEAU-PONTY, M. Fenomenologia da *Percepção*. Tradução de Carlos Alberto Ribeiro de Moura. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006. 662 p.

MORIE, J.F. - *Inspiringthe Future: Merging Mass Communication*, Art, Entertainmentand Virtualenvironments, Computer Graphics, 28(2):135-138, May 1994

PASQUALOTTI, A.; FREITAS, C. M. D. S. .*Experimentação de ambiente virtual para a melhoria do ensino-aprendizagem de Matemática*. Bolema (Rio Claro), Rio Claro, v. 1, n.16, p. 79-101, 2001.

PLAY, GOOGLE. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.onceuponafox.infinityvr&hl=en_US> Acesso em 29 jun 2018.

ROSA, M. *A Construção de Identidades Online por meio do Role Playing Game*: relações com o ensino e aprendizagem de matemática em um curso à distância. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

ROSA, M. Inovação na Prática Docente: Iniciando pela concepção da Cyberformação com professores de Matemática – A Formação-Docente-com-Tecnologias-Digitais. In.: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2015, Porto Alegre – Anais eletrônicos... Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2015. Disponível em: <http://ebooks.pucrs.br/edipucrs/anais/anais-do-egem/assets/2015/73605875068P.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2018.

SISCOUTTO, R.;COSTA R. *Realidade Virtual e Aumentada: Uma abordagem tecnológica*. Editora SBC, Porto Alegre, 2008.

VANINI, L.; ROSA, M.; JUSTO, J.C.R; PAZUCH, V.*Cyberformação de Professores de Matemática:* olhares para a dimensão tecnológica. In: Revista Acta Scientiae. Canoas: ULBRA. V. 15, n.1, p. 153-171. jan./abr. 2013.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E GEOMETRIA NÃO-EUCLIDIANA: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO FUNDAMENTAL

Caliandra Piovesan
Universidade Federal de Pelotas
calipiovesan@hotmail.com

Gabriela Dutra Rodrigues Conrado
Universidade Federal de Pelotas
gabrielapof@hotmail.com

Letiane Oliveira da Fonseca
Universidade Federal de Pelotas
letianefonseca@yahoo.com.br

Márcia Souza da Fonseca
Universidade Federal de Pelotas
mszfonseca@gmail.com

**Eixo temático:** Formação de professores que Ensinam Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Aluno de Pós-graduação

**Resumo**
O minicurso tem como objetivo apresentar possibilidades de utilização da geometria não-euclidiana no Ensino Fundamental, contribuindo com a percepção de outras formas de fazer matemática para além dos teoremas postos por Euclides. Utilizando Cenários para Investigação na concepção teórica de Ole Skovsmose, o minicurso propõe articular saberes matemáticos com necessidades do cotidiano. Nesse sentido, as atividades apresentam meios de articular a Matemática com situações rotineiras proporcionando reflexões críticas.  Quais saberes matemáticos podem ser estudados em situações didáticas com referência à realidade? Que possibilidades esse tipo de abordagem pedagógica possui? Pretendemos discutir essas questões e outras que porventura surjam durante o desenvolvimento das atividades. O minicurso está organizado em duas etapas: fundamentação teórica e realização de atividades voltadas para os quatro anos finais do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Educação Matemática Crítica; Cenários para Investigação; Geometria não-Euclidiana.

## Introdução

Esse minicurso é uma produção do grupo de pesquisa Estudos sobre Currículo e Etnomatemática, da Universidade Federal de Pelotas e apresenta uma proposta de trabalho com a geometria não-euclidiana no Ensino Fundamental.  A fim de esclarecer o tema podemos dizer que a geometria euclidiana está vinculada a postulados que contemplam uma análise de estudos planos, nem sempre levando em consideração os obstáculos do mundo físico, cotidiano. Considerando que podemos tornar a matemática escolar como algo a ser construído junto com os alunos, aproximando-os da realidade que os cerca, a geometria não-euclidiana serve como um apoio a práticas escolares (KALEFF, 2010).

Segunda a autora, o surgimento da geometria não-euclidiana está relacionado com divergências sobre a veracidade do 5º postulado de Euclides, cuja interpretação pode ser entendida com a seguinte afirmação:

> Se duas retas interceptadas por uma terceira reta, formam, do mesmo lado dessa reta secante, dois ângulos internos cuja soma é menor que dois ângulos retos, as retas quando suficientemente prolongadas se interceptam por esse lado da secante (BONGIOVANNI, JAHN, 2010, p. 38).

A partir das tentativas frustradas de prová-lo, outras geometrias foram sendo criadas, como a geometria hiperbólica e geometria esférica cujas proposições relacionam-se com outras possibilidades de posição para retas paralelas e geometria fractal, elaborada a partir da característica natural de objetos de fragmentarem-se (KALEFF, 2010). Dentre as geometrias não-euclidianas mais conhecidas podemos citar, também, a geometria do táxi, cujos pressupostos inspiraram a produção deste trabalho.

Esse estudo discute os percursos que realizam os estudantes diariamente a caminho da escola, de casa, do supermercado, etc. Poderia essa situação ser fonte de aprendizagens e troca de saberes em sala de aula? Apostando na afirmativa a essa questão propomos um minicurso que trata de geometria não-euclidiana e pode possibilitar reflexões sobre a função da matemática em nosso cotidiano e nos cenários urbanos.

Assim, levantamos alguns questionamentos para possibilitar o trabalho no minicurso: que conhecimentos matemáticos podem ser úteis para entender deslocamentos e distâncias em um bairro? Quais situações-problema podem ser construídas a partir de um mapa de uma cidade? Que possibilidades esse tipo de abordagem pedagógica possui? Logo, temos como objetivo apresentar meios de articular saberes matemáticos em deslocamentos rotineiros com uma formação crítica dos estudantes. Para tanto, optamos pela Educação Matemática Crítica que além de questionar a função da matemática na sociedade propõe em suas produções a utilização de Cenários para Investigação como estratégia educativa e formativa na Educação Matemática.

**Fundamentação teórica**

A chamada geometria do táxi, geometria de Manhantan ou geometria do taxista foi elaborada a partir das contribuições do matemático alemão Hermann Minkowski (1864-1909), cujos trabalhos utilizavam ideias geométricas não-euclidianas e foram de relevância para o avanço da Teoria da Relatividade (SANTOS, 2010).

Para melhor compreender como funciona a geometria do táxi, geometria não-euclidiana, trazemos neste artigo discussões do vídeo desenvolvido pelo Projeto M³ - Matemática Multimídia da Unicamp[1]. Em uma situação em que se busca a menor distância de deslocamento de um lugar para outro, utilizando a geometria euclidiana, obtemos uma reta. Utilizando a geometria do táxi, consideram-se os obstáculos do percurso e pode-se estudar o deslocamento que será realizado por algum veículo ou a pé. Esses fatores modificam o cálculo da menor distância, pois como no cotidiano, nem sempre é possível seguir em linha reta para se obter o menor caminho. É interessante notar que as distâncias da geometria do táxi são sempre maiores

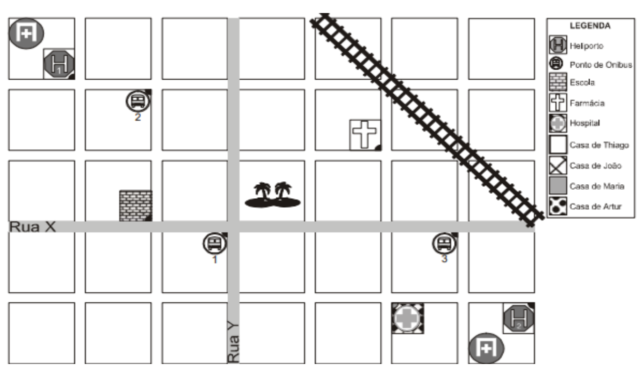
[1] http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1191

ou iguais à euclidiana, mas resultam em mais opções de percursos para contornar obstáculos, pois na realidade ninguém se locomove só em linha reta.

Nas palavras de Ana Kaleff (2010) a geometria não-euclidiana tem contribuído para o avanço da matemática nas últimas décadas, pois extrapola paradigmas que durante séculos foram adotados. Assim, entendemos que apresentar outras formas de saber matemático contribui para ampliar concepções matemáticas, mesmo que não estejam relacionadas em princípio ao desenvolvimento científico, que não é o único objetivo da educação básica, mas, principalmente, de desenvolver uma postura crítica dos estudantes frente à realidade. Além de contribuir com a matemática científica, desejamos que o currículo da matemática escolar auxilie efetivamente na compreensão do mundo em que o estudante vive, sua localização e percepção espacial.

Nas pesquisas por trabalhos sobre geometria do táxi na educação básica, percebemos que muitos estavam embasados em produzir um modelo matemático para descrever o cotidiano, transformando trajetos em contornos em torno de quadrados, organizados na malha do plano cartesiano, como observa-se em:

Figura 1- Atividade com a Geometria do táxi




Fonte: (KALEFF; NASCIMENTO, 2004)

Diferentemente, esse minicurso tem intuito de apontar possibilidades matemáticas para compreensão do cotidiano, tentando permanecer nesse território investigativo. Nossa opção didática é utilizar mapas reais, sem realizar simplificações nas quais as ruas estão sempre formando ângulos de 90°. Nessa direção, optamos por uma abordagem didática pautada na compreensão da realidade e na possibilidade da Matemática enquanto formadora de sujeitos críticos, assim escolhemos a linha teórica de Ole Skovsmose, os Cenário para Investigação.

Segundo Skovsmose (2000) um Cenário para Investigação é um ambiente que “[...] convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações”. (Ibid., p.6), servindo de apoio para o trabalho didático com a matemática. Os Cenários para Investigação podem possuir três tipos diferentes de referência: referência à matemática pura, referência à semirrealidade e referência à situação da vida real.

Quando se fala em referência à matemática, de acordo com Skovsmose refere-se somente a ela (a Matemática), como por exemplo, os exercícios da matemática pura, as expressões numéricas, polinômios, etc. Referência à semirrealidade trata de ligações feitas com uma realidade “de fato” (SKOVSMOSE, 2000), um exercício de compras ao supermercado sem preocupação com valores referentes àquela realidade, por exemplo, ou da venda de mercadorias em uma feira.

Já quando falamos em referência à situação da vida real, são atividades trabalhadas com dados reais, informações sobre o preço da saca de soja do dia, ou a taxa de aprovação/reprovação do último Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), problemas relacionados com a compra de alimentos, baseado na lista de preço do mercado. Esse minicurso trabalha com um Cenário para Investigação com referência à situação da vida real.

Além dos conceitos matemáticos sugerimos reflexões sobre a Matemática no cotidiano dos estudantes. De tal modo as atividades serão acompanhadas de questionamentos que permitam os participantes refletir e formar opiniões críticas extrapolando o senso comum. Para Skosvmose (2000), é relevante trabalhar com situações didáticas em que seja possível o desenvolvimento de habilidades matemáticas como também da capacidade de interpretar e pensar em numa situação social e política estruturada pela matemática. Para o autor, o desenvolvimento dessa capacidade é denominado *materacia,* que foca especialmente na formação crítica dos estudantes a partir do estudo da matemática e seus usos na sociedade.

Para esse minicurso escolhemos como mapa de investigação o bairro Laranjal localizado em Pelotas, no Rio Grande do Sul. O Laranjal, conforme mencionado no *blog* por Andreza Mendes (2015), tem sua origem composta por partes de duas fazendas: Costa e Fontoura. O proprietário das terras Quincas Patrão, chamava-se Joaquim José D’Assumpção e era natural de Lisboa. Após o seu falecimento, a propriedade foi sendo repassada aos seus herdeiros. A fazenda Fontoura passou a pertencer aos irmãos José Maria e Manuel Bento, que vieram a falecer em 1902 e 1896. Moravam os irmãos Fontoura na fazenda “Solar do Laranjal”, casa secular que ainda hoje existe e está em poder da filha de Antônio Augusto de Assumpção Junior, fundador da Vila residencial Balneário Santo Antônio. A fazenda da Costa está ligada à raiz do Laranjal devido ao casamento e consequente união de bens do casal Joaquim Augusto de Assumpção e Maria Francisca Mendonça de Assumpção. A Praia do Laranjal era usada como propriedade particular. A travessia era feita por uma balsa da família Assumpção, única forma de acesso à praia. O termo "Laranjal" foi motivado principalmente devido ao terreno arenoso propício à produção e cultivos de cítricos como laranja, bergamota e limão. Como a grande maioria das espécies frutíferas cultivadas nessa região possuía a cor de laranja na sua casca, a localidade foi coloquialmente sendo chamada de praia do Laranjal.

Figura 2 - Imagem da Praia do Laranjal

Fonte: *Blog* Andreza Mendes

Cabe destacar que as atividades estão organizadas para contemplar conhecimentos referentes aos anos finais do Ensino Fundamental.

**Atividades para anos finais do Ensino Fundamental**

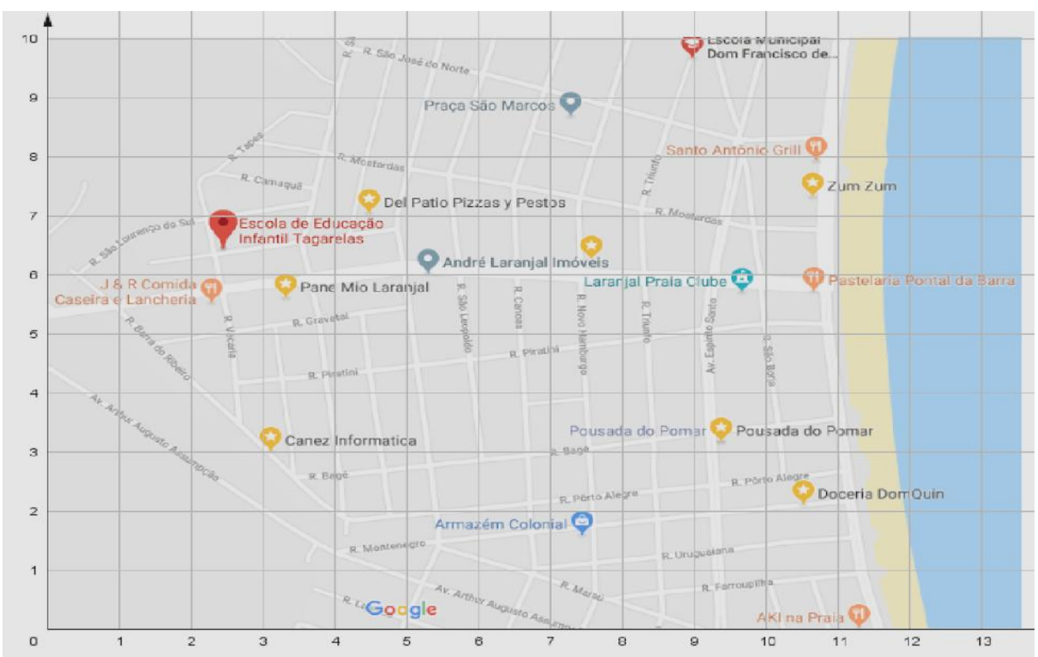
Em todas as atividades cada participante recebe um mapa da localidade do Laranjal impresso em folha A4. Assim, com um mesmo Cenário para Investigação é possível deslocar o enfoque da atividade, privilegiando determinados conhecimentos matemáticos. Abaixo são apresentadas três sequências didáticas, organizadas em etapas, e sua respectiva descrição de atividades a serem desenvolvidas no minicurso.

Quadro 1 – Sequência Didática 1

| **Etapas** | **Descrição** |
|---|---|
| 1- Matemática e mapa | Apresentar o plano cartesiano, localização e identificação dos eixos. |
| 2- Localização | Alguns locais deverão ser localizados no mapa e posteriormente transcritos. Exemplo: a Pousada do Pomar fica em *x* entre 9 e 10; em *y* entre 3 e 4. |
| 3- Investigando as ruas | Apresentação da ideia de paralelismo e perpendicularismo relacionada às ruas do bairro. Citar 3 ruas paralelas e 3 perpendiculares à rua São Borja. |
| 4- Como é a minha rua? | Discutir sobre a infraestrutura da rua. O que pode melhorar ao redor de onde mora? |
| 5- Ampliação | Desenhe uma ampliação da região delimitadas pelas ruas: Montenegro, Triunfo e Maráu. Medir com régua e multiplicar por um número natural maior que 1. Respeitando as proporções do desenho. |

Fonte: as autoras

Figura 3 – Mapa para Sequência Didática 1



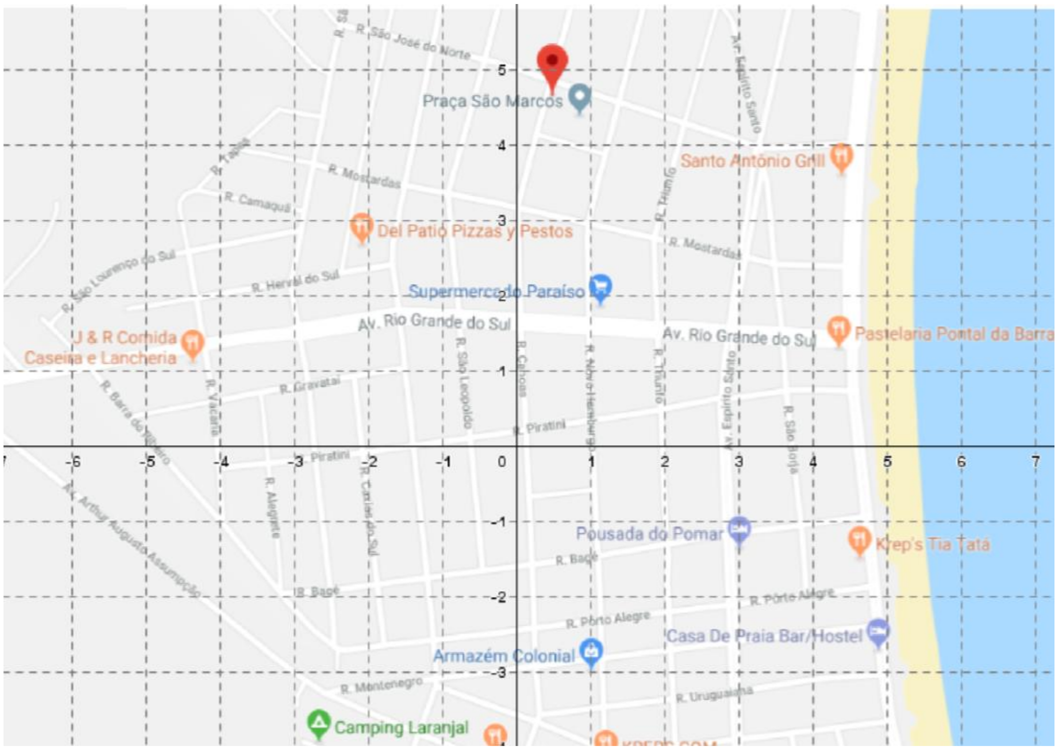
Fonte: Adaptado de *Google Maps*

Para a Sequência Didática 1 vamos trabalhar com saberes de geometria, grandezas e medidas. Com essa atividade esperamos debates sobre a infraestrutura das ruas onde os participantes moram, condições de saneamento e conservação. Possibilitando reflexão sobre a qualidade das ruas ou estradas dos municípios.

Quadro 2 – Sequência Didática 2.

| **Etapas** | **Descrição** |
|---|---|
| 1.Localiza! | Encontrar no plano cartesiano: Santo Antônio Grill, Pastelaria Pontal da Barra, Trapiche e a Pousada do Portal. Escrever as posições em coordenadas cartesianas. |
| 2.Festival de Música do Aki na Praia | Observando a imagem inferir quantas pessoas participaram do festival? Utilizar conceitos de área e perímetro para realizar estimativas. |
| 3.É seguro? | Quais medidas de segurança são necessárias para um evento ao céu aberto? |
| 4.Preço do metro quadrado. O que é isso? | Discutir com os estudantes as relações de preço e os valores urbanos que agregam valor a uma localidade. |
| 5.Simetria. | Reconhecer simetria de lugares, com relação aos eixos no plano cartesiano. |
| 6.Ruas e suas formas. | Quais figuras planas são possíveis reconhecer no mapa, nos contornos das distribuições de ruas. |

Figura 4 - Mapa para Sequência didática 2




Fonte: Adaptado de *Google Maps*

Na sequência didática 2 o foco é trabalhar com conceitos de área e perímetro relacionando-os com aplicações na Matemática no cotidiano. Reflexões sobre o preço do metro quadrado e quais fatores influenciam nesse valor é um dos assuntos tratados nessa sequência.

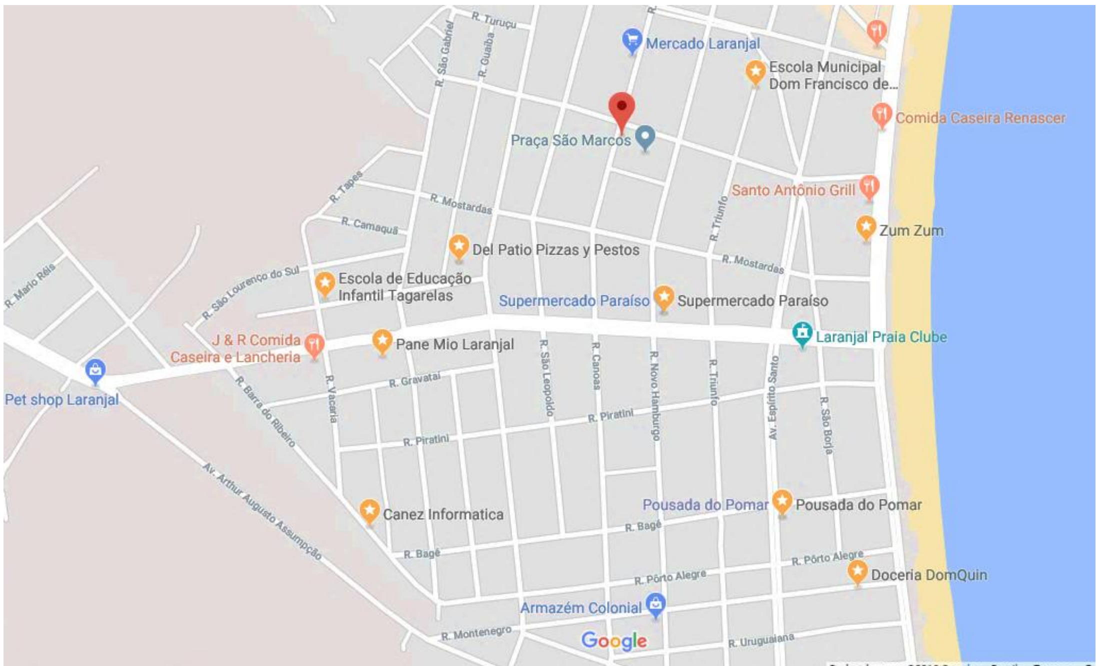
Quadro 3 – Sequência Didática 3

| **Etapas** | **Descrição** |
|---|---|
| 1- Situação problema sobre distância | Calcular a distância da Pane Mio Laranjal até Laranjal Praia Clube. Anotar as hipóteses dos estudantes. Debater sobre a relevância de um padrão para medição. |
| 2- Estudo da proporcionalidade | Conduzir a discussão de modo que o estudante associe a escala 200m (real) a 2cm (desenho). Calcular distâncias entre locais no mapa. |
| 3- Qual o melhor caminho? | Refletir sobre o menor trajeto e o melhor trajeto. Paisagens, segurança do trajeto, etc. |
| 4- Quanto tempo? | Estabelecer a relação de dependência entre distância, tempo e |

| | |
|---|---|
| | velocidade. Construir com o estudante uma expressão algébrica que descreva essa relação. |
| 5- Quem cria as ruas? | O desenho urbano é construído por quem? Tem o objetivo de facilitar o trajeto dos pedestres? De automóveis? |

Fonte: as autoras

Figura 5 - Mapa para Sequência didática 3




Fonte: Adaptado de *Google Maps*

As atividades para a Sequência Didática 3 estão centradas no estudo da geometria e, principalmente, no desenvolvimento do pensamento algébrico por meio da etapa 4. Essa sequência propõe a discussão sobre as escolhas de trajetos pelos jovens, elencando quais fatores impactam nos percursos diários e uma reflexão sobre a urbanização nas cidades.

## Considerações Finais

Com a apresentação dessas possibilidades de utilização da Geometria não-euclidiana para o Ensino Fundamental, mostramos algumas percepções de outras formas de desenvolver a matemática para além dos teoremas postos por Euclides, propondo reflexões sobre outras geometrias para despertar o senso crítico nos alunos. A utilização de Cenários para Investigação na concepção teórica de Ole Skovsmose (2000), aproximou os saberes matemáticos do cotidiano do aluno.

Nesse minicurso buscamos valorizar saberes matemáticos em situações didáticas com referência à realidade, revelando outras formas de pensar matemático. Com isso esperamos apresentar possibilidades para o trabalho didático em Educação Matemática em uma perspectiva crítica para que professores possam utilizar o estudo de geometria não-euclidiana aproveitando cenários do cotidiano de seus alunos.

**Referências**

BONGIOVANI, V. JAHN, A. P. Euclides às geometrias não euclidianas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática. São Paulo**, v. 1, n. 22, p. 37-51, 2010. p. 38 2010 Disponível em:< http://www.fisem.org/www/union/revistas/2010/22/Union_022_006.pdf>. Acesso em 21 Mai. 2018.

KALEFF, A. M. Geometrias Não-Euclidianas na Educação Básica: Utopia ou Possibilidade. **X Encontro Nacional de Educação Matemática: Salvador–BA**, 2010. Disponível em:<http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/PA/Palestra21.pdf>. Acesso em: 21 Mai. 2018.

KALEFF, A . M.; NASCIMENTO; R. S. - Atividades Introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o exemplo da Geometria do Táxi. Boletim Gepem, Rio de Janeiro, nº 44, dezembro 2004, 11-42.

MENDES. A. **Um olhar mais atento para a Lagoa dos Patos**. Disponível em:<http://lagoadospatos2015.blogspot.com/2015/06/a-historia-da-praia-do-laranjal-o.html>. Acesso em: 24 maio 2018.

SANTOS, J. C. Minkowski, geometria e relatividade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 9, n. 18, p. 115-131, Disponível em: <2009.http://rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20vol.9,%20no18,%20outubro%20(2009)/2-%20Jos%C3%A9%20Carlos%20Santos%20-final.pdf> Acesso em: 21 maio 2018.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolem**a. Ano 13,n.14, 2000. p. 66 a 91.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# TÓPICOS DE GEOMETRIA ESPACIAL: UMA ABORDAGEM 3D NO GEOGEBRA

Valéria Silva Rodrigues
Universidade Federal do Espirito Santo - Campus de Alegre
valeriasrodriguees@yahoo.com.br

Jonathan de Aquino da Silva
Universidade Federal de Santa Maria
Jhonnymtm@gmail.com

**Eixo temático:** Resolução de problemas / Modelagem Matemática / TIC

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo**
Este trabalho aborda conceitos e propriedades elementares de poliedros e poliedros de Platão. Vários desses sólidos geométricos se encontram no cotidiano dos cidadãos, bem como, na ciência, nas construções e na escola. Assim, justificamos a importância deste estudo para desenvolver a criatividade, o senso crítico, o raciocínio e a noção espacial de nossos alunos. Na oficina, definimos e classificamos os poliedros de Platão e a construção dos cincos sólidos no GeoGebra. Além disso, mostramos como trabalhar com a janela CAS e a planilha, parar fazer as verificações de área e volume de alguns sólidos, discutindo as maneiras de se chegar ao mesmo resultado, usando várias propriedades dos mesmos. Por fim, propomos atividades sobre o conteúdo, apresentando sugestões e possíveis alterações na dinâmica de tais atividades, de forma que haja um melhor aproveitamento.

**Palavras-chave:** Poliedros; Platão; Geometria; GeoGebra.

## Introdução

Buscamos, constantemente, entender os diversos fenômenos, objetos que nos cercam e a relação entre objeto e espaço. Desta forma, podemos usar e fazer da Geometria um campo de estudo relevante e motivador. A Geometria Espacial pode ser compreendida como a interação do mundo com a matemática, podemos observar exemplos aproximados de poliedros presente nas atividades do homem, bem como, nas embalagens de produtos, artes e construções. Assim, ela pode ser ao mesmo tempo intuitiva, concreta ou ligada a realidade. A Geometria Tridimensional desenvolve o raciocínio, a criatividade e percepção espacial dos objetos, contribuindo desta maneira para o desenvolvimento de um cidadão com pensamento crítico, seja ele, professor ou aluno. A partir deste fato, surgiu este trabalho, cujo objetivo consiste em unir um estudo teórico, abstrato e visual sobre os poliedros e métodos de ensino.

> O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do quotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (...) Esse estudo apresenta dois aspectos – a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes. (BRASIL, 2006, p.75).

É visível a enorme dicotomia entre os conteúdos vistos no Ensino Superior e sua aplicação direta na Educação Básica (BARTON, 2008). Com o intuito de quebrar essa barreira, buscamos aprimorar técnicas de ensino-aprendizagem do conteúdo de Geometria Espacial, visto que os autores se deparam com situações onde os alunos não conseguem entender a aplicabilidade de conceitos básicos de Geometria Plana quando trabalhados dentro da Geometria Espacial. Os sólidos de Platão são discutidos tanto em salas de aula de Educação Básica quanto de Ensino Superior. Porém, com o software de Geometria Dinâmica, o GeoGebra, temos um facilitador no processo de aprendizagem quando se trata do assunto.

