



LÓGICA & AÇÃO: UMA ABORDAGEM PARA ENIGMAS DE RACIOCÍNIO LÓGICO

Bruno Marques Collares

UFRGS

collares.bruno@hotmail.com

Elisabete Zardo Búrigo

UFRGS

elisabete.burigo@ufrgs.br

Resumo

O presente trabalho apresenta alguns resultados da experimentação de uma proposta de atividade para o Ensino Médio que envolve a resolução de enigmas lógicos com a utilização de materiais concretos. Buscamos apoio na teoria piagetiana sobre o pensamento formal para a compreensão dos raciocínios dos adolescentes, e para interpretar as possíveis soluções apresentadas por eles. A partir do registro das falas dos alunos, analisamos seus processos de resolução dos enigmas. A partir da análise da experimentação, consideramos que os alunos participantes estão em transição entre formas de pensar, entre o concreto e o formal.

Palavras-chave: Enigmas lógicos; Pensamento formal; Educação Matemática

Introdução

O presente trabalho apresenta uma experiência de abordagem de enigmas¹ realizada com estudantes do Ensino Médio. Foi elaborado um conjunto de atividades de resolução de desafios lógicos, em que os alunos pudessem representar as situações de diferentes maneiras, verbais ou não verbais, com encenações ou dramatizações, e utilizando eventualmente materiais auxiliares. Com essa proposta, foi organizado um conjunto de oficinas com um grupo de alunos do 3º ano do Curso Normal do Instituto Dom Diogo de Souza, em Porto Alegre. Essas oficinas ocorreram no contra-turno escolar.

Para analisar as soluções apresentadas pelos alunos e o pensamento expresso nos argumentos, buscaremos apoio teórico na teoria de Jean Piaget, quando fala das operações

¹ Consideramos enigmas como sendo problemas que envolvem deduções na sua resolução.



formais, fase de desenvolvimento apontada como sendo característica da adolescência. Após, apresentaremos duas situações das oficinas realizadas com os alunos. Por fim, nas considerações finais, apresentaremos uma discussão sobre os resultados encontrados.

O pensar do adolescente

O público-alvo desta proposta de abordagem de enigmas é o Ensino Médio, predominantemente cursado por adolescentes. Por isso buscaremos compreender a etapa das operações formais, fase de desenvolvimento da qual fazem parte, de acordo com a teoria piagetiana.

A partir de uma visão comparativa sobre dois dos estágios de desenvolvimento segundo Piaget, buscaremos destacar as grandes vantagens cognitivas que os adolescentes podem possuir com relação às crianças.

O estágio que Piaget denomina como das operações concretas é característico das crianças com em torno de 8 a 11 anos de idade. Nesta fase, segundo a teoria piagetiana, as crianças podem apresentar progressos significativos com relação àquelas que estão no estágio pré-operacional, anterior ao das operações concretas. Flavell (1988) destaca as seguintes características do estágio operatório concreto:

Sua superestrutura cognitiva consiste de sistemas em equilíbrio, ou seja, conjuntos altamente coesos de operações reversíveis (agrupamentos lógicos e infralógicos, etc.) que a tornam capaz de organizar e de estabilizar o mundo de objetos e de acontecimentos num grau totalmente vedado à criança mais nova (FLAVELL, 1988, p. 208).

Outras diferenças podem ser observadas quando comparamos uma criança com um adolescente no estágio das operações formais. Uma das possíveis limitações de uma criança em comparação com um adolescente é que “o ponto de partida das operações concretas [...] é sempre o real e não o potencial” (Ibid., p. 208). Ou seja, o estágio operatório concreto tenderá a se ater ao real como ponto inicial, apesar de em alguns momentos poder de



maneira limitada ambicionar a categoria potencial: “Ela (a criança) é capaz de extrapolar de maneira limitada [...] esta ordenação para uma situação ausente” (Ibid., p. 208). Por exemplo, se dermos uma série comparativa contendo objetos na ordem $A < B < C$, é possível que a criança do estágio operacional concreto consiga antecipar os próximos elementos não ordenados da série, digamos D, E (Ibidem). Deve-se notar que o ponto de partida para esta dedução dos elementos D e E é a existência dos elementos A, B e C, ou seja, o pensamento parte do real e atinge um potencial, não o contrário.

