



ISSN 2316-7785

## **EXPLORANDO CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA PELO VIÉS DA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA: UMA VIVÊNCIA NO CONTEXTO ESCOLAR**

Tamara Ost Fracari

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFarroupilha) – Campus

Santa Rosa

tamara\_ostfracari@hotmail.com

Janine Carpenedo Neitzke

IFFarroupilha – Campus Santa Rosa

janineneitzke@yahoo.com.br

Mariele Josiane Fuchs

IFFarroupilha – Campus Santa Rosa

mariele.fuchs@iffarroupilha.edu.br

### **Resumo**

Este artigo decorre de uma vivência desenvolvida no componente curricular “Metodologias para o Ensino da Matemática I”, cursada no 2º semestre de 2012. Buscou-se avaliar as potencialidades da investigação matemática no processo de ensino e aprendizagem da geometria plana, mais especificamente no estudo do conceito de congruência entre figuras geométricas. Para tanto foi desenvolvida uma prática com seis alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma Escola Municipal localizada na cidade de Santa Rosa/RS. Por meio da vivência foram observados alguns aspectos acerca do relacionamento de figuras geométricas e reconhecimento delas, da organização das ideias no papel, do reconhecimento da situação, da utilização do dicionário na Matemática e da intervenção por parte do professor. Com o intuito de tecer considerações sobre a prática desenvolvida embasou-se nos pressupostos teóricos de Almouloud (2003), Duval (2003), Ponte (2005), Ferreira (1993), Referencial Curricular do Rio Grande (2009), Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) entre outros. A partir disso, evidenciou-se que a investigação matemática aliada a um planejamento coerente é uma metodologia potencial para



trabalhar questões relacionadas à geometria plana, principalmente congruência de figuras geométricas.

**Palavras-chave:** Geometria plana; Investigação Matemática; Formação inicial de professores.

## **Introdução**

A partir dos pressupostos teóricos estudados no componente curricular de Metodologias para o Ensino da Matemática I, propôs-se a realização de uma prática utilizando a investigação matemática, a qual foi aplicada com seis alunos do sexto ano do ensino fundamental, com o intuito de verificar as potencialidades da referida metodologia no estudo da congruência de figuras geométricas.

A geometria, na maioria das vezes, não tem sentido para os alunos, é vazia de significados. Para que o aluno consiga se apropriar da significação do conceito de congruência e perceber a importância da geometria no campo da matemática é preciso possibilitar a produção de sentidos. Por este motivo, foram elaboradas algumas atividades para que sejam desenvolvidos processos de elaboração e significação do conceito abordado. Vale dizer que, para isso, utilizou-se uma sequência de atividades investigativas aliadas a manipulação do Tangram, o qual consiste em um jogo formado por sete peças sendo cinco delas, triângulos de diferentes tamanhos, um quadrado e um paralelogramo.

A atividade proposta se constituiu na construção do Tangram e na exploração e montagem de suas peças. O grande desafio foi propor questionamentos referente a montagem das peças do jogo, com vistas na significação e compreensão de conceitos geométricos, principalmente da congruência, por parte dos alunos. Para tanto os alunos foram instigados, durante o desenvolvimento das atividades, a realizar investigações, elaborar conjecturas, organizar dados e registrar os procedimentos adotados para as resoluções através de registros escritos.

Buscou-se desenvolver uma sequência de atividades em que o aluno fosse possibilitado a fazer comparações, estabelecer relações, reconhecer diferenças e



semelhanças entre as figuras geométricas, desenvolvendo o raciocínio visual-geométrico diante de situações-problemas, bem como a capacidade de observação e representação da geometria e atribuição de significados aos conceitos estudados mediante interligação com representações geométricas presentes no seu cotidiano.

Sendo assim, no primeiro momento, faz-se uma discussão do referencial teórico utilizado para a experiência para, posteriormente, discorrer sobre os aspectos observados e resultados obtidos. Por fim são apresentadas algumas considerações referente a prática vivenciada, destacando as potencialidades e/ou limitações evidenciadas no trabalho com a investigação matemática.

