

ISSN 2316-7785

## OFICINA DE PAVIMENTAÇÃO COM QUADRADOS E TRIÂNGULOS EQUILÁTEROS

Thaiz Fernandes Alvarenga  
Universidade Federal do Espírito Santo  
thaizfa@msn.com

Rayssa Rocha Silva  
Universidade Federal do Espírito Santo  
rochasra@hotmail.com

Julia Schaetzle Wrobel  
Universidade Federal do Espírito Santo  
juliasw@gmail.com

### Resumo

Trata-se de um relato de uma Oficina sobre pavimentação aplicada por bolsistas do Programa Institucional de Bolsa e Iniciação a Docência - PIBID matemática - UFES. O objetivo da atividade foi trabalhar alguns conceitos geométricos, tais como quadrados e triângulos, retas paralelas e perpendiculares, construções geométricas com régua, compasso e esquadro, e também o conceito a pavimentação. A oficina foi aplicada em três turmas de oitavo ano de escolas/parceiras da rede municipal de vitória - ES. Em cada turma foi feito um passo a passo, desde a construção das figuras geométricas, até sua colagem, para que no final, estivesse pronta a pavimentação. Além de conceitos matemáticos, nossa intenção foi mostrar uma matemática bonita, interessante, que despertasse no aluno o desejo de aprender. E essa meta foi alcançada.

**Palavras-chave:** Oficina de Pavimentação; Geometria plana; Quadrados; Triângulos.

### 1. Introdução

Este trabalho relata a experiência de aplicação da Oficina de Pavimentação, usando quadrados e triângulos eqüiláteros em turmas de oitavos anos de escolas da rede municipal de Vitória – ES, realizada por bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – Pibid. Nossa meta principal foi trabalhar conceitos matemáticos no contexto de pavimentação. Abordamos a classificação de triângulos quanto aos lados e ângulos, retas paralelas e perpendiculares, definição de quadrados, e a construção dessas figuras geométricas com régua, compasso e esquadro, transmitindo aos alunos uma atividade diferente do dia a dia de aulas tradicionais de matemática.

O principal objetivo da atividade era fazer com que os alunos relembrassem e desenvolvessem esses conceitos matemáticos citados, além de realizarem trabalho em equipe, e conhecer outras formas de ensino-aprendizagem.

## 2. Pavimentações

Pavimentar consiste em cobrir superfícies planas com figuras geométricas regulares ou não, de um tipo ou mais, sem deixar falhas entre as figuras e sem sobreposição entre elas. Os padrões geométricos obtidos pelas pavimentações são observados na natureza, como por exemplo, os favos de mel, as calçadas, os azulejos aplicados nas nossas cozinhas e banheiros.



Figura 1 – Pavimentações no dia a dia

Nessa oficina, trabalhamos as pavimentações regulares em que os ladrilhos são polígonos regulares congruentes. Das figuras geométricas regulares, apenas o quadrado, o hexágono regular e o triângulo equilátero pavimentam o plano, pois ao verificar a soma dos ângulos internos ao redor de um vértice dessas figuras, percebe-se que somente esses três polígonos têm soma igual a  $360^\circ$ .

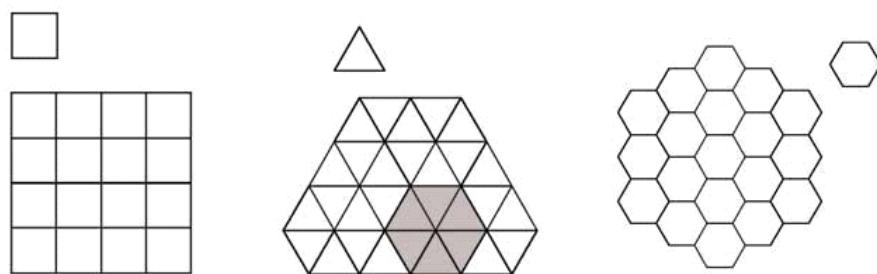


Figura 2 - Polígonos regulares que pavimentam

### 3. Pavimentações com Triângulos Equiláteros e Quadrados

A oficina de pavimentação utilizando triângulos e quadrados foi aplicada em três turmas do oitavo ano da rede pública municipal de Vitória-ES. De início fizemos perguntas aleatórias sobre conceitos matemáticos envolvendo triângulos e quadrados para medirmos o nível dos alunos em relação aos mesmos. Percebemos então suas dúvidas para conceituar os triângulos.

