



## A GEOMETRIA DOS ORIGAMIS

Débora Bussolotto<sup>1</sup>

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – câmpus Bento Gonçalves  
[debora.bussolotto@bento.ifrs.edu.br](mailto:debora.bussolotto@bento.ifrs.edu.br)

Marcos Antonio Carraro<sup>1</sup>

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – câmpus Bento Gonçalves  
[marcos.carraro@bento.ifrs.edu.br](mailto:marcos.carraro@bento.ifrs.edu.br)

Marina Rampon<sup>1</sup>

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – câmpus Bento Gonçalves  
[marina.rampon@bento.ifrs.edu.br](mailto:marina.rampon@bento.ifrs.edu.br)

Felipe Luy Valério<sup>2</sup>

Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – câmpus Bento Gonçalves  
[felipe.valerio@bento.ifrs.edu.br](mailto:felipe.valerio@bento.ifrs.edu.br)

**RESUMO:** Nos últimos tempos tem se tornado cada vez mais necessário aos educadores, à elaboração e o planejamento de aulas (atividades) mais práticas, dinâmicas e que permitam a interação dos educandos durante as mesmas. Visando isto, traremos neste artigo o relato da execução de uma oficina matemática, realizada no Instituto Federal de Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul câmpus Bento Gonçalves destinada aos acadêmicos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Física e a professores da rede pública, tendo por objetivo principal, apresentar uma ideia de como abordar conceitos matemáticos da geometria espacial, com a utilização do origami (arte de dobrar papel).

**PALAVRAS-CHAVE:** Origami; Oficina Matemática; Geometria Espacial.

### Introdução

---

<sup>1</sup> Bolsista do programa institucional de bolsas de iniciação à docência - PIBID e acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática.

<sup>2</sup> Professor coordenador do subprojeto PIBID Matemática - Ensino Médio.

<sup>1</sup>Estudantes, Curso Licenciatura em Matemática, IFRS *campus* Bento Gonçalves e bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência.



Geometria Espacial é o estudo da geometria no espaço, onde estudamos as figuras que possuem mais de duas dimensões, essas figuras recebem o nome de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais, são conhecidas como: prisma (cubo, paralelepípedo), pirâmides, cone, cilindro, esfera.

Se observarmos cada figura citada acima, iremos perceber que cada uma tem a sua forma representada em algum objeto na nossa realidade, como: Prisma- caixa de sapato, caixa de fósforos; Cone- casquinha de sorvete; Cilindro-cano PVC, canudo; Esfera- bola de isopor, bola de futebol.

A geometria está por toda parte, desde os tempos mais remotos da nossa existência. A geometria tem sua origem nas areias das antigas civilizações egípcias. Convivemos em nosso cotidiano com ideias de volume, altura, largura e muitos outros conceitos geométricos.

Com esta oficina buscamos minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos, através da visualização e manipulação de sólidos geométricos. As construções abordam noções de geometria espacial visando facilitar a aplicabilidade e a compreensão dos alunos.

Usaremos a arte de dobrar papel, conhecida popularmente por “dobraduras”, no qual conseguimos construir, dentre outras coisas, Poliedros (Poli: muitos, edro: faces). E com essas construções faremos associações matemáticas que levam aos alunos uma maior compreensão da geometria. Possibilitando, também, aos alunos manipularem e construírem sólidos geométricos.

A oficina foi aplicada aos Licenciandos dos cursos de Matemática e Física e a professores da rede pública, com o intuito de posteriormente aplicá-la a alunos do Ensino Fundamental (8º ou 9º ano) e Ensino Médio.

Como afirma Tomoko Fuse (1990), origamista japonesa: “Todo origami começa quando pomos as mãos em movimento. Há uma grande diferença entre conhecer alguma coisa através da mente e conhecer a mesma coisa através do tato”.

### **Montagem das peças**

Apresentamos ao grupo que participou da oficina a proposta da oficina, sua aplicabilidade, e as formas que serão trabalhadas/confeccionadas e seus respectivos objetivos.



Mostraremos passo a passo a construção das peças, diagramas de construção desenvolvidos por Kasahara(1997), e algumas considerações sobre as mesmas.