### **Pressupostos Teóricos e Metodológicos**

A Geometria Plana é um campo de conhecimento no qual os alunos, por vezes, apresentam dificuldades em entender/compreender os conceitos, já que exige o desenvolvimento da capacidade espaço-visual do aluno. Portanto optou-se por trabalhar o conceito de congruência de figuras, conceito esse fundamental e ao qual, muitas vezes, não é destinada a atenção necessária.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) os conceitos geométricos são uma parte importante do currículo no Ensino Fundamental, visto que é por meio deles que o aluno desenvolve um pensamento o qual permite compreender, descrever e representar o espaço. A geometria constitui um 'campo fértil', um tema que os alunos se interessam naturalmente. Neste documento é descrito, ainda, que o trabalho com geometria estimula a observação, percepção de semelhanças e diferenças e identificação de regularidades o que contribui para aprendizagem de números e medidas.

A geometria é um importante ramo da matemática e, conforme afirma Almouloud (2003), é muitas vezes confundida com o ensino de medida. Destaca, também, que sua aprendizagem envolve três processos cognitivos: visualização, construção e raciocínio. A geometria refere-se a um registro espacial de interpretações autônomas, sendo que para



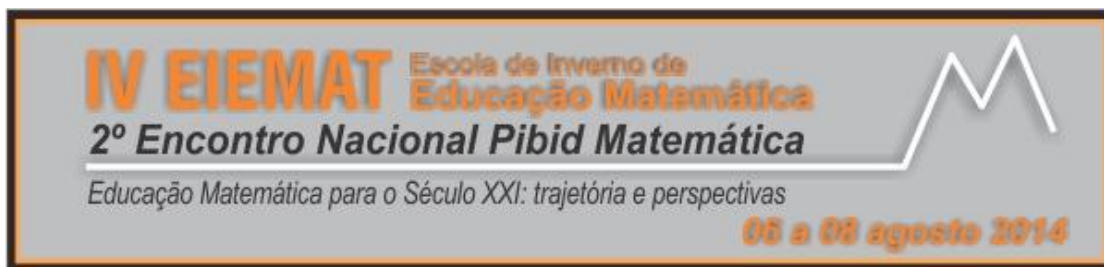
essas interpretações, podem ser classificadas quatro formas de apreensões: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória (DUVAL apud ALMOLOUD, 2003).

Ponte (2005) destaca que por todo o mundo têm sido elaboradas recomendações curriculares para o ensino da geometria. Além disso, as tendências curriculares atuais trazem essa área da Matemática como fundamental para compreender o espaço em que nos movemos e perceber aspectos essenciais da atividade matemática.

Para definir o que são figuras congruentes, faz-se menção a denominação elaborada por Dolce e Pompeo (2005), os quais definem figuras congruentes como sendo aquelas que têm o mesmo formato e o mesmo tamanho. Para Dante (2005) as figuras congruentes são aquelas que se for possível transpor uma sobre a outra e elas coincidam. Vale dizer que a congruência entre segmentos e figuras é indicada pelo símbolo “ $\equiv$ ”.

As denominadas investigações geométricas, ou melhor, investigações matemáticas na geometria segundo Ponte (2005) contribuem na percepção de aspectos essenciais da atividade matemática e da investigação os quais são formulação e teste de conjecturas e a procura de demonstração de generalizações. Explorar diferentes tipos de investigações geométricas pode contribuir para a concretização da relação *situações da realidade e situações matemáticas*, e o desenvolvimento de capacidades como “a visualização espacial e o uso de diferentes formas de representação” e “evidenciar conexões matemáticas e ilustrar aspectos interessantes da história da Matemática” (PONTE, 2005, p. 71).

De acordo com Ponte (2005) uma investigação matemática ocorre em quatro momentos principais: no primeiro o aluno irá explorar toda a situação do processo de investigação, é o momento de exploração e formulação de questões o qual “abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões” (ibidem, p. 20). O segundo momento é no qual o aluno organizará os dados e formulará as conjecturas. O terceiro momento é o de testes e reformulação em que o estudante irá realizar testes e, se necessário, refinar as conjecturas. E no último momento, de justificação e avaliação, é onde ocorrerá “à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado” (ibidem).



