



ISSN 2316-7785

MÓDULOS MATEMÁTICOS INTEGRADORES E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: O CASO DO CÁLCULO E DA MECÂNICA

Maria Cecília Pereira Santarosa
Universidade Federal de Santa Maria - UFSM
maria-cecilia.santarosa@ufsm.br

Resumo

Neste trabalho descrevemos a forma como foram elaborados três módulos matemáticos integradores do Cálculo para a Mecânica: *Vetores e Trigonometria*; *Noções do Cálculo Diferencial e Noções do Cálculo Integral*. Trata-se de uma das etapas de uma pesquisa mais ampla que investigou formas alternativas de abordagem dos conteúdos matemáticos do Cálculo para alunos dos cursos de Física, integrando situações-problema e conceitos das duas áreas de ensino. A elaboração do material deu-se amparada à investigação do tipo etnográfica, compatibilizando os referenciais teóricos cognitivistas da teoria da aprendizagem significativa e da teoria dos campos conceituais no processo do ensino e da aprendizagem. O desenvolvimento deste material instrucional bem como sua aplicação se deu no contexto de disciplinas de Física introdutórias dos cursos de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, durante três semestres letivos consecutivos. Concluímos que tal material só terá significado se for apresentado ao longo do desenvolvimento do conteúdo da Mecânica, e não de forma compartimentada, como os currículos tradicionais apregoam. Nestas condições e com base em atividades colaborativas em sala de aula, os estudantes são capazes de correlacionarem conteúdos do Cálculo I e da Física I, ficando mais próximos de uma aprendizagem significativa. Discutimos as implicações deste estudo para disciplinas de Cálculo direcionadas a estudantes das áreas científicas.

Palavras-chave: Módulos Matemáticos Integradores; situações-problema; conceitos; aprendizagem significativa.

Introdução:

A elaboração dos módulos matemáticos potencialmente significativos do Cálculo I para a Mecânica surgiu a partir de problemas vivenciados com o sistema de ensino e de aprendizagem do Cálculo para as áreas científicas, especialmente para alunos da Física. Este contexto certamente é o mesmo vivenciado por outros colegas, em outras Instituições de Ensino. O problema do ensino e da aprendizagem do Cálculo é internacional.



Segundo Artigue (1995), muito embora os estudantes consigam realizar de forma mecânica alguns cálculos de derivadas e primitivas, dificilmente alcançam uma compreensão satisfatória dos conceitos centrais do Cálculo. As implicações desta problemática para a formação científica são preocupantes, pois a aprendizagem acaba sendo mecânica, pouco ou nada contribuindo para a aquisição dos verdadeiros significados destes conceitos frente às situações-problema enfrentadas pelos estudantes. Para as áreas científicas a aquisição significativa destes conceitos está relacionada à possibilidade de geração de conhecimentos, de desenvolvimento da Ciência. Entretanto, sabemos que na grande maioria das vezes, o ensino do Cálculo acaba sendo desestimulante para o estudante, e uma das consequências é o esquecimento do que foi memorizado de forma mecânica em semestres anteriores, o que acaba sendo mais grave do que a desistência da disciplina ou o abandono do Curso.

O vício ou estímulo à memorização não contribui em nada para o desenvolvimento da estrutura cognitiva do aprendiz. Segundo Ausubel (2000), só há aprendizagem se ela for significativa, e este tipo de aprendizagem contrapõe-se claramente à aprendizagem mecânica. Na aprendizagem significativa há uma evolução de conhecimentos, os quais passam sempre da categoria de conhecimentos prévios a conhecimentos mais elaborados ou diferenciados. Neste processo cíclico e complexo as novas informações recebidas interagem com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, a qual Ausubel denomina *conceitos subsunçores* (AUSUBEL, 2000, apud MOREIRA, 2006).

O processo da aprendizagem significativa caracteriza-se pela *não arbitrariedade* e *não literalidade* na aquisição do novo conhecimento (figura 1). Isto certamente nos remete aos lamentáveis currículos tradicionais de ensino com os quais nos deparamos em sala de aula. Em tais currículos, só há *arbitrariedade e literalidade* em termos da estruturação dos conteúdos. Os programas de ensino acabam sendo uma reprodução fiel de índices bibliográficos.



