



ISSN 2316-7785

CONCEITOS MATEMÁTICOS EM OBRAS DE ESCHER

Alyne Cecilia Serpa Ganz
FURB – Universidade regional de Blumenau
alyneserpa@hotmail.com

Resumo

Atividade realizada na escola de Educação Básica Carlos Techentin localizada em Blumenau - SC pelo PIBID/Matemática da FURB com intuito de mostrar aos alunos conteúdos matemáticos dentro das obras do artista gráfico Maurits Cornelis Escher que usou em suas obras transformações matemáticas. Objetivamos com a atividade ensinar ao aluno como realizar as três transformações isométricas que são: a translação, a rotação e a reflexão, também podendo-se aprender mais de geometria, com auxílio das figuras necessárias para as atividades, além de aguçar a curiosidade das crianças mostrando-lhes que podem fazer trabalhos relacionados com artes usando o conteúdo aprendido de Matemática. Obtivemos dificuldades não esperadas, pois os exercícios foram elaborados para serem compreendidos facilmente pelos alunos, porém ao decorrer da aula esses foram se resolvendo e as crianças compreendendo. Os alunos conheceram um pouco da vida e obra do artista que tem obras muito visuais o que favorece uma aula com mais debate e com curiosidade visual por parte dos alunos tanto nas obras quanto ao citar as xilogravuras e litografias feitas pelo artista, foi apresentado para os alunos além das obras que usavam matemática as principais obras do artista, incluindo nessas as chamadas construções impossíveis que chamam atenção pela sua peculiaridade e falta de plano fixo. A atividade apresentada é interessante por ser um assunto que não é frequentemente abordado em sala de aula e também por ser interdisciplinar. Os alunos ao final da atividade possuíam o conhecimento das transformações, de como identificar na malha quadriculada os ângulos mais usados e ainda o conhecimento sobre Escher.

Palavras-chave: Escher; Translação; Rotação; Reflexão;

Introdução

A atividade proporcionada objetiva trazer para as crianças um assunto diferente do que é passado normalmente, pois esse não está no cronograma das escolas e ainda traz a curiosidade interdisciplinar do artista gráfico Escher. Além de ensiná-las as transformações isométricas, o básico de ângulos, entrando em Geometria e ainda a vida e obra de Escher.

A metodologia seguiu os preceitos da pesquisa qualitativa participante, estando a pesquisadora na sala de aula junto com as crianças. O trabalho teve início com a pesquisa teórica sobre Escher e, em seguida, foram elaboradas algumas atividades. Enquanto as crianças realizavam as atividades, a pesquisadora observou o processo, sendo que os estudantes explicitaram suas dúvidas e fizeram comentários. Em educação, a pesquisa



qualitativa participante enfoca os participantes e a observação é um dos principais métodos de investigação (LUDKE e ANDRÉ, 1986).

Translação, rotação e Reflexão

O assunto translação, rotação e reflexão, não é um conteúdo muito abordado pelos professores, até por que esses as vezes nem se encontram nos livros didáticos, sendo assim o conteúdo abordado pelo PIBID é interessante pois os alunos estão tendo assunto previsto nos conteúdos a serem passados durante o ano sem interferir no cronograma da disciplina e no planejamento da professora. Os alunos possuem dificuldades em entender como se é feita essas transformações, ainda não possuem completamente formada a ideia de segmento orientado, retas e pontos nos planos, sendo que todos esses são usados na resolução de exercícios de translação. Algumas das crianças possuem dificuldades também na utilização de esquadros, transferidores e compassos, sendo que na rotação pode-se usar todos esses instrumentos para o esboço da figura que pretende-se rotacionar, se utilizarmos malha quadriculada, dispensa-se o uso desses materiais e o exercício fica mais fácil, porém é uma oportunidade para o professor abordar vários assuntos matemáticos em um só exercício. Na reflexão os alunos tem que conseguir observar que a reta, que é o eixo de reflexão, se comporta como um espelho entre os seus dois lados sendo que diferentemente das outras duas transformações não é só basicamente ligar um ponto ao outro pelo segmento orientado e sim perceber que a distância que teremos que ligar os dois pontos é medido pelo espaço entre o primeiro ponto e a reta de reflexão e a reta e o ponto criado.