Vale ressaltar que, o foco deste trabalho diz respeito aos poliedros regulares e Poliedros de Platão. Temos por definição que um poliedro regular tem todas as suas faces regiões poligonais regulares congruentes e todos os seus vértices são do mesmo tipo, isto é, a cada vértice concorre a mesma quantidade de arestas. E temos os Poliedros de Platão, que são apenas cinco poliedros regulares: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

## Referencial Teórico

O fato que marcou a história da Educação Matemática do século XX e impactou o ensino de Geometria no Brasil segundo Meneses (2007), se deve ao Movimento da Matemática moderna, que enfatizou os estudos da matemática segundo a teoria dos conjuntos. Consequentemente, gerou um abandono do ensino da Geometria e uma grande defasagem na formação dos professores.

Entretanto, nem sempre as escolas e os professores estão preparados para enfrentar as dificuldades, inserir pesquisas e métodos de ensino na sala de aula. Precisamos de incentivos e apoio para que os professores se adequem, busquem novos meios e estratégias de ensino, a fim de atender as necessidades e especificidades de cada alunos.

> (...) ao nos depararmos com a realidade em sala de aula, no ensino de Geometria Espacial, observamos que os discentes estão presos a fórmulas e em sua maioria não conseguem relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda estabelecer relação entre dois sólidos, isto se deve muitas vezes a deficiências de conceitos básicos da Geometria Plana e mesmo da Geometria Espacial (COSTA; BERMEJO; MORAES, 2009, p.2)

Seguindo esta linha de raciocínio, na maioria das vezes, o cálculo de área e volume não se torna tão trivial para os alunos. Desta maneira, tomamos com base para desenvolver figuras e cálculos no GeoGebra, a fim de ampliar o campo de visão da Geometria Espacial, abordando as várias ferramentas do Software e assumidos como hipótese todos os conteúdos anteriormente vistos. Somado a isto o Princípio de Cavalieri, sendo bem explorado e entendido com o desenvolvimento de algumas técnicas de verificação e criação de possíveis conjecturas que são de extrema importância no processo do conhecimento.

> Aprender significa interiorizar ações e mudar comportamentos por meio de participação ativa dos educandos no processo de ensino-aprendizagem. Um estudo significativo, por exemplo, a respeito da Geometria Espacial, deve partir dos conhecimentos prévios, trazidos pelos alunos, nos anos anteriores, em disciplinas diferentes da Matemática. No entanto, nem sempre a postura pedagógica dos professores é condizente com esta exigência, especialmente porque a constatação de que os educandos têm muitas dificuldades, especialmente em relação à visualização da terceira dimensão das formas geométricas espaciais se transforma em certeza e nem sempre é trabalhada como deveria ser (VIDALETTI, 2009, p.13).

Assim, acreditamos que ao realizaremos as construções, tendo como foco o entendimento de todos os entes geométricos presentes em cada poliedro e o cálculo de área e volume dos mesmos, facilitará o trabalho do professor em sala de aula com as figuras manipuláveis no GeoGebra e auxiliará o aluno no processo de aprendizagem.

**Construções dos Poliedros de Platão**

Utilizando um pré arquivo, mostraremos, na planilha do GeoGebra, os nomes e as propriedades dos Poliedros de Platão, como ilustra a figura 1:

Figura 1: Planilha-resumo

Planilha

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | NOMENCLATURA | TIPO DE FACES | Nº DE ARESTAS | Nº DE FACES | Nº DE VÉRTICES | RELAÇÃO DE EULER V-A+F = 2 |
| 2 | TETRAEDRO | TRIÂNGULO | 6 | 4 | 4 | 2 |
| 3 | HEXAEDRO OU CUBO | QUADRADO | 12 | 6 | 8 | 2 |
| 4 | OCTAEDRO | TRIÂNGULO | 12 | 8 | 6 | 2 |
| 5 | DODECAEDRO | PENTÁGONO | 30 | 12 | 20 | 2 |
| 6 | ICOSAEDRO | TRIÂNGULO | 30 | 20 | 12 | 2 |
| 7 | | | | | | |
| 8 | | | | | | |

Fonte: Os autores

Agora, iremos mostrar de forma simples como construir cada um dos poliedros:

- Construção do Tetraedro:

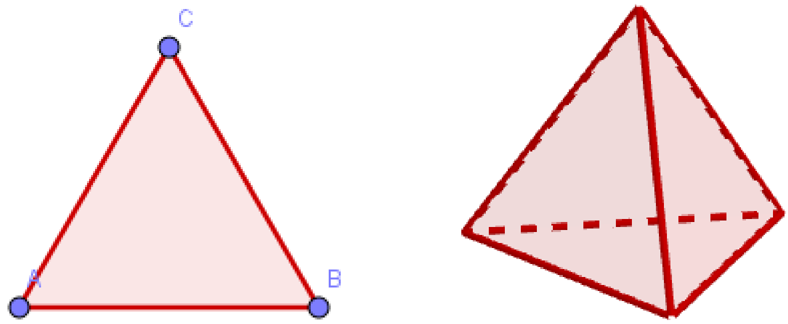
  → Criaremos dois pontos A e B arbitrário como indicado na figura 2;

Figura 2: Criação dos pontos A e B


Fonte: Os autores

→ Selecionamos na caixa de entrada a sintaxe Tetraedro(<Ponto>,<Ponto>), substituindo os pontos da seguinte forma, Tetraedro(A,B), gerando o que está ilustrando a figura 3.

Figura 3: Criação do Tetraedro

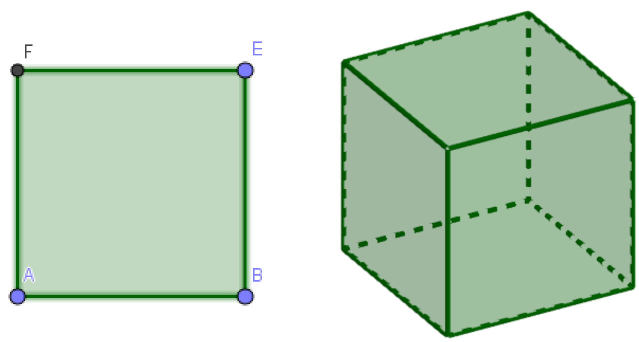



Fonte: Os autores

- Hexaedro ou Cubo:

  → Construção análoga a anterior, porém selecionamos a sintaxe Cubo( <Ponto>, <Ponto> ), substituindo os pontos deste modo, Cubo(A, B), gerando o que está ilustrando a figura 4.

Figura 4: Criação do Hexaedro

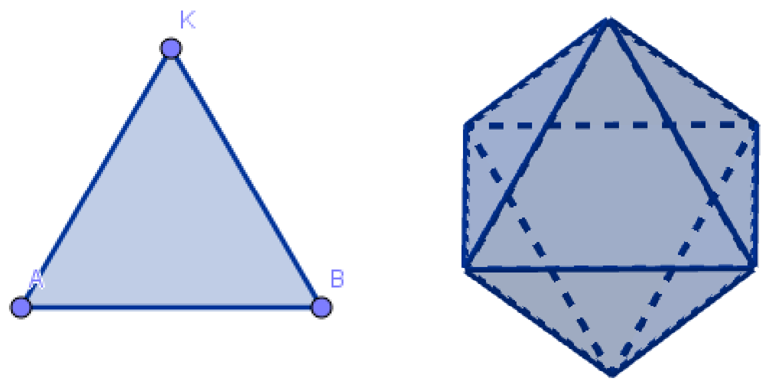



Fonte: Os autores

- Octaedro:

  → Construção análoga a anterior, porém selecionamos a sintaxe Octaedro( <Ponto>, <Ponto> ), substituindo os pontos deste modo, Octaedro(A, B), gerando o que está ilustrando a figura 5.

Figura 5: Criação do Octaedro

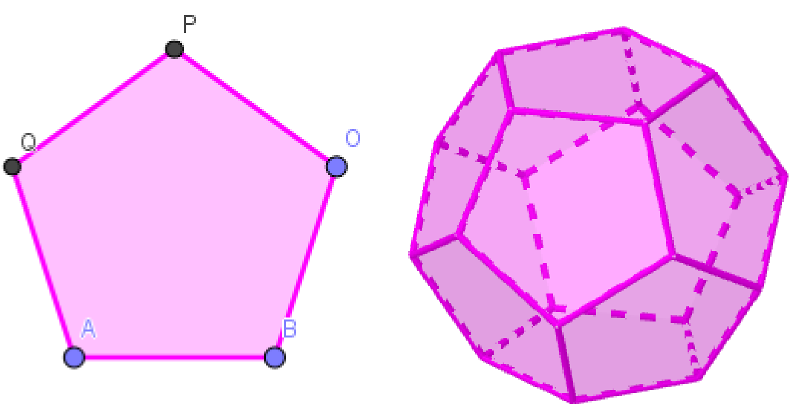



Fonte: Os autores

- Dodecaedro:

→ Construção análoga a anterior, porém selecionamos a sintaxe Dodecaedro( <Ponto>, <Ponto> ), substituindo os pontos deste modo, Dodecaedro(A, B), gerando o que está ilustrando a figura 6.

Figura 6: Criação do Dodecaedro

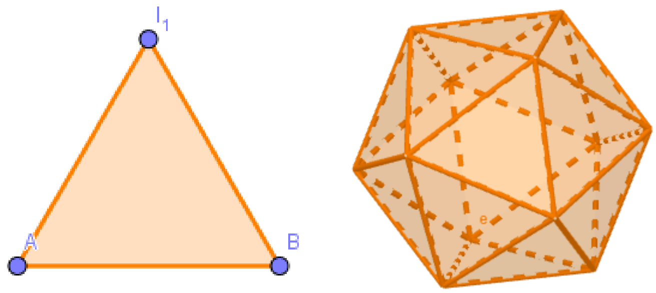



Fonte: Os autores

- Icosaedro:

→ Construção análoga a anterior, porém selecionamos a sintaxe Icosaedro( <Ponto>, <Ponto> ), substituindo os pontos deste modo, Icosaedro(A, B), gerando o que está ilustrando a figura 7.

Figura 7: Criação do Icosaedro




Fonte: Os autores

Com isso, podemos notar que as propriedades vistas na planilha são válidas e se mantém para todos os poliedros trabalhados, é perceptível também que as figuras planas que formam os poliedros são sempre as mesmas.

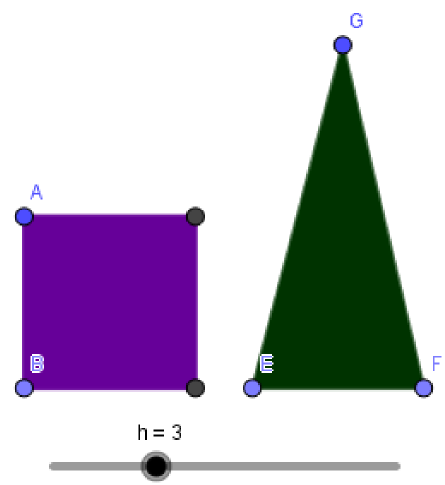
**Prisma**

O objetivo dessa atividade é explorar o Princípio de Cavalieri a partir da construção de prismas com a mesma base e mesma altura, para que o aluno tire conclusões sobre os conceitos de volume de um prisma.

Construção no GeoGebra:

→ Construa um quadrado de lado 3 e um triângulo isósceles com base 3 e altura 6, em seguida, criar um “controle deslizante h" com intervalo de 0 a 10, e incremento 0.01 como está ilustrado na figura 8;

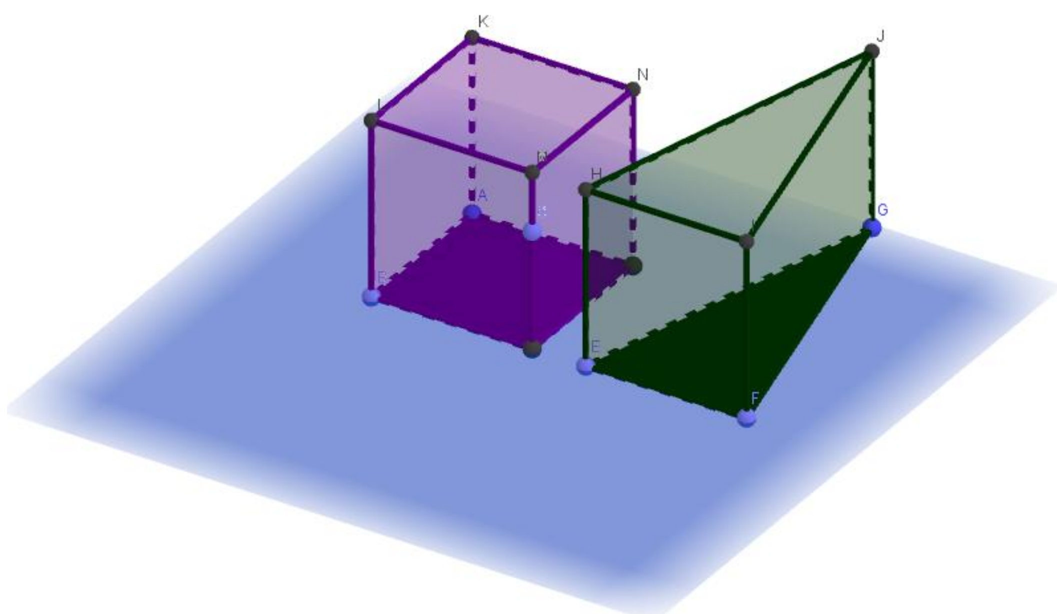
Figura 8: Criação do quadrado e triângulo com áreas iguais e do controle deslizante h




Fonte: Os autores

→ Use a ferramenta “Extrusão para Prisma ou Cilindro” e "h" como altura, clicando no quadrado e posteriormente os mesmos passos no triângulo como vemos na figura 9.

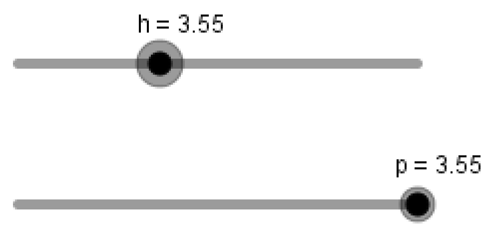
Figura 9: Criação dos prismas




Fonte: Os autores

→ Criamos um segundo “controle deslizante p" com intervalo de 0 a h e incremento 0.01, como indica a figura 10.

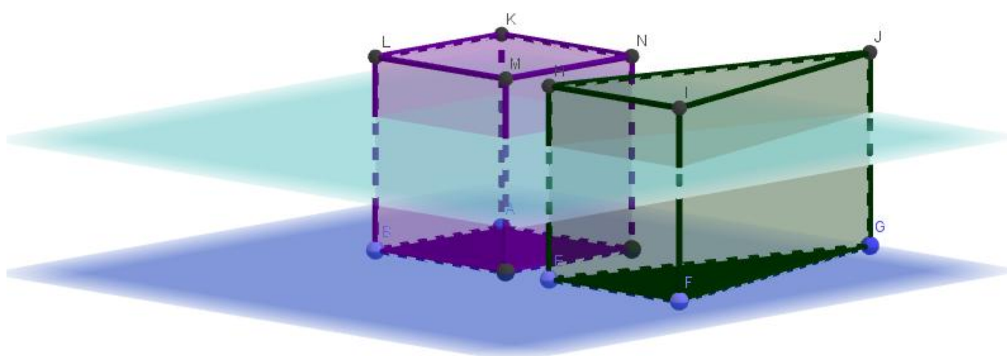
Figura 10 Criação do segundo controle deslizante p




Fonte: Os autores

→ Segundo o princípio de Cavalieri, criaremos um plano paralelo ao da base, como ilustra a figura 11, inserimos no campo de entrada a expressão z = p. Desta forma, nosso plano irá deslocar com o controle deslizante.

Figura 11: Criação do plano paralelo às bases

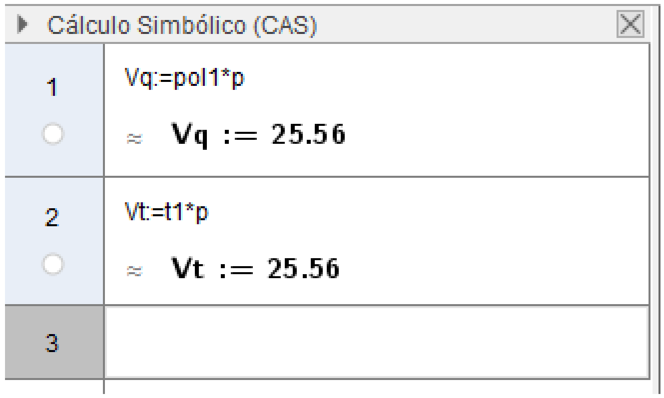


Fonte: Os autores

Para mostrar que ambos os sólidos tem volumes iguais, usaremos a janela CAS.

→ Na janela CAS, inserimos Vq:=pol1*p, onde Vq é o volume do prisma quadrangular, pol1 é a área da base, p é distâncias entre os dois planos;
→ Na janela CAS, inserimos Vt:=t1*p, onde Vq é o volume do prisma triangular, t1 é a área da base, ilustrado na figura 12;

Figura 12: Janela CAS




Fonte: Os autores

Portanto, mostramos que pelo princípio e Cavalieri, o volume será o mesmo, os alunos podem visualizar movimentando os controles deslizantes.

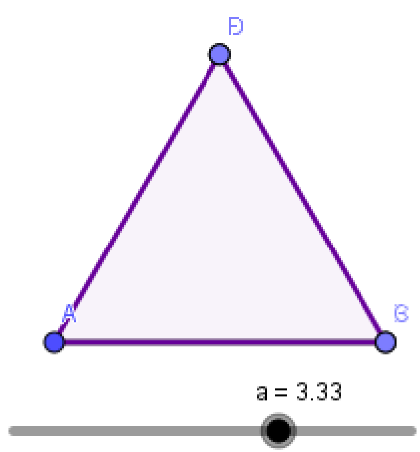
**Construção do Tetraedro**

→ Criamos um controle deslizante "a", com intervalo de 0-5 e incremento 0.01.

→ Criamos um ponto A qualquer.

→ Usamos a sintaxe Segmento(<Ponto>, <Comprimento>), de forma que, Segmento(A, a). Assim, nosso comprimento varia com o controle deslizante, como podemos notar na figura 13.

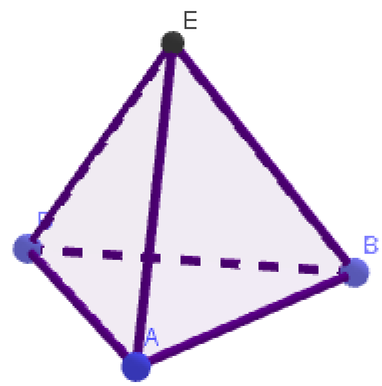
Figura 13: Construção do triângulo com lado variando




Fonte: Os autores

→ Selecionamos Tetraedro(<Ponto>, <Ponto>), de forma que, Tetraedro(A, B), como ilustra a figura 14.

Figura 14: Construção do tetraedro




Fonte: Os autores

Após criado tetraedro, iremos calcular seu volume e área total, usando ferramenta volume e paralelamente a janela CAS, segue os passos:

→ Com a ferramenta "Volume" selecione o tetraedro.

→ Na janela CAS, inserimos Volume(<Sólido>), de modo que, Volume( b ).

Porém, poderíamos calcular usando a fórmula do volume, dada por (1/3) Ab*H, em que Ab é a área da base e H sua altura. Temos dois métodos para entrar a altura.

Janela CAS:

→ Inserimos Altura( <Sólido> ), de modo que, Altura( b ).

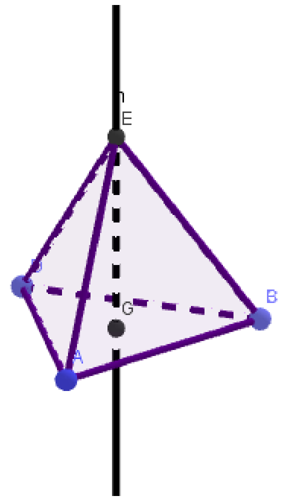
→ Inserimos Vol:=(1 / 3) faceABD* $2.

Retas, interseção de objetos, segmento:

→ Selecionamos Reta( <Ponto>, <Reta Paralela> ), de modo que, Reta(E, EixoZ).

→ Selecionamos Interseção( <Objeto>, <Objeto> ), de modo que, Interseção(h, faceABD), teremos o nosso ponto G, como ilustra a figura 15.

Figura 15: Construção do ponto G

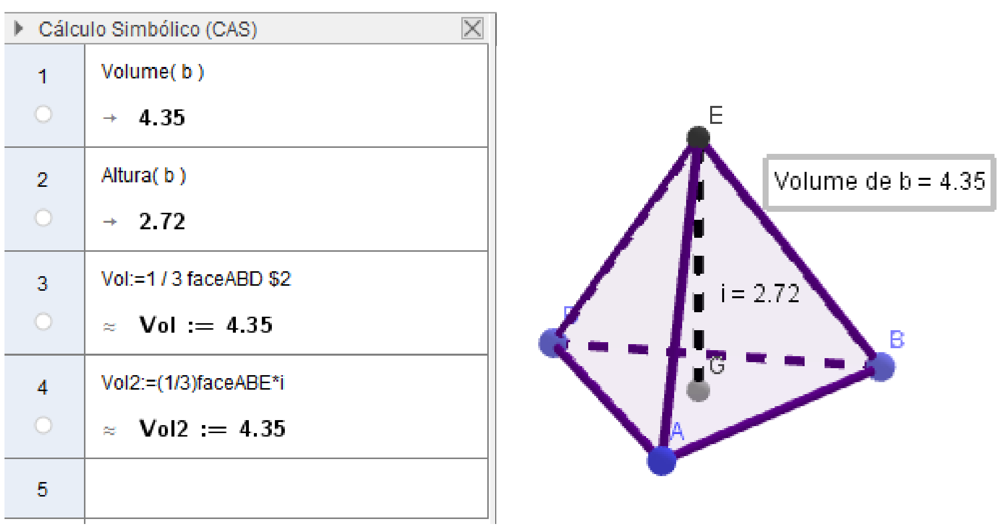



Fonte: Os autores

→ Selecionamos Segmento( <Ponto>, <Ponto> ), de modo que, Segmento(E, G), irá gerar nossa altura.

→ Na janela CAS, inserimos Vol2:=(1/3)faceABE*i, assim, obtemos a mesma altura, como podemos ver na figura 16.

Figura 16: Janela CAS e altura




Fonte: Os autores

Para o cálculo da área usamos a janela CAS:

→ Inserimos At:=4*faceABE, escolhemos a faceABE, porém poderíamos escolher a área de qualquer uma das faces.

**Construção Hexágono Regular - Cubo**

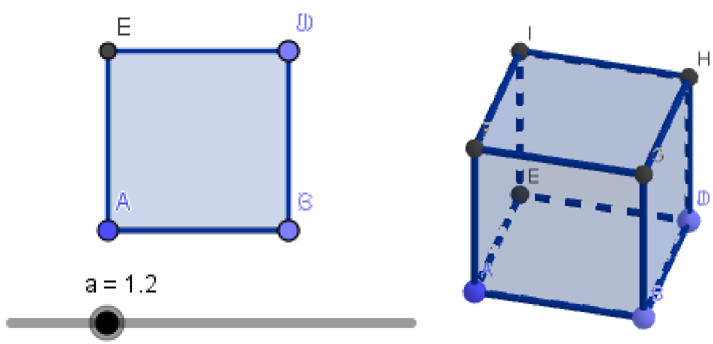
→ Criamos um controle deslizante "a", intervalo de 0-5 e incremento de 0.01;

→ Criamos um ponto A arbtário;

→ Selecionamos Segmento( <Ponto>, <Comprimento> ), de modo que, Segmento( A, a).

→ Selecionamos Cubo( <Ponto>, <Ponto> ), de modo que, Cubo(A, B), como indica a figura 17. Desta forma, obtemos o nosso Hexágono regular.

Figura 17: Criação do hexaedro




Fonte: Os autores

Para fazer a planificação segue os seguintes comandos:

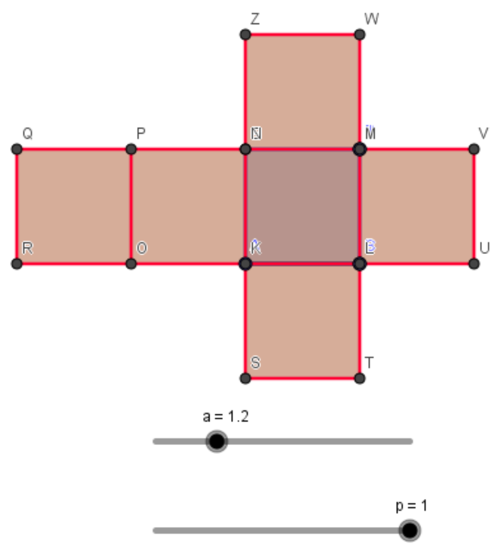
→ Criamos um controle deslizante "p", intervalo 0-1 e incremento de 0.01;

→ Selecionamos Planificação( <Poliedro>, <Número> ), de modo que, Planificação(b, p).

Obtemos a seguinte figura:

- Na janela de visualização (figura 18)

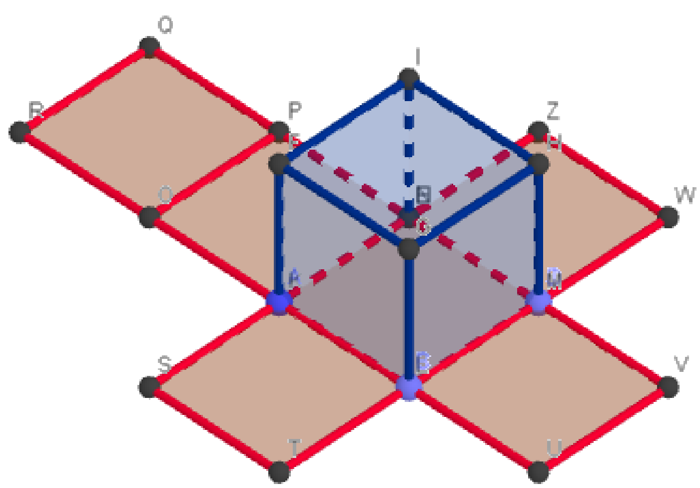
Figura 18: Planificação do cubo




Fonte: Os autores

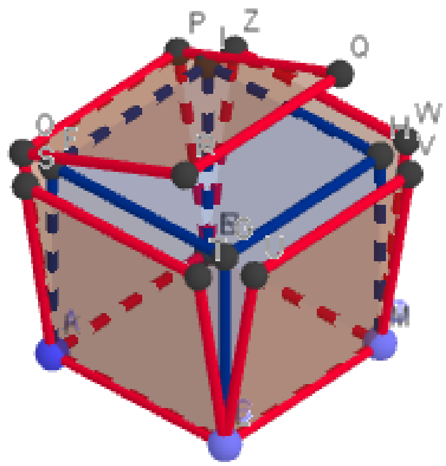
- Na janela de visualização 3D (figuras 19, 20 e 21).

Figura 19: Controle deslizante "p" igual a 1



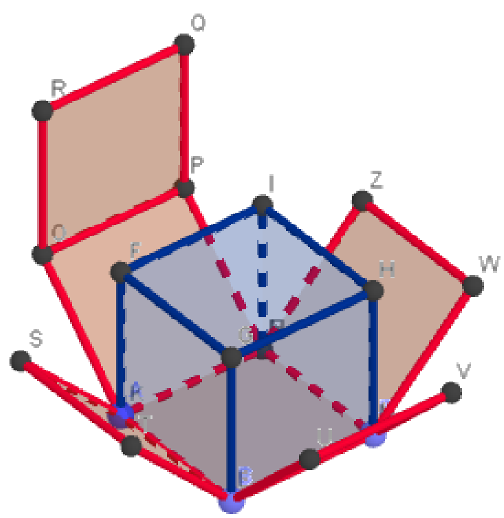

Fonte: Os autores

Figura 20: Controle deslizante "p" igual a 0.1



Fonte: Os autores

Figura 21: Controle deslizante "p" igual a 0.5



Fonte: Os autores

Para o cálculo do volume e da área total usaremos as ferramentas do GeoGebra, paralelamente com a planilha.

→ Usamos a ferramenta volume na janela de visualização 3D.