Para a construção de todas as peças foi utilizado um quadrado (lados iguais) de papel dobradura, folha de ofício ou papel apropriado para origami. As peças utilizadas para construção de sólidos e dedução de fórmulas foi o quadrado (construção na figura 1), o triângulo equilátero (construção na figura 2) e a peça de conexão (construção na figura 3). A peça de conexão é usada para junção de algumas superfícies que não possuem a conexão, lembrando que o origami não usa outros artifícios, somente o papel.

Ao final da oficina foi entregue aos participantes uma caixinha, também feita de origami. O processo de construção da caixinha foi mostrado aos participantes, conforme mostra a figura 4.

- Quadrado:

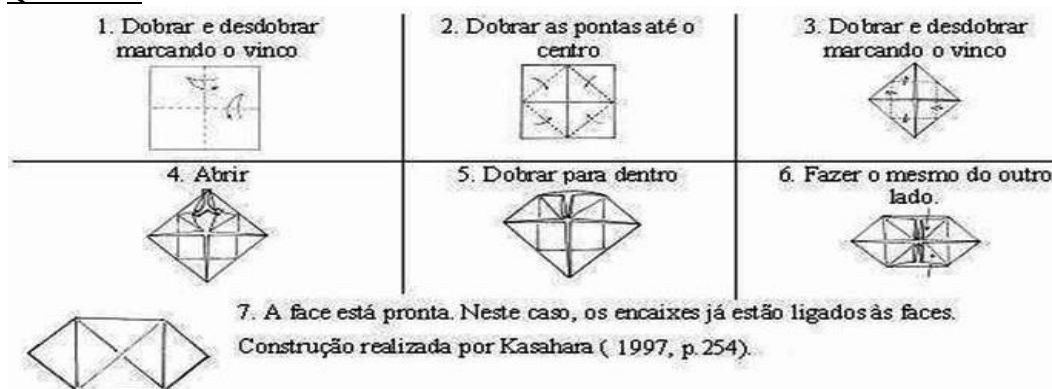


Figura 1 – diagrama de montagem do quadrado em origami.

- Triângulo equilátero:

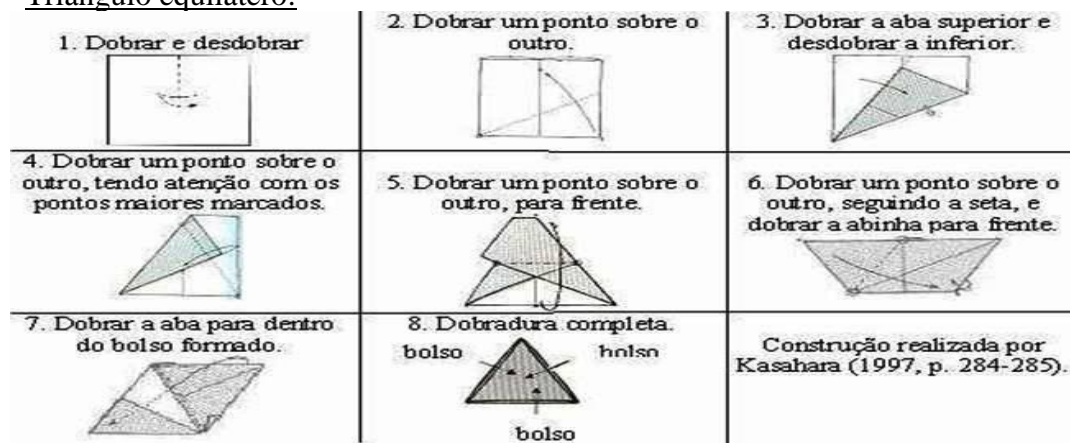


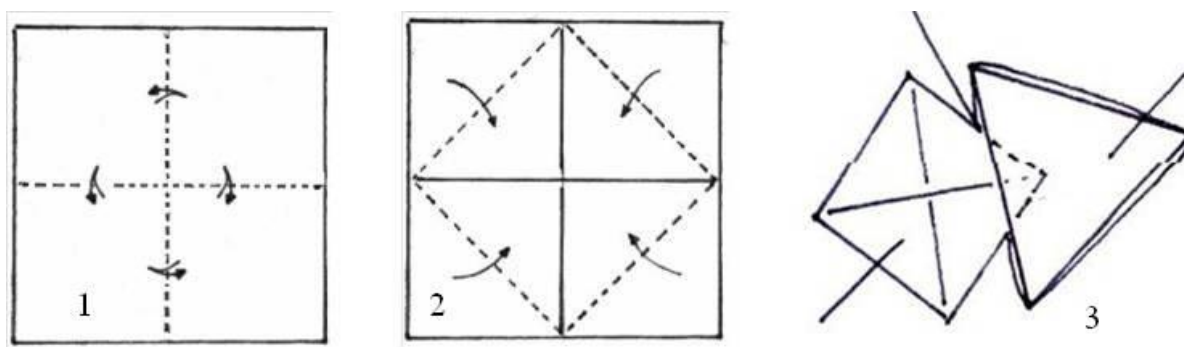
Figura 2 – diagrama de montagem do triângulo equilátero em origami.



- Peça para a conexão das faces (encaixe):

A área do quadrado usado na construção da peça de conexão corresponde a  $\frac{1}{4}$  área do papel utilizado para a construção das outras peças.

1. Dobrar o papel em quatro partes e desdobrar; 2. Dobrar as pontas até o centro do papel; 3. Assim ficará a peça de conexão.

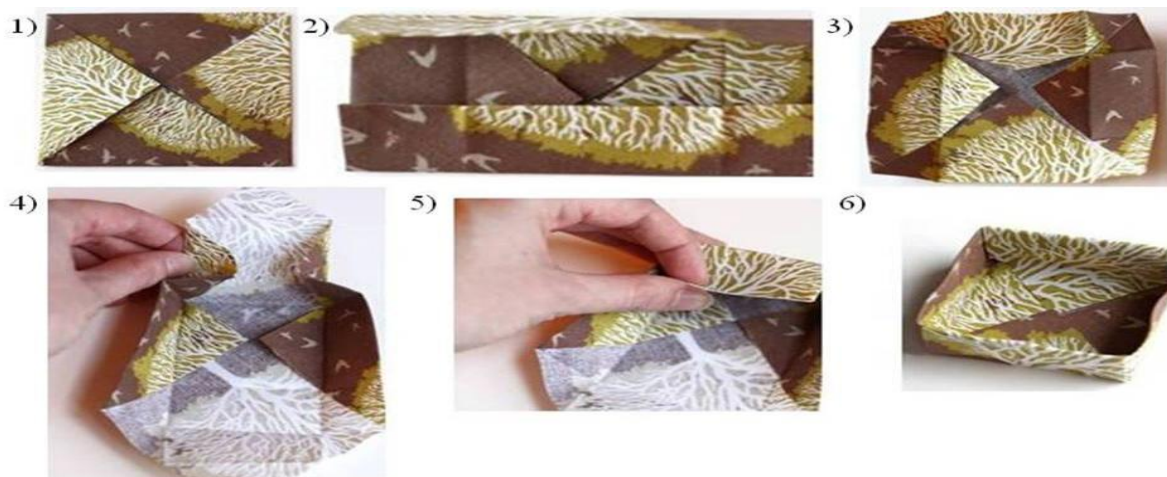


*Figura 3 – diagrama de montagem da peça de encaixe em origami.*

- Caixa:

- 1- Marcar o centro do quadrado e trazer as quatro pontas para o centro e pressione para fazer os vincos.
- 2- Agora traga a borda do quadrado até o centro, faça com os quatro lados, marque bem o vinco.
- 3- Agora você terá quatro marcações que atravessam o quadrado.
- 4- Abra as abas superiores e inferiores triangulares, deixando as abas laterais dobradas dentro. Então aperte os lados da aba superior para dentro.
- 5- Traga a ponta da aba superior sobre o “muro” que acabou de fazer e pressione-o até o fundo da caixa.
- 6- Repita o mesmo procedimento para o outro lado. A sua caixa esta PRONTA!