O artista Maurits Cornélis Escher é um exemplo básico e concreto para a pergunta mais frequentemente perguntada aos professores de Matemática o “para que serve isso” que os alunos sempre perguntam, a translação, rotação e reflexão são usadas pelo artista para criar obras de artes mundialmente conhecidas.

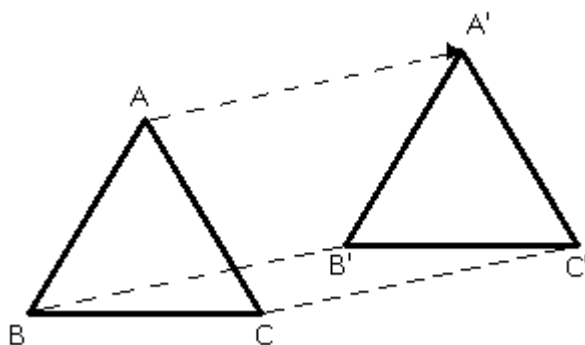
O tema da atividade foi escolhido para suprir as dificuldades apresentadas pelas crianças do 7º ano, onde essas se mostraram até maiores do que esperadas. Objetivamos ensinar aos alunos como utilizar os materiais usados pela matemática e como fazer as transformações isométricas, porém o mais interessante é que os levamos a conhecer o

artista gráfico M.C. Escher onde eles puderam visualizar as suas principais obras, além de rever os conceitos estudados aplicados nas obras.

A atividade do PIBID/Matemática da FURB foi realizada na Escola de Educação Básica Carlos Techentin, que já participa do programa desde o ano de 2011, foi feita a apresentação para os alunos do 7º ano e alguns alunos do contra turno que pertenciam ao 7º ano da manhã, onde primeiramente foi feita uma apresentação em power point, onde iniciamos explicando as transformações isométricas: “É possível fazermos certos movimentos ou transformações com figuras do plano de modo que sua forma e seu tamanho sejam conservados.” (DANTE, 2013, p.157).

As transformações Isométricas são: translação onde podemos deslocar (transladar ou transportar) uma figura no plano, de modo que a figura obtida seja congruente à original, por meio de um movimento chamado translação.

Representação de uma translação, a translação que leva **A** até **A'** é representada pelo segmento orientado (ou vetor, do latim vehere, que significa ‘transportar’) $\overrightarrow{AA'}$, com origem em **A** e término em **A'**.

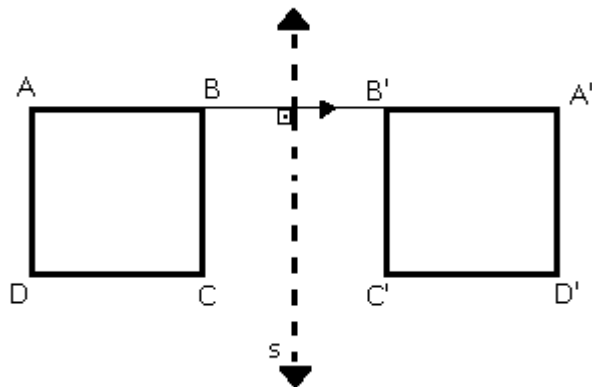


Reflexão ou Simetria: Pode-se refletir uma figura em relação a uma reta obtendo a figura simétrica e congruente à figura original. Esse movimento é chamado reflexão.