→ No A2 da planilha podemos inserir a^2*a;

→ No A3 inserimos faceABDE*a;

→ No A4 inserimos arestaAE*arestaDE*arestaFI;

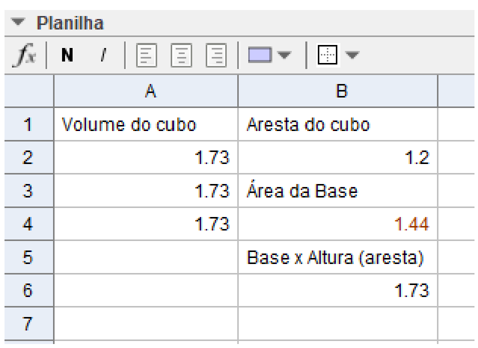
Outra forma de calcular o volume:

→ No B2 inserimos "a";

→ No B4 inserimos faceABDE;

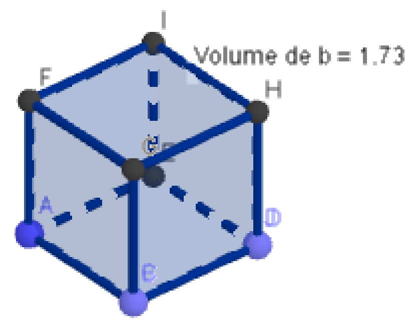
→ No B6 inserimos B2*B4, como indica a figura 22;

Figura 22: Planilha e Hexaedro



Planilha

| | A | B |
|---|---|---|
| 1 | Volume do cubo | Aresta do cubo |
| 2 | 1.73 | 1.2 |
| 3 | 1.73 | Área da Base |
| 4 | 1.73 | 1.44 |
| 5 | | Base x Altura (aresta) |
| 6 | | 1.73 |
| 7 | | |




Fonte: Os autores

Observamos que usando as propriedades do hexágono regular, quaisquer métodos abordados acima nos retorna o valor no volume do cubo. Analogamente, para calcular a área total. Quando fizemos a sua planificação, automaticamente o Geogebra gera a área do sólido planificado, então vejamos esses cálculos na planilha:

1. No A9 inserimos 6*faceAEIF;
2. No B9 inserimos faceFGHI;
3. No B11 inserimos 6*B9;
4. No C9 inserimos 6*a*a, como ilustra a figura 23;

Figura 23: Planilha de criação

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Volume do cubo | Aresta do cubo | |
| 2 | 1.73 | 1.2 | |
| 3 | 1.73 | Área da Base | |
| 4 | 1.73 | 1.44 | |
| 5 | | Base x Altura (aresta) | |
| 6 | | 1.73 | |
| 7 | | | |
| 8 | Área do Cubo | Face do Cubo | Área obtida pelas arestas |
| 9 | 8.64 | 1.44 | 8.64 |
| 10 | | Área obtida pelas faces | |
| 11 | | 8.64 | |
| 12 | | | |

Fonte: Os autores

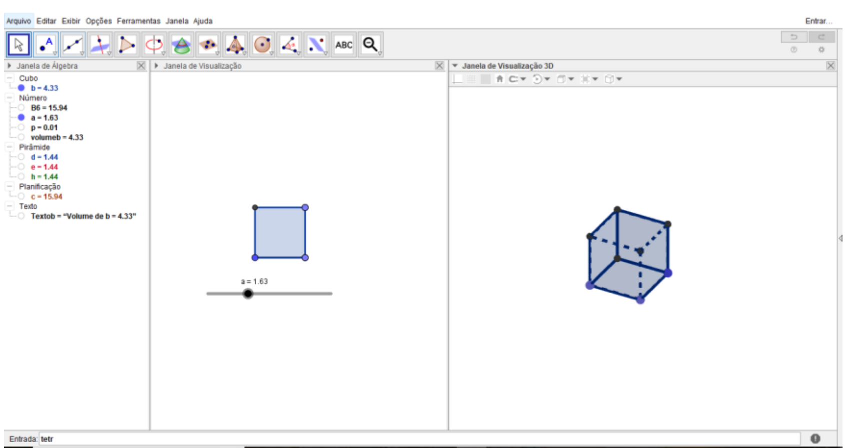
Logo, verificamos que podemos realizar estes cálculos de volume e área de diversos modos.

**Pirâmide**

Iremos usar a construção anterior, para mostrar que o volume de uma pirâmide é igual a 1/3 do produto da base pela altura.

→ Faremos a construção como segue na figura 24:

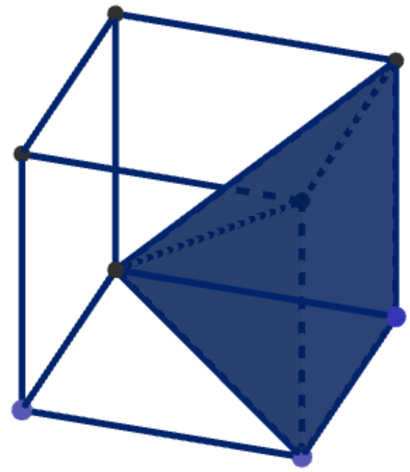
Figura 24: Começo do exercício



Fonte: Os autores

→ Com a ferramenta "Piramide", selecionamos uma face do cubo e um vétice oposto a esta base, como está ilustrando a figura 25;

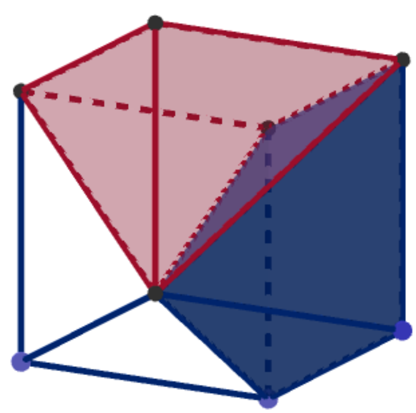
Figura 25: Construção da pirâmide



Fonte: Os autores

→ Analogamente, dado o vértice escolhido anteriormente, selecionamos uma face oposta ao vértice e criamos a pirâmide de maneira que não fiquem sobrepostas, como indica a figura 26.

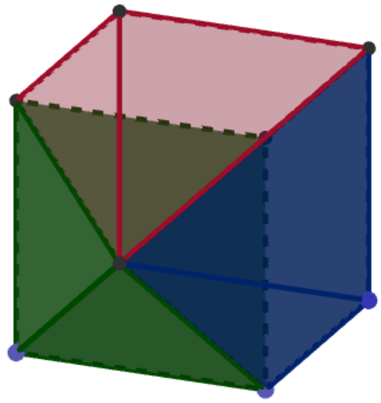
Figura 26: Construção da segunda pirâmide



Fonte: Os autores

→ Selecionamos a face restante oposta ao vértice escolhido da pirâmide anterior e este vértice como nos mostra a figura 27.

Figura 27: Construção da terceira pirâmide



Fonte: Os autores

Usaremos a Janela CAS, como método de verificação

→ Selecionamos Volume( <Sólido> ), de modo apreencher, Volume(d), onde 'd' é o sólido azul;

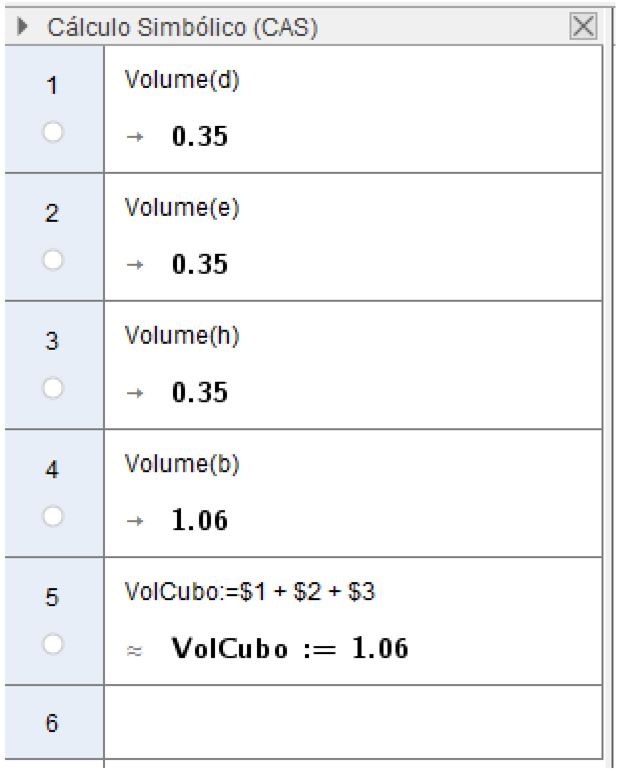
→ Analogamente, Volume(e), onde 'e' é o sólido vermelho;

→ Analogamente, Volume(h), onde 'h' é o sólido verde;

→ Analogamente, Volume(b), onde 'b' é o cubo;

→ Por fim, inserimos VolCubo:=$1 + $2 + $3, que irá somar o volume das três piramides, como está indicando a figura 28.

Figura 28: Janela CAS




Fonte: Os autores

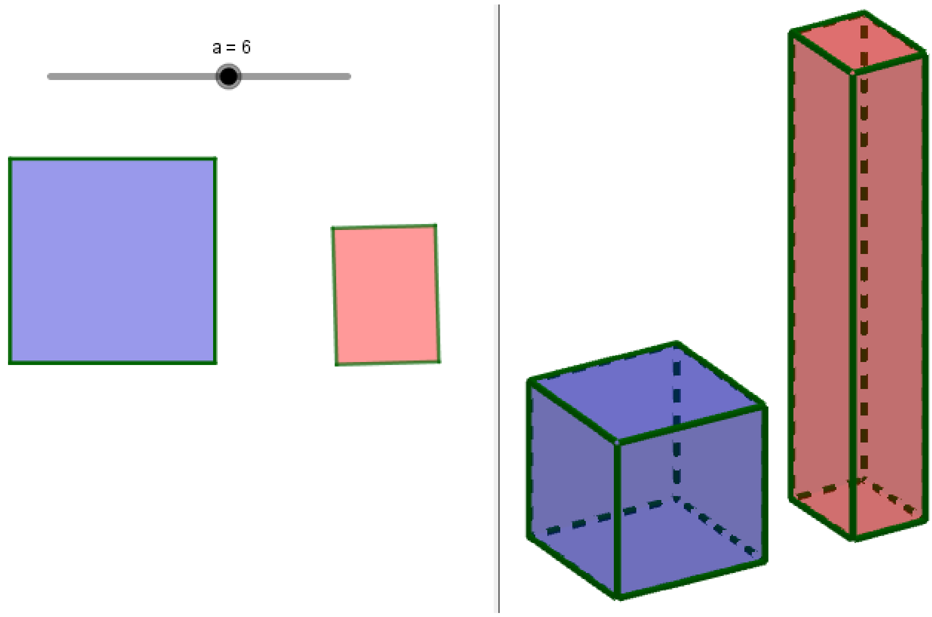
Portanto, mostra de forma visual e algébrica com auxílio da Janela CAS, que o volume da pirâmide é igual a 1/3 do produto da base pela altura. Pois, dentro do cubo, cabem exatamente três pirâmides. Como seu volume é o produto da base pela altura, podemos reparar que as pirâmides possuem as bases congruentes as do cubo e altura congruente a aresta. Desta forma dividimos o volume do cubo por três para obter o volume da pirâmide.

Para finalizar, propomos o exercício abaixo, a fim de mostrar o uso de outras ferramentas do GeoGebra e aplicação na sala de aula.

1. Qual a aresta de um cubo que tem mesmo volume de um paralelepípedo que possui as dimensões de 3cm, 18cm e 4cm?

Vamos montar o paralelepípedo e calcular seu volume, logo após, com um controle deslizante vamos tentar encontrar um cubo com o volume igual ao do paralelepípedo como indica a figura 29.

Figura 29: Construção do cubo e paralelepípedo com mesmo volume




Fonte: Os autores

**Considerações Finais**

Ao analisar o ensino dos Poliedros, vimos quão importante é este conteúdo e sobre como podemos colocar os alunos para refletir sobre determinadas situações, desenvolver o pensamento crítico, argumentativo, investigativo, intuitivo e ampliar o campo de visão espacial. Além de incentiva-los por meios de perguntas, exercícios propostos e auxiliar nas atividades diferenciadas. Desta maneira, contribuindo para relação entre o professor e aluno dentro da sala de aula e promovendo um aprendizado significativo no estudo dos Poliedros.

Portanto, acreditando que com este trabalho iremos auxiliar os docentes no seu plano de aula, apresentamos algumas sugestões de construções simples e elaboradas, para complementar e diversificar a aula, atingindo os resultados esperados, mostrando quão prazerosa pode ser a geometria.

**Referências**

BRASIL. Ministério da educação e cultura. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75, 76.

COSTA, A. C. BERMEJO, A. B. MORAES, M. S. F. Análise do Ensino de Geometria Espacial . Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf> . Acesso em: 18 maio 2018

VIDALETTI, Vangiza Bartoleti Berbigier. O ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos. Lajeado: UNIVATES, 2009.
.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

**ADIÇÃO DE FRAÇÕES: TRABALHANDO O SIGNIFICADO DE FRAÇÕES ATRAVÉS DE JOGOS**

Rita de Cássia de Souza Soares Ramos
Universidade Federal de Pelotas
rita.ramos@ufpel.edu.br

Andréia Sell Quandt
Universidade Federal de Pelotas
andreiasquandt@gmail.com

Patrícia Casarin Peil
Universidade Federal de Pelotas
patitacasarin@hotmail.com

Patrícia Guterres Borges
Universidade Federal de Pelotas
patriciaguterres09@hotmail.com

LetianeMielke
Universidade Federal de Pelotas
letiane.mielke@hotmail.com

Mônica Duarte
Universidade Federal de Pelotas
paivaduarte@hotmail.com

Geraldo Oliveira da Silva
Universidade Federal de Pelotas

geraldooliveira23041997@gmail.com
Andressa Lixieski Manske
Universidade Federal de Pelotas
andressalmanske@gmail.com

Lúcia Renata dos Santos Silveira
Faculdade São Brás
luciarenata.silveira@gmail.com

João Alberto da Silva
Universidade Federal de Rio Grande
joaopiaget@gmail.com

**Eixo temático:** ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** minicurso - oficina

**Categoria:** Pesquisador/Professor de Nível Superior

**Resumo**

O minicurso aborda três atividades que versam sobre a soma de frações de forma prática, tendo como público-alvo sugerido professores do Ensino Fundamental a partir do quarto ano. O objetivo é representar soma de frações mediante atividades que abordem diferentes situações e significados de frações. As atividades aqui descritas foram realizadas e testadas em eventos com públicos diversos, e a aplicação sugere um olhar específico às diversas interpretações possíveis para o pensamento aditivo e multiplicativo que envolve a soma de frações com diferentes denominadores. Parte-se do referencial da Teoria dos Campos Conceituais tanto para a classificação das frações quanto para a análise das operações e processos de construção de significado para as mesmas. Na atividade "palavras e frações" estudantes deverão responder a perguntas de ordem geral, que pontuarão na forma de frações, segundo regras específicas do jogo. Na atividade "corrida das frações" além da soma de pontos, as medidas servirão de comparação entre as frações. Na atividade "bola ao cesto", a pontuação se dará comparativamente com o grupo. Na prática "pega varetas", elaborar sentenças matemáticas utilizando frações. As situações que representam as atividades são classificadas segundo seu significado. Temos, portanto, trabalhados os significados de parte-todo para o jogo bola ao cesto, de medida para corrida das frações, de número para palavras e frações e de operador multiplicativo pega varetas (SANTOS, 2005). A análise das representações é realizada mediante identificação de estratégias, invariantes operatórios que determinam os processos de produção de significados. Os resultados parciais indicam representações icônicas e algébricas para as representações das frações, e apontam para diferentes estratégias de resolução, como frações equivalentes, mínimo múltiplo comum e estimativa por aproximação. Espera-se com este minicurso ampliar o debate sobre ensino e aprendizagem de frações e suas operações, enfatizando o significado das mesmas.

**Palavras-chave:** educação matemática; frações; ensino e aprendizagem; teoria dos campos conceituais.

## 1. Introdução

Esta proposta traz como objetivorepresentar soma de frações mediante atividades que abordem diferentes situações e significados. Para isso, serão trabalhados e analisados quatro jogos didáticos: bola ao cesto, palavras e frações, corrida das frações e pega varetas com frações.

No início, apresentam-se os projetos os quais envolvem as atividades, após, o referencial da Teoria dos Campos Conceituais e da classificação dos significados de fração, bem como da adição, utilizado como aporte. Em seguida, os jogos são descritos passo a passo. Os procedimentos de análise são apresentados e por fim as expectativas e problematizações possíveis para a continuidade do trabalho.

Esse trabalho está sendo desenvolvido no LAM – Laboratório Multilinguagens, subprojeto do LIFE – Programa de Apoio a Laboratórios Interdisciplinares de Formação de Educadores, fomentado pela CAPES em 2012, que abriga diferentes projetos de pesquisa, ensino e extensão, especificamente o projeto de extensão Oficinas Multilinguagens e programa de extensão Laboratório Multilinguagens, que são locais de aplicação das oficinas. Desenvolve-se também no âmbito do GEEMAI - Grupo de Estudos sobre Educação Matemática nos Anos Iniciais, cadastrado no CNPq desde 2015, que está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - PPGEMAT da Universidade Federal de Pelotas. A rede de colaboração que tais atividades representam indica uma coesão metodológica e de referencial, que traz para a instituição uma abordagem que relaciona o ensino, a pesquisa e a extensão (PINTO et al, 2016).

No LAM desenvolvem-se materiais didáticos oriundos de pesquisas cujas problemáticas são provenientes de ações de extensão referentes à construção do pensamento matemático nos diferentes níveis de ensino. Tais materiais são aplicados e analisados pela equipe do laboratório, que sugere possíveis práticas que sirvam de apoio à ação docente. Além dessa produção, a equipe atua em diversos projetos. Este trabalho está relacionado ao projeto de pesquisa Análise de estratégias utilizadas por professores da Educação Básica e estudantes de licenciaturas referentes à resolução de situações envolvendo Estruturas Multiplicativas, ao projeto de extensão Oficinas Multilinguagens, ao programa de extensão Laboratório Multilinguagens e ao projeto de ensino Laboratório Virtual Multilinguagens. Traz as demandas de participantes das oficinas a respeito de como trabalhar frações no Ensino Fundamental, ao mesmo tempo em que busca problematizar sobre os significados e sentidos dados às frações em sala de aula.

**Teoria dos Campos Conceituais e Frações**

A Teoria dos Campos conceituais, elaborada e descrita por Vergnaud (1990) como teoria cognitivista neopiagetiana (Moreira, 2001), diz que um conceito é aprendido ao longo da vida, e que os conceitos necessitam se uma série de situações, invariantes operatórios e representações para serem aprendidos. Tais situações estão intimamente ligadas com os invariantes operatórios e as representações realizadas para as mesmas, ou seja, a tríade (S, I, R), a saber: situação, invariante, representação possibilita o estudo dos diferentes conceitos tramados em um campo conceitual. No caso das frações, as situações denotam os sentidos atribuídos as mesmas, assim, existe a necessidade de trabalhar os diversos significados para a aprendizagem de um conceito.

Estudos como de Nunes e Bryant (1997) apontam para cinco significados de fração, sendo eles parte-todo, quociente, operador multiplicativo, medida e número. Cavalcanti e Guimarães (2007) representam as frações a partir das noções de parte-todo, operador multiplicativo, número, medida, razão, quociente e probabilidade. Santos (2005) utiliza a classificação de Nunes e Bryant (1997), conforme quadro-resumo apresentado do Quadro 1.

Quadro 1 – Tipos de frações segundo Nunes e Bryant

| **Significados de fração** | **Conceito** | **Exemplo** |
|---|---|---|
| Número | Não há necessidade de representação através de uma situação específica | Representação de ½ na reta numérica |
| Parte-todo | Todo dividido em partes iguais em situações estáticas | Uma barra de chocolate para três crianças |
| Medida | Quantidades intensivas e extensivas, geralmente comparando duas variáveis | Proporção de concentrado em um suco de laranja |
| Operador multiplicativo | Representação transformadora de uma quantidade | 4/5 de uma quantidade de 15 doces |
| Quociente | Conhecido o número do grupo, o quociente representa o tamanho de cada grupo, extrapolação da ideia de parte-todo | Divisão de 20 brinquedos por quatro crianças. Quantos brinquedos cada criança ganhará? Que fração isso representa? |

Fonte: adaptado de SANTOS (2005).

O autor analisa representações de professores de Matemática a respeito dos tipos de frações e de resolução de situações que tenham em seu conteúdo tal classificação. Aponta para o uso da fração como parte-todo no ensino de Matemática nos anos iniciais, e sugere o uso dos demais tipos para a construção do conceito de fração. Cruz e Spinillo (2014) indicam cálculos por estimativa para a adição de frações, utilizando a ideia de inteiro e metade. Para este minicurso, levaremos em conta além das noções de inteiro e metade, as estratégias utilizadas para a resolução das situações, como, por exemplo, o mínimo múltiplo comum, os procedimentos de completar inteiros, a resolução por equivalência de frações e outras possibilidades que forem apresentadas pelos participantes.

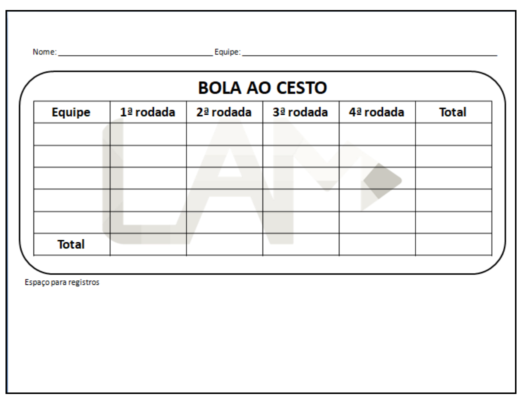
Zanella (2013) organiza diversas situações de adição e multiplicação de frações a partir da releitura de artigos sobre o tema em periódicos *qualis* A1 da CAPES. No caso das estruturas aditivas, a autora identificou “[...] situações problemas de composição de medidas. O principal teorema em ação mobilizado pelos estudantes na adição foi somar numerador com numerador e, denominador com denominador” (2013, p.6). Sobre as representações utilizadas pelos sujeitos investigados, o estudo identificou linguagem natural e pictórica.

## Metodologia

Os jogos trabalhados terão de forma explícita um significado de fração, como descrito:

Para o jogo bola ao cesto, utilizaremos um cesto comum, uma bola de meia e uma cartela impressa por equipe, conforme modelo abaixo:

Figura 1- cartela do jogo bola ao cesto



Nome:________________ Equipe:________________

BOLA AO CESTO

| Equipe | 1ª rodada | 2ª rodada | 3ª rodada | 4ª rodada | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| Total | | | | | |

Espaço para registros

Fonte: Equipe do LAM

Cada equipe arremessa três vezes a bola no cesto por rodada. As anotações dos pontos ganhos serão feitas conforme número de acertos por jogada. Por exemplo, se a equipe arremessou três vezes e acertou duas, anotará 2 de 3. As equipes jogam 4 rodadas alternadamente e fazem os registros de todas as jogadas. Vence quem tem mais pontos.

Durante as jogadas, serão feitos questionamentos que levem à comparação de frações, à análise dos possíveis denominadores para cada jogada e aos tipos de processos utilizados para o cálculo do total de pontos por rodada e por equipe.

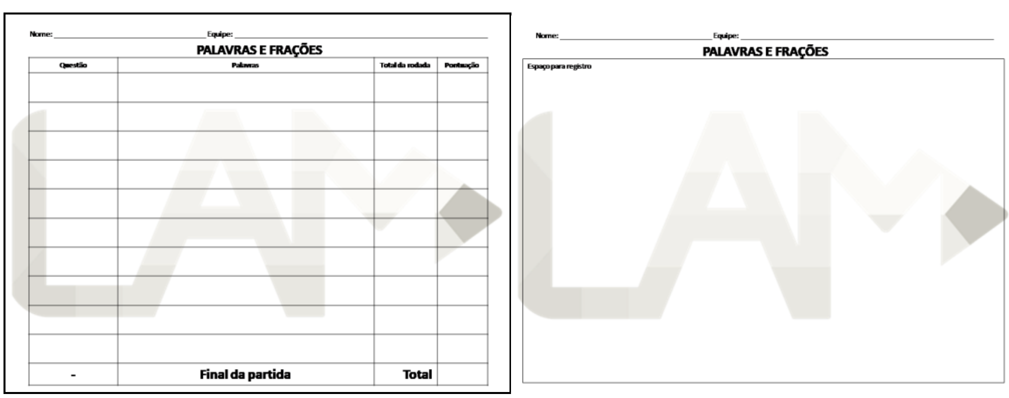
Além destes, será discutido sobre o sentido de frações trabalhado no jogo, as hipóteses e conceitos colocados em ação e as representações possíveis que apareceram nos registros dos jogadores.

Para o jogo palavras e frações serão utilizadas cartas contendo perguntas sobre assuntos gerais, um cronômetro e cartelas para registro, conforme exemplos nas figuras 2 e 3.

*Figura 2 – exemplos de cartas do jogo palavras e frações*


Fonte: Equipe do LAM

*Figura 3 – cartelas do jogo palavras e frações*

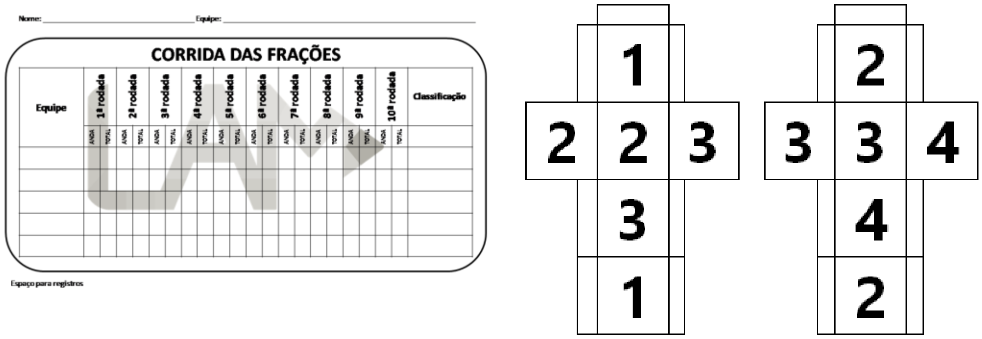



Fonte: Equipe do LAM

As cartas são dispostas em um monte no centro da mesa. Cada jogador recebe duas cartelas: uma para o registro das palavras e pontuações e outra para o registro dos cálculos. Em quartetos, elege-se um juiz que contará o tempo e procederá a leitura das cartas. O juiz retira uma carta do monte, lê as instruções e fala "valendo", iniciando a contagem do tempo com um cronômetro ou temporizador. Os demais participantes deverão escrever na cartela durante o tempo estipulado (1 minuto) o maior número de palavras possível que atenda a afirmação descrita na carta. Quando o tempo encerrar, o juiz falará a palavra "tempo" e os jogadores finalizarão a escrita. A contagem dos pontos por rodada é feita mediante divisão dos pontos das palavras repetidas pelo número de participantes da equipe que a repetiram. Por exemplo, para a carta "nomes de menino sem a letra O", se o participante 1 escreve Guilherme, Edgar e Ivan, o participante 2 escreve Ivan e Kauã e o participante 3 escreve Edgar, Ivan, Luan, Peter e Paul, a palavra Guilherme vale 1 ponto, pois não repetiu, a palavra Edgar vale meio ponto, pois o participante 1 e o participante 3 a escreveram, a palavra Ivan vale um terço de ponto, pois os três participantes a escreveram, e assim por diante. Procede-se a contagem de pontos de cada participante por rodada e o juiz repete o processo para a próxima carta. Em cada rodada, os participantes registram a pontuação da rodada e parcial com a soma das rodadas. Ao final, vence quem tiver a maior pontuação. Para a segunda parte do jogo, os primeiros lugares disputam entre si, os segundos e os terceiros idem. Espera-se que se altere o número de jogadores, possibilitando discussão sobre os possíveis novos denominadores. Os registros anotados na folha de cálculos, os procedimentos para somar as frações, os possíveis denominadores e os significados atribuídos às frações no jogo serão discutidos com os participantes.

Para o jogo corrida das frações, é necessário um barbante de 6 metros com marcações de 1, ½, 1/3, ¼, 1/5, 1/6, 1/8 e 1/12, cadeiras para serem os carrinhos, dois dados, o primeiro com os números 1, 2 e 3 e o segundo com os números 2, 3 e 4 e uma cartela para registros, conforme figura 4. A turma será dividida em cinco equipes, cada qual com um piloto que andará com o carrinho, sendo que os demais participantes jogarão os dados, farão os registros e as somas, e ainda apoiarão o piloto na corrida. O jogo inicia com o lançamento dos dois dados. O que contém o número 1 indica o numerador e o outro o denominador. A fração correspondente será medida no barbante e o piloto andará com o carrinho esta medida, que vale a partir da frente do carro. Ganha a primeira equipe que chegar à parede da sala de aula.

*Figura 4 – cartela e dados da corrida das frações*




Fonte: Equipe do LAM

Durante o jogo será discutido sobre comparação de frações – qual grupo está na frente, possíveis denominadores, estratégias de soma de frações, localização no espaço, grandezas e medidas, tipos e significados de frações.

