



## PROPORCIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO: UMA ANÁLISE DE LIVROS DIDÁTICOS

Maria Arlita da Silveira Soares  
URI/Santiago  
arlita.s@bol.com.br

Cátia Maria Nehring  
Unijui  
catia@unijui.edu.br

**Resumo:** Neste artigo, analisamos o modo como a proporcionalidade é apresentada em coleções de livros didáticos do ensino médio, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/2012), no que tange a introdução do conceito de função. Para tanto, apoiamos-nos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003), em especial na forma como o autor compreende a aprendizagem em matemática, bem como nas definições de grandezas diretamente e inversamente proporcionais propostas por Lima (1986, 1988) e Ávila (1988). O método escolhido para a realização deste estudo foi a análise de conteúdo e os instrumentos de coleta de dados foram livros didáticos do primeiro ano do ensino médio de sete coleções aprovados pelo PNLD/2012. Concluímos que todos os livros analisados apresentam atividades cujas grandezas são proporcionais, na maioria grandezas diretamente proporcionais. No entanto, a proporcionalidade das grandezas envolvidas não é explorada de forma explícita, ou seja, os autores restringem às atividades a análise da relação de dependência entre as grandezas (conceito de função) sem solicitar uma análise da proporcionalidade envolvida.

**Palavras-chave:** Proporcionalidade; Conceito de Função; Livro Didático.

### INTRODUÇÃO

A proporcionalidade é um dos mais importantes conceitos da Matemática, visto a sua aplicabilidade a *diversas situações do dia a dia* (compra e consumo, escalas, produtividade,...); *dentro da própria matemática* (multiplicação e divisão, equivalência de frações, porcentagem, relações entre unidades de medida, semelhança geométrica e homotetia, teorema de Tales,...); e sua *utilização por diversas áreas do conhecimento* (física, química, biologia, engenharia,...).

No entanto, o ensino da proporcionalidade em muitos casos tem se limitado a algumas séries/anos do ensino fundamental, ou seja, a sua exploração como um conceito que articula diferentes conteúdos não vem sendo realizada. Isso porque proporcionalidade é apresentada, a partir de uma mecanização do seu procedimento algorítmico (regra de três), o que promove uma



aprendizagem mecânica, sem compreensão do conceito. Corrobora com essa ideia Nunes (2003) ao apontar que, esse conceito bastante simples em sua origem (relação entre duas variáveis) vem sendo trabalhado de forma equivocada, pois, geralmente, não é feita a relação com a operação de multiplicação desde os anos iniciais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais- PCNs (BRASIL, 1998) sugerem a exploração de situações de aprendizagem envolvendo o dia a dia e outras áreas do conhecimento que levem o aluno a “observar a variação entre grandezas, estabelecendo relação entre elas e construir estratégias de solução” (BRASIL, 1998, p. 65), não-convencionais. Já no ensino médio, os documentos oficiais apontam que, a proporcionalidade direta pode estar relacionada as ideias de crescimento, modelo linear ( $f(x) = ax$ ), “... evidenciando-se que a proporcionalidade direta é um particular e importante modelo de crescimento. Neste momento, também é interessante discutir o modelo de decrescimento com proporcionalidade inversa ( $f(x) = a/x$ ).” (BRASIL, 2006, p. 72)

Acreditamos que a proporcionalidade é uma ideia unificadora da Matemática escolar, pois une e relaciona conteúdos individuais e revela princípios gerais. Portanto, não é assunto para ser tratado num instante particular. É conceito para ser estudado continuamente, promovendo a integração de diferentes conteúdos presentes em campos variados. Assim, deve-se pensar proporcionalidade como tema de estudo ao longo de toda a escolarização da educação. Logo, o conceito de proporcionalidade pode, também, ser trabalhado no ensino médio, no qual o nível de sistematização deve ser complexificado, por processos de abstração e generalização.

Para perceber como isso pode ser concretizado na prática pedagógica pode-se recorrer a análise do modo como o conceito de proporcionalidade é apresentado nos livros didáticos. Isto porque acreditamos que ao analisarmos os livros didáticos estamos de forma indireta investigando como as mudanças curriculares vêm acontecendo na prática dos professores.



Sendo assim, optamos por analisar todas as coleções de livros didáticos do ensino médio aprovadas pelos PNLD/2012 (sete obras)<sup>1</sup>, principalmente, o capítulo que introduz o conceito de função. O método de análise escolhido foi a análise de conteúdo desenvolvida por Bardin (1977).