Para fazer uma simetria é preciso inicialmente considerar um eixo de simetria ou reta de reflexão, onde deve-se marcar um ponto **A** e a medida desse ponto **A** até o eixo deve

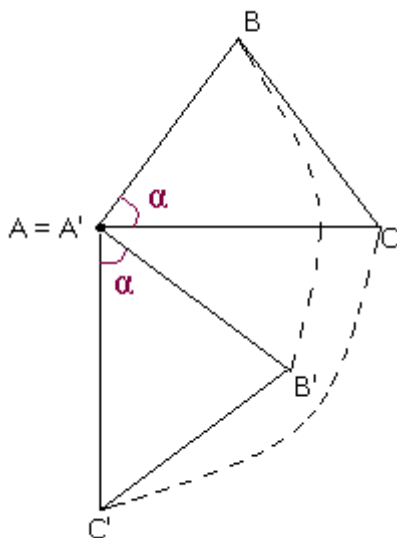
se repetir do eixo até A' simétrico de A . As medidas serão mais apuradas com o auxílio do compasso. (BRASIL, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, 2008)

Um exemplo de reflexão: a figura PQRS foi levada à figura $P'Q'R'S'$ (sua imagem) por uma reflexão em relação à reta indicada por s (eixo de reflexão). Alguns pontos foram ligados as suas imagens por segmentos orientados azuis. Observe que a reta s é a mediatriz dos segmentos $\overline{PP'}$, $\overline{SS'}$, $\overline{RR'}$ e $\overline{QQ'}$.



Rotação: “Podemos girar uma figura em torno de um ponto segundo um determinado ângulo e obter outra figura congruente a ela. Esse movimento é chamado de rotação.” (DANTE, 2013, p.163).

O $\triangle ABC$ sofreu uma rotação em torno de um ponto A de um ângulo α no sentido horário (sentido dos ponteiros dos relógios) e deu origem ao $\triangle A'B'C'$. O ponto A é chamado de centro da rotação. O $\triangle A'B'C'$ é chamado de imagem do $\triangle ABC$ pela rotação. O sentido do deslocamento $A \rightarrow B \rightarrow C$ é o mesmo do deslocamento $A' \rightarrow B' \rightarrow C'$.



Para construir uma rotação é preciso definir inicialmente um ponto O que será o eixo da rotação, um sentido de rotação (horário ou anti-horário) e um ângulo α de rotação. A partir daí deve-se fazer um ponto A e o rotacionar obtendo assim o seu simétrico A' . (BRASIL, SECRETARIA DA EDUCAÇÃO, 2008)

Após passados os primeiros slides com as definições das transformações Isométricas e esses explicados para os alunos, começamos a falar sobre Maurits Cornélis Escher.

MAURITS CORNELIS ESCHER (1898 – 1972) – BIOGRAFIA

Maurits Cornelis Escher é um dos artistas gráficos mais famosos do mundo. Sua arte é apreciada por milhões de pessoas em todo o mundo, como pode ser visto em muitos sites na internet.

Ele é mais famoso por suas chamadas construções impossíveis, como Ascendente e Descendente, Relatividade, seus Prints de transformação, como Metamorfose I,



Metamorfose II e Metamorfose III, Céu e Água I ou répteis. Mas ele também fez alguns trabalhos maravilhosos, mais realistas durante o tempo em que ele viveu e viajou na Itália.

Castrovalva por exemplo, onde já se pode ver o fascínio de Escher em alta e baixa, perto e longe. A litografia Atrani, uma pequena cidade na Costa Amalfitana foi feito em 1931, mas volta por exemplo, em sua obra-prima Metamorfose I e II .