Certamente o que Ausubel (2000), Moreira (2006) e Novak (2000) defendem é que o currículo seja pautado fundamentalmente naquele conhecimento que o estudante *traz para dentro da sala de aula*. Métodos de ensino puramente comportamentalistas dificilmente vão nos proporcionar uma análise deste nível.

Entretanto, a tão almejada aprendizagem significativa, que encanta muitos educadores, não é simples de ser implantada e investigada. Requer uma mudança nas *concepções behavioristas*¹ de ensino e de aprendizagem, com as quais estamos acostumados a lidar.

Novak (2000) nos alerta a respeito das condições para uma aprendizagem significativa:

- O aprendiz deve possuir conhecimentos anteriores relevantes que possam se relacionar com novos conhecimentos, de maneira *não trivial*;
- O material apresentado pelo professor deve ser *potencialmente significativo*, no sentido que os conhecimentos apreendidos devem ser relevantes para outros conhecimentos;
- O aprendiz deve querer aprender significativamente, relacionando os novos conhecimentos com outros que já conhece.

¹ A tônica da visão de mundo behaviorista está nos comportamentos observáveis e mensuráveis do sujeito, isto é, nas respostas que ele dá aos estímulos externos (MOREIRA, 1999).

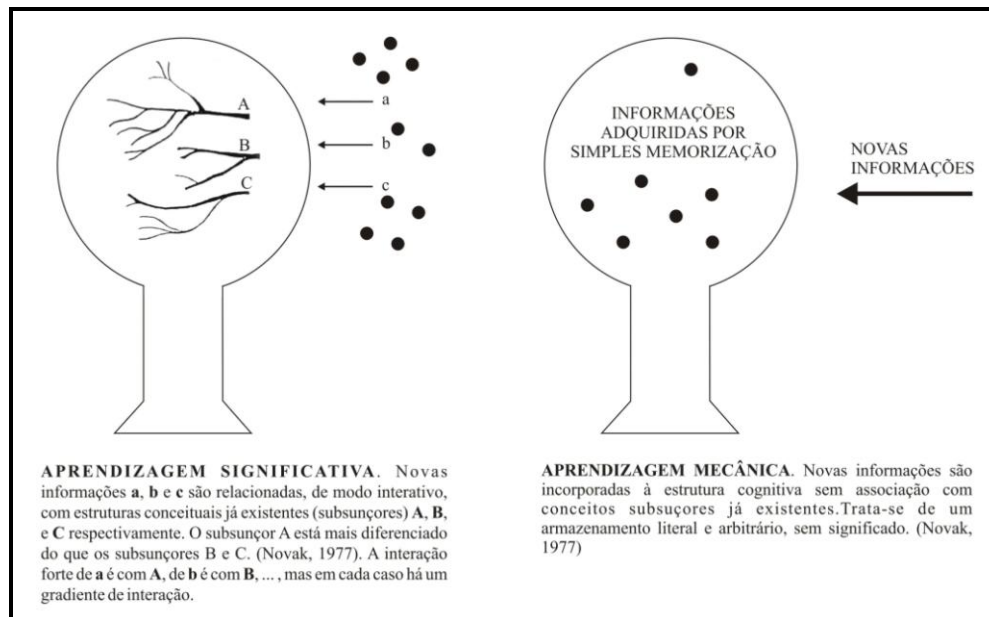


Figura 1: Aprendizagem significativa versus aprendizagem mecânica (NOVAK, 1977).

Vemos que em nada contribui para a aprendizagem significativa o material instrucional ser potencialmente significativo, mas o aluno não dispor na sua estrutura cognitiva dos *conceitos subsúcores* necessários para a aprendizagem significativa dos novos conhecimentos, ou mesmo dispondo deste requisito, não intencionar incorporar de forma significativa estes conhecimentos. Da mesma forma, o aluno pode estar predisposto para aprender significativamente, possuir os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem, mas o material instrucional não ser potencialmente significativo. Em ambos os casos a aprendizagem poderá ser mecânica.

Pautados nestas justificativas iniciais nos deparamos com a seguinte questão: Como elaborar um material instrucional potencialmente significativo do Cálculo I para os alunos das áreas científicas, especialmente os alunos da Física, que possam dar sentido aos conceitos matemáticos necessários para a geração de conhecimentos?