A partir deste quadro, podemos compreender quais são os grandes possíveis avanços das operações formais em comparação ao predecessor. As operações formais compõem um estágio que segundo Flavell “constitui o ápice do desenvolvimento intelectual” (1988, p. 207), e que se caracteriza, primeiramente, pela coordenação integrada das capacidades até então reconhecidas nas fases anteriores. Agora parece haver uma maior possibilidade de controle dessas características, com uma integração pouco a pouco construída, que poderá permitir ao adolescente a formulação de hipóteses. Nesta fase, o real passa a ser apenas um caso particular em meio a tantas outras possibilidades. Acrescentam-se ao vocabulário do adolescente expressões como “Vamos supor que” e “Se acontecer isto, então a consequência será ...”. As deduções referem-se às hipóteses, não mais apenas às situações reais ou concretas.

Esse salto é o principal que se pode notar na comparação entre uma criança e um adolescente, de acordo com a teoria piagetiana. Esta comparação nos fornece uma grande ferramenta para entendermos determinadas respostas dadas pelos adolescentes, e por que razões os alunos em questão apresentaram estes ou aqueles argumentos.

A oficina

Foram realizados quatro encontros. Para cada encontro foi selecionado um conjunto de enigmas extraídos de livros e revistas (PEREIRA, 2006; SMULLYAN, 2008; STANGROON, 2010; MORICONI, 2010; VELOSO, 1992). Os alunos, em alguns



momentos, receberam com o enigma um material concreto de apoio. Nos encontros estavam presentes cinco alunos, aos quais nos referiremos pelos nomes fictícios Daniel, Evelise, Amanda, Taís e Emília; os alunos foram divididos em dois grupos, um com Daniel e Evelise (Grupo 1) e outro com Amanda, Taís e Emília (Grupo 2). Para a coleta dos dados, foi utilizada uma câmera digital com o intuito de gravar a fala dos alunos, e foi feito o registro fotográfico de algumas cenas.

Das oficinas, vamos destacar dois momentos que julgamos serem interessantes, do ponto de vista cognitivo. Em ambos, foi possível perceber traços do que a teoria piagetiana considera serem características do pensamento formal.

Na primeira ocasião destacamos uma característica fundamental do pensamento formal: a dedução por hipóteses. Os grupos receberam o seguinte enigma: “Temos oito moedas rigorosamente iguais na sua aparência exterior. No entanto, uma delas é falsa e pesa menos que as outras sete. Como descobrir qual é falsa fazendo apenas duas pesagens numa balança de pratos? (VELOSO et al; 1992, p. 16)”. Para auxiliar na resolução, os grupos receberam um jogo de oito moedas idênticas.



Figura 1: Conjunto de oito moedas utilizadas pelos grupos

O enigma nos desafia a realizar apenas duas pesagens numa balança de pratos que revelariam com garantias o conhecimento da moeda falsa. Percebemos em ambos os grupos



uma primeira tentativa de pesagem, colocando-se quatro moedas em cada prato, eliminando um destes conjuntos de quatro moedas, e por fim realizando-se a segunda pesagem com duas moedas em cada mão, o que não nos dá a solução do enigma. A segunda atitude também percebida em ambos os grupos foi pesar as moedas colocando num prato uma moeda a mais que no outro. Não demorou aos alunos perceberem que, mesmo colocando 3 num prato e 2 no outro, ou colocando 4 e 3, entre outras configurações similares, o prato com mais moedas sempre seria mais pesado, impossibilitando a conclusão sobre onde estaria a moeda mais leve. Após várias tentativas de primeira pesagem com as configurações 2 e 2, 1 e 1, e aquelas em que se colocava uma moeda a mais num dos pratos, os alunos chegaram à configuração 3 e 3, que é o ponto de partida para resolvermos o desafio.

O trecho que se segue foi coletado durante a fala de Taís, do grupo 2.