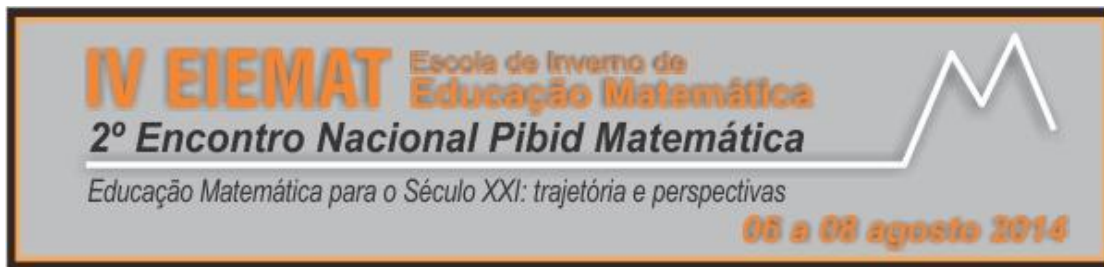
MC Escher, durante sua vida, fez 448 litografias, xilogravuras e gravuras em madeira e mais de 2000 desenhos e esboços. Como alguns de seus antecessores famosos, - Michelangelo, Leonardo da Vinci, Dürer e Holbein-, MC Escher era canhoto.

Além de ser um artista gráfico, MC Escher livros ilustrados, tapeçarias desenhadas, selos postais e murais. Ele nasceu em Leeuwarden, na Holanda, como o quarto e mais jovem filho de um engenheiro civil. Depois de fracassar nos exames do ensino médio, em última análise, Maurício foi matriculado na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas em Haarlem.

Depois de apenas uma semana, informou seu pai que preferia estudar arte gráfica em vez de arquitetura, como ele tinha mostrado seus desenhos e cortes de linóleo para seu professor gráfico Samuel Jessurun de Mesquita, que o encorajou a continuar com artes gráficas.

Depois de terminar a escola, ele viajou pela Itália, onde conheceu sua esposa Jetta Umiker, com quem se casou em 1924. Eles se estabeleceram em Roma, onde permaneceu até 1935. Durante estes 11 anos, Escher viajou a cada ano, por toda a Itália, desenhou esboços para as várias impressões que ele faria quando voltasse para casa.

Muitos destes esboços que ele usaria mais tarde para várias outras litografias e/ou xilogravuras e gravuras de madeira, por exemplo, o plano de fundo na litografia Cachoeira decorre de seu período italiano, nem as árvores, refletindo na xilogravura Puddle, que são as mesmas árvores Escher usados em sua xilogravura "Pineta de Calvi", o que ele fez em 1932. MC Escher ficou fascinado pela Divisão regular do plano, quando ele visitou pela primeira vez a Alhambra, um castelo mouro do século catorze, em Granada, Espanha, em 1922.



Durante os anos na Suíça e em toda a Segunda Guerra Mundial, ele desenhando 62 do total de 137 desenhos divisão regular que ele iria fazer em sua vida.

Ele iria estender sua paixão pela divisão regular do plano, usando alguns de seus desenhos como base para mais um passatempo, escultura esferas de madeira de faia. Ele jogou com a arquitetura, a perspectiva e os espaços impossíveis. Sua arte continua a surpreender e me pergunto milhões de pessoas em todo o mundo. Em seu trabalho, reconhecemos sua observação aguçada do mundo que nos rodeia e as expressões de suas próprias fantasias. MC Escher mostra-nos que a realidade é maravilhosa, compreensível e fascinante.

M.C. ESCHER FOUNDATION. Disponível em <http://www.mcescher.com/about/biography/>. Acesso em: 25 de fevereiro de 2014.

Até pouco tempo, quase todas as galerias de obras de arte gráfica, mesmo as holandesas, se abstiveram de fazer uma coleção apropriada da obra de Escher. Ele não era reconhecido como artista. Os críticos de arte não sabiam o que fazer com a obra dele e simplesmente a ignoraram. Inicialmente, só matemáticos, cristalógrafos e físicos mostraram grande interesse. E, no entanto, todo aquele que tiver vontade, sem preconceitos, de se ocupar com a obra deste artista, encontrará nisso uma grande satisfação. (ERNST, 2007, p. 18)

