



A MATEMÁTICA DO ORIGAMI

Jaqueline Engelmann
IFRN
jq_engel@yahoo.com.br

Resumo

Neste artigo pretendo esboçar ideias a respeito da utilização da milenar técnica japonesa de dobrar papéis – o origami – como um recurso para o ensino da matemática, especialmente da geometria. Além de ser um recurso didático bastante interessante, o origami acaba por evidenciar uma das características mais marcantes da matemática, qual seja, o seu fundamento estético. A matemática e a arte guardam mais características em comum do que à primeira vista poderia parecer. Tratarei de discutir tais características dando destaque, finalmente, aos princípios estéticos do origami e à sua importância enquanto um genuíno recurso didático para o ensino da matemática.

Palavras-chave: Geometria; Origami; Estética.

Considerações preliminares: o fazer matemático

O ensino da matemática nas escolas foi e, em muitos casos, ainda é tarefa das mais complicadas. A origem desta dificuldade está no pré-conceito de que se trata da disciplina escolar mais difícil e esta dificuldade é atribuída à abstração empregada no cálculo. Para que o aluno aprenda a calcular, damos a ele papel, caneta, uma fórmula e um problema. O mundo do qual ele faz parte costuma ficar do lado de fora das quatro paredes da sala de aula. Se não bastasse esta configuração, há maneiras de tornar a situação ainda mais complicada. Por exemplo, quando eu frequentava o Ensino Fundamental – há aproximadamente 30 anos – a exigência básica do professor de matemática era que comprássemos todos, um caderno quadriculado para resolver as continhas nas aulas de matemática. Não somente para a aritmética, mas também para a geometria utilizávamos aquele caderno. Com ele, nada poderia “sair do seu lugar”, ou seja, cada algarismo numérico ocupava um quadrado para que nenhuma criança corresse o risco de colocar uma dezena embaixo de uma centena.

Poderia ser este um recurso até eficiente de determinado ponto de vista. Por exemplo, se pensássemos que assim estávamos garantindo a estética nas nossas pequenas demonstrações em quadrinhos. Mas a questão pertinente aqui é que, apesar



desta organização sistemática, nem eu nem meus colegas tínhamos a menor ideia do que estávamos fazendo naqueles quadrados preenchidos. O que esta breve descrição do fazer matemático nas escolas revela é que, há pouco menos de trinta anos – senão hoje ainda em muitos contextos – o professor de matemática está impregnado pela ideia de que o seu campo de conhecimento é completamente racional e, portanto, deve exaltar a pura razão, o uso puro e exclusivo da razão, sem apelar a recursos sensíveis. Há uma passagem no artigo do professor Cifuentes – *Fundamentos Estéticos da Matemática: da habilidade à sensibilidade* – que retrata essa visão da matemática a partir de um panorama histórico:

O século XIX foi um período de marcantes rupturas, provocando, no século XX, segundo Omnés ([*Filosofia da Ciência Contemporânea*] 1995, p. 9), uma crise da epistemologia, uma crise da evidência, pela “*irrupção irresistível do formal em algumas ciências fundamentais, como a lógica, as matemáticas e a física*”. A desvinculação dos aspectos materiais, que se referem à realidade, e dos formais, abstratos, sem relação com a realidade observável, foi uma delas. Porém, podemos remontar até começos do século XVII, com o advento da modernidade no pensamento filosófico e da geometria analítica na matemática, esse processo que alguns chamam de *desvisualização* da matemática: i) no século XVII, na geometria de Descartes, a reta infinita, (...) é capturada por uma equação; ii) o século XVIII, o chamado *século da ilustração*, caracteriza-se pela excessiva confiança na razão e subsequente desconfiança na intuição; iii) no século XIX, a desvisualização da matemática teve seu ápice com os processos de rigorização da análise matemática e a formalização da geometria. Na ciência moderna, desde Descartes e Kant, até começos do séc. XX, o saber sensível é desprezado como um obstáculo no caminho até a verdade, exaltando a razão matemática, a razão pura. (CIFUENTES, 2003, p. 68-69)

Não pretendo dizer que a matemática deva abrir mão da “razão pura” e abandonar seu status de único conhecimento detentor de verdades absolutas. De modo algum tenho esta pretensão, até porque para mim este é o verdadeiro fascínio que a matemática exerce. Trata-se, aqui, mais bem de procurar métodos – ou um método –



alternativo de ensino que mostre ser possível, através da concretude, alcançar a verdade da pura abstração.