Tem-se, ainda, que investigações são situações mais abertas, estando seu objetivo não bem definido no início e, por isso, cabe o papel importante da definição da questão a quem investiga. Logo, pode-se dizer que os alunos podem começar e terminar a investigação de diferentes formas. É preciso ressaltar que para a atividade de investigação atender ao objetivo e para que seja bem sucedida, é fundamental o envolvimento ativo do aluno (PONTE, 2005).

O processo de ensino a partir da investigação matemática faz com que o aluno assuma a postura de sujeito ativo durante a atividade proposta, uma vez que “é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor” (PONTE, 2005, p. 23).

Segundo Ponte (2005), o professor inicia a atividade com a “introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma” (p. 25), tendo que “garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade.” (p. 26). Após isso será o momento de “realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma” (p. 25), onde o professor tem o papel de “procurar compreender como o trabalho dos alunos se vai processando e prestar o apoio que for sendo necessário.” (p. 29). Por fim, é hora da “discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado” (p. 25), onde “o balanço do trabalho realizado constitui um momento importante de partilha de conhecimento” (p. 41), o professor com o papel de moderador “deve garantir que sejam comunicados os resultados e os processos mais significativos da investigação.” (p. 41). É essa última fase que “deve permitir também uma sistematização das principais ideias e uma reflexão sobre o trabalho realizado” (p. 41).

Para o desenvolvimento da atividade investigativa foi realizada a manipulação do Tangram, o qual permitiu analisar as congruências entre figuras geométricas de iguais e diferentes tamanhos, através da sobreposição das peças. Quando se trata do assunto de



congruências de figuras geométricas logo se pensa em algo que o aluno possa ver fisicamente, no concreto, facilitando o processo de abstração pelo aluno.

O Tangram é um quebra cabeça chinês constituído por sete peças geométricas: cinco triângulos (dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo. Pode ser considerado um material didático potencial para o processo de ensino e aprendizagem de alguns conceitos matemáticos, principalmente se tratando da geometria plana, como o estudo de figuras geométricas, congruência de figuras, ângulos, ângulos opostos pelo vértice entre outros. Além disso, com esse material o aluno poderá ser instigado a desenvolver seu raciocínio lógico e sua criatividade, habilidades essas fundamentais para a formação do educando.

### Discussão dos Resultados

A primeira atividade consistia na revisão das figuras geométricas, através da qual se observou que os alunos reconheciam as figuras geométricas e estabeleciam relações entre elas. Essa retomada se fazia necessária para a realização das atividades posteriores, já que precisavam relacionar as formas com seus respectivos nomes. Os alunos registraram as relações de diferentes maneiras, conforme mostram as Figuras 1 e 2.

Primeiramente você ouviu ~~das~~ lendas sobre o Tangram e após construiu um com dobraduras, ele contém sete peças que são figuras geométricas. Abaixo, descreva o nome das formas geométricas dessas peças:

- 1 - Quadrado
- 2 - triângulo grande
- 3 - triângulo grande
- 4 - triângulo pequena
- 5 - triângulo pequena
- 6 - triângulo media
- 7 - Paralelograma

Figura 1 - Resposta da aluna A.

Fonte: as autoras (2012).



Primeiramente você ouviu ~~duas~~ <sup>3</sup> lendas sobre o Tangram e após construiu um com dobraduras, ele contém sete peças que são figuras geométricas. Abaixo, descreva o nome das formas geométricas dessas peças:








- 1 -  triângulo grande
- 2 -  triângulo médio
- 3 -  triângulo pequeno
- 4 -  quadrado
- 5 -  paralelograma
- 6 -  quadrado
- 7 -  paralelograma

Figura 2 - Resposta da aluna B.

Fonte: as autoras (2012).

A partir das respostas da aluna A (Figura 1) percebe-se que o questionamento estava bem colocado, pois acabou escrevendo duas vezes os triângulos que se repetiam e relacionando os tamanhos deles para a diferenciação dos cinco triângulos presentes no Tangram. Em relação as respostas da aluna B (Figura 2) observa-se que ela organizou uma técnica para não precisar escrever os triângulos que se repetem duas vezes, ou seja, escreveu e apontou dois números para aquela resposta. Ainda, referente a essa primeira questão, pode-se evidenciar que os alunos possuem familiaridade com o quadrado e o triângulo, e que o paralelograma é muitas vezes mais distante do seu vocabulário usual. Outro aspecto que nos chamou a atenção, na resposta da aluna B, é a descrição da nomenclatura “paralelograma” para a figura de forma similar a um retângulo, porém com as laterais inclinadas. Será que este seria um erro de escrita ou de nomenclatura equivocada mesmo?