#### I. O que são triângulos:

Os alunos sabiam definir a figura geométrica triângulo, porém tiveram dificuldades em classificá-la de acordo com seus ângulos e lados. Falamos da definição como *todo polígono com três lados e consequentemente três vértices e três ângulos* (DANTE, 2005, p.201).

Explicamos a classificação dos triângulos quanto aos seus ângulos internos e seus lados.

#### A. Classificação quanto aos ângulos (DANTE, 2005, p.202):

Para facilitar o entendimento dos alunos e já termos compreendido suas dificuldades e dúvidas, conceituamos ângulos internos agudos, retos e obtusos (IEZZI et al, 2005, p.80) antes da classificação dos triângulos.

- a) Ângulo Agudo é *qualquer ângulo cuja medida é menor que  $90^\circ$* ;
- b) Ângulo Reto é *o ângulo cuja medida é  $90^\circ$* ;
- c) Ângulo Obtuso é *qualquer ângulo cuja medida é maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$* .

A partir daí, classificamos os triângulos (DANTE, 2005, p. 202).

i. *Acutângulo* quando os três ângulos são, ou seja, três ângulos cuja medida é menor que  $90^\circ$ ;

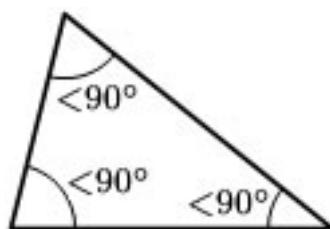


Figura 3 - Triângulo acutângulo

ii. *Retângulo* tem um ângulo interno reto e dois agudos, ou seja, possui um ângulo que possui  $90^\circ$ . Assim os seus lados estão localizados em retas perpendiculares;

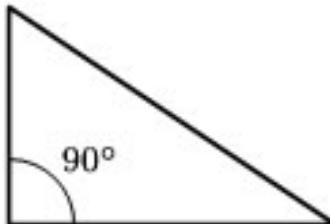


Figura 4 - Triângulo retângulo

Este triângulo é o mais utilizado em sala de aula, com isso, ao mostrar sua figura, os alunos identificaram rapidamente.

iii. *Obtusângulo* quando tem um ângulo obtuso e dois agudos, ou seja, possui um ângulo cuja medida é maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$ .

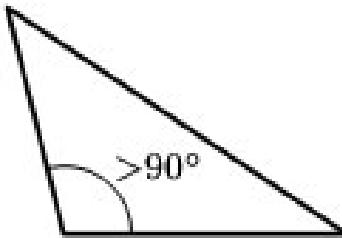


Figura 5 - Triângulo obtusângulo

Os alunos tiveram dificuldades em assimilar a classificação dos triângulos com suas definições, com isso, mostramos a semelhança destes nomes e a classificação de ângulos.

b) Classificação quanto aos lados (DANTE, 2005, p.202):

i. Triângulo equilátero: possui os *três lados com medidas iguais*. Um triângulo equilátero é também equiângulo, ou seja, todos os seus ângulos internos são congruentes (medem  $60^\circ$ ), sendo, portanto, classificado como um polígono regular.