Taís argumenta: “Professor, olha só. Deixa eu te explicar a lógica. A gente vai fazer 3 e 3, a gente tem as duas hipóteses. Se nenhuma dessas aqui...” – Taís faz o gesto das balanças com as mãos, com três moedas cada, se equilibrando, o que nos faria descartar todas as seis primeiras moedas – “Descarta as seis. A segunda pesagem aqui vai dar...óbvio!” - afirmando que a segunda pesagem nos mostra a moeda mais leve. O que podemos notar nesta fala são alguns elementos chave que diferenciam a maneira de pensar de um adolescente e de uma criança. Por exemplo, Taís, no início de sua fala afirma “(...) a gente tem as *duas hipóteses*. Se nenhuma (...) descarta as seis”. Esta fala da aluna nos indica que, apesar de estar utilizando as moedas como um aparato concreto de auxílio na solução do enigma, ela salta para o mundo hipotético e começa a alçar proposições, marcadas pelo termo “hipóteses” e pela conjunção condicional “se”, implicando no final a conclusão que descarta as seis primeiras moedas. A fala “A segunda pesagem aqui vai dar... óbvio” parece exprimir que Taís resolveu o enigma mentalmente, logo após descartar as primeiras seis moedas utilizadas na primeira pesagem. Ou seja, a primeira parte do enigma foi resolvida com auxílio das moedas e, num segundo plano, a aluna resolveu mentalmente sem precisar tomar posse dos objetos.



Figura 2: Taís utilizando as moedas fornecidas ao grupo

Na segunda ocasião que iremos destacar, o grupo 1 resolvia o seguinte enigma: “Estão presentes em uma ilha deserta um doutor cirurgião, e três pacientes que necessitam de uma cirurgia para continuar vivendo. O doutor levou consigo apenas dois pares de luvas, mas tem que realizar três cirurgias. Como ele fará as três cirurgias?” (MORICONI, 2010, p. 79).

Para este enigma, cada grupo recebeu dois pares de luvas médicas.



Figura 3: Par de luvas recebido pelos grupos

O desafio em questão era descobrir como o médico poderia realizar três cirurgias em três pacientes distintos com apenas dois pares de luvas. O contexto inverossímil do



problema – cirurgia numa ilha deserta – não provocou estranhamento entre os alunos, que parecem ter compreendido o objetivo da questão. O fato do enigma tratar de uma situação aparentemente irreal não foi obstáculo para que os alunos o resolvessem.

No trecho a seguir, coletado a partir da gravação da fala dos dois alunos envolvidos, iremos notar outra característica reveladora do pensamento formal.

Daniel explica uma solução encontrada: “Eu faço a cirurgia com essa aqui [com o primeiro par de luvas], normal, a primeira limpa [primeiro par limpo], aí eu tiro, tá sujo” - Daniel tira o primeiro par, pois estão supostamente sujas. Neste momento ele retira as luvas realizando um movimento que as deixa do avesso no momento em que saem das mãos, puxando pela manga - “Eu tiro e agora coloco a outra que tá limpinha” - veste o outro par de luvas limpas nas mãos nuas – “Aí eu coloco, faço a segunda cirurgia. Aí pra terceira eu coloco a outra [o outro par] que tá do avesso e faço a terceira cirurgia” - realizando o movimento de colocar o outro par que já estava do avesso sobre o par que se encontra vestido nas mãos, com certa dificuldade, pois as luvas são bastante aderentes. Evelise entra na discussão.

Evelise: “Tá! Não precisa colocar a terceira” - aqui Evelise intervém argumentando que Daniel não precisaria colocar novamente o último par do avesso, dada a dificuldade em encaixá-la nas mãos, pois a demonstração da solução já havia sido suficiente, segundo ela. Podemos notar um salto que Evelise dá, passando a lidar com o problema de uma maneira hipotética, e isso se nota a partir do momento em que ela diz não ser necessário colocar as luvas para encenar a terceira cirurgia.