Na segunda questão os alunos tiveram que descrever as diferenças das figuras de acordo com as observações realizadas. Cada aluno registrou as diferenças que, ao seu ver, eram as mais visíveis, como por exemplo o número de lados, os tamanhos dos triângulos, a dimensão dos lados e da inclinação dos mesmos. As Figuras 3, 4 e 5 apresentam as diferenças percebidas por alguns alunos:

Abaixo registre algumas características que diferem essas figuras:

O quadrado tem 4 lados e o paralelograma também tem 4, os triângulos tem 3 lados.

Figura 3 - Resposta da aluna A.

Fonte: as autoras (2012).

Abaixo registre algumas características que diferem essas figuras:

O triângulo tem 3 lados e o quadrado e o paralelograma tem 4 lados, o quadrado tem 4 lados iguais e o paralelograma tem dois lados pequenos e dois maiores. O quadrado tem os lados retos e o paralelograma tem os lados inclinados.

Figura 4 - Resposta da aluna B.

Fonte: as autoras (2012).

Abaixo registre algumas características que diferem essas figuras:

A diferença entre o quadrado e o triângulo é que um deles possui 4 lados e o outro possui 3 lados;  
 O paralelogramo e o quadrado possuem 4 lados;  
 Os triângulos possuem vários tamanhos: pequeno, médio, grande.

Figura 5 - Resposta da aluna C.

Fonte: as autoras (2012).

Referente às respostas das alunas pode-se dizer que cada indivíduo tem suas particularidades, cada um traça suas análises e aponta as diferenças mais perceptíveis a ele, apresentando formas diferentes de registrar suas visualizações. Cabe lembrar que durante a realização da atividade se percebeu que os alunos apresentavam bastante dificuldade na elaboração do registro solicitado. Apontavam oralmente as diferenças evidenciadas, mas quando solicitados para transcreverem suas análises na forma escrita, apresentavam





dificuldades, talvez por não estarem habituados a fazer isso no cotidiano da sala de aula, principalmente se tratando da disciplina de Matemática. Também levaram um tempo para o reconhecimento da proposta de atividades que estavam sendo desenvolvida, uma vez que a investigação matemática não é um método comumente utilizado durante as aulas de matemática.

A utilização do dicionário durante a atividade foi algo que chamou a atenção dos alunos. Segundo eles, o uso desse material não acontece nas aulas de matemática e sim nas aulas de língua portuguesa. É preciso ressaltar que sua utilização foi de grande valia, principalmente para que os alunos pesquisassem o que significava a palavra congruente, pois pesquisaram o significado de uma palavra que não sabiam definir, sendo que a interpretação da palavra e da definição dependia do seu entendimento.

Na Figura 6 são apresentados alguns entendimentos de uma aluna referente a congruência das figuras geométricas analisadas:

|   |
|---|
| <p>Atividade 1 – Primeiramente separe os dois triângulos grandes, os quais não serão utilizados nessa atividade. Coloque os dois triângulos pequenos em um lado de sua mesa e no outro lado coloque as outras três figuras: quadrado, paralelogramo e triângulo médio.</p> <p>Com os dois triângulos pequenos construa as outras três peças: quadrado, paralelogramo e triângulo médio.</p>                             |
| <p>O que você pode observar entre as figuras que você construiu e as outras que você tinha como referência do jogo? Descreva:</p> <p>Com apenas 2 triângulos pequenos, podemos montar um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo, mesmo possuindo formas diferentes.</p> <p>Eles formam 2 formas iguais, mesmo o quadrado possuindo 4 lados e os triângulos 3, montando eles podem construir outras formas.</p> |

Figura 6 - Resposta da aluna C.

Fonte: as autoras (2012).

O registro apresentado na Figura 7 está relacionado a primeira atividade. O objetivo era que os alunos observassem que as construções realizadas geravam figuras iguais as que eles tinham no Tangram. No entanto tiveram que ser realizadas intervenções e questionamentos para que percebessem que, quando sobrepostas as figuras, duas elas eram iguais.