Mediante o exposto, focaremos neste artigo, se e como os livros didáticos de Matemática do ensino médio ao introduzirem o conceito de função abordam o conceito de proporcionalidade. Para tal, destacaremos a necessidade da mobilização e articulação das várias representações matemáticas para aquisição do conceito de proporcionalidade e, a seguir, trataremos as propostas dos livros didáticos selecionados segundo estas ideias.

## **PROPORCIONALIDADE E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

A proporcionalidade tem sido alvo de várias pesquisas em Educação Matemática, Educação em Ciências e Psicologia Cognitiva, esta última no que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Podemos destacar os estudos de Nunes e seus colaboradores que apontam que a aprendizagem da proporcionalidade deve ser vista como um dos principais objetivos do ensino da Matemática. Entretanto, os dados das suas pesquisas têm revelado que este ensino tem sido falho, pois as relações com a operação de multiplicação, necessárias a aquisição do conceito de proporcionalidade, não vem sendo explorada nas escolas, pois há ênfase para a multiplicação como soma de parcelas iguais.

Nunes (2003) sugere para as séries finais do Ensino Fundamental que seja trabalhada a relação entre muitas variáveis ao mesmo tempo, não mais entre duas. Por exemplo: “*um fazendeiro compra ração para vacas a cada  $x$  dias. Se comprar mais vacas e quiser manter o prazo de compra, quanta ração será necessária?*” Neste problema, deve haver o entendimento de que, para determinar uma variável, é preciso controlar uma das outras duas. A pesquisadora (2003) também afirma que cabe a escola trabalhar com uma representação que o aluno consiga compreender e na qual possa enxergar esse conceito de proporção.

---

<sup>1</sup> Para preservar o anonimato das obras e de seus autores utilizaremos códigos para denominá-las, por exemplo, LD1 representa o primeiro livro didático analisado por nós, bem como pelo PNLD/DEM (2012).



As representações devem ser consideradas pelo professor no ensino da Matemática, visto que os objetos matemáticos são abstratos e só podem ser acessados por meio de representações semióticas. Segundo Damm (2009) “sem as representações semióticas torna-se impossível à construção do conhecimento pelo sujeito que aprende.” (p. 143)

Estas representações semióticas, conforme Duval (2003), não desempenham apenas a função de comunicação, mas desempenham funções de objetivação (entendimento para si) e tratamento (cálculo).

Ao analisar a aprendizagem matemática e considerando a importância da mobilização e coordenação das representações matemáticas para que esta aconteça, Duval (2003) desenvolveu a teoria dos Registros de Representação Semiótica. São registros de representação semiótica utilizados para representar objetos/conteúdos/conceitos matemáticos: língua natural, escrita numérica (fracionária, decimal, binária,...), escrita algébrica, gráficos cartesianos, entre outras, pois podem ser convertidas em representações equivalentes em outro sistema semiótico. (DUVAL apud SOARES, 2007)

Para o teórico, um registro de representação é uma representação semiótica que permite três atividades cognitivas:

- Formação de uma representação identificável que selecione as relações do conceito que serão representadas;
- Tratamento, que permita a transformação interna ao registro em que se formou;
- Conversão ou transformação externa, ou seja, para outro registro de representação. (SOARES, 2007)

A atividade matemática do ponto de vista cognitivo caracteriza-se pela variedade de representações semióticas para um mesmo objeto matemático. Por exemplo, a proporcionalidade direta entre duas grandezas pode ser representada pela igualdade entre razões (representação numérica e algébrica  $\frac{y}{x} = k$ ,  $k$  constante real), pela função linear ( $y = ax$ , representação algébrica), pelo gráfico (reta, passando pela origem do sistema).

Um dos pressupostos dessa teoria é que para o aluno apropriar-se de um conceito matemático é preciso estabelecer relações entre os diferentes campos da matemática (variedade de representações). Em relação ao conceito de proporcionalidade ele está relacionado a muitos



outros conceitos matemáticos como porcentagem, número racional, função linear, taxas de variação, entre outros.

As relações entre a proporcionalidade e outros conceitos, principalmente, o conceito de função fica explícito nas definições de Lima e Ávila (1986) para a relação de proporcionalidade direta ou inversa entre variáveis (quadro 1), ou seja:

Quadro 1: Definições de grandezas proporcionais

**Definição 1.** Diz-se que duas variáveis (ou grandezas)  $x$  e  $y$  são proporcionais – mais especificamente, diretamente proporcionais – se estiverem assim relacionadas:  $y=kx$  ou  $y/x=k$ , onde  $k$  é uma constante positiva, chamada constante de proporcionalidade.