O jogo pega varetas de frações será aplicado em grupos de cinco participantes. Para este jogo, serão utilizadas varetas comuns do jogo pega-varetas e as regras são as mesmas do jogo tradicional: dispõem-se varetas sobre a mesa na forma de “monte”, e um participante por vez deve pegar o maior número de varetas, uma de cada vez, sem mexer as outras. A diferença entre o jogo tradicional e este está na pontuação: a vareta preta vale 1 ponto, a vermelha meio ponto, a amarela um quarto, a azul um oitavo e a verde um dezesseis avos. Durante a partida, os jogadores devem se reunir para ver que tipos de registros farão. Será disponibilizada uma folha de papel por participante, que registrará sua jogada e mostrará aos colegas. Ao final da partida, vence quem tiver maior pontuação. A leitura deve ser feita aos colegas e os procedimentos de soma devem ser explicitados. A equivalência de frações, o método de completar inteiros e o mínimo múltiplo comum são estratégias esperadas para esta atividade.

A coleta de dados se dará por meio da observação dos autores e do registro dos grupos, e o retorno da discussão será imediato mediante debate com o grupo, tanto a respeito dos significados de frações atribuídos a cada jogo quanto às operações realizadas pelos participantes.

## Discussão

As situações envolvendo frações são trabalhadas nesta oficina mediante jogos didáticos. Para cada um dos jogos, sugere-se o significado de fração atribuído ao mesmo, conforme Quadro 2. Para cada um destes, a adição será trabalhada segundo a Teoria dos Campos Conceituais, utilizando as noções de comparação, composição e transformação das parcelas.

Quadro 2 – Jogos e os significados de frações atribuídos aos mesmos

| **Jogo** | **Significado de fração atribuído ao jogo** |
|---|---|
| Bola ao cesto | Parte-todo |
| Palavras e frações | Número |
| Corrida das frações | Medida |
| Pega varetas das frações | Operador multiplicativo |

Fonte: Equipe do LAM

Concomitante com a aplicação, a análise e discussão sobre os conceitos envolvidos, as representações realizadas, os significados atribuídos e as estratégias escolhidas para a solução das situações será realizada.

## Considerações

Esta oficina faz parte das ações do projeto de extensão Oficinas Multilinguagens e foi planejada, organizada teve os materiais construídos pela equipe do Laboratório Multilinguagens da Universidade Federal de Pelotas. A equipe conta com professores e bolsistas de graduação, que atuam em projetos de ensino, pesquisa e extensão e fazem parte do Grupo de Pesquisa GEEMAI. Os estudos realizados pelo grupo sugerem uma interlocução por parte dos membros entre teoria e práticas pedagógicas, efetivamente no trabalho de Laboratório de Matemática.

Os instrumentos de análise e os possíveis retornos aos participantes das oficinas foram planejados com base na Teoria dos Campos Conceituais, enfocando os campos aditivos e multiplicativos e os significados atribuídos a frações. As situações foram planejadas de forma a trabalhar com jogos didáticos e analisar as justificativas dos participantes para contribuir na aprendizagem dos mesmos.

Assim, espera-se que com os jogos bola ao cesto, palavras e frações, corrida das frações e pega varetas das frações diferentes significados de frações sejam abordados, estratégias possíveis para a adição sejam socializadas e a discussão acerca do ensino e aprendizagem em Educação Matemática.

**Referências**


CAVALCANTI, E. M. S.; GUIMARÃES, G. L. *Diferentes significados de fração: análise de livros didáticos nas séries iniciais*, 2007, Disponível em <https://www.ufpe.br/ce/images/Graduacao_pedagogia/pdf/2007.2/diferentes%20significados%20de%20frao.pdf>, acesso em 06 fev. 2015.

CRUZ, M. S. S.; SPINILLO, A. G. Adição de frações por estimativa a partir do referencial de metade e de inteiro. *Estudos de psicologia*. Natal. 2014, v.19, n.4, p.241-249.

MOREIRA, M. A; A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área.*Investigação em Ensino de Ciências*, n.6, v.2, 2001.

NOGUEIRA, C. M. I. ; REZENDE, V. . A teoria dos campos conceituais no ensino de números irracionais: implicações da teoria piagetiana no ensino de matemática. *Schème*: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas , v. 6, p. 41-63, 2014.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças Fazendo Matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
SANTOS, A.*O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2005.

PINTO, S. P. W. et al. Laboratório Multilinguagens da UFPEL – uma experiência interligando ensino, pesquisa e extensão. In: *XII Encontro Nacional de Educação Matemática.* São Paulo – SP, 13 a 16 de julho de 2016.

VERGNAUD, G. La théoriedeschampsconceptuels. *RecherchesenDidáctiquesdesMathématiques*, vol. 10, nº 23, p. 133-170, 1990.

ZANELLA, M. S. *Um estudo teórico sobre as estruturas aditivas e multiplicativas de números racionais em sua representação fracionária*. 2013. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Maringá, Maringá.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# DESENVOLVENDO CONCEITOS MATEMÁTICOS NA EDUCAÇÃO INFANTIL POR MEIO DA LUDICIDADE

Bruna Marieli Reinheimer
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
marieli.bruna@gmail.com

Ursula Tatiana Timm
Universidade Luterana do Brasil (ULBRA)
timm.ursula@gmail.com

**Eixo temático:** Formação de professores que ensinam Matemática

**Modalidade:** Minicurso/oficina

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**
A matemática é uma disciplina identificada, muitas vezes, como vilã na vida escolar dos alunos. São muitos os relatos de alunos que acabam criando um bloqueio em relação a esta disciplina, influenciados por pré-julgamentos e conteúdos impostos a eles, e não necessariamente por uma dificuldade de aprendizagem. Acredita-se, porém, que uso de atividades lúdicas pode desmistificar esta visão em relação à Matemática, tornando eficaz o processo de aprendizagem, visto que o aluno verá a atividade como uma brincadeira e não como uma tarefa, o que estimulará a participação em aula, resultando consequentemente em um melhor relacionamento com o professor e com os seus pares. A oficina proposta para este evento é direcionada para professores e futuros professores que ensinam Matemática na Educação Básica, em especial na Educação Infantil, tendo por objetivo apresentar atividades lúdicas que podem ser utilizadas para a construção de conceitos matemáticos, com o intuito de que os participantes compreendam a ludicidade como parte fundamental das suas aulas e facilitadora do processo de ensino e aprendizagem. Para tanto, a oficina será desenvolvida em três etapas: inicialmente será contextualizado o uso do lúdico e de atividades diferenciadas no ensino da Matemática; em seguida, será realizada a prática de atividades lúdicas, como um debate e trocas referente as reais utilizações e adaptações aos jogos, e por fim uma

reflexão do papel do professor no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e seu papel facilitador na construção do conhecimento pelo aluno. Como resultado obtém-se as atividades lúdicas relacionadas a conceitos de correspondência, comparação, classificação, sequência, seriação, inclusão e conservação, as quais tornarão o processo de ensino-aprendizagem mais significativo e prazeroso. btem-se a ltado pelo aluno. as referente as reais utilizaç conceitos matem loqueio em relaçem seguida

**Palavras-chave:** Capacitação de Professores; Educação Matemática; Ludicidade; Oficina Pedagógica.

## Introdução

A brincadeira é de fundamental importância na formação da criança (CARVALHO, 1992) Acredita-se, portanto, que uso de atividades lúdicas torna bastante eficaz o processo de aprendizagem, visto que o fato de a criança ver a atividade como uma brincadeira e não como uma tarefa, estimula a participação em aula, o que resulta também em um melhor relacionamento com o professor e com os seus pares.

Logo, trabalhando em conjunto, os estudantes conseguem absorver maiores informações e acabam por construir o conhecimento de uma maneira prazerosa, cativante, e não mais, com a seriedade e monotonia da sala de aula, sendo que estarão brincando e de uma forma espontânea, aprendendo.

De acordo com Groenwald e Timm (2000), ensinar matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas.

Neste cenário, propõe-se uma oficina voltada para professores e futuros professores da Educação Básica, em especial, da Educação Infantil, na qual serão apresentadas atividades lúdicas que podem ser utilizadas para a construção de conceitos matemáticos.

## 1. O lúdico em sala de aula na educação Matemática

A Matemática é vista por muitos como uma grande vilã na aprendizagem, e, talvez por esse motivo, é comum encontrarmos alunos com grandes dificuldades na compreensão de conceitos matemáticos. Em vista disso, a ludicidade torna-se uma alternativa satisfatória para o ensino e aprendizagem desta disciplina, visto que, de forma lúdica, com atividades diferenciadas e atrativas, os alunos alcançam maiores resultados, pois de forma descontraída conseguem adquirir conceitos, eliminar bloqueios e de forma gradativa construir o seu conhecimento.

No entanto, é importante destacar a diferença entre o brincar e o jogo, pois, segundo Kishimoto (2003), o brincar supõe uma relação íntima com a criança e uma indeterminação quanto ao uso, ou seja, a ausência de um sistema de regras que organizam sua utilização. O brinquedo estimula a representação, a expressão de imagens que evocam aspectos da realidade. Já os jogos exigem de modo explícito ou implícito, o desempenho de certas habilidades definidas por uma estrutura preexistente no próprio objeto e suas regras (KISHIMOTO, 2003).

Desta forma, devemos utilizá-los não como instrumentos recreativos na aprendizagem, mas como facilitadores, colaborando para trabalhar os bloqueios que os alunos apresentam em relação a alguns conteúdos matemáticos. (GROENWALD; TIMM, 2000).

Diante disso, identifica-se diversos benefícios em trabalhar ludicamente, dentre eles estão: possibilita ao educador detectar os alunos que estão com dificuldades reais; o aluno demonstra para seus colegas e professores se o assunto foi bem assimilado; o aluno se torna mais crítico, alerta e confiante, expressando o que pensa, elaborando perguntas e tirando conclusões sem necessidade da interferência ou aprovação do professor; a vontade de vencer faz com que os alunos aperfeiçoem-se e ultrapassem seus limites; no ato de jogar não existe o medo de errar, pois o erro é considerado um degrau necessário para se chegar a uma resposta correta; e o aluno se empolga com o clima de uma aula diferente, o que faz com que aprenda sem perceber. (GROENWALD; TIMM, 2000).

Porém, apesar de termos diversos benefícios, para que o jogo alcance o que precisamos é necessário tomar alguns cuidados, como: não tornar o jogo algo obrigatório; selecionar jogos em que o fator sorte não interfira nas jogadas, permitindo que vença aquele que descobrir as melhores estratégias; estabelecer regras, que podem ou não ser modificadas no decorrer de uma rodada; trabalhar a frustração pela derrota na criança, no sentido de minimizá-la; e, principalmente, estudar o jogo antes de aplicá-lo, analisando o saber que pode ser desenvolvido dele, como abordá-lo e prever algumas reações dos alunos, afim de se preparar para instigá-lo. "Para que os jogos produzam os efeitos desejados é preciso que sejam, de certa forma, dirigidos pelos educadores" (MALBA TAHAN, 1968).

## 2. Objetivo

O objetivo desta oficina é apresentar atividades lúdicas que podem ser utilizadas para a construção de conceitos matemáticos, em especial na Educação Infantil, com o intuito de despertar nos discentes o gosto pelo seu trabalho, e possibilitar ao aluno a capacidade de construção do próprio conhecimento, como a formalização de conceitos matemáticos.

## 3. Metodologia

A metodologia adotada para esta oficina, baseou-se primeiramente em pesquisa qualitativa sobre a ludicidade em sala de aula, a aprendizagem matemática por parte do aluno e o desenvolvimento de conceitos em Educação Matemática. A partir disso, elaborou-se um conjunto de atividades diferenciadas, que podem ser utilizadas como facilitadoras no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, que serão apresentadas nesta oficina. Sendo assim, a oficina será desenvolvida em três etapas, a primeira a partir da contextualização do lúdico, a diferença entre o jogo e o brincar, e os benefícios e cuidados a serem tomados ao utilizar o lúdico em sala de aula. Em seguida, apresenta-se em um momento de prática diferentes atividades que solidificam o assunto proposto, a partir da experimentação dos jogos, e simultaneamente um debate em relação aos conceitos a serem atingidos por cada atividade, principalmente adaptações que podem ser realizadas para cada grupo de alunos. Por fim, possibilita-se um momento de reflexão a partir do papel do discente em sala de aula e a sua relação como facilitador na construção do conhecimento pelo aluno.

## 4. Exemplos de atividades para a construção de conceitos matemáticos

As atividades a serem utilizadas nesta oficina são baseadas em conceitos de correspondência, comparação, classificação, sequência, seriação, inclusão e conservação. As quais serão utilizadas como facilitadores na formalização destes conceitos pelo aluno, sendo de fundamental importância na construção do seu próprio conhecimento.

Um exemplo de atividade é o jogo “Vamos alimentar o macaco?”, que tem por objetivos: desenvolver a habilidade de diferenciar tamanhos pequeno, médio e grande; familiarizar o estudante com gráficos e coordenadas cartesianas; desenvolver a habilidade de interpretar e relacionar grandezas; desenvolver nas crianças, o espírito de coleguismo, a atenção e a criatividade.

Nesta atividade, são utilizados: um dado especial com seis faces das quais: 2 com figuras de macacos pequenos, 2 com figuras de macacos médios e 2 com figuras de macacos grandes; várias figuras de bananas (podendo adequar a quantidade de bananas ao número de participantes); desenho de eixos coordenados, no quadro ou em papel pardo ou cartolina.

O professor dispõe os alunos em círculo e no centro, coloca as figuras das bananas espalhadas. O professor desenha no quadro ou em papel pardo ou cartolina os eixos cartesianos, colocando no eixo horizontal uma figura de um macaco, pequeno, médio e grande (Figura 1), conforme os que aparecem no dado. A ordem dos jogadores e o número de rodadas são estabelecidas previamente e o primeiro jogador lança o dado. Este deverá reconhecer que macaco do gráfico receberá a banana correspondendo ao tamanho do macaco que apareceu no dado. Os demais procedem da mesma maneira. Após todos os alunos participarem, o professor pode questionar quem ganhou a maior quantidade de bananas, que ganhou a menor quantidade, quantas bananas o macaco pequeno ganhou e o macaco grande, e assim por diante.

Figura 1 - Jogo "Vamos alimentar o macaco?"


Fonte: arquivo pessoal da autora.

Outro exemplo é a atividade "Vamos enfeitar o sorvete?", que tem por objetivo trabalhar a quantificação e a correspondência numérica. Utiliza-se um sorvete confeccionado em papel ou EVA (Figura 2), plaquinhas com os numerais de 0 a 9 e bolinhas coloridas. Para iniciar a atividade, o professor coloca a plaquinha do número na casquinha do sorvete e o aluno deve fazer a correspondência do numeral com a quantidade de bolinhas que enfeitarão o sorvete. A fim de trabalhar a motricidade, pode se utilizar massinha de modelar no lugar das bolinhas, assim o aluno fará a quantidade de enfeites necessária.

Figura 2 - Vamos enfeitar o sorvete?

Fonte: arquivo pessoal da autora.

Outra atividade a ser desenvolvida na oficina é “Vamos pular?”, que tem o objetivo de desenvolver a seriação e sequência numérica.  Pode ser confeccionada em TNT ou no próprio chão da sala ou pátio, uma tabela com as quantidades, o aluno deve pular contando a sequência numérica em um tapete com as quantidades de um a nove (Figura 3), dependendo do nível de aprendizagem em que se encontra o aluno, e o conceito de conservação, pode-se exigir a ordem numérica crescente ou decrescente, bem como adaptar as quantidades.

Figura 3 - Vamos pular?

Fonte: arquivo pessoal da autora.

Um exemplo de atividade que pode envolver as crianças desde o berçário é “Qual a cor?”. Para realizar esta atividade os materiais necessários são: peças coloridas (tampas, peças de encaixe, bolinhas, etc), caixa com furos que estejam identificados por cores, ou ainda canos coloridos, conforme a Figura 4.

Esta atividade tem por objetivo que o aluno seja capaz de fazer a correspondência entre as cores das peças e da caixa, mesmo sendo tão pequenos e não sabendo ainda as cores, já vão estabelecendo essa relação, o que também facilitará a sua assimilação futuramente. O professor pode adaptar esta atividade de acordo com o nível que está trabalhando, podendo estipular a quantidade de peças que o aluno deve colocar.

Figura 4 - Qual a Cor?

Fonte: arquivo pessoal da autora.

Por fim, outro exemplo é o jogo “Vamos contar?”, que busca desenvolver quantificação e correspondência. O material para este jogo é: painel com desenho de um macaco grande, diversas bananas e plaquinhas com os numerais de 1 a 9. Para jogar, o professor deve colocar diferentes quantidades de bananas em cada um dos lados do macaco ou pode utilizar um dado numérico para que cada aluno sorteie a quantidade de bananas a ser colocada em cada lado do macaco, estabelecendo a correspondência do numeral com a quantidade de bananas. Em seguida os alunos devem identificar a quantidade total e assim ir estabelecendo relações de quantificação. Destaca-se que o professor deve intervir e levantar questionamentos que induzam a quantificação. O educador pode, também, modificar a atividade com as possibilidades de colocar e tirar bananas, para que futuramente o aluno compreenda os conceitos de adição e subtração.

**Considerações finais**

É evidente o quanto o lúdico pode cooperar e estar presente no processo de ensino e aprendizagem, tornando-o satisfatório e significativo, uma vez que o aluno cativado pelo que tem a aprender, tende a buscar o conhecimento junto de seus colegas e professores, estabelecendo relações socioafetivas que facilitarão na aprendizagem individual como em grupo.

Cabe ao professor, portanto, preparar suas aulas dentro de um contexto da realidade, buscando alternativas diferenciadas, tornando o lúdico presente em suas aulas, para que assim o aluno por si só possa ter vontade de aprender, e junto de seus colegas aprender de forma espontânea e assim construir o seu conhecimento.

Assim sendo, esta oficina pretende sustentar a importância da utilização do lúdico em sala de aula, assim como o papel imprescindível do professor na construção do conhecimento pelo aluno, tornando evidente a necessidade da busca de capacitação permanente.

**Referências**

CARVALHO, A.M.C. et al. (Org.). *Brincadeira e cultura:viajando pelo Brasil que brinca.*São Paulo: Casa do Psicólogo, 1992.

GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira; TIMM, Ursula Tatiana. *Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula.* Educação Matemática em Revista, SBEM-RS, 2000.

KISHIMOTO, T. *Jogo, brinquedo, brincadeira e educação.* São Paulo: Cortez, 2003.

LARA, Isabel Cristina Machado de. *Jogando com a matemática na educação infantil e séries iniciais.* São Paulo: Rêspel, 2011.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# PRODUÇÃO DE FONTES DIGITAIS E A ESCRITA DA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Janine Moscarelli Rodrigues
Licencianda em Matemática/UFPel
moscarellijanine@gmail.com

Luciane Bichet Luz
Aluna especial do PPGEMAT/UFPel
lbichet615@hotmail.com

Diogo Franco Rios
Docente da UFPel
riosdf@hotmail.com

**Eixo temático:** Historia e Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**
Esta oficina é fruto do trabalho que vem sendo desenvolvido pelos autores em acervos de duas escolas da cidade de Pelotas e que está vinculado à História da Educação Matemática. São discutidas questões ligadas aos processos que possibilitam que um documento escolar se constitua em fonte digital para possíveis pesquisas interessadas nas práticas de ensino e aprendizagem na matemática em perspectiva histórica. Nossa oficina de produção de acervos digitais se justifica pela necessidade de discutir com estudantes e educadores matemáticos a preservação dos documentos escolares relacionados com a Matemática e localizados nos acervos institucionais que, em muitos casos, não se encontram em condições adequadas de conservação e acondicionamento. Nosso objetivo é oferecer uma oficina para que, interessados em História da Educação Matemática, possam conhecer diferentes possibilidades de

digitalização de documentos escolares de matemática, utilizando scanner planetário, máquina fotográfica digital ou um aparelho celular; técnicas utilizadas para a edição de cada imagem; e processos de transformação dos arquivos para pdf, visando sua disponibilização. Durante o processo discutiremos a qualidade de cada imagem produzida por esses equipamentos, o resultado final de cada método utilizado e a construção de fichas catalográficas dos arquivos digitais.

**Palavras-chave:** História da Educação Matemática; Digitalização; Documentos Escolares; Acervo Digital.

## Introdução

O presente trabalho trate-se da proposta de uma oficina de digitalização de documentos escolares, que está vinculada a dois projetos, um de âmbito nacional, contando com financiamento do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), "Estudar para Ensinar: práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)" (BÚRIGO *et al.*, 2016), e o outro, de âmbito estadual, com financiamento da Fundação de Amparo à pesquisa do Estado do RS (FAPERGS), "Educação Matemática no Rio Grande do sul: instituições, personagens e práticas (1890-1970)" (RIOS, 2015). Ambos vinculam-se ao campo da História da Educação Matemática, interessados nas práticas de ensinar e aprender matemática no âmbito de instituições escolares.

O projeto de pesquisa "Estudar para Ensinar: práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970)" (BÚRIGO *et al.*, 2016) tem como objetivo investigar a formação de professores primários, com relação aos saberes matemáticos que eram praticados nas escolas normais ou complementares do Rio Grande do Sul. Destacamos aqui alguns objetivos específicos do referido projeto:

> Inventariar fontes que informem sobre práticas de ensino e de aprendizagem de Matemática no âmbito das instituições formadoras de professores primários que constituem o foco da pesquisa. Constituir, no âmbito do Lume - Repositório Digital da UFRGS, repositório digital de fontes que dizem respeito às práticas de formação para o ensino dos saberes matemáticos no âmbito das instituições formadoras de professores primários, bem como aos dados biográficos de professores (*Ibid*., p.21).

Através deste projeto vem sendo desenvolvido pela primeira autora, como pesquisadora de iniciação cientifica, o trabalho de localização, higienização e digitalização dos documentos que apresentam vestígios relativos à Matemática do Curso Normal do Instituto Estadual

Educação Assis Brasil (IEEAB)[1], no período do referido projeto, encontrados no acervo institucional.  O trabalho técnico que vem sendo realizado será disponibilizado no repositório Lume – Repositório Digital da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como parte do compromisso do deste projeto.

O outro projeto de pesquisa que nos referimos, "Educação Matemática no Rio Grande do sul: instituições, personagens e práticas (1890-1970)" (RIOS, 2015), da Universidade Federal de Pelotas (UFPel), tem os seguintes objetivos:

> Identificar em diferentes instituições ligadas à educação no Rio Grande do Sul, personagens e práticas ligadas ao ensino de matemática [...] organizar, catalogar e disponibilizar acervos pessoais e institucionais ligados às práticas de ensino de matemática realizadas no estado durante esse período, tentando mapear processos de apropriação de modelos educacionais que circularam à época; Analisar historicamente as formas de apropriação de padrões de ensino de matemática em diversas instituições educacionais do estado durante o período indicado (*Ibid*., p.7).

Através deste projeto é desenvolvido um trabalho de pesquisa nos acervos de algumas instituições localizadas na cidade de Pelotas, entre eles os acervos escolares do Colégio Municipal Pelotense[2] e do IEEAB e o acervo do Grupo de Pesquisa História da Alfabetização, Leitura, Escrita e dos Livros Escolares (HISALES)[3].

O referido projeto vem contribuindo com produção técnica através da disponibilização, no Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), de documentos, cadernos escolares e livros didáticos que apresentam vestígios referentes à matemática. Colaborando com o Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT)[4].

Os dois projetos nos indicam a preocupação que os pesquisadores na área da História da Educação Matemática vêm trazendo em discutir a precariedade das condições em que se

---

[1] O Instituto Estadual de Educação Assis Brasil foi criado em 1929 como Escola Complementar de Pelotas, em 1942, passou a ocupar o endereço atual, e já denominava-se Escola Complementar Assis Brasil, hoje é chamada de Instituto Estadual de Educação Assis Brasil (AMARAL; AMARAL, 2007).

[2] O Colégio Municipal Pelotense é uma das maiores escolas públicas da América Latina, foi criado pela Maçonaria em 1902 e com uma trajetória histórica muito rica em dados e informações sobre o ensino no sul do estado (AMARAL, 2005).

[3] Vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da UFPel e reúne pesquisadores desta e de outras instituições de ensino da região Sul, sob a coordenação da professora Dra. Eliane Teresinha Peres (PERES, T. E. ; RAMIL, A. C, 2015).

[4] Grupo que integra o trabalho de diversos pesquisadores lotados em distintas instituições de ensino e pesquisa em vários estados brasileiros (COSTA, 2015).

encontraram os acervos documentais escolares, se ocupando, inclusive, em encontrar soluções que possam amenizar esse problema.

Recentemente, já se destacou que as instituições geralmente descartam a maior parte do seu acervo das práticas escolares, como, por exemplo, diários de classe, planos de aula, registros de funcionários, livros didáticos, etc., ou, quando permanecem nas instituições, não se encontram em condições adequadas de conservação e acondicionamento.

> Amontoados em porões, debaixo de escadas, em salas apertadas, distribuídos ao acaso em armários e caixas, descuidados e sem interesse, documentos, quase sempre administrativos, além de coleções de instrumentos científicos, livros didáticos, móveis antigos, troféus, medalhas, entre outros objetos, sobrevivem a intempéries, goteiras, condições de insalubridade, falta de identificação, organização e armazenamento adequado na maioria das escolas (RIOS, 2015, p. 11 *apud* SOUZA, 2013, p. 205).

Dentre as alternativas para amenizar esse quadro preocupante está a digitalização e a disponibilização desses documentos em repositórios digitais, visando preservar e viabilizar seu acesso tanto por pesquisadores da História da Educação Matemática quanto por pessoas ligadas à instituição.

De acordo com Costa (2015), a intenção é que outros pesquisadores também tenham acesso a esses materiais da cultura escolar, o que tensionou para que surgisse o espaço virtual para locação das fontes de pesquisa, por considerar que em espaços dessa natureza

> [...] não há mais barreiras geográficas que impeçam a disseminação da pesquisa e, muito menos, não há restrições de acesso à documentação que vai sendo inventariada e que pode ser transformada em fontes de pesquisas por qualquer pesquisador. O contínuo uso e alimentação deste espaço coletivo cria um novo paradigma de fazer pesquisa (*Ibid.*, p. 18).

Entendemos que é necessário transpor essas barreiras defendidas por Costa (2015) e, assim, com o auxilio da tecnologia que temos à nossa disposição estamos desenvolvendo um trabalho de produção de acervos digitais a partir dos documentos dos acervos de instituições de Pelotas, pretendendo possibilitar que outros pesquisadores em qualquer região tenham acesso a essas fontes.

Para maioria das instituições cuidarem de seus acervos não é prioridade, pois para armazenar os documentos produzidos ao longo de sua existência demanda-se, além de mão de obra especializada para manusear os documentos, espaço físico em certas condições, ou seja, uma sala com infraestrutura apropriada, ampla, arejada, com prateleiras, iluminação e temperatura controladas, etc.

Apesar dessas dificuldades apontadas, é necessário cuidar desses espaços, pois eles são ricos em fontes para pesquisas da área da História da Educação e da Educação Matemática, sem os quais não se tem como desenvolver um trabalho historiográfico, pois é nos acervos que se encontram documentos que trazem vestígios sobre a trajetória da instituição.

Ou seja, digitalizar não resolve completamente a questão dos acervos institucionais, é preciso nos conscientizar da importância desses espaços para preservação da memória institucional. Digitalizar não é defender o descarte dos documentos, mas sim uma solução para atenuar o quadro em que se encontram a maioria dos acervos.

**Justificativa**

Nossa oficina se justifica pela necessidade de discutir com estudantes e educadores matemáticos como colaborar com a preservação dos documentos escolares relacionados com a Matemática e localizados nos acervos institucionais, a partir da digitalização deles.

Ao desenvolver nossas atividades no âmbito escolar, identificamos que a tarefa de um Historiador da Educação Matemática começa na busca, higienização e digitalização das fontes que nos interessam, para somente depois de organizar esse conjunto, podermos realizar as análises pretendidas, como defende Costa (2015):

> Em história, tudo começa com o gesto de separar, de reunir, de transformar em "documentos" certos objetos distribuídos de outra maneira. Essa nova distribuição cultural é o primeiro trabalho. Na realidade, ela consiste em produzir tais documentos, pelo simples fato de recopiar, transcrever ou fotografar esses objetos mudando ao mesmo tempo o seu lugar e seu estatuto. Esse gesto consiste em "isolar" um corpo, como se faz em física, em "desfigurar" as coisas para construí-las como peças que preencham lacunas de um conjunto proposto a priori. Ele forma a "coleção" (*Ibid*., 2015, p. 22).

Ou seja, ligados ao processo de digitalização estão outros tantos processos que se interligam e definem as práticas de quem faz uma pesquisa em um acervo documental, as quais pretendemos mencionar a seguir.

O trabalho começa em procurar os documentos que tragam algum vestígio relacionado com a Matemática. Ao localizar estes documentos, os mesmos são separados e preparados para serem higienizados, após esse processo é realizada então, a digitalização. Em seguida é feita uma ficha catalográfica de cada arquivo, para o posterior envio aos repositórios. Aqui neste trabalho vamos apenas nos deter no processo de digitalização documental.

Para realização do trabalho, alguns equipamentos de segurança são necessários para garantir a saúde dos pesquisadores bem como a integridade dos documentos. A utilização de tais equipamentos protege dos riscos de desenvolver alergias, rinite, irritação ocular, problemas respiratórios e dermatoses. A proteção individual compreende o uso de máscara, touca, óculos de proteção, avental de mangas longas e luvas.