Figura 4: Daniel tentando colocar dois pares de luvas ao mesmo tempo, com certa dificuldade

Em ambos os casos relatados, tanto o da moeda quanto o das luvas, percebeu-se um pequeno salto entre a utilização dos materiais concretos e a apropriação da maneira hipotética de se pensar. No enigma das moedas, assim que Taís descartou o primeiro caso, encontrou a solução mentalmente sem utilizar as moedas para ilustrar a segunda pesagem, ela deduziu hipoteticamente. No segundo caso, Daniel utilizava as luvas para resolver e subitamente Evelise o interrompeu afirmando não ser necessário demonstrar com as luvas. Podemos considerar, assim, que os alunos em questão apresentam algumas características de sujeitos em transição entre formas de pensamento, pois em momentos utilizaram os objetos fornecidos para apresentar e testar seus argumentos, e noutros passaram a deduzir sem precisarem do auxílio dos materiais.

Considerações finais

Nas situações apresentadas com os alunos nas oficinas, percebemos características do pensamento formal presentes nas falas e nas posturas tomadas pelos estudantes. Em



primeiro lugar, a situação do enigma do médico é completamente irreal; não nos parece plausível que três cirurgias sejam feitas em meio a um deserto, e com apenas dois pares de luvas, se tratando, portanto, de uma situação imaginária. Para resolvê-lo, é necessário que nos desapeguemos do real e nos direcionemos exclusivamente para a situação hipotética da utilização das luvas, a fim de solucionar o enigma, sem nos preocuparmos se o cenário é um deserto ou um local inóspito. Este desapego é uma característica que diferencia o adolescente de uma criança, e foi notado em todos os encontros esta característica por parte dos alunos participantes.

Para alguns dos enigmas, em especial os dois apresentados neste trabalho, os alunos receberam materiais concretos que os auxiliaram durante a obtenção da solução. No entanto, observou-se que o material não foi imprescindível, inclusive por momentos ele foi descartado. É o caso do exemplo ocorrido nos dois enigmas aqui citados. No desafio do peso das moedas, Taís começou seu argumento de solução utilizando-as, mas no segundo passo, ao citar “vai dar... óbvio”, já descartou a sua utilização, resolvendo o enigma mentalmente sem necessariamente ter concluído sua experimentação com as moedas dadas ao grupo. No caso do médico, a intromissão de Evelise pode não ter sido um significativo salto, mas nos apresenta um indício de que as luvas cumpriram seu papel inicial, e também que não é necessária a utilização delas para resolvermos a questão. A aluna parece ter percebido, e tratou de dizer ao colega que não precisava mais colocar as luvas para demonstrar.

Os alunos não viram os enigmas como problemas insolúveis, buscando resolvê-los durante todo o tempo dos encontros. Isso pode ter sido favorecido pelo sucesso obtido no primeiro encontro (enigma das moedas) e pelo fato de todos os problemas escolhidos para as oficinas terem pelo menos uma solução.

Consideramos que este projeto, denominado “Lógica & Ação”, pode ser desenvolvido por professores da escola básica, pois abrirá um espaço durante o ano letivo para se discutir e desenvolver o raciocínio lógico dedutivo, essencial para o aprendizado escolar em todas as áreas do conhecimento.



Referências bibliográficas

FLAVELL, J. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. São Paulo: Ed. Pioneira, 1988.

MORICONI, Marco. *Revista Ciência Hoje*, SBPC, São Paulo, v. 45, p. 79, maio 2010.

PEREIRA, Ana Rita Giovani. *Raciocínio Lógico*. Projeto Teia do Saber 2006 - Programa de Formação Continuada de Professores. São Paulo: Secretaria de Estado da Educação, 2006.

SMULLYAN, Raymond. *O Enigma de Sherazade; e outros incríveis problemas das Mil e uma noites à lógica moderna*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2008.

STANGROOM, Jeremy. *O Enigma de Einstein: Desafios Lógicos pra exercitar sua mente e testar sua inteligência*. São Paulo: Marco Zero, 2010.

UFRGS, PIBID. *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência. Subprojeto Matemática*. Disponível em: <http://pibid.mat.ufrgs.br/> Acesso em: 17 de out. de 2011.

VELOSO, Eduardo; VIANA, José Paulo. *DESAFIOS 2: 52 Problemas Matemáticos no Público*. Porto: Afrontamento, 1992. v. 2.