Para responder esta questão, esbarramos na necessidade de aliar à teoria da aprendizagem significativa de Ausubel (2000) outro referencial teórico que pudesse dar



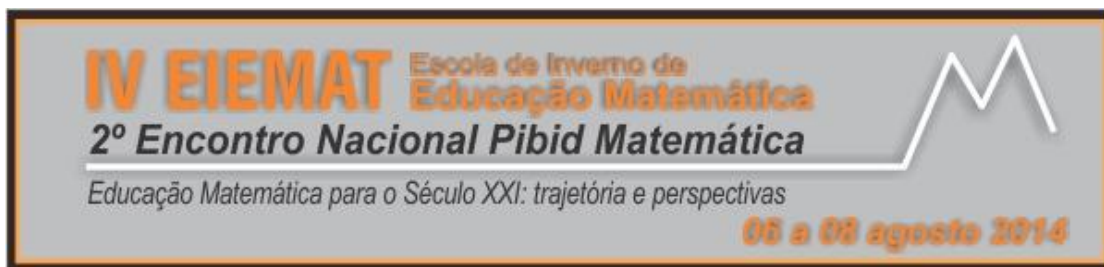
suporte ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos do Cálculo frente às situações-problema enfrentadas pelos estudantes da Física.

A teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1993) preenche esta lacuna. É uma teoria psicológica do conceito e sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por *conhecimento*, tanto as habilidades quanto as informações expressas (VERGNAUD, 1993, p.1). Nas aprendizagens dos adultos, estas ideias estão mais ligadas aos hábitos e formas de pensamentos adquiridas do que ao desenvolvimento da estrutura física (ibid. 1993).

Quando fala em *conceitualização*, o autor não se refere à mera *definição de um conceito*, senão à sua *definição psicológica*, que vai requerer o reconhecimento ou a descoberta das *diferentes propriedades de tal conceito*, de maneira *complexa, progressiva* e, por vezes, *bastante demorada*.

Nesta etapa da pesquisa, a experiência com o ensino dos conceitos matemáticos do Cálculo já estava solidificada, e as situações-problema deveriam ser buscadas em disciplinas afins. Optamos pela Física Introdutória, cujas aulas foram criteriosamente observadas e analisadas, ao longo de três semestres letivos consecutivos: 2010/2, 2011/1 e 2011/2, através de um *estudo do tipo etnográfico*². O público alvo envolvido eram alunos ingressantes dos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e os professores de disciplina de Física observada a cada semestre. As análises do corpo de registros obtidos com as observações, descritas em Santarosa (2011), foram fundamentais para a elaboração dos Módulos Matemáticos.

² *Estudos do tipo etnográficos* são adaptações da etnografia em sala de aula, defendidas por André (1988) que permitem análises qualitativas de teor descritivo e interpretativo (BOGDAN e BIKLEN, 1994).



Sobre os Módulos Matemáticos Integradores

Na perspectiva de Vergnaud (1990) nossa intenção inicial ao elaborar este material foi apresentar uma variada gama de situações-problemas da Mecânica, contempladas em ambos os domínios: *do Cálculo e da Física*. Procuramos nos livros de Cálculo e de Física recomendados no contexto investigado (ANTON, BIVENS e DAVIS, 2007; HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2008) aquelas situações-problema que em geral não são trabalhadas no *Cálculo* e nem na *Física*, em sistemas de ensino compartimentados.

Outra intenção inicial, conforme pressupostos de Ausubel (2000) e de Moreira (2006) é que estes módulos matemáticos pudessem ser interpretados de duas formas: *ou como pseudo-organizadores prévios, isto é, como materiais introdutórios utilizados para facilitar a aprendizagem dos tópicos da Mecânica, ou como materiais que pudessem auxiliar os estudantes na construção de conceitos subsunçores necessários para a aprendizagem do conteúdo desenvolvido ao longo da disciplina de Física.*

Nossa preocupação com este material não foi especificamente enfatizar o *rigor matemático dos conceitos*, e sim fazer transparecer a *concepção de integração* sugerida nos propósitos da pesquisa, oportunizando o aluno ao entendimento dos diferentes significados dos conceitos.