Com relação aos documentos devemos ter cuidado ao manuseá-los, pois como já comentamos anteriormente, nem sempre estão armazenados em condições apropriadas, o que resulta a danificação dos mesmos, principalmente com aqueles que estão presos com grampos de metal, as pastas com folhas soltas, para não alterar a ordem desses documentos, entre outros.

**Digitalização**

Para fazermos as digitalizações atualmente, utilizamos o scanner Fujitsu SV600e ScanSnap, conhecido como scanner planetário, que utiliza a tecnologia de digitalização suspensa com poderosas lentes de profundidade para digitalizar os documentos apoiados sobre a mesa de trabalho. Ele nos possibilita realizar as digitalizações de livros, cadernos e outros documentos até no tamanho A3. O scanner possibilita-nos a correção da curvatura das páginas de um livro automaticamente, que são digitalizados sem distorções.

Esse equipamento vem com um programa onde é possível fazer a edição dos arquivos, um recurso que nos possibilita recortar, girar a imagem, alterar a cor, corrigir manchas ou, até, apagar a imagem dos dedos usados para segurar o livro aberto, quando for o caso. A digitalização pode ser feita em jpg ou em pdf, depois de concluído essa etapa, temos a possibilidade de transformar os arquivos em pdf pesquisável[5], para favorecer a posterior leitura digital.

Essa não é a única forma de realizar a digitalização, também podemos utilizar máquina fotográfica ou, ainda, uma câmera de um aparelho celular. Lembrando que a precisão das imagens produzidas por esses dois últimos equipamentos não vão ter a mesma qualidade da produzida pelo scanner.

[5] O jpg é um método de compressão de imagens fotográficas. O pdf é um formato de arquivo, criado para que qualquer documento seja visualizado, independente de qual tenha sido o programa que o originou. O pdf pesquisável é um tipo de arquivo que permite pesquisar e localizar palavras dentro de seu conteúdo.

No decorrer da oficina pretendemos mostrar as diferentes possibilidades de digitalizar e a qualidade de cada imagem produzida por esses três equipamentos. Bem como os programas utilizados para edição em cada caso, além de discutirmos sobre o processo e a relevância da posterior transformação dos arquivos para formato pdf, analisando o resultado final de cada método utilizado e a repercussão disso para pesquisas que pretendam utilizar essas fontes digitais.

Após a realização dos processos anteriores, iremos discutir e construir, juntamente com os participantes da oficina, um exemplo de ficha catalográfica para cada tipo de documento e, por último, vamos simular a submissão de um documento escolar digital, acompanhado dos metadados oriundos da ficha produzida, ao repositório digital da UFSC, que tem recebido documentos digitais de matemática de quase todos os estados do Brasil.

O ideal é se a oficina pudesse ser oferecida para 15 a 20 participantes que, de preferência trouxessem jaleco de manga longa e documentos escolares ou livros antigos. Vamos disponibilizar luvas, toucas e máscaras de proteção para todos, além dos equipamentos que serão utilizados durante a mesma, como o scanner, o notebook e a máquina fotográfica.

Por fim, esperamos que a oficina de produção de fontes digitais a partir de documentos escolares de matemática estimule professores e alunos a inserirem-se em ações de pesquisa do campo da História da Educação Matemática e, mais especificamente, aquelas interessadas em práticas pedagógicas que aconteceram no interior das instituições escolares gaúchas.

**Referências**

AMARAL, G. L. *Gymnasio Pelotense e a Maçonaria: uma face da história da educação em Pelotas*. Pelotas: Seiva, 2005.

AMARAL, G. L; AMARAL, G. L. *Instituto de Educação Assis Brasil: Entre a memória e a história 1929-2006*. Pelotas: Seiva, 2007.

BÚRIGO, E. Z.; DALCIN, A.; DYNNIKOV, C. M. S.S.; RIOS, D. F.; FISCHER, M. C. B.; PEREIRA, L. H. F. ESTUDAR PARA ENSINAR: Práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul (1889-1970). Projeto de Pesquisa. UniversidadeFederal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2016. 41 f.

COSTA, D. A. Repositório. In: VALENTE, W. R. (Org.) *Cadernos de Trabalho*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 3v.

PERES, T. E. ; RAMIL, A. C. A constituição dos acervos do grupo de pesquisa história da alfabetização, leitura, escrita e dos livros escolares e sua contribuição para as investigações em educação. *História da educação,* Porto Alegre, v.19, n.47, p. 297-311, set/dez. 2015.

RIOS, D.F. Educação Matemática no Rio Grande do Sul: instituições, personagens e práticas (1890-1970). Projeto de Pesquisa. Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2015. 12 f.

RIOS, D.F. Contribuições dos Lugares de Memória para a Formação de Professores de Matemática*. Acta Scientiae*, Canoas, v. 17, p.5-23 Ed. Especial 2015.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# GEOMETRIA NOS ANOS INCIAIS: BUSCANDO CAMINHOS PARA POTENCIALIZAR SEU ENSINO

Maria das Graças Kohn Rodrigues
Universidade Federal de Pelotas
mariadasgracas.k@gmail.com

Simone Kath Tomaschewski
Universidade Federal do Pampa
profesimonesls@gmail.com

**Eixo temático:** Formação de professores que ensinam Matemática

**Modalidade:** Minicurso

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo**

O ensino de geometria nos anos iniciais deve levar o aluno a olhar e interpretar geometricamente o mundo que o cerca. Considerando-se a importância da Geometria para o desenvolvimento deste raciocínio, e, buscando encontrar caminhos para potencializar seu ensino, elaboramos um minicurso reflexivo e interativo que tem como objetivos apontar diferentes possibilidades para o trabalho em sala de aula,  o uso de diferentes estratégias no trabalho com a Matemática nos anos inicias, a inserção de propostas por meio dos livros de literatura infantil, a conexão entre a matemática e a arte e o reconhecimento de figuras geométricas em diferentes posições e suportes. Iremos propor vivências de conceitos matemáticos utilizando a dobradura, o Tangram e a interdisciplinaridade com a literatura e o ensino de artes. A partir das atividades os participantes irão promover discussões a respeito da importância do trabalho com a Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

**Palavras-chave:** Geometria; anos iniciais; literatura; arte.

## Introdução

Geralmente esquecida ou deixada como último conteúdo a ser trabalhado no ano letivo durante a Educação Básica, principalmente em função do despreparo do professor, a Geometria atualmente, vem sendo tema de pesquisas e discussões no campo da Educação Matemática. Isto porque, além de seus objetivos próprios enquanto conteúdo específico, o trabalho com formas geométricas contribui para as crianças adquirirem senso de organização e orientação espacial, desenvolve a coordenação viso-motora e auxilia na leitura e compreensão de gráficos, mapas e outras informações visuais típicas da sociedade contemporânea.

O problema assume proporções ainda maiores quando refere-se ao trabalho com Geometria nos anos iniciais, considerando que os cursos de formação inicial não oferecem ao professor polivalente um trabalho com este campo da matemática. Desta forma, quando realizado o trabalho resume-se a nomeação e identificação das formas.

Defendemos o investimento em formação continuada tendo como objetivo sanar o problema referente a capacitação do professor. A formação em que acreditamos é pautada na colaboração, na parceria entre professores polivalentes e especialistas da área de Matemática, onde os grupos viabilizam o diálogo, no qual os professores aprendem com as práticas uns dos outros.

A Geometria permite:

> [...] competências geométricas cada vez mais elaboradas de localização, de reconhecimento de deslocamentos, de representação de objetos do mundo físico, de classificação das figuras geométricas e de sistematização do conhecimento nesse campo da Matemática (LIMA, 2010, p.135).

A sequência de tarefas de Geometria para esse minicurso faz parte de um conjunto, organizado pelas autoras, em que tomaram como referência livros e oficinas durante congressos e eventos dos quais participaram. A oficina proposta pretende apresentar duas situações diferenciadas de trabalhos com esse eixo a partir do uso do livro de literatura infantil e integração com a arte como estratégias de ensino. Desta forma, o objetivo geral deste minicurso é possibilitarmos momentos de reflexão sobre um trabalho pedagógico organizado que promova um ambiente matemático de aprendizagem, através de um espaço de investigações, no qual, alunos e professores possam problematizar, interagir e intervir na construção de conhecimentos.

**A formação do professor que ensina Geometria**

Ao analisarmos o ensino de Matemática nos anos iniciais, constata-se que o ensino de Geometria não recebe o mesmo tratamento que o da aritmética, por exemplo, ficando deixado a um segundo plano. Autoras como Nacarato e Passos (2003) ressaltam que dentre as causas desse abandono a mais evidente está na reforma do ensino advinda do Movimento da Matemática Moderna, além do próprio despreparo do professor com relação aos conceitos geométricos.

Tal situação nos remete a pensar na formação do professor que atua nesta etapa da educação básica. Por ser um professor polivalente, necessita transitar seus saberes com propriedade em diferentes áreas do ensino. Lima (2007) considera que o professor polivalente seria um sujeito capaz de apropriar-se e articular os conhecimentos básicos das diferentes áreas do conhecimento que compõem atualmente a base comum do currículo nacional dos anos iniciais do ensino fundamental, desenvolvendo um trabalho interdisciplinar.

Considerando que a maioria dos professores polivalentes tem sua formação inicial oriunda do curso de Pedagogia e similares, se faz necessário pensar na carga horária destinada a matemática durante o mesmo. De acordo com Curi e Pires (2004, p.162), “no geral, as disciplinas relativas à matemática e seu ensino que constam das grades curriculares dos cursos de pedagogia têm uma carga horária bastante reduzida”. Desta forma, a desatenção com o ensino de Geometria nos cursos de formação de professores para a educação básica leva-os a não conhecer o assunto. Como consequência, acabam não ensinando Geometria.

O desconhecimento das muitas possibilidades da Geometria, tanto no que se refere às aplicações práticas, quanto ao próprio desenvolvimento cognitivo da criança é um fator que dificulta o trabalho com estes conteúdos em sala de aula. Tal situação evidencia a necessidade do professor de estar envolvido em uma formação continuada, buscando constantemente novas metodologias no ensino na área de Geometria capazes de auxiliá-lo na sua prática diária de modo que o aluno perceba sua importância e aplicabilidade.

**Geometria nos anos iniciais**

A criança, desde seus primeiros anos de vida, desenvolve conceitos geométricos e raciocínio espacial a partir de ações que realiza na exploração do espaço e dos objetos que lhe rodeia, pois o mundo em que vivemos é repleto de representações geométricas.

O trabalho com Geometria pode ser contemplado através da contextualização do espaço onde a criança vive, especialmente no ciclo de alfabetização, como foi defendido nas formações do Pacto pela Alfabetização na Idade Certa. Neste período, utilizando o desenho como registro, a representação informal da posição de objetos e dimensão de espaços favorece o desenvolvimento de noções de tamanho, lateralidade, localização e direcionamento. BRASIL (2014) aponta que o desenvolvimento de todos os aspectos que envolvem a orientação espacial, as diferentes noções relativas à localização e movimentação no espaço físico, são necessárias para a atividade de cartografar. Propostas apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam a importância das atividades geométricas para a compreensão do espaço em que vive a criança. Assim,

> [...] é importante estimular os alunos a progredir na capacidade de estabelecer pontos de referência em seu entorno, a situar-se no espaço, deslocar-se nele, dando e recebendo instruções, compreendendo termos como esquerda, direita, distância, deslocamento, acima, abaixo, ao lado, na frente, atrás, perto, para descrever a posição, construindo itinerários. Também é importante que observem semelhanças e diferenças entre formas tridimensionais e bidimensionais, figuras planas e não planas, que construam e representem objetos de diferentes formas. A exploração dos conceitos e procedimentos relativos a espaço e forma é que possibilita ao aluno a construção de relações para a compreensão do espaço a sua volta. (BRASIL, 1997, p. 67)

BRASIL (2014) aponta como um dos objetivos do ensino de Geometria no ciclo de alfabetização é levar os alunos a classificar as figuras geométricas por meio de suas características, ou seja, os invariantes que distinguem uma figura da outra e que são utilizados nas definições. A atenção para as formas também pode ser evidenciada nos

PCNs, BRASIL (1997) sugerindo que o professor estimule os alunos do segundo ciclo do ensino fundamental a observação de características das figuras tridimensionais e bidimensionais, identificando propriedades e estabelecendo algumas classificações. A motivação para a proposta deste minicurso refere-se a importância do trabalho com figuras geométricas para o desenvolvimento de outros tipos de raciocínio e na resolução de problemas que exigem visualização e manipulação de modelos de figuras geométricas.

**Caminhos para o trabalho com Geometria**

O presente trabalho permeia por dois caminhos na busca de estratégias que ofereçam uma aprendizagem significativa para os alunos, propiciando o desenvolvimento do raciocínio lógico e suas habilidades, referindo-se especialmente as figuras geométricas. Nesta perspectiva a matemática torna-se prazerosa, facilitando a aprendizagem, envolvendo o aluno nas atividades envolvidas.

O primeiro caminho, a ser contemplado no momento inicial do minicurso, refere-se ao uso da literatura como uma conexão com a matemática. Pode-se perceber que a literatura infantil exerce sobre os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental um verdadeiro fascínio, pois está diretamente ligada ao lúdico. Passos e Oliveira (2007) afirmam que a leitura e o entendimento de uma narrativa favorecem e potencializam

> Processos cognitivos importantes para capacitar a criança a penetrar no estudo da matemática como uma área de conhecimento que exige a compreensão da sua linguagem específica e de raciocínios próprios para a solução de problemas (PASSOS e OLIVEIRA, 2007, p. 123).

Assim, entende-se que interligar literatura infantil e matemática propiciam situações em que a criança pode estabelecer relações entre a língua materna e a matemática; perceber a utilidade da linguagem e do simbolismo matemático; e, ainda, favorecer sua compreensão em torno dos conteúdos matemáticos e da linguagem matemática.

Para Bruner (1997), a narrativa deveria ser um instrumento de ensino, em razão de constituir-se como uma estratégia de pensamento. Este autor argumenta que, narrando histórias, somos capazes de organizar a experiência humana, o conhecimento e as relações entre o sujeito e a realidade. Ainda, ele afirma que é a partir do exercício da narrativa que é possível compreender a si mesmo e ao outro, considerando os fatores históricos e sociais.

O segundo caminho, a ser contemplado posteriormente, diz respeito a conexão da geometria com a arte. Considerando a importância de um trabalho interdisciplinar, percebe-se que a interação entre a matemática e a arte favorece o estudo de conceitos e princípios matemáticos. Compreendemos interdisciplinaridade como "a inter-relação entre duas ou mais disciplinas, sem que nenhuma se sobressaia sobre as outras, mas que se estabeleça uma relação de reciprocidade e colaboração, com o desaparecimento de fronteiras entre as áreas do conhecimento" (RICHETER,2008, p. 85). Desta forma,

> o pensar interdisciplinar parte da premissa de que nenhuma forma de conhecimento é em si mesma exaustiva. Tenta, pois, o diálogo com outras fontes do saber, deixando-se irrigar por ela. (...) a interdisciplinaridade é uma atitude, uma ousadia à busca de uma outra forma de pensar e construir conhecimento. (FAZENDA, 1995, P. 15-18)

Sabemos que não há um único caminho para o ensino de geometria ou para qualquer outro conteúdo matemático, contudo percebemos que havendo uma integração entre as áreas de conhecimento o ensino pode despertar o interesse e a participação dos alunos, possibilitando a construção de sentido e aprendizagem de novos saberes.

**Organização do minicurso**

Pensando nessa perspectiva discutida até o momento que prioriza os ambientes de investigações e a participação efetiva do aluno na elaboração dos conceitos geométricos, refletimos sobre a possibilidade de compartilhar neste minicurso uma sequência de tarefas tendo como objetivos específicos:

- Apontar diferentes possibilidades para o trabalho em sala de aula.
- Utilizar diferentes estratégias no trabalho com a Geometria nos anos inicias.
- Inserir propostas por meio dos livros de literatura infantil, a conexão entre a matemática e a arte e o reconhecimento de figuras geométricas em diferentes posições e suportes.

Nesse sentido organizamos as tarefas a serem abordadas da seguinte forma:

1º momento:

- Breve contextualização da proposta e de onde partimos;
- Apresentação da possibilidade de intersecção entre a matemática e a literatura.
- Apresentação e leitura do livro

- Discussão: que conceitos foram vivenciados pelos animais da história? O que nossos alunos podem aprender?
- Elaboração e vivência da dobradura do porquinho explicitando as diferentes formas do mesmo;
- Breve histórico do Tangram;
- Construção do Tangram;
- Elaboração, experimentação de diferentes formas no Tangram;
- Reflexão: que conceitos são possíveis de vivenciar com esta proposta?
- Fechamento com a reflexão sobre as possibilidades de trabalho utilizando propostas lúdicas, relacionando com a literatura e a dobradura.

2º momento:

- Confecção de um Caleidociclo;
- Exploração das formas apresentadas na atividade;
- Pintura de mosaicos (folhas quadriculadas para trabalhar a multiplicação)
- Fechamento com a reflexão sobre as possibilidades de trabalho interligando a matemática e a arte.

**Considerações finais**

O minicurso aqui apresentado teve como objetivo abordar as potencialidades do trabalho com a literatura infantil e o ensino de artes na organização das atividades pedagógicas e o quanto viabilizam o desenvolvimento do aluno nas aulas de geometria. Nosso objetivo é possibilitarmos momentos de reflexão sobre um trabalho pedagógico organizado que promova um ambiente matemático de aprendizagem, através de um espaço de investigações, no qual, alunos e professores possam problematizar, interagir e intervir na construção de conhecimentos.

Esperamos que as discussões e atividades propostas no minicurso propiciem um novo olhar sobre as práticas do ensino de geometria em sala de aula, considerando que este olhar sobre o que nos rodeia é influenciado pelos conhecimentos geométricos que adquirimos e ampliamos ao longo de nossas vivencias.

## Referências


BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Geometria/ Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRUNER, Jerome. Ingresso no significado. **Atos de significação.** Porto Alegre: Artmed, 1997.

CURI, Edda e Pires, Célia Maria Carolino. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. Disponível em: < https://revistas.pucsp.br//index.php/emp/article/viewFile/1655/1065> Acesso em: 20 maio 2018.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa. 2. ed. Campinas:Papirus, 1995.

LIMA, Paulo Figueiredo; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. Geometria. In: Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. Matemática Ensino Fundamental Coleção Explorando o Ensino;v.17.Ministério de Educação,Secretaria de Educação Básica. Brasília, 2010.p.135-200.

Lima, Vanda Moreira Machado. Formação do professor polivalente e os saberes docentes: um estudo a partir de escolas públicas. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – USP, São Paulo, 2007.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: Edufscar, 2003.

PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglion; OLIVEIRA, R. M. M. A. Elaborando histórias infantis com conteúdo matemático: uma contribuição para a formação de professores. **Múltiplos olhares: matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa**, p. 119-

135, 2007.

RICHTER, Ivone Mendes. Multiculturalidade e interdisciplinaridade. In: BARBOSA, A. M.(Org.). Inquietações e Mudanças no Ensino da Arte. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008.


ISSN 2316-7785

# HIGIENIZAÇÃO EM DOCUMENTOS ESCOLARES

Mélany Silva dos Santos
Universidade Federal de Pelotas
melany_feliz@yahoo.com.br

Makele Verônica Heidt
Universidade Federal de Pelotas
makele_heidt@hotmail.com.br

**Eixo temático:** História e Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Pós-Graduação

**Resumo**
A referida oficina está vinculada ao programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Pelotas. Na oficina será debatido sobre a importância de preservação dos acervos escolares tanto para a área de História da Educação, como História da Educação Matemática, assim como as etapas de tratamento necessária para esse processo de transformação de arquivo morto para arquivo histórico. Além disso irá realizar com os participantes os processos de higienização e catalogação de documentos escolares, demonstrando na prática todo o cuidado necessário que essas ações demandam.

**Palavras-chave:** História da Educação Matemática; Acervos; Documentos Escolares; Higienização.

O presente trabalho está vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, da Universidade Federal de Pelotas. É ligado ao projeto que está em andamento desde 2015, chamado "Educação Matemática no Rio Grande do Sul: instituições, personagens e práticas entre 1890 e 1970" (RIOS, 2015a), que contempla o Colégio Municipal Pelotense, e outras instituições de Pelotas e região. O projeto possui por objetivo identificar em diferentes instituições ligadas à educação no Rio Grande do Sul, personagens e práticas ligadas ao ensino de matemática, tentando analisar como se apropriavam de modelos de ensino em circulação no país.

Nesse contexto, nas pesquisas no âmbito da História da Educação e História da Educação Matemática, que trabalham pela preservação dos acervos escolares, e em pesquisas que evidenciem o potencial desses documentos para estudos que estejam em desenvolvimento, encontramos semelhante ao que relata Souza:

> Amontoados em porões, debaixo de escadas, em salas apertadas, distribuídos ao acaso em armários e caixas, descuidados e sem interesse, documentos, quase sempre administrativos, além de coleções de instrumentos científicos, livros didáticos, móveis antigos, troféus, medalhas, entre outros objetos, sobrevivem a intempéries, goteiras, condições de insalubridade, falta de identificação, organização e armazenamento adequado na maioria das escolas. (SOUZA apud RIOS, 2015b, p.11)

Assim como Souza descreve, essa é a realidade que nos deparamos ao adentrar nos acervos escolares, a maioria já descartou os documentos, ou os mantém sem os devidos cuidados de acondicionamento necessário para a preservação do patrimônio escolar. Nem sempre essa situação é descuido das instituições, por mais que tenham um desejo de ter o arquivo documental organizado e disponível, não se tem o financiamento por meio do governo.

A oficina dialoga bem com esse intuito de modificar a realidade da maioria dos acervos escolares no Brasil. Tal ação leva em consideração a importância que esses materiais têm sobre o patrimônio escolar, de uma cultura escolar e social praticada, que merece ser conhecida e preservada, e não esquecida e trancada nos arquivos mortos das instituições.

**Oficina de Higienização**

No início da oficina será feito um debate sobre a importância de preservação dos documentos escolares, pois estes carregam marcas e traços de uma cultura e práticas escolares, relevantes não só como patrimônio escolar como da comunidade. Além disso também será questionado aos participantes se possuem documentos escolares em casa, que em vez de descartá-los, podem procurar em sua cidade, instituições que façam o trabalho de tratamento e preservação das fontes, que geralmente estão ligadas a universidades e bibliotecas públicas.

Será ressaltado que existem vários processos necessários na preservação e construção de um acervo de documentos escolares, discutindo rapidamente cada um deles, mas na oficina será abordado duas das várias possibilidades que existem. É necessário realizar primeiramente a localização dos documentos que existem na instituição, depois realizar o processo de organização, quando um acervo possui uma organicidade, que pode ser feito por ordem cronológica, por editoras, por temas, dentre outras formas. Depois realizar o processo de higienização dos documentos.

Posteriormente para cada documento é feito a catalogação, por meio de uma ficha catalográfica que será construída de acordo com a necessidade de cada acervo, ou seja, possui diversos modelos de fichas.  Para que o acervo não fique apenas disponível materialmente, as vezes alguns locais fazem a digitalização desses documentos e os transforma em uma base digital, não para substituir o acervo material, mas como um complemento. Feito todos esses processos acima, por fim é realizado o processo de acondicionamento desses documentos, agora já tratados, para os locais em que ficarão acondicionados.

Nesta oficina será trabalhado com os participantes dois processos de tratamento de documentos, o de higienização e o de catalogação. Para a realização da primeira parte da oficina, que consiste na higienização, será disponibilizado alguns materiais necessários para a elaboração. Para o cuidado pessoal e o cuidado com os documentos será entregue para cada aluno, luvas, máscara e touca, o ideal também neste processo seria o uso do jaleco, mas como é um material mais caro, e os documentos não estarão em estado tão deteriorado, não serão disponibilizados. Além desses será entregue para os alunos pincéis trincha, extratores de grampos, clipes de plástico, folhas de papel manteiga, folhas de papel pardo, tesouras, lápis, canetas, modelo de ficha catalográfica, réguas, e os próprios documentos escolares que servirão como o material de trabalho, ao qual servirão como a representação daqueles que seriam encontrados dentro dos acervos escolares.

Será dividido os participantes da oficina em grupos de no máximo 5 pessoas. Bem como, a orientação aos participantes na colocação do material de proteção, explicando a importância desses para o cuidado com o documento, pois pode os deteriorar sem esse cuidado, e cuidado pessoal, pois lida-se com documentos antigos que podem carregar ácaros e fungos, dentre outros.

Posteriormente o grupo receberá instrução sobre a maneira correta de utilizar os pincéis para fazer a higienização, os sentidos de passar o pincel, como tirar os objetos que podem enferrujar e trocar por material de plástico. Será dado um tempo para que esse processo seja feito com cada um dos documentos.

Feito o processo de higienização, será entregue para o grupo uma ficha catalográfica com informações como: dimensões, descrição, conteúdo, data, local do documento em que os participantes terão que preencher para cada um dos documentos que possuem.

Por fim, os documentos já higienizados e catalogados, serão envoltos em folha de papel manteiga, será escrito com lápis o título dos documentos, e posteriormente envolvido no papel pardo.

**Exemplo de um setor documental**

Será apresentado aqui um exemplo de um trabalho que vem sendo feito de restauração dos documentos escolares, do setor documental do Museu do Colégio Municipal Pelotense, localizado na cidade de Pelotas, no Rio Grande do Sul, coordenado pelo professor João Nei Pereira das Neves. Esta Instituição possui um acervo bastante amplo, com documentos que vão desde 1902, que foi o ano de sua criação, até os dias de hoje, sem contar a variedade de documentos existentes. Este acervo possui dois setores, um com obras, como por exemplo: uniformes, fotografias, mobiliários, banners, livros, bandeiras, quadros de formaturas, materiais do Japão, dentre outros; e outro setor de organização interna, que é o de preservação documental, ao qual será apresentado aqui como um exemplo de restauração que tem sido feito naquele acervo.

Este setor vem sendo organizado desde 2014, com ajuda de várias parcerias entre a Instituição e a Universidade Federal de Pelotas. Inicialmente os documentos se encontravam na forma como ilustra na figura 1 a seguir:

Figura 1 - Como os documentos se encontravam antes do tratamento


Fonte: SANTOS, 2014a.

Os documentos foram separados por décadas e depois foram higienizados, como se observa nas figuras 2 e 3, nas figuras 4 e 5 mostra o processo de higienização, nesse período a Instituição cedeu temporariamente uma sala anexa à biblioteca, que seria depois um laboratório de informática.

Figura 2 - Separação por décadas


Fonte: SANTOS, 2014b.

Figura 3 - Higienização dos documentos

Fonte: SANTOS, 2014c.

Figura 4 – Processo de higienização

Fonte: SANTOS, 2014d.

Figura 5 – Processo de higienização

Fonte: SANTOS, 2014e.

Em 2017 o Prof. João Nei Pereira das Neves conseguiu uma sala definitiva para o acervo documental do Museu. Lá se encontra vários tipos de documentos, como por exemplo, diários de classe, livros pontos, certificados, correspondências, atas, dentre outros. Nas figuras 6 e 7 é como se encontra atualmente o acervo documental da Instituição, com alguns documentos acondicionados em caixas-arquivos (figura 7), e os que estão enrolados em papel pardo, que já foram higienizados (figura 6), etapa essa que ainda encontra-se em andamento.

Figura 6 - Sala do acervo documental do Museu

Fonte: SANTOS, 2017a.

Figura 7: Sala do acervo documental do Museu

Fonte: SANTOS, 2017b.

Nos últimos anos, o acervo documental do Museu tem contado com parcerias[1] de projetos da UFPel que, apesar de possuírem diferentes interesses no campo da pesquisa, tem em comum a colaboração para o funcionamento das etapas de preservação e conservação do acervo existente. Dentre essas parcerias, destaco duas daquelas que ainda continuam em vigor no ano de 2018. A primeira parceria a mencionar é o trabalho realizado pelo grupo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pelotas, que desde 2013 atua no Colégio Municipal Pelotense, que atualmente está em andamento, pelo projeto de 2015 chamado "Educação Matemática no Rio Grande do Sul: instituições, personagens e práticas entre 1890 e 1970" (RIOS, 2015a), e conta com uma aluna de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFPel, que é uma das autoras desse trabalho. E outra parceria iniciada em 2017, pelo projeto: "Acervo do Colégio Pelotense- Higienização, Organização e Pesquisa", que conta com uma bolsista,

[1] Para mais informações sobre essas parcerias, ver (AMARAL, 2014).

voluntários, e estágios, dos cursos de bacharelado e licenciatura em História, Museologia, Conservação e Restauro, da Universidade Federal de Pelotas (SPERANZA, 2017).

Tal realização ainda se encontra em andamento, mas mostra como um exemplo que pode ser feito dentro das instituições escolares que possuem arquivos escolares.