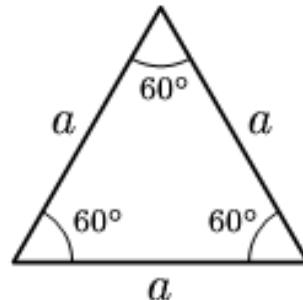


Figura 6 - Triângulo equilátero

Ao perguntar o que é um triângulo equilátero, os alunos relutaram a responder. Somente quando mostramos uma figura eles se arriscaram em dizer que era um triângulo com todos os lados iguais.

ii. Triângulo isósceles: *apresenta dois lados com medidas iguais.*

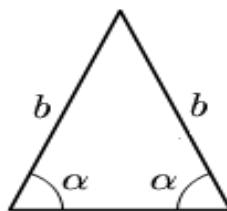


Figura 7 - Triângulo Isósceles

Alguns alunos tiveram dúvida em visualizar os dois lados iguais do triângulo isósceles que mostramos, e então medimos os lados junto com os alunos e comprovamos que o mesmo tinha dois lados iguais.

iii. Triângulo escaleno: *três lados têm medidas de comprimento diferentes.* Os ângulos internos de um triângulo escaleno também possuem medidas diferentes.

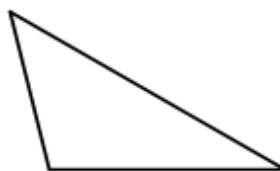


Figura 8 - Triângulo Escaleno

Ao final dessas definições, mostramos diversos triângulos aleatoriamente para que os alunos pudessem classificá-los. Os alunos mostraram bastante segurança e responderam corretamente todos as figuras apresentadas.

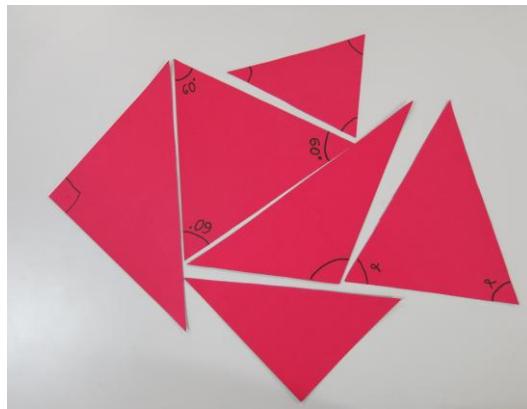


Figura 9 - Diferentes triângulos para classificação

## II. O que são quadrados:

Para introduzir o conceito e trabalhar a construção do quadrado, fizemos mais algumas perguntas.

- a) O que são retas paralelas?

Nesse momento, todos se calaram. Um olhava para o rosto do outro, e então entendemos que ninguém sabia a resposta para essa pergunta. Explicamos então que duas retas distintas de um plano são *paralelas* quando *não possuem pontos comuns* (SILVEIRA; MARQUES, 1995, p. 211).

Dispondo de canudos colados no quadro simulando dois segmentos de retas distintas, colocamos esses canudos em posições de modo que as retas formadas por esses segmentos fossem paralelas ou não e esperávamos suas respostas sobre o mesmo.

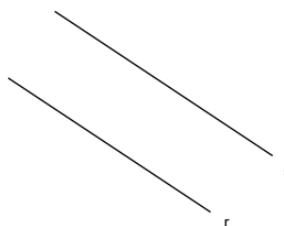


Figura 10 - Retas Paralelas

Por fim, todos sabiam responder quando duas retas são paralelas ou não.

- b) O que são retas perpendiculares?

Mesmo que não soubessem responder corretamente, muitos fizeram referência ao ângulo reto. Definimos retas *perpendiculares* quando *são concorrentes e formam ângulos retos*. Retas concorrentes são aquelas que *possuem um único ponto em comum* (SILVEIRA; MARQUES, 1995, p. 211-212).