Em determinados momentos, na descrição deste material, há mais um direcionamento para o que pode ser proposto ao estudante, do que propriamente definições dos conceitos (as quais podem facilmente ser reproduzidas numa aula de Cálculo). Todo o material discutido nestes módulos encontra-se nos livros-texto das disciplinas de Cálculo e da Física. A intenção é que cada professor possa dar a sua interpretação para os diferentes significados da matéria abordada, nos diferentes contextos em que sua aprendizagem se faz necessária. Neste estudo, os módulos foram apresentados ao longo do desenvolvimento da disciplina, conforme autorização do professor, e a partir da análise das relações existentes entre as áreas da Matemática e da Física em meio às observações feitas em sala de aula. A grande extensão deste material, sucintamente descrito em Santarosa (2013), inviabiliza sua



apresentação num texto deste nível. No entanto, na próxima seção, especificamos os conteúdos que foram abordados nestes Módulos, bem como a forma como foram inseridos na disciplina de Física I.

Relações entre o Cálculo I e a Física I

Ao longo da análise das observações em sala de aula e da consulta a referenciais bibliográficos de Cálculo e de Mecânica, identificamos dezesseis categorias que fundamentaram a elaboração e a inserção dos Módulos Matemáticos do Cálculo para a Física: (1) *A Mecânica Clássica e a linguagem do Cálculo*; (2) *A abstração Matemática do Modelo da Partícula*; (3) *O significado das equações físicas*; (4) *As primeiras noções de funções vetoriais*; (5) *As primeiras noções de derivada*; (6) *Os princípios que regem a Dinâmica*; (7) *O processo do limite através do Cálculo Diferencial*; (8) *Derivadas nulas no contexto da Mecânica*; (9) *Do geral para o específico*; (10) *Da Física para o Cálculo e do Cálculo para a Física*; (11) *Análise do movimento a partir da Dinâmica*; (12) *Equações diferenciais no contexto da Mecânica*; (13) *O processo do limite através do Cálculo Integral*; (14) *Funções compostas no contexto da Mecânica*; (15) *Valores máximos e mínimos no contexto da Mecânica*; (16) *Integrais múltiplas no contexto da Mecânica*.

As análises descritivas e interpretativas das aulas observadas estão contidas em Santarosa (2013), sendo extremamente extensas para os propósitos de uma comunicação científica. Por isso apresentamos no quadro 1 uma síntese dos conteúdos desenvolvidos pelo professor (coluna esquerda), acompanhada das categorias analisadas com base nos conteúdos do Cálculo (coluna direita). Neste quadro também indicamos os exatos momentos em que foram inseridos os módulos matemáticos, bem como os conceitos chave que fundamentam sua elaboração.

Conteúdo desenvolvido	Categorias analisadas
- Introdução à Mecânica: definição de movimento, definição de Mecânica, classificação da Mecânica dentro da Física.	(1) <i>A Mecânica Clássica e a linguagem do Cálculo</i> .



- Definições: partícula, corpo, densidade, corpo rígido, referencial, sistema de coordenadas, sistema mecânico e vizinhança. – Tipos de movimentos de corpos rígidos: translação pura, rotação pura, movimento combinado de rotação e translação (rolamento).	(2) A Abstração Matemática do <i>Modelo da Partícula</i> .
- Sistemas de unidades: grandezas dimensionais, grandezas adimensionais, unidades básicas do sistema internacional, conversão de unidades, homogeneidade dimensional das equações físicas.	(3) O significado das equações físicas.
- Definições das grandezas básicas da Mecânica: posição, deslocamento, velocidade e aceleração (grandezas Cinemáticas); massa, momentum linear, força, força resultante, força centrípeta (grandezas Dinâmicas).	(4) As primeiras noções de funções vetoriais.
- Definição do conceito de velocidade: na sua forma intuitiva, velocidade média, velocidade escalar média, velocidade instantânea (em 1 e 2 dimensões), aceleração média, aceleração instantânea.	(5) As primeiras noções da derivada.
- Momentum linear ou quantidade de movimento de translação, leis de força: força gravitacional, força normal, força centrípeta, força de atrito de escorregamento, tração ou tensão, 1ª lei de Newton.	(6) Os princípios que regem a Dinâmica.
- Força resultante, 2ª lei de Newton, 3ª lei de Newton.	(7) O processo do limite através do Cálculo Diferencial.
- Equilíbrio estático e dinâmico.	(8) Derivadas nulas no contexto da Mecânica.
- 1º Módulo Matemático para a Física: Vetores e Trigonometria. Vetores no contexto da Física; representação gráfica e analítica; operações de multiplicação por escalar; soma e subtração pelo método gráfico e analítico; decomposição de vetores; cálculo do módulo e do ângulo de orientação; resolução de exercícios na perspectiva da integração.	
- Forma geral da 2ª lei de Newton, considerando a massa variável e considerando a massa constante.	(9) Do geral para o específico.
- 2º Módulo Matemático para a Física: Noções do Cálculo Diferencial para funções escalares e funções vetoriais. O Cálculo Diferencial e a Física do Movimento; movimento unidimensional: da interpretação geométrica do conceito de velocidade instantânea a partir do conceito de velocidade média até a construção da definição envolvendo o processo do limite; as regras mais básicas de derivação; noções básicas para o movimento bidimensional; interpretação geométrica dos vetores posição, velocidade e aceleração; ilustrações através dos exemplos do movimento de projéteis e do movimento circular uniforme; discussão em torno dos valores máximos e mínimos das curvas representativas de grandezas físicas; resoluções de exercícios na perspectiva da integração.	
- Primeiro esquema geral da Mecânica Newtoniana	(10) Da Física para o Cálculo e do Cálculo para a