**Definição 2.** Diz-se que as variáveis  $x$  e  $y$  são inversamente proporcionais se  $y=k/x$  ou  $xy=k$ , onde  $k$  é uma constante positiva (constante de proporcionalidade).

Das definições acima concluímos que, duas grandezas são diretamente proporcionais se o quociente entre elas é constante, por exemplo, medida do lado de um quadrado e seu perímetro. E, duas grandezas são inversamente proporcionais se o produto entre elas é constante.

Nas definições de Lima e Ávila (1986) fica explícito que o conceito de proporcionalidade deve ser apresentado a partir da análise das regularidades quando as grandezas variam, isto é, os conceitos de razão, proporção e regra de três não precisam ser tomados como pré-requisitos para esse estudo, mas deve-se considerar a importância do conceito de função.

## ANÁLISE DOS LIVROS

Para apresentar os resultados desta pesquisa, optamos por organizar o quadro 2 que exhibe a quantidade de atividades (atividades resolvidas- AR e atividades propostas- AP) propostas por cada livro didático. Além disso, destaca se a proporcionalidade é explorada de *forma explícita* (E)- as atividades propostas exigem do aluno o entendimento de grandezas proporcionais ou de *forma implícita* (I)- as atividades utilizam grandezas proporcionais, mas o foco é no entendimento da relação de dependência entre essas grandezas, bem como, as várias representações (tabular, algébrica, gráfica, numérica, ...). Optamos também por descrever,



rapidamente, as grandezas envolvidas e classifica-las em grandezas diretamente proporcionais (GDP) e grandezas inversamente proporcionais (GIP).

Quadro 2: Análise referente à unidade e/ou capítulo de função

Livro	Nº AR	Nº AR	Grandezas	Nº AP	Nº AP	Grandezas
<b>LD1</b>	21	1 (E) 4,7%	tempo e distância; (GDP)	92	6 (I) 6,5%	-nº de locações e preço; (GDP) -tempo e nº de litros de certa substância; (GDP) -nº de litros de gasolina e preço; (GDP) -nº de bicicletas e valor da comissão do vendedor; (GDP) -tempo e distância; (GDP)
<b>LD2</b>	54	4 (I) 7,4%	-nº de litros de gasolina e preço; (GDP) -medida do lado do quadrado e perímetro; (GDP) -número de entrada e número de saída, $n=2x$ ; (GDP) -tempo e distância; (GDP)	98	3 (I) 3,1%	-medida do lado do quadrado e diagonal; (GDP) -medida do raio de uma circunferência e comprimento; (GDP) -nº de peças e custo; (GDP) -tempo e distância; (GDP)
<b>LD3</b>	17	1 (I) 5,9%	-nº de litros de gasolina e preço; (GDP)	91	3 (I) 3,3% 1 (E) 1,1% Total= 4,4%	-valor da hora de trabalho e salário do trabalhador; (GDP) -quantidade de água e tempo de vazão; (GDP) -tempo e consumo de energia elétrica; (GDP) -massa de um corpo e deslocamento do ponteiro de uma balança; (GDP)
<b>LD4</b>	21	3 (I) 14,3%	-tempo e distância; (GDP) -nº de copos e preço; (GDP) -nº de passageiros e preço pago por cada um (preço total da viagem fixo); (GIP)	66	4 (I) 6,1%	-quantidade e preço; (GDP) -tempo e distância; (GDP) -nº de litros de gasolina e distância percorrida; (GDP) -nº de pedreiros e nº de dias para executar uma obra; (GIP)
<b>LD5</b>	18	3 (I) 16,5%	-nº de litros de gasolina e preço; (GDP) -medida do lado de um triângulo e perímetro; (GDP) - nº de impressões e preço; (GDP)	81	3 (I) 3,7%	-tempo e quantidade de água; (GDP) - nº de calças jeans e preço; (GDP) -perímetro de um quadrado e diagonal; (GDP)
<b>LD6</b>	19	0	-	52	3 (I) 5,8% 1 (E)	-nº de litros de gasolina e distância percorrida; (GDP) -medida do lado do quadrado e





					1,9%	perímetro; (GDP) -medida do raio de uma circunferência e comprimento; (GDP) -nº de pedreiros e nº de dias para executar uma obra; (GIP) -tempo gasto em uma viagem e velocidade; (GIP)
<b>LD7</b>	19	3 (I) 15,8%	-quantidade de mamona e quantidade de biodiesel; (GDP) -quantidade e preço de um produto; (GDP) -tempo e número de peças produzidas; (GDP)	81	4 (I)4,9%	-nº de pessoas (mortas tabagismo) e tempo; (GDP) -quantidade e preço de um produto; (GDP) -nº de amigos e despesas de cada pessoa (valor total fixo); (GIP) -tempo e gasto calórico; (GDP)