## Considerações Finais

A importância da preservação dos acervos escolares vem sendo cada vez mais discutida e trabalhada entre os historiadores da educação, ocasionando diversas possibilidades de pesquisa nestes documentos. Vidal comenta que:

> [...] os estudos que se debruçam sobre a dimensão das práticas escolares na constituição da cultura escolar são mais recentes e denotam o fortalecimento das investidas dos historiadores da educação brasileiros na localização, organização e sistematização de novas fontes. (VIDAL, 2005, p.10-11)

Percebe-se a importância desses estudos, em que alguns deles conseguem transformar os arquivos mortos das escolas em arquivos históricos, abertos para a comunidade e pesquisadores da área (VIDAL, 2005). Vale ressaltar que para que isso ocorra, é necessário um grande esforço de organização desses arquivos escolares, passando pelos processos de tratamento dos documentos já mencionados anteriormente, aos quais foram abordados nessa oficina os de higienização e catalogação. A realização desses processos dentro das instituições escolares, e a construção de um arquivo histórico, que preservará a memória e a cultura escolar, evidencia o potencial que cada uma desses documentos tem para as pesquisas nessa área. Vidal comenta que:

> Não serve apenas a uma escrita sobre a escola (no bojo de pesquisas historiográficas ou não), mas atende aos interesses de construção de vínculos entre os afazeres atuais e pretéritos no interior da escola, por parte dos professores, professoras, alunos e alunas, de maneira a constituir o arquivo escolar, como defende Nora (1993), em um lugar de memória. Integrado à vida da escola, o arquivo pode fornecer-lhe elementos para a reflexão sobre o passado da instituição, das pessoas que a freqüentaram ou freqüentam, das práticas que nela se produziram e, mesmo, sobre as relações que estabeleceu com seu entorno (a cidade e a região na qual se insere). (VIDAL, 2005, p.23-24)

A referida oficina dialoga bem com Vidal, ao apresentar uma reflexão sobre os documentos dos arquivos escolares, a importância de preservação e dos processos de tratamento, na abordagem de dois deles: higienização e catalogação. Para que assim os arquivos mortos sejam constituídos em arquivos históricos, e evidenciado a importância que esses documentos tem para as pesquisas em História da Educação e História da Educação Matemática.

## Referências


AMARAL, G. L (org.). *Museu do Colégio Municipal Pelotense: um espaço para a pesquisa, o ensino e a extensão (2004-2014)*. Pelotas: Educat, 2014.

RIOS, D. F. Contribuições dos Lugares de Memória para a Formação de Professores de Matemática. *Acta Scientiae,* Canoas, RS, v.17, p.5-23, 2015b.

RIOS, D. F. *Educação Matemática no Rio Grande do Sul: instituições, personagens e práticas entre 1890 e 1970*. Projeto de Pesquisa. Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2015a. 12f.

SANTOS, M. S. *Como os documentos se encontravam antes do tratamento*. 2014a.

SANTOS, M. S. *Higienização dos documentos*. 2014c.

SANTOS, M. S. *Processo de higienização.* 2014d.

SANTOS, M. S. *Processo de higienização.* 2014e.

SANTOS, M. S. *Sala do acervo documental do Museu*. 2017a.

SANTOS, M. S. *Sala do acervo documental do Museu*. 2017b.

SANTOS, M. S. *Separação por décadas*. 2014b.

SPERANZA, C. G. *Acervo do Colégio Pelotense- higienização, organização e pesquisa. Projeto de Pesquisa*. Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2017.

VIDAL, D. G. Cultura e prática escolares: uma reflexão sobre documentos e arquivos escolares. In: SOUZA, R. F. de; VALDEMARIN, V. T.eresa (Org.). *A cultura escolar em debate: questões conceituais, metodológicas e desafios para a pesquisa*. Campinas: Autores Associados, 2005. p. 03-30.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# POSSIBILIDADES DIDÁTICAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO TEMA EDUCAÇÃO FINANCEIRA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Karina Nunes da Silva
Universidade Luterana do Brasil
karinasn@yahoo.com.br

Juliana de Freitas Bernardes
Universidade Luterana do Brasil
julianaber18@gmail.com

Clarissa de Assis Olgin
Universidade Luterana do Brasil
clarissa_olgin@yahoo.com.br

**Eixo temático:** Ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluna da Graduação

**Resumo**

Esta oficina foi desenvolvida como parte do trabalho da disciplina de Estágio em Matemática, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Luterana do Brasil. Segundo Guttmann e Plihon, o Brasil vem enfrentando à questão do endividamento e inadimplência de seus cidadãos. Dessa forma, o Governo Federal estabeleceu a Estratégia Nacional de Educação Financeira, que visa contribuir para a formação necessária ao cidadão para tomada de decisões conscientes quanto à administração de suas finanças. Nesse sentido, optou-se por desenvolver essa temática, pois existem poucos materiais didáticos para aplicação da mesma em sala de aula. O objetivo é apresentar jogos didáticos e recursos tecnológicos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos envolvendo o tema Educação Financeira, no Ensino Fundamental. Ressalta-se, ainda, que as escolas têm alunos com diferentes especificidades, portanto buscou-se propor atividades que possibilitem tanto os alunos surdos, quanto os alunos ouvintes desenvolvê-las. A metodologia adotada foi à pesquisa qualitativa, pois permite entender e analisar de forma subjetiva os fenômenos que envolvem a situação em estudo. Dessa forma, as atividades propostas são exemplos de material didático que pode ser utilizado pelo professor no desenvolvimento de suas aulas na Educação Básica, visando revisar e aprofundar os conteúdos matemáticos de porcentagem, juros e regra de três.

**Palavras-chave:** Educação Matemática; Matemática Financeira; Jogos Didáticos; Recursos tecnológicos.

**Introdução**

Esta oficina foi desenvolvida como parte do trabalho da disciplina de Estágio em Matemática, do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), que realiza anualmente o evento Dia da Matemática, no qual os estudantes dessa disciplina elaboram um curso de extensão para professores em atuação e futuros professores de Matemática. Na oficina realizada, participaram 5 professores de Matemática da Educação Básica e 4 alunos de licenciatura em Matemática, sendo um dos licenciando, um aluno surdo, mas para realização da oficina pode-se contar com a participação das interpretes da UBRA.

Na oficina realizada, optou-se por desenvolver a temática Educação Financeira utilizando jogos didáticos e recursos tecnológicos aliados aos conteúdos matemáticos, do Ensino Fundamental, buscando propor atividades que possibilitassem a construção dos conhecimentos matemáticos e financeiros, tanto por alunos surdos, quanto por alunos ouvintes.

As atividades propostas são exemplos de materiais didáticos, envolvendo o tema Educação Financeira. Entende-se que, as mesmas podem ser utilizadas pelos professores no desenvolvimento de suas aulas, para revisar ou aprofundar os conteúdos matemáticos de porcentagem, juros e regra de três.

Pressupostos Teóricos

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o tema transversal, Trabalho e Consumo, pode ser abordado no currículo da Educação Básica, visando problematizar situações do cotidiano que envolva o trabalho com o dinheiro, para que os estudantes se tornem sujeitos ativos, participativos e capazes de negociar e buscar seus direitos relacionados à temática em questão (BRASIL, 1998).

Segundo Guttmann e Plihon (2008), o Brasil vem enfrentando à questão do endividamento e inadimplência de seus cidadãos, o que leva a necessidade de se trabalhar esse tema ao longo da Educação Básica, buscando formar cidadãos aptos a lidar com questões envolvendo dinheiro, seja no planejamento familiar, na realização de compras ou financiamentos automotivos e imobiliários, para que se possa amenizar futuramente tal situação.

Dessa forma, o Governo Federal estabeleceu, em 2010, a Estratégia Nacional de Educação Financeira, que visa contribuir para a formação necessária ao cidadão para tomada de decisões conscientes quanto à administração de suas finanças (BRASIL, 2010). Porém, pesquisas como as de Rodrigues e Olgin (2017) e Menezes e Olgin (2017) vem mostrando a escassez de atividades didática envolvendo os conteúdos matemáticos e o tema Educação Financeira, na Educação Básica. Dessa forma, buscou-se contribuir para construção de materiais envolvendo esse tema, que utilizassem jogos didáticos e recursos tecnológicos.

Com relação ao uso de recursos tecnológicos, os PCN mencionam que os mesmos são responsáveis pelas modificações na vida em sociedade, pois se obtém rapidamente o resultado da multiplicação de dois números, utilizando-se uma calculadora ou celular, também se tem acesso fácil a informações por meio da internet. Dessa forma, salientam os PCN que a escola precisa atender essa nova realidade, porque o uso dos recursos tecnológicos pode trazer contribuições significativas para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática (BRASIL, 1998).

Ainda, complementa o documento que a utilização de jogos em sala de aula, pode ser uma estratégia a ser utilizada pelo professor, desde que ele faça um planejamento prévio e tenha clareza dos objetivos didáticos que pretende alcançar (BRASIL, 1998).

Portanto, propõem-se o desenvolvimento do tema Educação Financeira aliado aos conteúdos matemáticos, com a utilização de jogos didáticos e o uso de tecnologias, para o trabalho em sala de aula com alunos surdos e ouvintes.

## Objetivo

O objetivo deste artigo é apresentar jogos didáticos e recursos tecnológicos para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos envolvendo o tema Educação Financeira, no Ensino Fundamental, de forma a possibilitar que tanto os alunos surdos, quanto os alunos ouvintes possam desenvolvê-las.

## Metodologia

A metodologia adotada foi à pesquisa qualitativa, pois permite entender e analisar de forma subjetiva os fenômenos que envolvem a situação em estudo. Dessa forma, para o desenvolvimento das atividades envolvendo o tema Educação Financeira, foram estabelecidas as seguintes etapas: a primeira foi a pesquisa sobre o tema em estudo em livros didáticos, periódicos da área de ensino em Matemática, anais de congresso, livros de atividades pedagógicas e sites educacionais. A segunda etapa foi a seleção e construção de atividades didáticas envolvendo a temática e os conteúdos matemáticos, visando não somente o conhecimento da disciplina, mas também, a formação integral do estudante, como sujeito que sabe argumentar criticamente frente as questões envolvendo esse assunto. A terceira etapa foi a aplicação da oficina, na Universidade Luterana do Brasil, no evento "Dia da Matemática" ocorrido em maio de 2018. E a última etapa foi a analise e discussão das atividades apresentadas na oficina.

Nesse artigo, apresentam-se as atividades que foram reavaliadas após a aplicação da oficina, pois se teve contribuições enriquecedoras, sendo uma, a atividade do Show do Milhão, que emitia som para respostas corretas e que não atingia o nosso objetivo, relacionado a atendimento de alunos surdos e ouvintes.

## Proposta pedagógica com o tema Educação Financeira

Com o objetivo de apresentar os jogos didáticos e os recursos tecnológicos propostos para enriquecer e potencializar o processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos matemáticos desenvolvendo a temática Educação Financeira organizou-se uma sequência de atividades que será descrita a seguir.

**Atividade 1 - Janela do Saber**: refere-se a um jogo pedagógico, cujo objetivo é revisar e exercitar os conteúdos de porcentagem e regra de três. Nessa atividade o estudante é convidado a interpretar situações problemas envolvendo a temática Educação Financeira (Figura 1). Para a atividade é preciso elaborar uma tabela com janelas (pode ser confeccionado com cartolina, papel pardo, entre outros) e cartões com situações problemas. Formam-se grupos de 4 a 5 pessoas. O primeiro jogador escolhe uma das janelas, que é aberta/levantada e, num tempo determinado, ele tentará resolvê-la. Se não conseguir, o jogador que apresentar uma resolução correta marcará os pontos (valor indicado no cartão com as situações problemas). Vencerá o grupo que marcar mais pontos.

Figura 1 – Janela do Saber


Fonte: As autoras.

**Atividade 2 - Trajetória das Compras**: é um jogo pedagógico, parecido com uma trilha, no qual o objetivo é que o estudante seja capaz de interpretar cada situação problema envolvendo o tema em abordado e aprofunde o conteúdo de porcentagem. Para essa atividade foi elaborado um tabuleiro com a trilha de compras, dinheiro de papel (pode ser comprado ou confeccionado), um dado, cartas com os objetos da trilha e cartas com situações problemas (Figura 2).

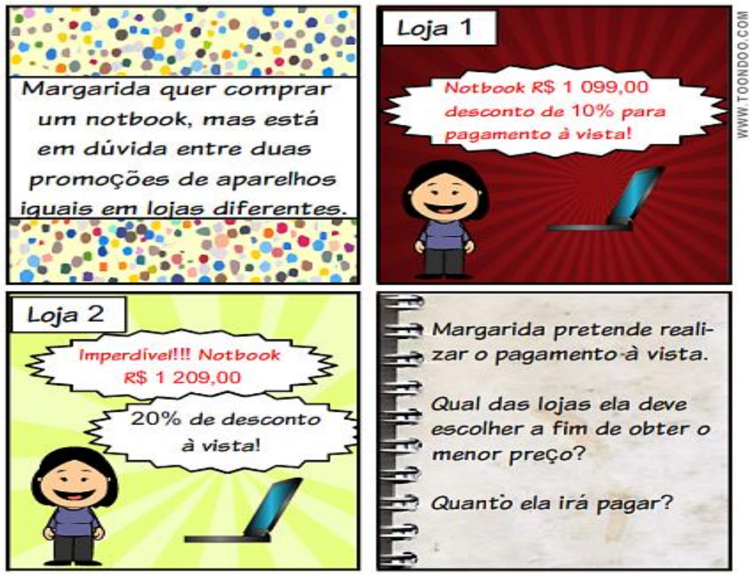
Figura 2 – Trajetória das compras


Fonte: as autoras.

Para iniciar sorteia-se um jogador para ser o comerciante, que distribuirá o dinheiro entre os outros participantes (compradores) e será o responsável pelas vendas. Ainda, no início, cada grupo recebe R$ 1.880,00 reais que será dividido entre os participantes do grupo (valor sugerido), todos os jogadores lançam o dado e o que obtiver um resultado maior será o primeiro a jogar. Após, joga-se o dado novamente, o participante andará o número de casas referente ao número obtido no dado. As casas do tabuleiro apresentam bônus, uma taxa que deve ser paga ao comerciante, a chance de responder uma questão relacionada a juros simples ou a possibilidade de comprar de um objeto mostrado na casa do tabuleiro. Cada objeto do tabuleiro corresponde a uma carta, que fica com o comerciante, as cartas ficaram com o comerciante até serem compradas. A compra só poderá ser realizada, se o jogador acertar o cálculo da carta, podendo o mesmo decidir se prefere pagar o valor à vista ou a prazo. Se determinado produto for comprado, todo participante que parar nessa casa, deverá pagar ao proprietário do produto R$2,00 por um dia de uso. O jogo terminará quando os jogadores não puderam mais realizar compras por falta de dinheiro, ou seja, por decretar falência. Vence o jogador que obtiver a maior quantia.

**Atividade 3 – Toondoo:** é um recurso tecnológico que pode ajudar a tornar a resolução de problemas mais atrativa para os alunos. Através dele é possível usar personagens e cenários disponibilizados pelo site para representar situações problemas. As atividades desenvolvidas no *site* Toondoo (Figura 3) têm como objetivo que o aluno seja capaz de interpretar a situação problema e resolvê-la adequadamente, bem como, exercitar o cálculo de porcentagens, envolvendo compra à vista ou a prazo e criar estratégias de resolução de problemas.

Figura 3 – Atividade desenvolvida no site Toondooo.




Fonte: as autoras.

**Atividade 4 - Calculando Juros e Montante:** Esta atividade teve como objetivos auxiliar o/a aluno/a para que seja capaz de calcular a porcentagem de valores propostos, compreender a ideia de juros como remuneração de um capital, determinar juros, via regra de três ou de outro modo em situações-problema, encontrar o montante de um investimento ou dívida e criar estratégias de resolução. Para desenvolver a atividade é necessário construir uma tabela no quadro ou fazer uma em papel pardo, material de escrita, um dado comum, um dado especial com taxas percentuais. O professor monta no quadro a tabela, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Modelo de tabela utilizado na atividade Calculando Juros e Montante.

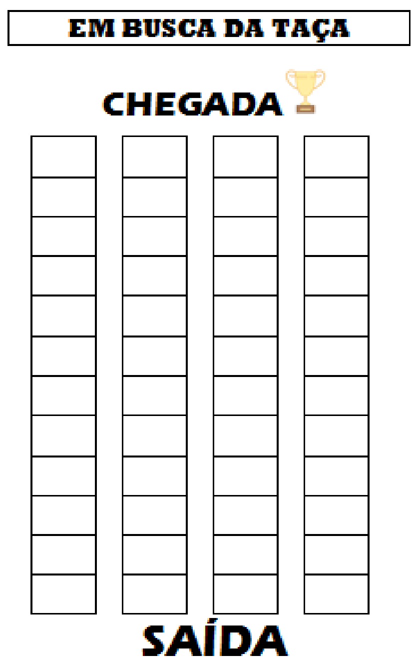
| CAPITAL | TAXA | TEMPO | JUROS | MONTANTE |
|---|---|---|---|---|
| R$ 150,00 | 30% | 6 | ? | ? |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Fonte: as autoras.

Um jogador de um dos grupos vai à frente e diz um valor para ser colocado no capital, em seguida, lançam os dados os quais indicarão a taxa percentual e o tempo de aplicação, todos os grupos deverão calcular os juros e o montante. Para cada acerto o grupo que respondeu primeiro, corretamente, marcará um ponto. O professor determina o número de rodadas que o jogo terá. Vence o grupo que marcar mais pontos.

**Atividade 5 - Em Busca da Taça:** tem como objetivos proporcionar que o aluno seja capaz de desenvolver sua capacidade de fazer cálculo mental, calcular a porcentagem de valores propostos, compreender a ideia de juro como remuneração de um capital, determinar juros, via regra de três ou de outro modo em situações-problema, encontrar o montante de um investimento ou dívida e criar estratégias de resolução.

Figura 5 – Em Busca da Taça




Fonte: as autoras.

Para iniciar o jogo cada jogador pega o seu peão e posiciona-o em uma das pistas. O primeiro jogador lança o dado que indicará quantas casas andará, compra uma ficha contendo uma pergunta e, tenta resolvê-la no prazo determinado, se acertar, avançará o número de casas indicado no dado, se errar, continua no lugar que estava. Ganhará aquele que primeiro atravessar a linha de chegada.

**Atividade 6 - Show do Milhão da Matemática:** é um recurso didático tecnológico desenvolvido no *software PowerPoint* (Figura 6). A atividade tem como objetivo que os participantes resolvam situações problemas envolvendo porcentagem, juros e regra de três. Podendo ser aplicada como uma atividade de competição entre grupos, sugere-se que o professor conduza a competição. O primeiro grupo escolhe um participante para responder a primeira pergunta, este poderá pensar por um tempo determinado para responder ou, ainda, solicitar a "ajuda dos universitários" onde o grupo do participante poderá auxiliar na resposta. Ganhará o grupo que tiver o maior número de acertos.

Figura 6 – *Layout* da atividade "Show do Milhão da Matemática".


Fonte: as autoras.

Dessa forma, propõem-se as atividades apresentadas envolvendo jogos didáticos e recursos tecnológicos para realização da oficina.

## Considerações Finais

Com base nos dados obtidos na oficina ministrada para professores de Matemática e alunos da graduação do curso de Matemática Licenciatura pode-se perceber que as atividades foram bem aceitas pelos participantes, chamando a atenção o fato de existirem atividades didáticas e recursos tecnológicos de fácil alcance ao professor, que podem auxiliar no planejamento de uma aula mais dinâmica e flexível, que atraia a atenção dos alunos. Outro ponto importante a ser ressaltado é o fato da conscientização dos participantes de que, por mais simples que uma atividade possa ser, é indispensável que o professor dedique um tempo para conhecer as atividades e planejar a maneira que desenvolverá a mesma em sala de aula.

**Referências**


BRASIL. Decreto n. 7.397, de 22 de dezembro de 2010. **Institui a Estratégia Nacional de Educação Financeira** - ENEF, dispõe sobre a sua gestão e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/decreto/d7397.htm> Acesso em: 05 abril. 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Fundamental (1998). Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 20 mar. 2018.

GUTTMAN, R.; PLIHON, D. **Endividamento do consumidor no cerne do capitalismo conduzido pelas finanças**. Campinas, 2008.

RODRIGUES, C.; OLGIN, C. A. **Atividades didáticas utilizando o software jclic na educação financeira no Ensino Fundamental**. VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática, Canoas, 2017.

MENEZES, A. V.; OLGIN, C. A. **Investigação da temática Educação Financeira no Ensino Médio constante na legislação brasileira**. VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática, Canoas, 2017.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# OFICINA: ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES NO SOFTWARE HOT POTATOES

Magda Neves da Silva
Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
magda.nsilva08@gmail.com

Everaldo Romoã de Oliveira
Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
everaldo.romoa24@gmail.com

Mateus Pozzebon Borges
Instituto de Educação Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
m.pozzebon1@gmail.com

Tanísia de Carli Foletto
Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha – Campus Júlio de Castilhos
tanisia.foletto@iffarroupilha.edu.br

**Eixo temático:** Resolução de Problemas / Modelagem Matemática / TIC

**Modalidade:** Minicurso/Oficina

**Categoria:** Aluno de Graduação

**Resumo**

Este trabalho traz a proposta para a realização de uma oficina com o uso do software *Hot Potatoes*. Para a realização da prática será necessário a utilização de um Laboratório de Informática, com acesso à internet. Não há a necessidade de instalar o *software* com antecedência, este processo será realizado durante a

atividade. Outro item que se fará necessário, é de um material de apoio (será disponibilizado pelas ministrantes) para facilitar a dinâmica do curso e para os participantes o terem para consulta posteriormente. A temática se justifica pelo fato de que uma das grandes barreiras quanto o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) pelos docentes, é a falta de despreparo para o manuseio das ferramentas. Na grande maioria os docentes alegam não ter entendimento como também não ter tempo suficiente para o aprendizado. A oficina consistirá da realização de atividades com o programa, bem como a realização de uma discussão sobre os benefícios das atividades para a aprendizagem dos alunos. Já que é de conhecimento que a aprendizagem dos educandos com o uso da tecnologia torna as aulas mais agradáveis, no sentido que muda-se a rotina escolar. Em suma pretende-se apresentar aos participantes, o *software* como uma importante metodologia diferenciada, do qual poderá estar fazendo uso sempre que julgar necessário.

**Palavras-chave:** *Hot Potatoes*; Metodologia Diferenciada; TICs.

## Introdução

A tecnologia já é uma referência desta era globalizada, que ganhou lugar no nosso cotidiano, desde as atividades mais simples até as mais complexas, facilitando nosso dia a dia e otimizando nosso tempo. Na Educação não é diferente, os alunos já são os produtos desta invasão digital, os chamados nativos digitais, e as acessibilidades já ganham espaço na sala de aula. Hoje temos disponível vários recursos como projetor multimídia, lousa digital, *notebooks, tablets, smartfones*; enfim, várias opções para que o professor possa estar fazendo uso em aula.

Uma das grandes barreiras quanto o uso das TICs pelos docentes, é a falta de despreparo para o manuseio das ferramentas. Na grande maioria os docentes alegam não ter entendimento como também não ter tempo suficiente para o aprendizado. Também este fato é alimentado pela crendice que para se trabalhar com tecnologia é necessário um conhecimento amplo sobre o assunto e habilidades especificas.

Para a aprendizagem dos educandos o uso da tecnologia em âmbito escolar torna as aulas mais agradáveis, no sentido que muda-se a rotina escolar. Além de possibilitar uma interação com os conhecimentos de forma mais ampla e ágil. Não devemos entender este processo como meramente o uso da ferramenta tecnológica mas como dinamizar a ação da construção do saber por parte dos alunos.

Então, faz-se necessário a motivação, de professores e acadêmicos da graduação, para o uso de TICs em contexto escolar. Para tanto as formações (inicial e continuada) devem orientar e capacitar para a utilização da ferramenta tecnológica para fins de aprendizagem e para a testagem de práticas inovadoras.

Esta oficina pretende apresentar o *software Hot Potatoes*, elaborar atividades de Matemática e criar um debate sobre a temática do uso de tecnologias para o processo de ensino e aprendizagem dos educandos, com os participantes. Para a realização da proposta será necessário a utilização de um Laboratório de Informática, com acesso à internet. Não há a necessidade de instalar o *software* com antecedência, este processo será realizado durante a prática. Outro item que se fará necessário, é de um material de apoio (será disponibilizado pelos ministrantes) para facilitar a dinâmica do curso e para os participantes o terem para consulta posteriormente.

**Desenvolvimento**

O componente curricular de Matemática é visto pelos alunos como algo difícil, maçante e muitas vezes, chato. E desmitificar esta triste realidade é o maior desafio para os professores que já atuam na educação básica e para os futuros professores que ainda estão no processo de formação inicial. O primeiro ponto a ser analisado é a questão da aplicabilidade da ciência no cotidiano, os alunos devem produzir a ideia, e visualizar, como algo importante e inerente ao ser. O segundo ponto trata-se das metodologias de caráter inovador e de ambientes de aprendizagem não triviais. Os alunos se motivam quando a prática ou o ambiente muda, fazendo com que a aula ganhe novas nuances e o universo do aprendizado ganha uma nova releitura.

Dentre as metodologias existentes as TICs ganham um papel fundamental, pois englobam a prática diferenciada e o ambiente de aprendizagem (que geralmente é o Laboratório de Informática). O recurso é um facilitador, mas por si só não irá mudar a escola, mas geram diversas formas de ajuda ao docente.

> Os recursos digitais são elementos informatizados que permitem que conteúdos sejam abordados em materiais diversos. Os materiais digitais educacionais são ferramentas que possibilitam novas práticas pedagógicas, pois possibilitam a interatividade entre o aluno e uma determinada atividade com o objeto de aprendizagem. O planejamento pedagógico em que esses recursos digitais estão inseridos é o grande desafio dos professores na atualidade. (TORREZZAN; BEHAR, 2009, p. 33)

O desafio é amplo, pois além dos professores já atuantes, ele alcança as academias, pois a formação docente é contínua, tendo como partida as faculdades. E neste movimento, de estar permanentemente em atualização, deve existir o espaço da reflexão e de busca por soluções.

> ... a formação continuada pode possibilitar a reflexibilidade e a mudança nas práticas docentes, ajudando os professores a tomar consciência das suas dificuldades, compreendendo-as elaborando formas de enfrenta-las. De fato, não basta saber sobre as

> dificuldades da profissão; é preciso refletir sobre elas e buscar soluções, de preferência mediante ações coletivas. (LIBÂNEO, 2004, p. 227)

Os próprios Parâmetros Curriculares Nacionais dão enfoque especial ao tema e apontam a relação de matemática e tecnologia.

> - perceber o papel desempenhado pelo conhecimento matemático no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história;
> - acompanhar criticamente o desenvolvimento tecnológico contemporâneo, tomando contato com os avanças das novas tecnologias nas diferentes áreas do conhecimento para se posicionar frente às questões de nossa atualidade. (BRASIL, 2002, p. 117-118)

Uma das maiores barreiras para que as TICs façam parte do dia a dia escolar é o despreparo dos professores, ou quando este se sente habilitado para tal, falta o domínio de como utilizar. É um processo que acontece de forma lenta, mas contínuo, o que é alimentado pela vontade do docente em querer realizar esta mudança.

> O processo de introdução das TICs na educação é um processo lento, acontece aos poucos, inicialmente com a aproximação da tecnologia, e então o próximo passo é o domínio do conhecimento para que o professor possa intervir e inovar. Muitos professores vêm passando por esse processo de mudança; estão diante de escolas equipadas tecnologicamente, mas que não oferecem condições para que eles se apropriem das operações e funcionalidades das tecnologias. (FOLETTO, 2016, p. 184)

Na rede de internet é possível achar vários sites especializados em ferramentas para o ensino, e também *softwares*, que poderão ser utilizados em aula. Dentre tantas possibilidades, tem-se os objetos de autoria (O.A.), que é uma atividade digital que possui como característica a de reutilização.

A execução é simples, e aplicável a qualquer área, uma das desvantagens é que as criações são realizadas a partir de um documento em branco, e o autor deverá acrescentar todos as opções necessárias como setas, botões. Outro é o *software Hot Potatoes* que também oferece uma gama de alternativas e é gratuito, e será a ferramenta explorada nesta oficina.

O *software Hot Potatoes*, é uma criação do grupo de pesquisas *"Centro de Humanidades em Computação e Mídia"* (em tradução livre), da Universidade de Victória no Canadá. Nele consta 6 ferramentas de autoria, Figura 1, para a criação de exercícios de forma interativa. O padrão desta atividade é no formato de página da web (código XHTML 1.1 e *Java Script*), que pode ser executado com os navegadores *Internet Explore*, *Mozilla*, *Safari* e *Chrome*. Apesar de toda essa linguagem digital, não é necessário saber os códigos XHTML ou *Java Script* para usar o programa, basta que o usuário entre com as perguntas, textos ou questões.

O *Hot Potatoes* é gratuito e é possível baixar a versão em Português, bastando apenas um registro simples para começar a utilização, neste cadastro é importante colocar o nome, pois o sistema já irá salvar o usuário como o autor das atividades.