apresentado pelo professor; equação da trajetória da curva parametrizada pelo tempo;	Física
- Cinco movimentos simples, mas notáveis: o movimento retilíneo uniforme (MRU); o movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV); o movimento balístico; movimento circular uniforme (MCU); movimento circular uniformemente variado (MCUV).	(11) Análise do movimento a partir da Dinâmica.
- Força de arraste; interpretação física e cálculo da velocidade terminal; movimento relativo.	(12) Equações Diferenciais no contexto da Mecânica.
- 3º Módulo Matemático para a Física: Noções do Cálculo Integral para funções escalares e funções vetoriais. A antidiferenciação como processo inverso da diferenciação; integral indefinida; resultados fundamentais para a Cinemática; “família” de antiderivadas; problemas de valores iniciais; propriedades; interpretação geométrica (distância total percorrida e deslocamento); construção das equações do movimento retilíneo uniformemente variado pelo método da integração; a integral definida, interpretação geométrica como “área com sinal”; o teorema fundamental do Cálculo para integrais; integração de funções vetoriais; resolução de exercícios na perspectiva da integração.	
- Trabalho e energia cinética: definição do produto escalar entre dois vetores, <i>trabalho</i> realizado por uma força constante, trabalho realizado por uma força variável, força elástica da mola; teorema do trabalho e energia cinética.	(13) O processo do limite através do Cálculo Integral.
- Potência média e potência instantânea; 2º esquema da Mecânica Newtoniana apresentado pelo professor.	(14) Funções compostas no contexto da Mecânica.
- Energia potencial e conservação da energia; forças conservativas; o sistema massa mola.	(15) Valores Máximos e Mínimos no contexto da Mecânica.
- Centro de Massa; dinâmica do centro de massa; impulso; momentum; teorema do impulso-momentum; colisões; definição de produto vetorial ; dinâmica da rotação; momento de inércia; Dinâmica da rotação.	(16) Integrais Múltiplas no contexto da Mecânica.

Quadro 1: Conteúdos desenvolvidos pelo professor de Física e as respectivas categorias analisadas. Fonte: dados da pesquisa.

Relações do Cálculo com a Física na concepção do professor de Física:

Nesta seção apresentamos um importante recorte da descrição feita na pesquisa que se refere à concepção do professor com relação ao papel dos conceitos do Cálculo para a disciplina da Física.

Aula do dia 06/04/2011: O professor apresenta seu primeiro esquema geral da Mecânica Newtoniana (figura 2).

Ele diz aos alunos: “As leis de Newton são como o cérebro da teoria, como a ‘CPU’ do computador; alimentamos estas leis com a massa, com o sistema de coordenadas e com as leis de força para analisarmos o movimento”.