Existem inúmeros relatos no que diz respeito ao processo ensino-aprendizagem em matemática de que é possível fazer matemática de uma forma bem mais próxima da realidade e, portanto, mais aprazível. Creio firmemente na ideia de que, ao menos nos primeiros anos escolares, é impossível despertar o gosto do aluno pela matéria caso o professor não esteja disponível a procurar estabelecer um vínculo entre o conteúdo a ser estudado e a realidade do aluno. Isto vale para todas as disciplinas escolares, inclusive para a matemática. Cada continha que a criança faz pode retratar um problema vivenciado por ela, relacionado a inúmeras experiências do seu cotidiano como, por exemplo, ao número de brinquedos que ela possui ou às formas dos alimentos que ela ingere. Portanto, aritmética e geometria podem ser ensinadas de forma a mostrar para o aluno que a conta que ele realizou ou a forma geométrica que ele traçou no papel é demonstrativa daquilo que ele vivencia todos os dias. A descoberta dos números e das formas geométricas terá, então, certo encanto para a criança e tornará o conteúdo fácil de ser assimilado e difícil de ser esquecido. É deste modo que a criança aprende brincando. A ludicidade passa a ser o motor propulsor do processo ensino-aprendizagem.

Origami e Geometria

Um dos aspectos lúdicos de uma aula de matemática – mais especificamente de geometria – pode ser encontrado no recurso à arte de dobrar papéis, o origami. A relação entre origami e geometria já foi discutida por inúmeros matemáticos ou amantes da área. Portanto, creio que não trarei para a discussão nenhum assunto novo.

De qualquer modo, minha pretensão é destacar alguns conteúdos, alguns conceitos matemáticos que podem ser compreendidos de forma eficaz através da arte de dobrar papéis. A origem do origami é desconhecida, mas a etimologia é japonesa e significa *ori* = dobrar *kami* = papel. Trata-se de uma arte milenar japonesa que consiste em dobrar um papel com o intuito de gerar a representação de determinado objeto como, por exemplo, o clássico *tsuru*. Com um pedaço de papel e a técnica de dobrá-lo



de determinada maneira é possível gerar inúmeros animais, plantas, objetos e, também, módulos que permitem, quando encaixados, dar forma a determinadas figuras geométricas. Os princípios básicos do origami são apenas dois: não utilizar tesoura ou cola e dobrar o papel com cuidado e exatidão de modo a alcançar o objeto desejado (vale lembrar que, quanto mais perfeita for a dobra – o vinco – mais perfeita será a figura).

No caso específico da geometria, inúmeros são os conceitos matemáticos que se pode trabalhar em uma aula apenas com um pedaço de papel em mãos. Através da dobradura é possível apresentar resultados da geometria. Brincando com o papel, a criança pode adquirir as primeiras noções de geometria. Trata-se, então, de uma metodologia de ensino inovadora pois através de uma técnica milenar, concreta, divertida e acessível a qualquer pessoa pode-se dar início ao ensino da geometria elementar.

Problemas clássicos da geometria euclidiana que não podem ser solucionados com régua e compasso – como, por exemplo, a trissecção do ângulo e a duplicação do cubo – podem, por sua vez, encontrar solução através do origami.

O professor pode, por exemplo, lançar problemas que serão solucionados apenas com o uso do papel. Por exemplo: 1) achar uma reta perpendicular a uma reta dada; 2) achar uma reta paralela a uma reta dada; 3) construir um quadrado $ABCD$, do seguinte modo: a) fazer uma dobra qualquer, criando a reta s ; b) fazer uma reta r perpendicular à anterior para obter A na interseção; c) fazer a reta t também perpendicular à inicial para marcar B na interseção de t com s . O lado do quadrado AB foi, então, obtido; d) levar o lado AB a coincidir com a reta r para marcar D sobre o coincidente B ; e) fazer uma reta perpendicular a AD passando por A . Marcar o último vértice C do quadrado na interseção desta reta com a reta t . O quadrado $ABCD$ foi construído.

Inúmeros outros problemas podem ser lançados do mesmo modo, utilizando como recurso apenas um pedaço de papel. Os conceitos de plano, reta, retas perpendiculares, ponto, retas paralelas, retângulo, ângulos, bissetriz, diagonal de um polígono, quadrado, triângulo equilátero, soma dos ângulos internos de um triângulo, área de um retângulo, área de um triângulo, podem ser assimilados através do origami.