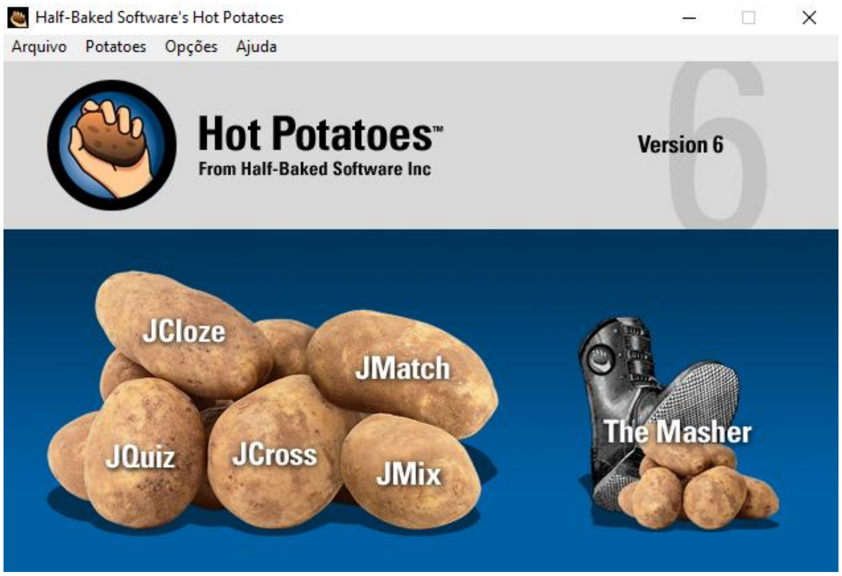



**Figura 1** Interface Inicial do programa *Hot Potatoes*

As ferramentas do programa permitem a construção de atividades variadas, com o *JCloze* é possível a realização de exercícios de preenchimento de lacunas, o *JCross* de palavras cruzadas, o *JMatch* de combinação de colunas que poderá ser textos ou com imagens, ou ambos, o *JMix* de análise de sentenças e o *JQuiz* de escolha múltipla. A opção *JMatcher* permite a criação de uma unidade, na qual é possível a junção das atividades desenvolvidas nas anteriores.

Após a criação das tarefas o usuário poderá fazer a hospedagem do material em sites específicos para este fim, para que os alunos tenham acesso. Caso isso não seja viável, é possível disponibilizar este material através de um arquivo, que poderá ser enviado por e-mail, ou ainda copiado para os computadores dos alunos. Outro ponto importante, o *software* é compatível com a plataforma *Moodle*, desta maneira o professor poderá anexar atividades para a divulgação aos alunos.

No que se refere as atividades didáticas, o *Hot Potatoes* é bastante rico, e proporciona o desenvolvimento de exercícios variados, podendo ser utilizado por professores de qualquer área de conhecimento. Para o campo da Matemática a utilização é um desafio, pois este apresenta tipos de tarefas não habituais as que geralmente são praticadas em aulas do componente.

Das funcionalidades do programa destacam-se as opções de trabalhar com:

- Textos, ao qual a Matemática pode ser exercitada de forma conceitual.

-Imagens em que é possível visualizar especificidades, como na Geometria Plana e Espacial, além de ainda, de promover a pesquisa por parte dos educandos, pois é possível a inserção de *links* para páginas da internet que possua assuntos relacionados com os de estudo.

Vale ressaltar que esta proposta é uma sugestão para uso em sala de aula, de maneira de tornar a prática pedagógica diferenciada. E que exercícios de fixação, tidos como tradicionais, também tem sua importância e contribuem de forma significativa para a aprendizagem dos alunos.

**Considerações Finais**

A tecnologia é uma realidade no dia a dia de todos, cada vez mais ocupa espaço e torna-se indispensável. No campo da educação, nota-se o crescente aumento de equipamentos para facilitar o trabalho de docentes. Para os alunos a tecnologia é vista como algo para o entretenimento, e sua função educativa é pouco percebida.

O professor tem papel importante na mediação entre ambientes virtuais e o aprendizado, fazendo com que o aluno também aprenda a aprender. Com o *software*, objetivo desta proposta de oficina, o professor tem a possibilidade de criação de um objeto próprio, com suas características e que atendam a demanda da sua turma. Somente o regente do componente sabe das maiores dificuldades dos alunos, e o programa é uma boa opção para superá-las.

A escolha do *Hot Potatoes* se deu por ser um recurso gratuito, com versão em Português e de fácil manuseio. Com ele será possível o trabalho de forma conceitual, pois possibilita o trabalho com textos, a visualização de especificidades, por exemplo na Geometria, pois é possível acrescentar imagens. Além de oportunizar aos alunos a pesquisa pois também é possível inserir *links* para páginas da internet que possua assunto relacionado.

**Referências**

BRASIL. PCNEM+: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC, 2002. Disponível em < http://www.mec.gov.br/ semtec/ensmed/ftp/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 07 de mar de 2018.

FOLETTO, T. de C.; MELLO, G.; TORRES, C. Um relato de experiências dos desafios na formação docente para o uso das tecnologias aplicadas à educação. In: Uberti, H. G.; De CONTO, J. M. (org.). Formação de professores no IF Farroupilha: novas possibilidades, novos desafios. São Leopoldo: Oikos, 2016.

LIBÂNEO, J. C. Organização e gestão da escola – Teoria Prática. V. 5. Goiania: Alternativa, 2004.

TORREZAN, C.A. W.; BEHAR, P.A. Parâmetros para construção de materiais educacionais digitais do ponto de vista do design pedagógico. *Modelos pedagógicos em educação a distância*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

*Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?*

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# POSSÍVEIS INTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA

Vanice Pasinato da Trindade
Universidade Federal de Santa Maria
vanice.t@hotmail.com

Thaís Vendruscolo
Universidade Federal de Santa Maria
thaisvendruscolo@gmail.com

Maria Cecília Pereira Santarosa
mcpsrosa@gmail.com

**Eixo Temático:** Ensino e Aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** Mini Curso - Oficina

**Categoria:** Aluno Pós Graduação

**Resumo:**

Este trabalho tem a finalidade de investigar e propor diferentes instrumentos de avaliação em matemática que possibilitem favorecer a aprendizagem significativa. A avaliação tema de bastante discussão nos meios acadêmicos, tem trazido em algumas reflexões a necessidade de se fazer durante todo o processo de ensino e aprendizagem, com inúmeras alternativas para que se verifique se ocorre e como ocorre aprendizagem significativa. Com intuito de proporcionar maiores reflexões entre os participantes da VI Escola de Inverno de Educação Matemática e o XV Encontro Gaucho de Educação Matemática, que acontece na Universidade Federal de Santa Maria, procuramos ofertar um espaço onde serão discutidos os significados bem com os objetivos da avaliação da aprendizagem, incluindo à discussão a possibilidade de utilizar diferentes tipos de instrumentos de avaliação em matemática para que se acompanhe de fato o desenvolvimento do estudante. O desenvolvimento dessa proposta se dará em diferentes momentos: 1) elaboração de um mapa conceitual para verificar as concepções iniciais sobre avaliação da aprendizagem; 2) avaliação feita pelos participantes de um exercício rotineiro de matemática; 3) com foco no resultado das avaliações abordaremos o tratamento do erro; 4) apresentação dos possíveis instrumentos de avaliação e por fim, 5) elaboração de um mapa conceitual onde os participantes poderão expor as suas compreensões após as discussões proporcionadas. Com esses momentos pretendemos desenvolver questionamentos que possam levar os professores a uma importante reflexão sobre a cultura da avaliação. Procuramos incentivar os participantes a buscar subsídios para fundamentar suas práticas avaliativas centradas na aprendizagem, e que esta venha a se apresentar com significado para os estudantes. Entende-se que a partir da discussão proporcionada neste espaço as práticas avaliativas escolares possam passar por uma ressignificação no que se trata de instrumentos e objetivos.

**Palavras-chave:** avaliação da aprendizagem significativa, instrumentos de avaliação, mapas conceituais.

**Introdução:**

A avaliação é uma questão bastante delicada na rotina de professores e alunos, pois sem ela não é possível acompanhar o desenvolvimento dos envolvidos. Diante de nossa realidade escolar e as crescentes pesquisas sobre avaliação da aprendizagem, percebe-se que não é possível alcançar um bom resultado caracterizado apenas pelas suas definições de medição, merecimento e classificação. Assim nas palavras de Luckesi (2011, p.292) "o ato de avaliar subsidia o estabelecimento de uma ponte entre o que ocorre e o que se deseja". Pois é por meio de uma avaliação diagnostica – denominação feita por Luckesi - que o professor conhece o resultado de sua ação tornando possível intervir para obter os resultados desejados.

De acordo com as alterações na Lei de Diretrizes e Bases, a Lei 13.415 de fevereiro de 2017 inclui no artigo 35, o 35-A. O § 8º do referido artigo trata sobre a avaliação da aprendizagem em que "as formas de avaliação processual e formativa serão organizadas por meio de: atividades teóricas e práticas, provas orais e escritas, seminários, projetos e atividades online". Essas definições pretendem que o aluno demonstre: "- domínio dos princípios científicos e tecnológicos, que presidem a produção moderna e, - conhecimentos das formas contemporâneas de linguagem" (BRASIL, 2017).

Segundo Hadji (2001), entende-se que uma avaliação formativa tem como principal objetivo contribuir com o desenvolvimento e o crescimento do aluno. Pois sendo uma prática que possibilita reestabelecer caminhos, a avaliação formativa requer:

> “por parte do professor, flexibilidade e vontade de adaptação, de ajuste. [...] Uma avaliação que não é seguida por modificação das práticas do professor tem poucas chances de ser formativa! Por outro lado, compreende-se por que se diz frequentemente que a avaliação formativa é, antes, contínua”. (HADJI, 2001, p. 21)

Logo, uma avaliação considerada formativa requer diagnóstico e utilização de instrumentos de avaliação, pois ela se diferencia mais precisamente na maneira de olhar para os resultados e o que fazer a partir desse olhar. Considerando principalmente que os erros e as dificuldades encontradas pelos alunos são essenciais para sinalizar a carência do avaliado (TRINDADE, 2016, p.7).

É perceptível que a forma tradicional de ensinar Matemática ainda faz parte da vida escolar do aluno e o erro é, na maioria das vezes, interpretado de forma negativa por parte dos professores. Pinto (2000) destaca que em uma avaliação classificatória, a base central é o acerto de questões, onde o professor não valoriza o erro cometido pelo aluno, mas também existe outra concepção de avaliação voltada para a formação do aluno, tendo como foco a sua aprendizagem significativa, nesse caso, o erro “passa a ser uma questão desafiadora que o aluno coloca ao professor – portanto, um elemento desencadeador de um amplo questionamento do ensino” (PINTO, 2000, p.12).

Nesse contexto, surge a análise de erros com a finalidade de contribuir com os professores, fazendo com que eles percebam o raciocínio dos alunos. Para Cury (2007, p. 15), “analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os alunos, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes”, ou seja, é importante que o erro seja visto como uma metodologia de ensino, a fim de contribuir no processo de construção do conhecimento do aluno, além de fazer com que ele questione suas respostas, gerando uma reflexão no seu processo de aprendizagem.

Assim julga-se pertinente oferecer um espaço para abordar discussões e relatos de professores quanto aos instrumentos utilizados para realizar avaliação da aprendizagem, e que desta se estabeleça critérios para aprendizagem com significado. Pois acreditamos que na rotina escolar a aprendizagem ocorre de fato quando os estudantes conseguem fazer relações entre os novos conteúdos e os aprendidos anteriormente.

**Referencial Teórico:**

Diante das inúmeras possibilidades de se realizar uma avaliação da aprendizagem significativa, optamos por abordar aqueles instrumentos que de alguma maneira nos chama atenção, por colaborar com uma avaliação da aprendizagem no sentido de formação. Pois possibilitar aos participantes discutir sobre instrumentos de que podem leva-los para além de uma simples correção de provas, é o que pretendemos com essa atividade.

Abaixo seguem diferentes instrumentos para análise da avaliação.

**1) Mapas Conceituais**

Desenvolvido em 1972 por Joseph Novak o **Mapa Conceitual** teve seus estudos baseados na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, a qual define que "para aprender significativamente o individuo deve optar por relacionar os novos conhecimentos com as proposições e conceitos relevantes que já conhece" (NOVOAK e GOWIN, 1984, p.23). Assim os mapas conceituais são segundo Novoak (1984) "recurso esquemático para representar um conjunto de significados conceptuais incluídos numa estrutura de proposições" (p.31). Deste modo o aluno que constrói um mapa conceitual esta relacionando significativamente os conceitos e se posicionando como sujeito ativo de seu conhecimento em construção.

Professor Moreira pesquisador da Teoria da Aprendizagem Significativa e também de Mapas Conceituais sugere alguns passos para a construção de um Mapa Conceitual, dentre elas: a) identificar os conceitos chave, b) ordenar os conceitos de forma que os mais gerais fiquem ao topo, c) fazer a conexão destes conceitos com linhas (formadas por palavras–chave) de modo que tenham significado, d) podem ser utilizadas setas com o devido cuidado para não transformar o mapa em fluxograma (MOREIRA, 2012, p.06). Vale lembrar que essas são apensa algumas das sugestões e que o mapa poderá ser modificado a medida que se aprende algo novo. Assim um mapa nunca esta acabado, mas sempre em construção, como a aprendizagem. Na matemática o desafio de aprender com significado é ainda maior por ser costumeiramente ensinada de forma que decorar é aprender, e sabemos que isso não é real. Pois a aprendizagem pra ter significado deverá possibilitar ao aluno fazer relações entre os conceitos trabalhados. Desta forma acreditamos que a construção de Mapas conceituais na avaliação em matemática poderá ajudar tanto ao professor na verificação do que o aluno esta aprendendo como na autoavaliação realizada pelo próprio aluno.

**2) Portifólio**

O uso de **Portifólios** mesmo que ainda soe como novidade principalmente nas avaliações em Matemática, vem ganhando espaço nas pesquisas realizadas nessa área. Uma vez que seus objetivos coincidem com os objetivos descritos nos PCNs, onde para que haja uma formação para a vida exige métodos de aprendizado para que os alunos possam dentre outros aspectos: “-comunicar-se e argumentar, - fazer escolhas e proposições, e – tomar gosto pelo conhecimento, aprender a aprender” (BRASIL, 1998).

Segundo Bona (2010), o uso de Portifólios:

> é estratégico, na medida em que dispõem de recursos cognitivos para regular de forma intencional, mediante a oportunidade do desenvolvimento de suas habilidades metacognitivas, isto ocorre de forma contínua, ou seja, o estudante está aprendendo a aprender (BONA, 2010, p. 42).

Neste sentido proporciona aos alunos escrever sobre suas aprendizagens construídas ao longo das aulas de maneira individual o que lhe permite refletir sobre seu aprendizado.

Especialmente na questão de avaliação o uso Portifólio condiz com o artigo 35-A da LDB citado anteriormente, pois se enquadra quanto à questão “diagnóstica, pois o professor descobre os pré-requisitos do estudante e assim suas dificuldades; na formativa, onde o professor identifica as funções do processo de aprendizagem como todas as relações estabelecidas pelo estudante: consigo mesmo, com o professor, com os colegas e sua autocrítica” (BONA, 2010, p. 49).

Neste sentido os pré- requisitos estão relacionados com os conhecimentos prévios destacados por Moreira quando assume a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) desenvolvida por Ausubel. Para este renomado teórico a aprendizagem se dá com significado quando as novas informações se relacionam conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, e num processo dinâmico o conhecimento vai se construindo, Moreira (2012). Pois “os conceitos que interagem com o novo conhecimento com o novo conhecimento e servem de base para a atribuição de novos significados vão também se modificando em função dessa interação” (pág. 6).

**3) Prova em Fases**

O Grupo de Pesquisas em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) da Universidade Estadual de Londrina (UEL) realizam pesquisas no âmbito da produção escrita dos alunos com um olhar para a prova como instrumento de avaliação e principalmente a forma como são corrigidas. O grupo acredita que as tarefas sugeridas precisam ir além de medir, e sim proporcionar a reflexão, compreensão, bem como estimular os alunos a pensar e levantar hipóteses fazendo relações com os conteúdos, Buriasco (2009). Portanto nos baseamos nas suas publicações para desenvolver as discussões sobre a **Prova em Fases**.

Este instrumento versa sobre elaborar uma prova que poderá ser resolvida pelo aluno em dois momentos distintos. Sendo o primeiro, na sala de aula e sem nenhuma indicação do professor e no segundo momento, com os comentários que o professor elaborou no momento da avaliação das resoluções anteriores (PIRES, 2013, p. 17). Os questionamentos e comentários dos professores não se limitam a verificar erros e acertos, eles impulsionam o desenvolvimento do aluno (individualmente).

De acordo com Pires (2013) “Uma avaliação nesse formato permite ao aluno refletir, comunicar suas ideias, desenvolver a responsabilidade que certamente será necessária, pois a “conversa” por escrito será apenas entre ele e o professor” (p.33). Assim, neste cenário é facilmente identificada uma ação para desenvolver a característica formativa em um processo de avaliação das aprendizagens, pois segundo Hadji (1994) um instrumento de avaliação formativa apropriado é aquele que proporciona o diálogo com o aluno no momento que ele esta aprendendo. Essa perspectiva de avaliação pode ser chamada de feedback.

**4) Relatórios**

Os Relatórios podem ser bons aliados no processo de aprendizagem dos alunos assim como no processo de avaliação dessas aprendizagens. Segundo relatos de uma atividade proposta por Santos e Pires (2015) o relatório utilizado como instrumento de avaliação permite que o professor obtenha informações que auxiliem nas tomadas de decisões ao longo do processo de ensino e aprendizagem matemática. E ao aluno, possibilita conhecer o andamento da sua aprendizagem, assim, elaborando ações para seu progresso. Baseadas em Santos (2004) as autoras citadas anteriormente, relatam momentos de utilização dos relatórios onde:

Num primeiro momento os alunos devem resolver uma tarefa indicada pelo professor, fazendo anotações de todos os procedimentos adotados. O segundo momento é a análise atenta do professor aos relatórios, identificados pontos positivos e pontos negativos, propondo novos caminhos a partir das reflexões dos alunos. De posse novamente dos relatórios os alunos poderão corrigir e aprimorar suas decisões justificadas. Por fim o professor poderá corrigir novamente discutindo com os alunos mediante os critérios estabelecidos para as correções.

**Procedimentos:**

Para o desenvolvimento da atividade, propomos diferentes momentos em que partimos de uma atividade rotineira para dar início às discussões sobre avaliação da aprendizagem e os possíveis instrumentos a serem usados em matemática visando a aprendizagem com significado.

Pretende-se dar andamento da seguinte forma:

Iniciaremos com a elaboração de um mapa conceitual individual de cada participante, em que será abordado o tema central, avaliação da aprendizagem.

No segundo momento entregaremos aos participantes um exercício de matemática resolvido anteriormente por alunos (não identificados) e pediremos aos participantes que avaliem de acordo com seus próprios critérios, elencando os seus objetivos com o exercício proposto.

Com esta atividade, buscamos introduzir a primeira reflexão, de que cada professor expressa seus objetivos de maneira diferenciada na hora de corrigir um exercício. E isso faz uma significativa diferença na hora de atribuir "notas".

No terceiro momento, discussão do tema, focaremos no resultado da avaliação, perguntando aos participantes como eles resolveriam caso o resultado não fosse negativo. Neste momento propomos a segunda reflexão que é o sobre o "erro" e qual o tratamento recebe, quando recebe. Assim propomos que reflitam sobre o significado de avaliação focando na aprendizagem de fato ou somente na memorização do conteúdo dado pelo professor.

Diante dessas reflexões partimos para o quarto momento que é a apresentação de quatro instrumentos de avaliação que podem proporcionar um olhar mais significativo para esta etapa dentro da sala de aula, que é ainda bastante temida pelos alunos. Os instrumentos serão apresentados com os seus devidos embasamentos teóricos, possibilitando aos participantes realizar um estudo posterior mais aprofundado.

Após apresentação e discussão sobre os possíveis instrumentos de avaliação utilizados em matemática pediremos aos participantes que elaborem, em cima de conteúdos que serão disponibilizados para os mesmos, uma avaliação utilizando os instrumentos citados. As avaliações serão trocadas entre os participantes para que eles possam resolver e analisar a resolução do outro.

Para o fechamento das atividades pretendemos propor aos participantes que confeccionem um mapa conceitual relacionando suas percepções de avaliação da aprendizagem significativa em matemática.

**Possíveis análises:**

Pretende-se com essa atividade desenvolver questionamentos que possam levar os professores a uma importante reflexão sobre a cultura da avaliação. Procuramos incentivar os participantes a buscarem subsídios para fundamentar suas práticas avaliativas centradas na aprendizagem, e que esta venha a se apresentar com significado para os estudantes. Entende-se que a partir da discussão proporcionada neste espaço as práticas avaliativas escolares possam passar por uma resignificação no que se trata de instrumentos e objetivos.

**Referencias:**


BONA, A. S. D. **Portfólio de Matemática**: um instrumento de análise do processo de aprendizagem. 2010. 404f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BRASIL. Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional: nº 13.415/17.** Brasília: 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC /SEF, 1998.

BURIASCO, R. L. C.; FERREIRA, P. E. A.; CIANI, A. B. Avaliação como Prática de Investigação (alguns apontamentos). **Bolema**- Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 22, p. 69-96, 2009.

CURY, H. N. **Análise de Erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

HADJI, C.. **Avaliação Desmistificada.** Tradução de Patrícia C. Ramos. Porto Alegre. Artmed, 2001. 136 p.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar**: Estudo e Proposições.22° Edição,São Paulo,Ed. Cortez, 2011.

MOREIRA, M. A. **Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa**. 2012. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>.

NOVOAK, J. D; GOWIN, D. B. **Aprender a Aprender.** Ed. Plátano. 1º ed, 1984.

PINTO, N. B. O erro como estratégia didática. São Paulo: Papirus, 2000.

PIRES, Magna Natalia Marin. **Oportunidade para aprender**: uma prática da reinvenção guiada na prova em fases / Magna Natalia Marin Pires. – Londrina, 2013.

SANTOS, E.R e PIRES, M. N. M. **O relatório como instrumento para avaliação da aprendizagem matemática:** Roteiro de elaboração-correção e uma proposta de utilização. Educação Matemática em Revista, n.45. Agosto/2015.

TRINDADE, V. P; FERREIRA, M. **Avaliação no Ensino pela Pesquisa**: Concepções e Práticas de Professores de Ciências e Matemática. Revelli, v. 9, n. 1, pág. 11-35. Maio/2017

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática

Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?

01,02 E 03 DE AGOSTO DE 2018

ISSN 2316-7785

# TRABALHANDO GEOMETRIA COM ORIGAMI E MANDALA

Eliana Walker
Instituto Federal Farroupilha
eliana.walker@iffarroupilha.edu.br

Andrieli Nolibos da Silva
Instituto Federal Farroupilha
andrieli_nolibos8@hotmail.com

Daniel Sarmento Pereira
Instituto Federal Farroupilha
daniel.pereira@iffarroupilha.edu.br

Daniela Kleina
Instituto Federal Farroupilha
daniela.kleina@gmail.com

Jean Ocyr Dutra Chaves
Instituto Federal Farroupilha
jeanzote@gmail.com

Lawrence Santos Rodrigues
Instituto Federal Farroupilha
lawrencefisica2016@gmail.com

Maicon Quevedo Fontela
Instituto Federal Farroupilha
fontelamaicon@gmail.com

Natiele Dornelles Fontoura
Instituto Federal Farroupilha
natieledornelles@gmail.com

Suen Corrêa
Instituto Federal Farroupilha
suen.correa@outlook.com

**Eixo temático:** Formação de profesores que ensinam Matemática

**Modalidade:** Minicurso/oficina

**Categoria:** Pesquisador/profesor do Ensino Superior

**Resumo**

Despertar o interesse dos educandos pela Geometria vem sendo um desafios aos professores. Nesse sentido tem-se buscado atividades atrativas e diferenciadas para despertar o interesse e gosto pela Geometria. Neste minicurso trabalhar-se-á com conceitos de da Geometria através dos trabalhos com origami e construção de mandalas, tendo como objetivo trabalhar de forma diferenciada a Geometria plana no ensino fundamental e médio. Tais atividades apresentadas no minicurso servirá como uma formação aos profesores de ensino fundamental e médio, posibilitando que façam a mesma aplicação em suas salas de aulas para seus alunos, que com certeza verão quao divertida pode ser a geometría.

**Palavras-chave:** Geometria; origami; mandala.

## Introdução

A formação de professores é tão necessária quanto a formação do professor, uma vez que o período de um curso de graduação não é suficiente para a formação de forma que contemple as diversidades que podem ser utilizadas para abordar cada conteúdo que contempla os PCN's e a gama de atividades que vem sendo criadas e discutidas com o passar dos anos. Nesse sentido a formação de professores deveria ser de forma contínua e preferencialmente mostrando a diversidade e não somente trabalhando com leituras que sequer chamam a atenção do professor.

> No decorrer da prática docente, professores demonstram grandes expectativas em relação à aprendizagem dos alunos, bem como algumas decepções quando esse processo de ensinar não ocorre da maneira desejada. Aliado a isto pode-se inferir que o ensino e a aprendizagem, nos tempos de hoje, está passando por um processo de renovação, onde o foco são as metodologias inovadoras, pois educar não é mais simplesmente transferir e receber informações, mas sim é um processo de construção de conhecimentos, estimulando a investigação e participação dos alunos. Portanto, cabe ao professor elaborar alternativas diferenciadas para inovar a sua prática pedagógica.(SOUZA, 2017)

Este trabalho traz uma proposta de minicurso, onde trabalhar-se-á a geometria com a utilização de atividades de origami e mandalas.

**Origami**

O uso dos origamis é uma das diversas aplicações que temos no ensino de geometria. È uma atividade que possui grande receptividade por parte dos alunos por ser lúdica ao mesmo tempo que consegue-se trabalhar diversos conceitos matemáticos.

> O Origami, de origem desconhecida, tem etmologia japonesa e significa dobrar (ori) papel (kami). No Brasil, utiliza-se também a palavra dobradura, mas o termo Origami é mundialmente reconhecido e utilizado. (CAVACAMI,2010)

O papel era muito caro, porém foram se desenvolvendo métodos mais simples da criação do papel e assim os origamis também evoluíram, apesar de que os japoneses guardam até pequenos pedações de papel e estes se tornavam origamis.

> Durante séculos não existiram instruções para criar os modelos origami, pois eram transmitidas verbalmente de geração em geração. Esta forma de arte viria a tornar-se parte da herança cultural dos japoneses. Em 1787 foi publicado um livro (Hiden Senbazuru Orikata) contendo o primeiro conjunto de instruções origami para dobrar um pássaro sagrado do Japão. O Origami tornou-se uma forma de arte muito popular, conforme indica uma impressão em madeira de 1819 intitulada "Um mágico transforma folhas em pássaros", que mostra pássaros a serem criados a partir de folhas de papel. Em 1845 foi publicado outro livro (Kan no mado) que incluía uma coleção de aproximadamente 150 modelos Origami. Este livro introduzia o modelo do sapo, muito conhecido hoje em dia. Com esta publicação, o Origami espalha-se como atividade recreativa no Japão. (SUZUKI, 2006)

Até uns 50 anos atrás, os modelos de origamis eram sempre os mesmos. Desde então começaram-se a criar novas técnicas, aumentando as possibilidades e fomas das dobraduras. Segundo Suzuki (2006) o japonês Akira Yoshisawa, foi quem iniciou esta nova fase e afirma que:

> A grande divisão entre a antiga dobragem do papel e a nova surgiu cerca de 1950 quando o trabalho de Akira Yoshizawa se tornou conhecido. Foi Yoshizawa quem criou a idéia da dobragem criativa (Sasaku Origami) e inventou todo um conjunto de métodos que nada deviam ao origami do passado, permitindo dobrar uma série de animais e pássaros. Porém, ainda precisava de duas partes de papel para conseguir animais de quatro patas, o que só viria a ser ultrapassado com a invenção das Bases Blintzed em meados da década de 1950 por outros entusiastas, particularmente o norte-americano George Rhoades. Até lá, apenas era possível dobrar animais muito primitivos, incluindo o tradicional porco.

Visto que origamis é uma prática muito útil nas aulas de matemática, pois com ela pode-se trabalhar vários conteúdos matemáticos, é relevante ter conhecimento dos principais modelos de origamis que possam ser utilizados e confeccionados pelos alunos. Para iniciar o estudo dos origamis, faz-se necessário saber os princípios fundamentais da prática desse tipo de dobradura que são: Usar uma papel quadrado, não cortar e não colar. Vejamos alguns origamis possíveis de se executar com facilidade em sala de aula.

Origami – Coração (disponível em: http://bigbox.com.br/origami-de-coracao-em-10-passos/)

1) Material necessário: um quadrado de cartolina vermelho.
2) Dobre o papel na metade horizontalmente.
3) Novamente do dobre o papel, mas desta vez verticalmente.
4) Agora dobre a ponta superior conforme é mostrado na imagem.
5) Faça o mesmo com a outra ponta, mas dessa vez tampando a ponta superior que agora está no centro do quadrado.
6) Deve dobrar a lateral direita da seguinte maneira, procurando fazer as dobraduras mais delicadas possível.
7) Volte a fazer o mesmo trabalho no outro lado do futuro origami.
8) Na parte detrás você vai poder conferir na seguinte maneira.
9) Para continuar, dobre as pontas superiores e laterais para dentro.
10) Pronto, agora basta voltar o papel para a posição original e você terá feito um coração de origami!