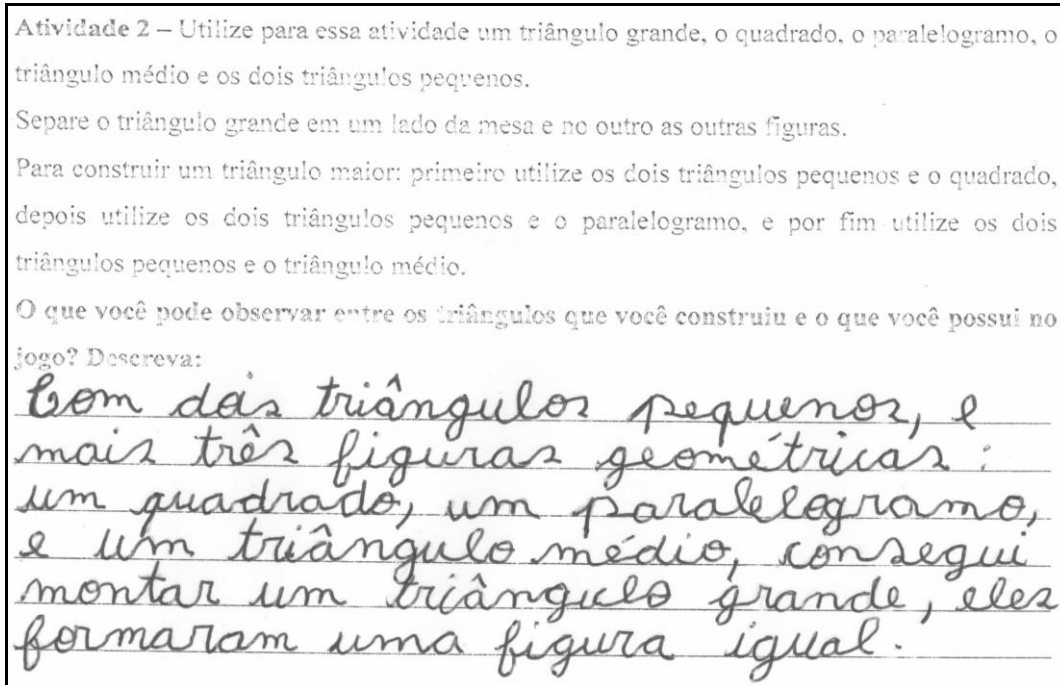


Figura 7 - Resposta da aluna D.

Fonte: as autoras (2012).

Na Figura 8 se encontra o registro realizado por uma aluna durante o desenvolvimento da terceira atividade. Nesse momento não fizemos intervenção, pois se almejava que os alunos chegassem a uma resposta de modo autônomo, tendo como referência a primeira atividade.

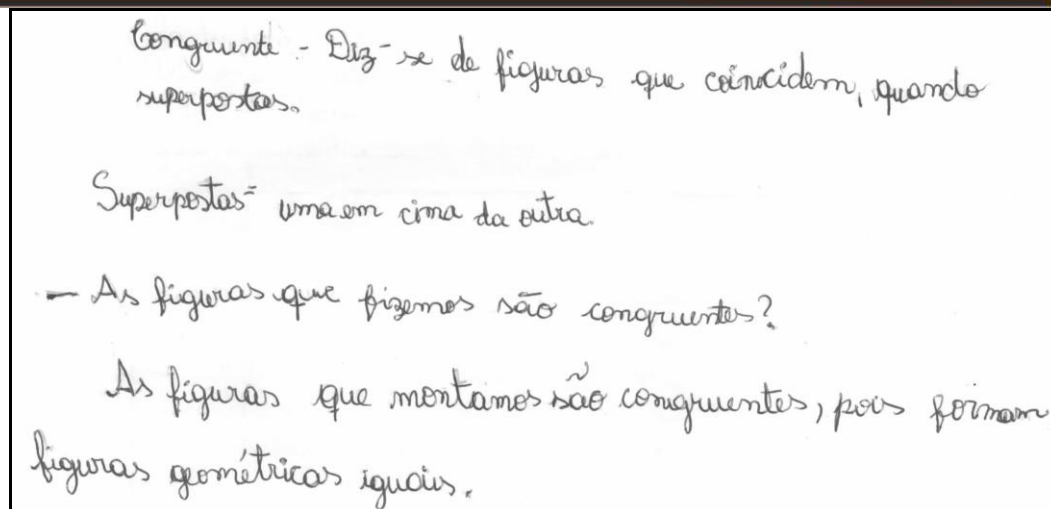


Figura 8 - Resposta da aluna C.