Analisando o quadro 2 constatamos que dos sete livros didáticos, seis exploram mais atividades envolvendo grandezas proporcionais nas atividades resolvidas. Em relação as atividades resolvidas verificamos, também, que apenas o LD1 apresenta uma atividade envolvendo grandezas proporcionais cujo objetivo é além de explorar a relação de dependência entre as grandezas solicita a mobilização do conceito de proporcionalidade. Quanto as atividades propostas todos os livros didáticos escolhem grandezas proporcionais, mas para explorar a relação de dependência entre as grandezas e as várias representações (tabular, algébrica, numérica, gráfica, ...), ou seja, apenas dois livros propõem, cada um, uma (1) atividade que requer que o aluno analise o comportamento das grandezas. Sendo assim, constatamos que a relação entre as várias representações matemáticas estão sendo exploradas pela maioria dos livros didáticos analisados, no entanto, a relação entre os vários conceitos matemáticos ainda fica a desejar, visto que, são propostas várias atividades exigindo do aluno a mobilização dos mesmos conhecimentos. Acreditamos que as atividades propostas poderiam ser em um número menor, mas que explorasse a relação entre vários conceitos e não apenas entre as várias representações, pois a mobilização e coordenação das várias representações não garante a relação entre diferentes conceitos matemáticos.

Em relação a classificação das grandezas envolvidas em grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais verificamos que nas atividades resolvidas a ênfase é para as GDP, apenas o LD4 apresenta uma atividade, na qual as grandezas são inversamente



proporcionais- GIP (esta relação aparece de forma implícita). Nas atividades propostas também a maioria dos livros explora apenas GDP. O LD4 das quatro atividades envolvendo grandezas proporcionais, uma dessas grandezas relacionam-se de forma inversamente proporcionais, mas cabe ressaltar, que esta relação aparece de forma implícita. O LD6 das quatro atividades, duas envolvem grandezas inversamente proporcionais, sendo que uma delas foi proposta de forma explícita. Já o LD7 das quatro atividades envolvendo grandezas proporcionais, uma dessas a relação é inversamente proporcionais.

Antes de realizarmos a análise dos livros, principalmente, o capítulo/unidade de introdução à função esperávamos que houvesse um equilíbrio na quantidade de atividades que envolvem grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, visto a função linear é o modelo matemático da proporcionalidade direta, então, acreditávamos que no capítulo/unidade de função afim a prioridade seria para GDP. No entanto, os dados apresentados no quadro 2 não confirmam nossa expectativa.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante desses resultados, é importante destacar que o conceito de proporcionalidade está relacionado a muitos outros conceitos matemáticos como porcentagem, número racional, função, principalmente, função linear, entre outros. Portanto, requer a mobilização de outros conceitos, em especial, conceito de função para a sua apropriação, bem como, a mobilização e coordenação de várias representações semióticas. No entanto, essas relações não estão sendo privilegiadas pela maioria das propostas dos livros didáticos.

Considerando que o livro didático é o principal recurso utilizado pela maioria dos professores torna-se imprescindível que os autores proponham atividades que foquem mais na relação entre os vários conceitos do que apenas na manipulação de fórmulas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, G. *Razões, proporções e regra de três*. In: Revista do Professor de Matemática, nº8, 1º semestre, 1986.





BARDIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*, Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, Ltda., 1977.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais-Matemática 5ª a 8ª série*. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: SEB, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM)*. Brasília: SEF, 2012.

DAMM, R. F. *Registros de Representação*. In: Machado, Silvia Dias Alcântara. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo. EDUC, pp. 135-153, 2002.

DUVAL, R. *Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática*. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica- Campinas, São Paulo. Papyrus, pp. 11-33, 2003.

LIMA, E. L. *O que são grandezas proporcionais?* In: Revista do Professor de Matemática, nº 9, 2º semestre, 1986.

NUNES, T. *É hora de ensinar proporção*. Disponível <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/hora-ensinar-proporcao-fala-mestre-terezinha-nunes-428131.shtml>. <Acessado em 02/11/2009>.

SOARES, M. A. S. *Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planejamentos das séries finais do ensino fundamental*. Dissertação de mestrado, Unijuí, 2007.