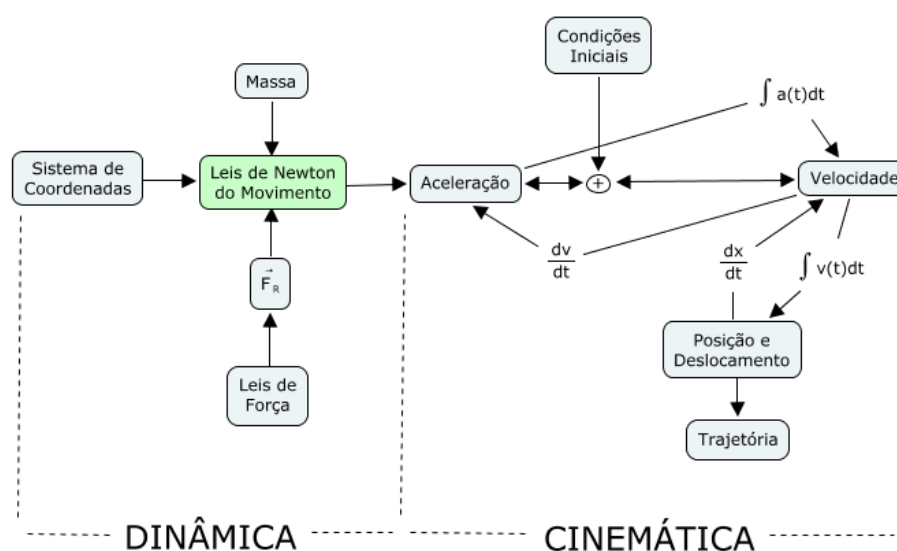


Figura 2: Esquema inicial para a Mecânica Newtoniana, proposto pelo professor. Fonte: dados da pesquisa

Observa-se, no esquema proposto pelo professor, a forma como os conceitos matemáticos do Cálculo são utilizados no contexto da Mecânica. Fazendo uma leitura da esquerda para a direita, a partir de um sistema de coordenadas bem definido, identificam-se a força resultante aplicada sobre um sistema mecânico e a massa correspondente para que possa ser obtida a aceleração deste sistema. A partir da aceleração, conhecidas a velocidade e a posição iniciais do sistema em movimento, pode-se obter a função velocidade, a função posição e o deslocamento pelo processo da integração. Assim fica determinada a trajetória do sistema considerado.



Por outro lado, da direita para a esquerda, a partir do conhecimento das posições e deslocamentos do sistema mecânico considerado pode-se, com base no processo da diferenciação, obter-se a velocidade e a aceleração do sistema. Alimentando-se o sistema com a massa e conhecida sua aceleração pode-se obter a força resultante que atua sobre este sistema. Estes caminhos de ida e de volta caracterizam, de forma bastante clara, os *significados* dos conceitos de *diferenciação e de integração no contexto da Mecânica*.

Considerações finais

Neste trabalho procuramos descrever alguns recortes em termos de investigação e desenvolvimento de material instrucional potencialmente significativo do Cálculo I para a Física I, sucintamente detalhado na tese de doutorado de Santarosa (2013). Os módulos matemáticos apresentados procuraram acrescentar situações do domínio da disciplina do Cálculo oportunizando aos estudantes um primeiro contato com as diferentes notações e linguagem de um mesmo conceito em diferentes contextos. Isto vai ao encontro do pressuposto básico de Vergnaud (1993) de que a formação de um conceito na estrutura cognitiva do estudante depende de uma grande variedade de situações-problemas através das quais o aluno possa perceber regularidades em termos dos atributos criteriosais deste conceito. Este processo pode caracterizar uma aprendizagem significativa conceitual. O ideal para o contexto da Física é que possam ser integradas também situações-problema do contexto da Física experimental que necessitam dos mesmos conceitos do Cálculo e da Física Teórica para serem solucionadas, que foge do âmbito deste trabalho.

Um fato muito importante a ser discutido é que os módulos matemáticos do Cálculo para a Física, elaborados nas concepções propostas para a pesquisa, só terão sentido quando introduzidos *integradamente ou articuladamente* com o desenvolvimento do conteúdo da Mecânica, e não de forma isolada e compartimentada, como tópicos introdutórios à disciplina. Os conceitos matemáticos foram introduzidos *ao longo do desenvolvimento da disciplina* por nós e, muitas vezes, com o auxílio do próprio professor, através de seu



notável conhecimento matemático e físico, e de sua grande experiência com o ensino da Mecânica. Este resultado nos remete a uma importante implicação para o ensino das disciplinas de Cálculo para a Física: *um diálogo com a área da Física quanto a formas de ensino que propiciem o desenvolvimento de materiais instrucionais pautados nas articulações necessárias. Não defendemos que isto seja feito, necessariamente, num mesmo ambiente. Mas, no mínimo, deve haver um consenso que busque sincronismos (quando for possível).*