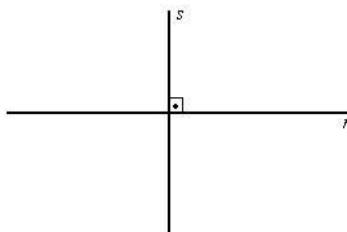


Figura 11 - Retas Perpendiculares

Depois da explicação, novamente com o auxílio dos canudos, agora em posições diferentes, os alunos foram indagados se as retas formadas a partir desses segmentos eram perpendiculares ou não. Eles discutiram sobre o que foi dito durante a apresentação e em alguns momentos chegavam a conclusões divergentes, mas no fim se convenceram e chegaram à resposta esperada.

i. E então o conceito esperado: Quadrado.

Mesmos todos sabendo identificar um quadrado, ao perguntarmos se poderiam conceituar quadrado, o silêncio se mostrou presente e as respostas resumiam-se em “Ora, é um quadrado!”, Pedimos então para que descrevessem mais, pensando no que foi discutido anteriormente a respeito de retas. Os alunos diziam apenas o fato de possuir quatro lados. Instigamos: mas o retângulo, o paralelogramo também possuem quatro lados. O que os diferem? Infelizmente tivemos que apresentar o conceito: *Um quadrado é um paralelogramo com quatro lados e quatro ângulos congruentes* (SILVEIRA; MARQUES, 1995, p.231)

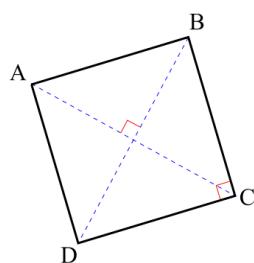


Figura 12 - Quadrado

Após comentários sobre os conceitos, fizemos a construção de triângulo com régua e compasso e do quadrado com régua e esquadro.

#### 4. Construção do triângulo com régua e compasso

Mostramos o instrumento *compasso*. Perguntamos o seu nome e para que serve tal objeto. As respostas foram variadas, mas alguns alunos o conheciam: "um objeto para desenhar um círculo".

Apresentamos detalhadamente cada passo da construção e os alunos produziram seus triângulos (Figura 13). Nossa proposta era a construção de vários triângulos equiláteros para pavimentar uma região plana.

- 1- Traçar um dos lados (5cm) e marcar os pontos 0 e 5;
- 2- Com o compasso: traçar um arco de circunferência de centro 0 (onde coloca a agulha do compasso) e raio maior que 5cm (abertura do compasso);
- 3- Desenhar um arco de circunferência de centro 5 (colocar a agulha do compasso na outra extremidade do primeiro lado) e raio maior que 5cm.
- 4- O ponto de interseção dos dois arcos é o terceiro vértice do triângulo.
- 5- Traçar com a régua os outros dois lados do triângulo.



Figura 13 - Construção do triângulo equilátero com régua e compasso

## 5. Construção do quadrado com régua e esquadro

Antes mesmo do início da atividade, tão logo os alunos receberam o novo material, vieram as dúvidas sobre a "régua triangular", e então explicamos cada parte do esquadro. Construímos então com os alunos o passo a passo, mostrando como construir paralelas e perpendiculares, e cada um fez seu quadrado (Figura 14).

- 1- Traça um segmento de reta AB.
- 2- Na extremidade (A) traça uma perpendicular (AC) (usando o esquadro).
- 3- Traça outra perpendicular (BD) na extremidade (B). Note que BD é paralela a AC.
- 4- Para finalizar a construção geométrica do quadrado, une os pontos D e C com um segmento de reta paralela à AB.



Figura 14 - Construção do quadrado

## 6. Construção da pavimentação

O próximo passo era mostrar o que essas figuras geométricas, quadrados e triângulos, têm a ver com pavimentação já que essa foi a nossa proposta inicial. Mas antes disso, observamos que eles estavam juntando os triângulos e quadrados que tinham em suas mesas, e tentavam formar uma pavimentação.

Optamos por começar a confecção da pavimentação. Dividimos a turma em duplas e cada dupla recebeu uma tesoura, um molde (triângulo ou quadrado) e metade de uma folha de papel cartão. Pedimos para que as duplas riscassem por volta do molde no papel cartão, transferindo o molde para o papel, e cortassem em cima dos riscos (quadrados ou triângulos) assim que tivessem preenchido toda a folha (Figura 15).