*Figura 4 – diagrama de montagem da caixa em origami.*

As peças que você montou poderão formar diversos sólidos, alguns apresentados na figura 5, dentre eles: diversos prismas; pirâmides, de bases quadradas ou triangulares; cubos, e outros. Estas e outras formas, podem ser conferidas no blog Origamimat (link disponível nas referências bibliográficas).



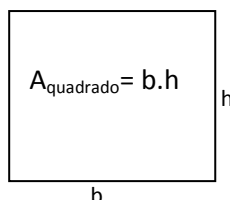
*Figura 5 – sólidos construídos a partir das peças elaboradas.*

### **Conceitos matemáticos com dobraduras**

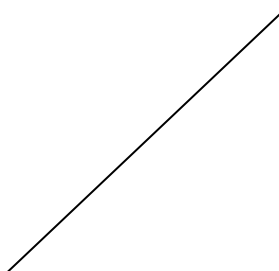
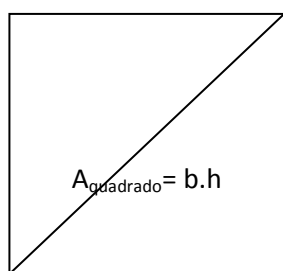
Primeiramente foi realizada a construção do quadrado e do triângulo equilátero. Em seguida deixamos as mesmas separadas para começar a construção de alguns conceitos. As peças foram manuseadas e, através de alguns questionamentos, os participantes tiram diversas conclusões. Através das peças foi possível abordar os seguintes conceitos:



- Mostrar que podemos trabalhar com o quadrado feito em origami, equivalente a uma unidade de média de área e assim trabalhar a construção de quadrados com diferentes medidas.



- Mostrar que a área de um triângulo é a metade da área de um quadrilátero. Consequentemente, com dois triângulos teremos a mesma área de um quadrado.



$$A_t = \frac{A_{quadrado}}{2}$$

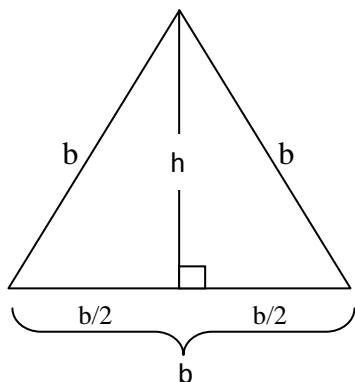
$$A_t = \frac{b \cdot h}{2}$$

Observação: Para todas as variáveis que serão apresentadas, vale a notação:

A= área      b= base      h= altura

- Usando o triângulo equilátero feito com dobraduras, calcular sua área em função apenas da base.

$$b^2 = \frac{b^2}{4} + h^2 \rightarrow 4b^2 - b^2 = 4h^2 \rightarrow \frac{3b^2}{4} =$$



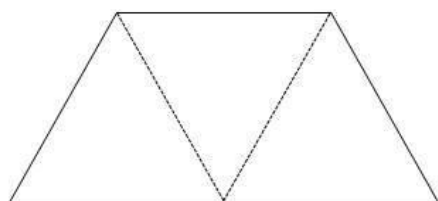
$$A_{triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A_{triângulo} = \frac{b}{2} * \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

$$A_{triângulo} = \frac{b^2\sqrt{3}}{4}$$



- Mostrar a construção da fórmula da área do trapézio, utilizando três triângulos equiláteros:

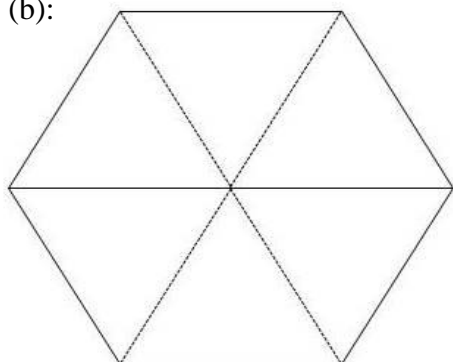


$$A_{\text{trapézio}} = 3 \cdot \left( \frac{b \cdot h}{2} \right)$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{3b \cdot h}{2}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{(2b + b) \cdot h}{2}$$

- Construir a fórmula do hexágono unindo seis triângulos equiláteros em função de seus lados (b):