As principais obras de Escher como as construções impossíveis: Ascendente e Descendente, Relatividade, Metamorfose I, Metamorfose II, Metamorfose III, Céu e Água I e Répteis, e as mais realistas e com perspectiva de perto e longe como Atrani Costa de Amalfi e Castrovalva foram mostradas para os alunos, chamando a atenção deles para as obras de Escher. Além dessas foi dada ênfase nas obras *Eagle (No. 17) - 1938 Pencil, watercolor* e *Bird (No. 128) - 1967 Ink, watercolor* por sua ligação com a translação, a obra *Lizard (No. 56) - 1942 India ink, gold ink, colored pencil, poster paint* por causa da rotação e na reflexão a obra *Dragonfly (No. 38) - 1941 Pencil, ink, watercolor*.

A apresentação foi finalizada com as obras do artista e em seguida foram dadas uma lista de exercícios para os alunos, onde esses teriam que fazer a resolução conforme aprendido em aula. Ao explicar os exercícios de translação, falamos sobre as translações sucessivas. Para fazer uma translação sucessiva a figura ABCD dada vai ter o



acompanhamento de dois segmentos orientados, por exemplo, um horizontal e um vertical, onde vamos ter duas translações, um quadrado $A'B'C'D'$ e um quadrado $A''B''C''D''$ sendo que da figura original um ficará ao lado e outro embaixo sendo esses os sentidos dos segmentos. (DANTE, 2013)

Tendo finalizado as explicações, os alunos começaram a resolução da lista, os dois primeiros exercícios eram de translação sendo um de normal e um sucessiva, os exercícios foram feitos em malha quadriculada para que o aluno tivesse maior facilidade na resolução, em cada um havia a figura dada e o segmento orientado que ficava mais ao canto, o qual as crianças deveriam 'copiar' a sua medida para transladar cada vértice.

Considerações Finais

Ao desenvolver da aula com a resolução dos exercícios tivemos que explicar várias vezes como se resolvia, pois eles não compreendiam, fizemos as resoluções uma a uma no quadro e, a partir da resolução do segundo exercício, as crianças começaram a entender como era para ser feito e aí por diante eles conseguiram fazer com perfeição, alguns dos alunos começaram até a resolver os próximos exercícios, sem esses serem explicados.

Percebemos que a aula foi produtiva e que os alunos gostaram e compreenderam o assunto, a atividade teve que ser feita em duas aulas, pois uma aula não foi o suficiente para os alunos apreciarem as obras e resolverem os exercícios.

Percebemos que a atividade sendo feita de forma mais atrativa ao estudante conseguimos melhor compreensão e atenção. O assunto da atividade no normal ocupa só com as definições e uma lista de exercícios uma aula, porém com a atividade podemos usar até três aulas conjuntas até com arte dependendo do gosto, para enfocar o assunto e trazer curiosidades para os alunos.



Referências bibliográficas

DANTE, Luiz Roberto. *Projeto Teláris: Matemática*/ Luiz Roberto Dante – 1. Ed. – São Paulo: Ática, 2012. – (Projeto Teláris: Matemática).

ERNST, Bruno. *O espelho mágico de M.C. Escher*. Taschen, Köln, 2007.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.A.D. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986. 99p.

M.C. ESCHER FOUNDATION. Galeria, sobre Escher, Notícia, Licenciamento, Fundação, cópias falsas e loja. Disponível em <http://www.mcescher.com/about/biography/>. Acesso em: 25 de fevereiro de 2014.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. *Matemática: Caderno de teoria e Prática 5 – TP5: diversidade cultural e meio ambiente: de estratégias de contagem às propriedades geométricas*. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008. 210 p.: il.

Projeto Araribá: matemática/ organizadora Editora Moderna; obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; editor responsável Fabio Martins de Leonardo. – 3. Ed. – São Paulo: Moderna, 2010.

M.C. ESCHER FOUNDATION. Galeria, sobre Escher, Notícia, Licenciamento, Fundação, cópias falsas e loja. Disponível em <http://www.mcescher.com/about/biography/>. Acesso em: 25 de fevereiro de 2014.