Origami – Balão (disponível em: https://www.fazfacil.com.br/artesanato/origami-balao-sao-joao/2/)

1) Utilize um papel quadrado
2) Dobre sua folha de origami quadrada na diagonal, formando um triângulo, e depois dobre novamente no meio, em sentido diagonal.
3) Dobre sua folha de origami quadrada na diagonal, formando um triângulo, e depois dobre novamente no meio, em sentido diagonal.
4) Vinque bem.
5) Com os dedos, mude o sentido do vinco horizontal, de modo que a dobra fique para baixo.
6) Agora, dobre para dentro as laterais, formando uma pirâmide.
7) Vamos dobrar as pontas, mas atenção: a lateral da ponta deve coincidir com a abertura no meio.
8) Dobre a outra ponta da mesma forma.
9) Vire o papel e dobre as pontas que restaram, para formar um losango.
10) Dobre esse losango no meio, dividindo-o em dois.
11) Depois desdobre-o, pois é apenas para vincar.
12) o losango deverá ter embaixo uma abertura em sanfona: abra-a e coloque para dentro as pontas menores, que você dobrou antes.
13) Feche o papel: o losango voltou a ser uma pirâmide.
14) Dobre em diagonal uma das pontas, de modo que ela ultrapasse ligeiramente o meio.
15) Dobre a pontinha e prenda-a dentro da dobra central. Importante: deixe um pequeno espaço livre na base (como fez na xícara, só que bem menos).
16) Faça o mesmo com a ponta oposta.

17) O espaço livre na base do balão deve ter ao menos 1cm.
18) ire e encaixe as pontas do outro lado.
19) Sopre o balão pela abertura e ele inflará, como um balão de São João.
20) Você pode fazer o balãozinho flutuar, colocando-o sobre um secador de cabelo ligado no modo Calor.

**Mandala**

As mandalas são vistas atualmente além de uma prática de arte, como terapia e além disso muito útil para professores de matemática pelo fato de seus princípios utilizarem a geometria. Esta é uma atividade muito bem vinda nas aulas de matemática, pois além de trabalhar interdisciplinaridade, também é uma atividade que é muito bem recebida pelos alunos.

> A palavra "mandala" significa "círculo" em sânscrito, e em muitas religiões orientais, tais como no budismo e no hinduísmo, acredita-se que seja um instrumento de contemplação, ajudando na concentração, isolamento e orientação. A sua forma básica essencial é a circunferência, e os elementos que estão compostos em seu interior podem ser figuras orgânicas ou geométricas. (YAMANDA, 2013)

A forma da circunferência tem vários significados, como infinitude, calidez e proteção, determinados por associação, por vinculação arbitrária ou por percepção psicológica e fisiológica e sua forma direcional curva está associada à abrangência e à repetição (DONDIS, 1991)

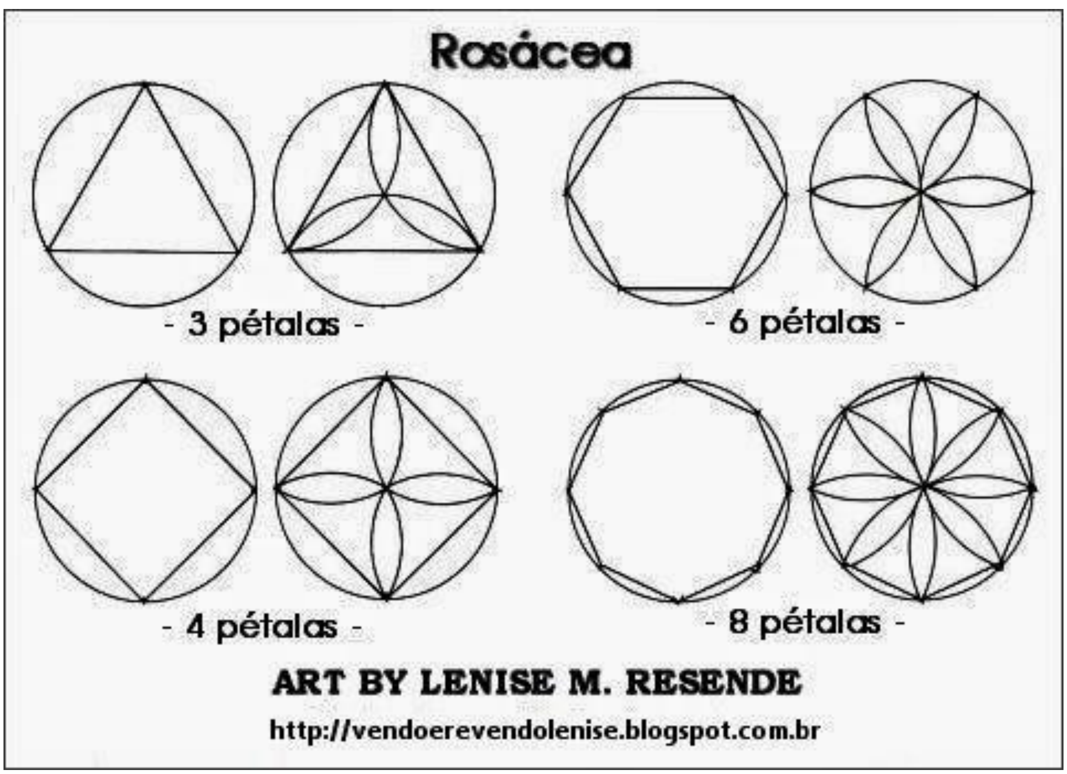
O processo de construção de uma mandala proporciona uma experiencia diferenciada, para alunos em qualquer nível de escolaridade, mas principalmente para aqueles que já conhecem alguns conceitos de geometria plana e nesta atividade podem construí-la na prática.

Rodrigues(2010) em sua obra relata:

> No interior da mandala há um ponto central, que representa a essência da mandala. Os outros elementos em geral parecem estar em ligação com este elemento e de certa forma dependem dele, pois se desenvolvem a partir de sua existência. Este ponto representa uma existência superior, a fonte de toda criação. A simbologia das bases numéricas das mandalas baseia-se na numerologia. A divisão do espaço interior da mandala determina os números atuantes no desenho. Uma mandala que tem divisões cuja base numérica é o três, por 15 exemplo, está ligada ao resultado de uma ação. Segundo Fioravanti (2007), esta mandala representa realizações no plano da matéria a partir de motivações espirituais; ela simboliza o filho e o ar. O três é um número de comunicação, original e criativo. São as formas geométricas da mandala que, na maior parte das vezes, criam as vibrações numéricas. As formas geométricas estão diretamente ligadas à diferentes simbologias e números, muito interessantes de se interpretar: O Círculo: Está sempre presente nas mandalas, pois é ele que cria o campo de vibração existente em todas elas. Indo mais além, dá para se dizer que ele é responsável por criar uma camada de

> proteção que separa o sagrado do profano, transmitindo a energia hipnotizante para nossos olhos. Além disso, uma mandala pode ser formada por inúmeros círculos. Ele é o símbolo do céu. O Triângulo: Também bastante comum nas mandalas, está relacionado ao número três e seus derivados. É um símbolo sagrado, pois representa o homem e sua busca espiritual, a concretização com Deus. É interessante que o triângulo esteja sempre com um de seus vértices para cima, apontando para o alto, mostrando a aspiração de busca espiritual. O Quadrado: Indica a vibração do número quatro, que simboliza a matéria, o mundo das ações e realizações físicas, em um plano puramente terrestre. Não há muita espiritualidade no quadrado, mas seu poder está na realização no plano material, pois tem uma boa estrutura alicerçada no O Pentágono e o Pentagrama. São vibrações do número cinco, sempre leves e renovadoras. O pentágono lembra o quinto elemento, o éter. Já o pentagrama ou estrela de cinco pontas tem uma forte ligação simbólica com a magia e alquimia, emanando vibrações de liberdade de ação e pensamento. O Hexágono e Estrela de Seis Pontas: São formas da dupla aspiração espiritual humana, pois o seis é o dobro do três, que simboliza a busca espiritual. O hexágono simboliza a busca, principalmente no ambiente familiar, com seus apegos e desapegos. A estrela de seis pontas ou Estrela de Davi representa a fé aplicada à vida material e a fé transformada numa ligação real com o divino, chamada religação.

As mandalas rosáceas são exemplo de mandalas que podemos fácilmente contruir em sala de aula utilizando materiais simples como régua, compasso, transferidor, obtendo a construção como mostrado na figura abaixo, disponível em : http://vendoerevendolenise.blogspot.com.br/2010/12/como-fazer-rosaceas.html




**O Mini Curso**

Este minicurso foi pensado para trabalhar de forma mais lúdica possível, nesse sentido inicialmente será abordado o histórico dos origamis e mandalas, e serão trabalhados alguns conceitos geométricos. Em um segundo momento serão construídos origamis utilizando os conceitos geométricos abordados, os modelos de origamis que serão construido serão: o coração, o balão, conforme descritos acima além do sapo e o tsuru. Em um terceiro momento será construída a base de diferentes mandalas rosáceas utilizando a geometria, e em grupos serão finalizadas utilizando materiais como lápis de cor, lantejoulas e materiais recicláveis. Em um último momento, como encerramento serão apresentados os resultados das construções dos origamis e mandalas do minicurso ao grande grupo.

**Referências**


SUZUKI, S. S., SOUZA, R. C. e PARRA, D. *A Geometria do Origami*. UNICAMP. 2006.

CAVACAMI, E., FURUYA, Y. K. S. *Explorando Geometria com Origami*. OBM. 2006

YAMANDA, T. R. U. *A abordagem com mandalas na formação do professor de matemática.* UNESP. 2013

RESENDE, L. Vendo e Revendo. Disponível em : < http://vendoerevendolenise.blogspot.com.br /2010/12/como-fazer-rosaceas.html>. Acesso em: 25 maio 2018.

BIGBOX. Origami de coração em 10 passos. Disponível em: < http://bigbox.com.br/origami-de-coracao-em-10-passos>. Acesso em: 10 mar. 2018.

FAZFACIL. Origami de balão de São João. Disponível em: < https://www.fazfacil.com.br/ artesanato/origami-balao-sao-joao/2/> . Acesso em: 14 mar. 2018.

VI EIEMAT Escola de Inverno de Educação Matemática
4º Encontro Nacional PIBID Matemática
XIII EGEM Encontro Gaúcho de Educação Matemática
Desafios e Possibilidades na Educação Matemática: para onde estamos caminhando?
01, 02 E 03 DE AGOSTO DE 2018
ISSN 2316-7785

# TALES, PITÁGORAS E FRACTAIS: UMA CONEXÃO VIÁVEL

Prof. Dr. José Carlos Pinto Leivas
Universidade Franciscana
leivasjc@unifra.br
Débora da Silva de Lara
Universidade Franciscana
dd.lara@hotmail.com

**Eixo temático:** ensino e aprendizagem na Educação Matemática

**Modalidade:** oficina

**Categoria:** pesquisador/professor de Nível Superior

## Resumo
O minicurso, realizado em forma de oficina, tem o objetivo de enfocar os teoremas de Tales e Pitágoras para a construção dos fractais Conjunto ou Poeira de Cantor e Árvore Pitagórica. Ao explorar construções por meio de instrumentos de desenho geométrico, entende-se estar desenvolvendo uma atividade didática, fundamentada na compreensão relacional indicada por Skemp (1993), a qual é entendida como aprendizagem inteligente (*intelligent learning*), pois busca os porquês das relações matemáticas. Disso resulta a inclusão de alguns aspectos de Geometria Fractal, ainda ausente dos currículos escolares, recorrendo-se a dimensões para além de comprimento, largura e altura, perceptíveis ao olhar euclidiano. Além disso, permite avançar em dois teoremas fundamentais para a Educação Matemática, os quais, usualmente, são tratados no Ensino Fundamental como compreensão instrumental, aquela em que os objetos matemáticos são dados por fórmulas prontas.

**Palavras-chave:** fractais; compreensão relacional; Tales e Pitágoras.

## Introdução

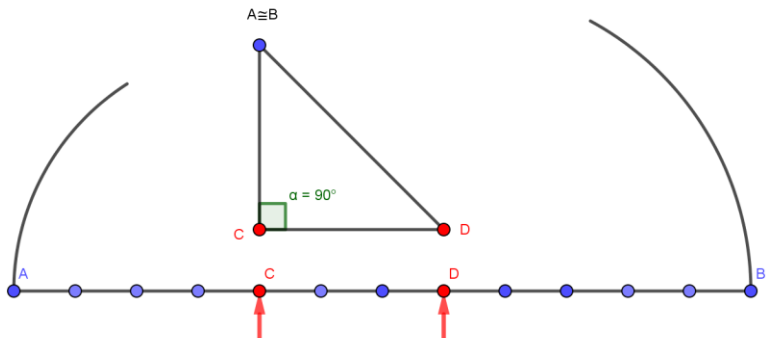
Entende-se o Teorema de Tales e o de Pitágoras como sendo de capital importância para o ensino de Matemática, na escola básica, nas inúmeras aplicações em que os mesmos podem estar envolvidos. No entanto, a experiência do primeiro autor do minicurso/oficina, tanto na escola básica, quanto na formação de professores, tem mostrado que os mesmos se limitam, quase que, exclusivamente, aos enunciados e exercícios com aplicações diretas de fórmulas. Um exemplo disso ocorre ao ser abordado o tema proporcionalidade, no sétimo ano do Ensino Fundamental e, posteriormente, o tratamento de retas paralelas cortadas por transversais, no nono ano desse mesmo nível de escolaridade, sem haver correlação entre os dois.

Segundo Barker (1976, p. 40), "até o século XIX, pelo menos, os pensadores que chegavam a cogitar da Geometria, davam por assente que os postulados e teoremas da Euclides admitem a espécie de significado que permite, de modo coerente, afirmá-los ou negá-los". Para esses pensadores, os postulados e teoremas eram princípios que descreviam, de forma correta, pontos, linhas e figuras. Platão afirmava que os conhecimentos geométricos não se apoiavam em evidências, ou seja, não eram intuitivos ou empíricos e, sim, *a priori*.

Entretanto, para filósofos matemáticos, empírico se distingue de *a priori*, por ser embasado 'na experiência', o que nem sempre é muito evidente. Para o autor, pode-se dizer que "o conhecimento empírico é o conhecimento que requer justificação da experiência". (Idem, p. 15)

A História da Matemática aponta que os egípcios observavam o Nilo e suas invasões, demarcavam terras e faziam as respectivas medições, tornando-se exímios delimitadores das mesmas, devendo, por certo, ter descoberto e utilizado inúmeros princípios úteis relativos às características de ângulos e figuras, como é o caso da utilização de ternas pitagóricas, com nós em cordas, para demarcar ângulos retos em triângulos retângulos (Figura 1). Assim, o raciocínio indutivo parece ter prevalecido nessa civilização, ou seja, a geometria egípcia era empírica, galgada em experiências.

Figura 1 – terna pitagórica na demarcação de ângulo reto com uma corda.




Fonte: construção própria.

Mlodinow (2010) afirma que Pitágoras foi filósofo e viveu há mais de 2500 anos, sendo quem preparou o cenário para as descobertas pitagóricas, bem como para a elaboração de OS ELEMENTOS de Euclides. De acordo com o autor, na Grécia, por volta de 640 a.C., nasceu Tales de Mileto, o qual se tornou um dos Sete Sábios do mundo e deu os primeiros passos na organização da obra euclidiana.

O berço da Matemática demonstrativa formou-se nos últimos séculos do segundo milênio a.C., de acordo com Eves (2004), quando o homem começou a formular questões de porquês para concepções matemáticas, mais científicas, não apenas do ‘como’, provenientes dos métodos empíricos advindos do Oriente. Assim, a Matemática passou a vivenciar o método dedutivo. O autor afirma que a tradição demonstrativa começou com Tales de Mileto. Na resolução geométrica de equações quadráticas (proposição 44 do livro I dos Elementos), o método das proporções se faz presente, o que, segundo o autor, se originou com a escola pitagórica, o qual constituiu a álgebra geométrica de Euclides.

Filosoficamente, em Euclides, a Geometria estuda os objetos concretos, aqueles perceptíveis ao mundo real do indivíduo, ou ainda, os que possuem comprimento, largura e altura, com a concepção de dimensão euclidiana, respectivamente, 1,2 e 3. Com Descartes, cria-se a possibilidade de objetos não perceptíveis ao habitante do mundo 3-D, a saber, as n-uplas ordenadas, em que os pontos são dados por valores reais inteiros e positivos ($x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., $x_n$). Embora a quarta dimensão seja, ainda, admissível por fornecer a medida do tempo, esse foge da concepção euclidiana. Somente em 1854, “Bernard Riemann anunciou uma nova extensão da geometria de Euclides e da geometria de Descartes, a ideia duma quarta dimensão foi matematicamente reconhecida e elaborada” (GUILLEN, 1998, p. 94). Para o autor, a dimensão matemática não precisa estar referida somente a espaços sensíveis, mas também a espaços conceituais.

Especulações a respeito de outras dimensões são frequentes ao longo da História, o que propicionou a criação de novas geometrias, não euclidianas, por exemplo e, portanto, fora da percepção visual dos indivíduos. Somente em 1975, foi aceita a criação de novos objetos geométricos, perfeitamente dedutíveis e construtíveis, cuja dimensão não é um número inteiro, os denominados objetos fractais, objeto de estudo no minicurso/oficina aqui apresentado.

**Geometria Fractal**

Entende-se por fractal uma figura que pode ser obtida pelo fracionamento do todo em pequenas partes, de modo que cada uma delas reproduza a figura inicial. Há os fractais ,que se encontram na natureza, e os construídos por regras matemáticas bem definidas, dois dos quais são objeto da presente proposta. O primeiro deles é obtido utilizando-se o Teorema de Tales, cuja dimensão é um número entre zero e um, portanto, um objeto geométrico que não é um ponto, porém não chega a ser linha. O segundo emprega o Teorema de Pitágoras, tendo dimensão entre 1 e 2, portanto, entre uma linha e uma região.

Não é objetivo da proposta deste trabalho explorar a Geometria Fractal, mas, sim, estabelecer uma possibilidade de desenvolvimento dos dois teoremas citados por meio de construções fractais, especialmente, com a exploração dos materiais concretos: régua, esquadro e compasso, relativamente esquecidos no ambiente escolar. Pretende-se indicar uma possibilidade didática para a sala de aula, incluindo o tema fractal em conexão com Tales e Pitágoras, por meio de uma compreensão relacional, como indicada por Skemp (1993).

Para esse autor, há duas formas de aprendizagem em Matemática: relacional e instrumental. O autor entende que “compreender algo significa assimilá-lo dentro de um esquema adequado” (p. 50), ou seja, a compreensão relacional consiste em entender os porquês, enquanto que a instrumental se refere a dar fórmulas prontas, por exemplo. Entende-se que a Educação Matemática necessita aprofundar a primeira forma de encaminhar a aprendizagem dos estudantes, uma vez que a experiência do primeiro autor do artigo o leva a concluir que a escola ainda, permanece com a segunda forma de ensino e aprendizagem e, talvez, seja essa a causa de insucessos no ensino e na aprendizagem de Matemática. Considera-se, ainda, que os sistemas classificatórios existentes no Brasil perduram em utilizar aspectos exploratórias da memória, isto é, uma compreensão instrumental, embora existam alguns avanços, como ocorre no ENEM.

A dimensão fractal é obtida através do uso de logaritmos. Assim, considerando-se **n** a ordem das interações realizadas no processo de construção do fractal e **L** como sendo o ‘lado’ do ‘fractalzinho’, se estabelece uma analogia com o que se faz para obter a área **A** de uma região quadrada no plano, em que essa é obtida por $A=L^2$. Extrapolando-se o 2 para a dimensão **D** do fractal e **d** para o lado do fractalzinho, pode-se escrever para cada interação

$$A_{\mathbf{n}} = \mathbf{d}^{\mathbf{D}},$$

como a área de cada fractalzinho e, para a área total do fractal,

$$A_T= N(n)A_n(n),$$

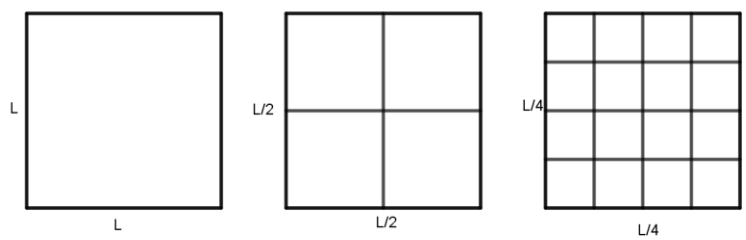
sendo **N(n)** o número de fractaizinhos em cada interação **n**. Assim,

$$A_T= N(n)A_n(n) = N(n).d^D,$$

de onde, aplicando logaritmos, pode ser encontrado o valor de D.

Para um melhor entendimento, ilustra-se com uma construção simples. Partindo-se de um quadrado de lado 1, na primeira interação, divide-se a segunda em quatro quadrados a partir dos pontos médios dos lados e sucessivamente. (Figura 2).

Figura 2 – Sequência de quadrados.




Fonte: construção própria.

Organizam-se os dados, conforme a tabela 1.

Tabela 1 – Dados obtidos das interações do fractal

| *n* | *N(n)* | *d* | $A_n(n)$ |
|---|---|---|---|
| **1** | 4 | L/2 | $A_1=(L/2^1)^D$ |
| **2** | 16 | L/4 | $A_2=(L/2^2)^D$ |
| **3** | 32 | L/8 | $A_3=(L/2^3)^D$ |
| **...** | | | |
| **n** | $N(n)=4^n$ | $L/2^n$ | $A_N=(L/2^n)^D$ |

Fonte: autoria própria.

Percebe-se aqui a construção da tabela por meio de uma compreensão relacional em que não são fornecidas fórmulas prontas. As relações de potências vão sendo estabelecidas para a obtenção da fórmula, recursivamente. Assim,

$$A_T = N(n).A_N =4^n.(L/2^n)^D = (4/2^D)^n.L^D.$$

Como essa medida de área tem de fazer sentido em cada processo, se $4/2^D$ for um número maior do que 1, ela é infinita, o que não procede. Por sua vez, se esse número for menor do que 1, ela é zero, o que também não faz sentido, como pode ser observado intuitivamente. Portanto, o número $4/2^D$ só pode valer 1. Assim,

$$4/2^D = 1,$$

donde, aplicando-se logaritmo natural nos dois membros, verifica-se que $\log(4/2^D) = \log 1 = 0$. Logo,

$\log 4 = D\log 2$ ou $D = 2$, como era de ser esperar para a dimensão de um quadrado.

Essa forma de compreensão relacional será o objeto de obtenção dos dois fractais que serão explorados no presente minicurso/oficina, inclusive, com tabelas similares.

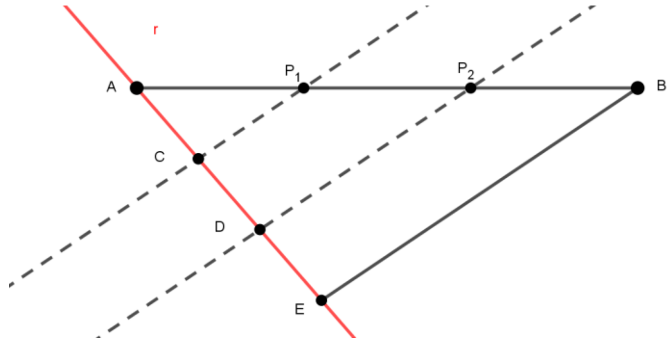
**A proposta de minicurso/oficina**

Com base no exposto acima, pretende-se desenvolver duas atividades exploratórias de Geometria Fractal, por meio de compreensão relacional. Em ambas serão utilizados instrumentos de desenho geométrico (régua, esquadro, compasso e transferidor), explorando conceitos fundamentais de Geometria Euclidiana.

**Atividade 1**. O Fractal Poeira ou Conjunto de Cantor.

Na construção deste fractal, utilizar-se-á o Teorema de Tales, para efetuar as divisões de um segmento dado em três partes congruentes. A partir de diversas interações, os participantes irão elaborar uma tabela similar à anteriormente citada no texto, a qual deverão preencher e obter a dimensão do fractal. Aproveitar-se-á para discutir implicações importantes do teorema, como a representação de números racionais na reta real, uma vez que, partindo de um segmento cuja medida não seja um múltiplo de três, deverão buscar estratégia para tal. Com isso, o teorema de Tales fornecerá uma maneira de obtenção a partir da proporcionalidade de medidas de segmentos determinados em retas paralelas, quando cortadas por transversais (Figura 3).

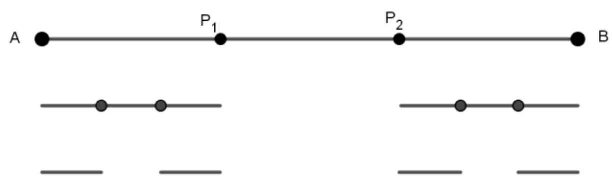
Figura 3 – Teorema de Tales utilizado na divisão de um segmento de reta em partes congruentes.




Fonte: construção própria,

Na figura 4, ilustra-se o Fractal Poeira ou Conjunto de Cantor em suas primeiras interações.

Figura 4 – Fractal Poeira ou Conjunto de Cantor.




Fonte: construção própria.

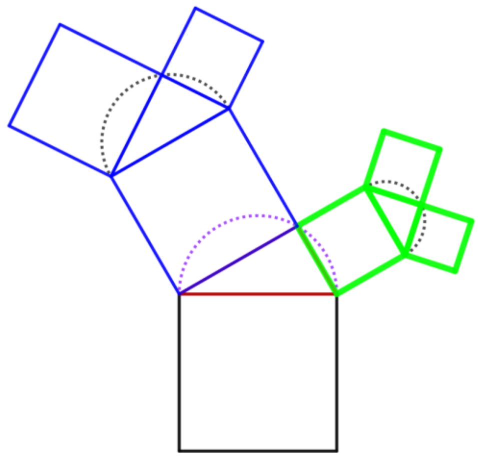
Construído o fractal e determinada sua dimensão, serão discutidas características do mesmo, tanto geométricas, quanto algébricas, por exemplo, sendo esse um conjunto enumerável, com a mesma cardinalidade de **N**, **Z** ou **Q**, com dimensão entre zero e um, torna-se um objeto geométrico intermediário entre o ponto, cuja dimensão euclidiana é zero e a linha que tem dimensão um.

**Atividade 2**. O Fractal Árvore Pitagórica.

Esse fractal, cuja visualização faz lembrar uma árvore com suas ramificações, tem construção geométrica a partir de uma relação pitagórica, apresentando, pois, uma possibilidade didática de aprendizagem por compreensão relacional (SKEMP, 1993), contrariamente ao que se tem observado ser feito por aplicações repetitivas da fórmula no triângulo retângulo, ou seja, em uma compreensão instrumental, segundo o autor. Inclusive, as pesquisas dos autores têm mostrado que os estudantes desconhecem a aplicação do Teorema de Pitágoras para além do triângulo retângulo (XXX).

Na atividade, solicitar-se-á que o aluno, partindo de um quadrado de lado L, construa, no seu lado superior, um triângulo retângulo que o tenha como hipotenusa. Essa construção remete aos problemas dos Elementos de Euclides, citados na introdução deste texto, pois é necessário obter: ponto médio do lado, construção de uma semicircunferência, tendo esse lado como diâmetro, inscrição de um triângulo na semicircunferência, tendo dois vértices nos extremos do mesmo, o qual é retângulo. Na sequência, são construídos dois quadrados sobre os catetos do triângulo, gerando a primeira interação do fractal. O processo se repete, como se ilustra na Figura 5.

Figura 5 – Fractal Árvore Pitagórica.



Fonte: construção própria.

Além de possibilitar inúmeras construções, partindo de um mesmo objeto, o fractal permite desenvolver conteúdos de Geometria Euclidiana. A variação na localização do vértice, correspondente ao ângulo reto, permite diversas visualizações, o que estimula os estudantes a realizá-las, discuti-las e elaborar conceitos e relações.

**Considerações**

O minicurso proposto, em forma de oficina, pretende que os participantes explorem os teoremas de Tales e Pitágoras, na construção de dois fractais, com o uso de recursos materiais. Nessa elaboração, estimula-se um tipo de aprendizagem denominada compreensão relacional, que vai além da memorização de fórmulas ou fixação das mesmas por inúmeros exercícios repetitivos.

Serão distribuídas fichas para os participantes preencherem, de modo a obterem dados nas diversas interações e concluírem, por meio de cálculo simples, utilizando logaritmos, a dimensão dos fractais e, com isso, identificarem a existência de outras, racionais, além das inteiras, oriundas da Geometria Euclidiana e atreladas a ponto, linha e sólido.

Espera-se, dessa maneira, oferecer uma possibilidade didática de desenvolver conteúdos de Geometria inter-relacionados numa aprendizagem inteligente.

**Referências**


BARKER, S. F. *Filosofia da Matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

EVES, H.; trad. Hygino H. Domingues. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

GUILLEN, M. *Pontes para o Infinito* – o lado humano das matemáticas. Lisboa: Gradiva,1998.

MLODINOW, L. *A janela de Euclides*: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. 5. Ed. São Paulo: Geração Editorial, 2010.

SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. 2 ed. Madrid: Edições Morata, 1993.

XXXXX. No prelo