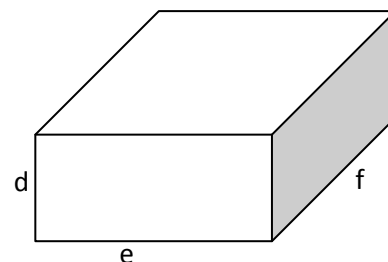
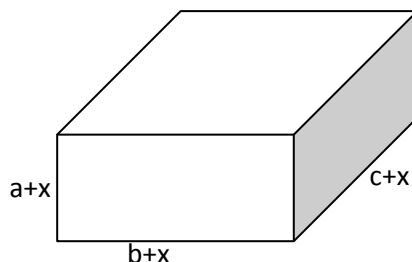
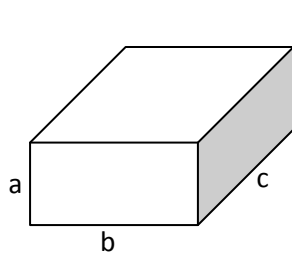
$$A_{\text{Hexágono}} = 6 \cdot \left( \frac{b \cdot h}{2} \right) \rightarrow$$

$$A_{\text{Hexágono}} = 3 \cdot (b \cdot h)$$

Ou

$$A_{\text{Hexágono}} = 6 \cdot \left( \frac{b^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3b^2 \cdot \sqrt{3}}{2}$$

- Trabalhar polinômios usando caixas. Calcular a área e o volume desse sólido.



Para as equações a seguir, vale a notação das variáveis: A = área; V = volume; a, b, c = lados da caixa original; x = valor em unidade de medida que a caixa passou a ter a mais que a original; d, e, f = novos valores dos lados da caixa, quando soma-se x.

$$d = (a + x); \quad e = (b + x); \quad f = (c + x)$$

$$d \cdot e = (a + x)(b + x); \quad e \cdot f = (b + x)(c + x); \quad d \cdot f = (a + x)(c + x)$$

$$A_{\text{caixa}} = 2(de + ef + df)$$

$$A_{\text{caixa}} = 2((a + x)(b + x) + (b + x)(c + x) + (a + x)(c + x))$$

$$A_{\text{caixa}} = 2(ab + bc + ac + 2ax + 2bx + 2cx + 3x^2)$$

$$A_{\text{caixa}} = 3x^2 + 4x(a + b + c) + 2(ab + bc + ac)$$



$$V_{caixa} = d.e.f$$

$$V_{caixa} = (a + x). (b + x). (c + x)$$

$$V_{caixa} = (ab + ax + bx + x^2). (c + x)$$

$$V_{caixa} = (abc + x(ab + bc + ac) + x^2(a + b + c) + x^3$$

## Considerações

A geometria está presente no nosso dia-a-dia, e por fazer parte dele é que se torna de grande importância seu estudo. Pois convivemos diariamente com ideias de altura, volume, largura; e os origamis vieram para auxiliar nessa exploração.

A oficina nos possibilitou interagir com diferentes metodologias de trabalho e aplicação de conceitos, fórmulas e figuras, pois conseguimos ir além das figuras geométricas, construídas em papel, buscamos suas relações com o ensino da matemática.

A técnica desenvolvida despertou grande interesse nos participantes, no momento em que se tornou algo dinâmico, pois possibilitou o manuseio e montagem das peças e diferentes figuras com elas, podendo assim elaborar a construção das fórmulas.

Nossa expectativa era possibilitar um maior entendimento da parte dos alunos e professores quanto à geometria, e que esta os permita construir figuras e, a partir delas, chegarem as suas próprias conclusões quanto aos conceitos matemáticos envolvidos.

## Referências

KASAHARA, K., *Origami Omnibus*. Tokio: Japan Publications, Ins, 1998. **Origami Omnibus**: Paper folding for everybody. 20. ed. Tokyo, New York: Japan Publications, 2005.

FUSE, Tomoko; *Unit Origami: Multidimensional Transformation* Japan Publications April 1990

<http://origamimat.blogspot.com/2009/02/poliedros-de-platao-1-curiosidades.html>

Acessado em: 30/08/2011