Todos os conceitos supracitados podem ser trabalhados já no ensino fundamental brincando de dobrar papéis. A ideia é que o interesse da criança seja despertado através da atividade lúdica que, após realizada, será utilizada para mostrar que todos aqueles conceitos abstratos foram concretizados sem que a criança tivesse recebido a ordem de executar a tarefa matemática ou, melhor dizendo, sem que ela soubesse que está fazendo matemática.

Obviamente, dos conceitos básicos é possível partir para a construção do conhecimento de conceitos mais complexos como, por exemplo, a partir da construção de um pentágono, é possível alcançar novos conceitos: ângulos alternos, externo, diagonal de um polígono, áreas, hexágono, volume. Para aquele estudante já capaz de estabelecer padrões mais complexos, é possível também mostrar que a matemática desenvolve teoremas para descrever os padrões matemáticos que aparecem nas figuras.

Matemática e estética

Neste segundo momento de minha exposição pretendo dar destaque a algumas características próprias da matemática que podem encontrar correlatos na arte. Este propósito se justifica, no contexto da exposição acerca da dobradura como elemento auxiliar da matemática, porque a arte de dobrar papéis apresenta exigências semelhantes ao fazer matemático: exatidão, precisão, análise, busca da forma perfeita. Sabemos que o matemático espera que suas demonstrações tenham tais características, além de outras mais como a simplicidade enquanto reflexão de elegância matemática. Quanto mais simples for a demonstração de um teorema, mais próxima da verdade ela está e, portanto, mais perfeita é a sua forma. Tais características remetem, inevitavelmente, àquilo que caracteriza uma genuína obra de arte.

Quem analisa o vasto campo da matemática tentando compreender a riqueza de tal conhecimento, se dá conta de que, na matemática a verdade, por exemplo, é um dos mais importantes princípios – senão o mais importante. A verdade “aparece” junto da noção de prova. Afinal, todo matemático poderia dizer que, quando alcançou uma demonstração alcançou, junto dela, a verdade.



Na discussão a respeito da noção de demonstração, sou muito simpática à ideia de Poincaré – um matemático, físico e filósofo da ciência francês nascido em 1854 – que afirma que toda demonstração passa por dois momentos: o da descoberta (ou invenção) e o da justificação. Estes dois momentos são lembrados por Hadamard em sua obra *Psicología de la Invención en el Campo Matemático* de forma bastante elucidativa e bela: Hadamard (1947) enfatiza que as regras a seguir, no momento de eleger o caminho para alcançar uma dada solução, passam por um senso estético peculiar a cada indivíduo, conforme Poincaré, ou ainda, não há matemática sem uma certa “sensibilidade emocional”. O “sentido de beleza” intervém, necessariamente, na descoberta.

É inevitável a pergunta: “o que significa falar de estética em matemática?”, ou ainda, “como é possível aproximar a arte e a matemática?”. Para explicar este ponto, é necessário retornar ao critério de verdade. Indubitavelmente, o critério de verdade da matemática não pode ser idêntico, por exemplo, ao da física. Em física é verdadeiro o que está em conformidade com as leis da natureza. Em matemática, o critério de verdade pode ser considerado a obediência às leis da lógica. Afora isto, o matemático tem a possibilidade de criar e é tal possibilidade que torna seu campo de conhecimento surpreendente ainda hoje.

Compreenderemos melhor este ponto caso consideremos o exemplo fornecido pela geometria. Em matemática, as geometrias euclidiana e não euclidianas têm o mesmo estatuto: desde que não haja contradição interna em seus respectivos sistemas axiomáticos, uma é tão verdadeira quanto à outra. Obviamente, em física tal afirmação não é possível. Neste caso, a geometria adotada é aquela que está em conformidade com as leis do universo, com a realidade. Desta perspectiva, a matemática está distante das demais ciências. Há, em matemática, certa liberdade que não há nas ciências da natureza. A liberdade é também um dos princípios da arte. Isto tudo sem falar da aproximação mais óbvia possível entre matemática e arte: a música. Mas este já é um assunto ao qual pretendo me dedicar futuramente.



Referências bibliográficas

CIFUENTES, J.C. Fundamentos estéticos da Matemática: da habilidade à sensibilidade. In: BICUDO, M.A.V. (org). *Filosofia da Educação Matemática*. Concepções e Movimento. Brasília: Plano Editora. 2003. p.59-79.

HADAMARD, J. *Psicología de la Invención en el Campo Matemático*. Trad. L. A. Santaló Sors. Buenos Aires: Espasa-Calpe Argentina, 1947.