Figura 15 - Alunos produzindo os triângulos e quadrados

Em seguida, iniciamos a produção do painel (Figura 16).

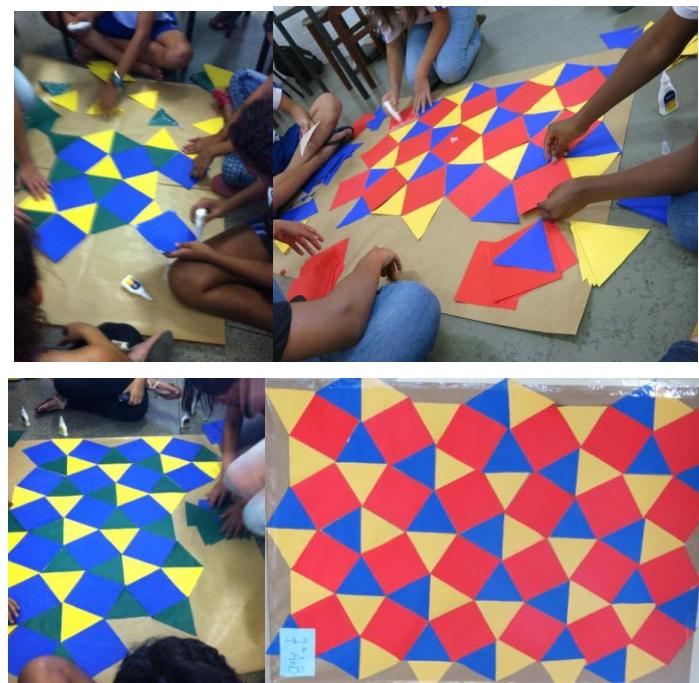


Figura 16 - Alunos montando a pavimentação

Ao fim, os alunos puderam vislumbrar o fruto do trabalho que fizeram coletivamente. E foi muito gratificante ver que eles apreciaram a atividade. Um dos alunos disse que essa foi a melhor aula de matemática que ele já teve. Para nós, esses comentários nos motivou muito pois a finalidade dessa aula era, no fundo, justamente buscar no aluno a vontade de estudar matemática, e essa meta foi cumprida. Além disso a receptividade das escolas, e os elogios feitos por outros professores e pela coordenação ao trabalho dos alunos também valeram muito.

Como *feedback* da atividade, solicitamos aos alunos que escrevessem sobre ela. As Figuras 18, 19 e 20 mostram a opinião dos alunos:

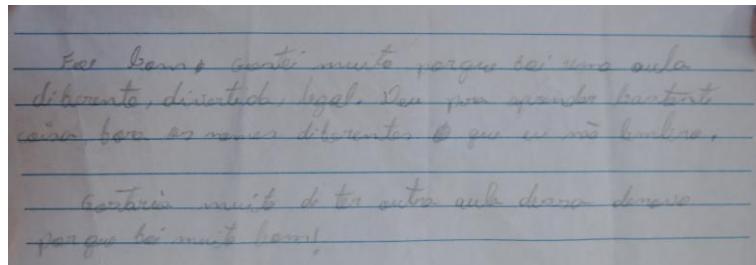
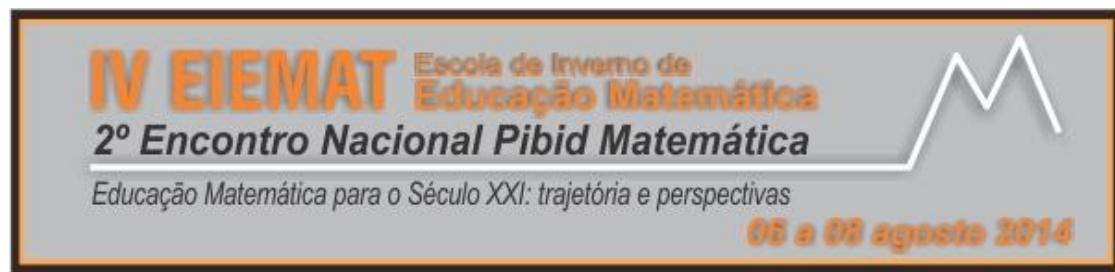