Fonte: as autoras (2012).

Após o desenvolvimento de todas as atividades os alunos anotaram o conceito de congruente e, como observado no registro da Figura 8, a aluna ainda procurou o que definir a palavra ‘superpostas’, descrevendo com suas próprias palavras. Posteriormente, perguntamos aos alunos se as figuras que haviam manipulado eram ou não congruentes, e todos chegaram a conclusão que eram congruentes porque formavam figuras geométricas iguais.

Nessa perspectiva entende-se que os alunos conseguiram alcançar o objetivo da atividade que era aprender o conceito de congruência de figuras através da investigação matemática. Observou-se durante a experiência que a visualização, a manipulação e sobreposição das figuras auxiliaram no desenvolvimento das atividades propostas.

### Considerações Finais

Através da realização dessa prática pode-se perceber que componentes de Laboratório durante a formação inicial se apresentam como essenciais para nossa constituição enquanto docente, pois possibilitam vivenciar situações de ensino e de aprendizagem com a Matemática no contexto escolar. Além disso, desenvolver uma



sequência de atividades a partir da perspectiva metodológica da investigação matemática nos permitiu evidenciar uma diferente possibilidade de atuação profissional em sala de aula.

A investigação matemática é uma metodologia que pode auxiliar o processo educativo com a Matemática à medida que os alunos se sentem envolvidos pelas atividades propostas e atraídos para o ato de aprender. Desse modo, propostas de ensino que seguem nessa direção podem desmistificar a visão que se tem da matemática como sendo uma disciplina de difícil compreensão. Cabe salientar que é necessária uma boa elaboração da atividade a ser desenvolvida, uma experimentação do material que será explorado, bem como explicações do modo que se almeja que esses materiais sejam utilizados em sala de aula por parte dos alunos, deixando explícito o propósito da atividade para que eles realmente se envolvam durante a realização da atividade.

A atividade investigativa realizada mediante a manipulação do Tangram contribuiu para que os alunos visualizassem os conceitos matemáticos almejados, apesar de apresentarem uma dificuldade inicial pelo modo como a atividade foi desenvolvida. Isso porque os educandos estranharam o fato de eles terem que construir o próprio conhecimento a partir da mobilização de seu conhecimento, elaboração de estratégias e verificação sobre a coerência de suas resoluções.

Assim, pode-se dizer que o objetivo da atividade foi alcançado, visto que os alunos apresentaram o entendimento do conceito trabalhado e, ao final da atividade, demonstraram ter gostado da maneira como a mesma foi desenvolvida. Portanto, a prática vivenciada permitiu verificar que a atividade proposta, de cunho investigativo, pode facilitar o processo de ensino e de aprendizagem das propriedades de figuras geométricas, em especial da congruência entre figuras planas, estando o sucesso intimamente ligado ao empenho do professor na elaboração e mediação durante o processo e ao envolvimento do aluno no desenvolvimento do mesmo.

## **Referências Bibliográficas**



PONTE, João Pedro da. BROCARD, Joana. OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PADILHA, Daiana Pedra Maciel. MARTINI, Carma Maria. *A Aplicabilidade do Tangram na Matemática*. Disponível em: <[http://www.fiar.com.br/revista/pdf/1337089630A\\_APLICABILIDADE\\_DO\\_TANGRAM\\_NA\\_MATEMATICA4fb25e5e55f83.pdf](http://www.fiar.com.br/revista/pdf/1337089630A_APLICABILIDADE_DO_TANGRAM_NA_MATEMATICA4fb25e5e55f83.pdf)>. Acesso em: 12 out. 2012.

Disponível em: <<http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/21032/tangram.html?sequence=10>>. Acesso em: 20 out 2012.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana*. 8. ed. São Paulo: Atual, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

ALMOULOU, Saddo Ag. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática, volume único*. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.