O material instrucional apresentado neste estudo indica algumas vertentes para este desenvolvimento, principalmente no que se refere à construção do processo do limite por intermédio do Cálculo Diferencial e do Cálculo Integral, importantes campos conceituais da disciplina de Cálculo que devem ser articulados com o campo conceitual da Mecânica em situações específicas como: o conceito de velocidade instantânea, o conceito de aceleração, o conceito de trabalho, e todas as situações físicas que requerem a operacionalização matemática com uso de conceitos e procedimentos do Cálculo.

É importante destacar que o atual sistema de ensino da disciplina de Física não fornece possibilidades de grandes inovações didáticas. O currículo é bastante extenso e a expectativa dos professores de Física com relação à forma como a Matemática deve ser utilizada no contexto da Física é diferente da expectativa dos professores de Matemática com relação à forma como a Matemática deva ser desenvolvida no contexto da disciplina de Cálculo. Tanto que algumas situações propostas nos módulos matemáticos não puderam ser desenvolvidas de forma detalhada por nós, para os estudantes. Nestas condições, a presença de um professor de Matemática nas aulas de Física, lecionando módulos matemáticos para a Física, pode se tornar um obstáculo para a aprendizagem da Física conceitual. No entanto, levando em consideração os objetivos propostos, neste estudo houve um grande avanço com relação à identificação da forma como os conteúdos matemáticos da disciplina de Cálculo podem ser desenvolvidos para os estudantes da Física.



Percebe-se uma grande receptividade e interesse por parte dos professores de Física (nos três semestres em que observamos aulas) quanto à importância de pesquisas que procuram discutir e buscar soluções para o problema da aprendizagem significativa da Matemática no contexto da Física.

A contribuição deste trabalho está direcionada para novas possibilidades de reestruturações curriculares de disciplinas matemáticas para áreas científicas, que possam proporcionar a interdisciplinaridade e a aprendizagem significativa, cujo desenvolvimento e investigação podem fundamentar-se no triplo *estudo do tipo etnográfico/situações-problema das Ciências/conceitos matemáticos*.

Referências Bibliográficas

- ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da Prática Escolar*. São Paulo: Papirus Editora. (1988).
- ANTON, H.; BIVENS, I.; DAVIS, S. *Cálculo – Volume 1*. Editora Bookman. (2007).
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Coleção Ciências da Educação. Portugal: Porto Editora LDA. (1994).
- ARTIGUE, M. *La Enseñanza de los Principios del Cálculo: Problemas Epistemológicos, Cognitivos y Didácticos*. Em Gómez, P. (ed). *Ingeniería Didáctica em Educación Matemática: un Esquema para la Investigación y la Innovación em la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*, pp. 97-140. Méjico DC: Iberoamérica. (1995).
- AUSUBEL, D. P. *The Aquisition and retention of knowledge: a cognitive view*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 212p. (2000).
- HALLIDAY, R.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física. Volume 1: Mecânica*. Editora LTC: Livros Técnicos e Científicos Ltda. (2008).



MOREIRA, M. A. *Teorias de Aprendizagem*. Editora Pedagógica Universitária Ltda. São Paulo, Brasil.

MOREIRA, M. A. *A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília. Editora UnB. (2006).

NOVAK, J. D. *A Theory of Education*. Ithaca: Cornell University Press. (1977).

NOVAK, J. D. *Aprender, criar e utilizar o conhecimento*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. (2000).

SANTAROSA, M. C. P.; MOREIRA, M. A. O Cálculo nas aulas de Física da UFRGS: um estudo exploratório. *Investigações em Ensino de Ciências*, 16(2), p.317-351. (2011).

SANTAROSA, M. C. P. *Investigação da Aprendizagem em Física Básica Universitária a partir de um Ensino que integra Situações e Conceitos das Disciplinas de Cálculo I e de Física I*. Tese de Doutorado em Ensino de Física. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da UFRGS. (2013).

VERGNAUD, G. *Teoria dos Campos Conceituais*. In Nasser, L, (Ed). *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*, pp. 1-26. (1993).

VERGNAUD, G. La Théorie des champs conceptuels. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, 10(23), p.133-170. (1990).