Figura 18 - Comentários do aluno 1 sobre o resultado da Oficina de Pavimentação

Transcrição da Figura 18: *Foi bom, gostei muito porque foi uma aula diferente, divertida, legal. Deu para aprender bastante coisa, fora os nomes diferentes que eu não lembro. Gostaria muito de ter outra aula dessa, de novo, porque foi muito bom.*

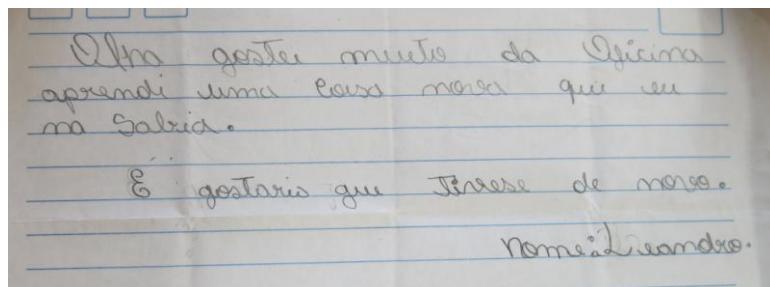


Figura 19 - Comentários do aluno 2 sobre o resultado da Oficina de Pavimentação

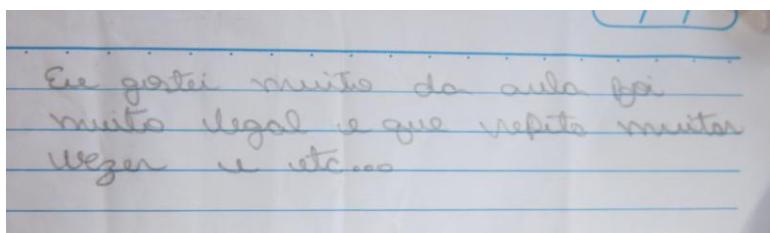


Figura 20 - Comentários do aluno 3 sobre o resultado da Oficina de Pavimentação

Além das turmas de oitavo ano, a Oficina de Pavimentação também foi aplicada nas demais turmas de ambas as escolas, por outros membros do PIBID-Matemática/UFES, usando essas e outras figuras e formando pavimentações diferentes. O resultado encontra-se na Figura 21.

**IV EIEMAT** Escola de Inverno de  
Educação Matemática

**2º Encontro Nacional Pibid Matemática**

*Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas*

**05 a 08 agosto 2014**



Figura 21 - Pavimentações nas escolas.

## 7. Considerações Finais

Neste artigo, apresentamos a experiência de aplicação de uma Oficina de Pavimentação em duas escolas da Rede Municipal de Ensino de Vitória-ES, valendo-se das figuras geométricas: triângulo e quadrado. Apresentamos novas ferramentas matemáticas, o compasso e o esquadro, que foram usados para construir as figuras geométricas da pavimentação. Nossa intenção, além de ensinar conceitos e formas era trazer os alunos pra sala de aula de matemática, mostrando que eles podem sim se interessar e surpreender com essa matéria. Basta que tenha o estímulo adequado.

## 8. Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho, por meio do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica - Pibid.

## 9. Referências

- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**: 5a série. São Paulo: Ática, 2005.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. **Matemática e Realidade**: Ensino Fundamental, 7<sup>a</sup> série. São Paulo: Atual, 2005.
- SILVEIRA, Énio; MARQUES, Cláudio. **Matemática**: 5a série. São Paulo: Moderna, 1995.