



## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO

Fernanda dos Santos Garcia  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
fernanda.garcia.002@acad.pucrs.br

Carla Silveira Grandi  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
carla.grandi@acad.pucrs.br

Maria Beatriz Menezes Cartilhos (Orientadora)  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
mbcastilhos@pucrs.br

### Resumo

Problemas matemáticos desafiam os alunos. Eles proporcionam momentos de reflexão, de raciocínio, que despertam a curiosidade, o interesse pela resolução e o gosto pela Matemática. Por meio de uma aula diferenciada das tradicionais, os alunos expõem as suas ideias, organizam dados, associam as atividades da aula com as do dia a dia, utilizam os seus conhecimentos prévios, compreendem os significados dos conteúdos específicos estudados e buscam novos conhecimentos. Momentos, em aula, que valorizam a capacidade do aluno exercitam o seu raciocínio lógico e sua criatividade. Neste relato de experiência, mostraremos a importância da resolução de problemas no Ensino Médio, auxiliando os professores a diferenciar e a identificar um problema de um exercício de fixação. O PIBID e o Estágio Curricular Supervisionado nos proporcionaram experiências gratificantes, nas quais utilizamos a resolução de problemas como um método eficaz de ensino e onde instigamos os alunos a pensar, a criticar, a associar, de forma a desenvolver habilidades e estratégias na resolução. O presente trabalho foi realizado com apoio do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, da CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Ensino Médio. Matemática.

### Introdução

A partir das nossas experiências, percebemos a dificuldade apresentada pelos alunos do ensino médio em resolver situações problemas, uma vez que não estão acostumados a analisar



questões, associar situações do seu dia a dia, organizar dados e interpretar, utilizando a leitura matemática.

Ao longo da história, a resolução de problemas foi e ainda é fundamental na vida do homem. Resolver problemas é muito mais que resolver um simples cálculo matemático. Para Lupinacci e Botin (2004), resolução de problemas é uma forma eficiente de desenvolver no aluno um raciocínio lógico e o gosto pela matemática, situações problemas são situações que instigam o aluno e exploram seus conhecimentos.

Durante as nossas experiências, notamos a dificuldade dos professores em elaborar tais situações problemas, o que talvez justifique a dificuldade dos alunos em resolvê-las. Os professores, geralmente, confundem exercícios de fixação com situações problemas, embora sejam atividades de naturezas distintas, pois os exercícios de fixação, como o próprio nome diz, tem como principal objetivo fixar um conteúdo estudado em sala de aula, diferente das situações problemas, que estimulam o aluno a pesquisar e fazer relações entre os conteúdos associando-os às situações propostas.

Conforme os PCN's:

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução. (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1998, p. 41)

A resolução de problemas no ensino da Matemática é fundamental, pois ela abre fronteiras entre os conhecimentos do aluno, tornando-o crítico, pensante e questionador, estimulando, assim, as suas habilidades e a maneira de raciocinar através de relações com situações do cotidiano.

### **Relato de Experiência**

Com base nas experiências com alunos do 1º e 2º ano do Ensino Médio, durante as oficinas ministradas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID) e do



Estágio Curricular Supervisionado, relataremos algumas situações que envolveram a resolução de problemas e de exercícios de fixação.

O projeto institucional do PIBID na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS) tem como principal objetivo inserir, nas atividades docentes, os licenciandos das áreas de matemática, física, letras, química e pedagogia, com o intuito do bolsista conhecer a realidade escolar de escolas públicas do município de Porto Alegre e poder, assim, contribuir para melhor qualificação dos professores e dos alunos, bem como aperfeiçoar a sua formação docente.

Ao ministrar uma oficina de resolução de problemas para a turma do 1º e 2º ano do Ensino Médio no Instituto Estadual Rio Branco, observa-se a dificuldade dos alunos para resolver as situações problemas propostas e a familiaridade dos mesmos com exercícios de fixação.

Abaixo, segue um exemplo de um problema matemático que foi trabalhado com a turma de 1º ano e exemplos de exercícios propostos pela professora regente da classe, sobre o mesmo conteúdo específico.

Problema:

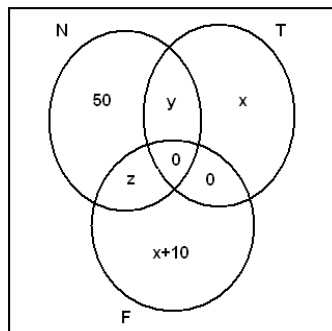
(UFRJ - adaptado) Um clube oferece a seus associados, aulas de três modalidades de esporte: **natação, tênis e futebol**. Nenhum associado pôde se inscrever simultaneamente em tênis e futebol, pois, por problemas administrativos, as aulas destes dois esportes serão dadas no mesmo horário. Encerradas as inscrições, verificou-se que: dos 85 inscritos em natação, 50 só farão natação; o total de inscritos para as aulas de tênis foi de 17 e, para futebol, de 38; o número de inscritos só para as aulas de futebol excede em 10 o número de inscritos só para as de tênis.

- a) Quantos associados se inscreveram simultaneamente para aulas de futebol e natação?
- b) Quantos associados se inscreveram simultaneamente para aulas de tênis e natação?

**Uma solução proposta seria:** Com base nos dados, construímos um diagrama de Venn-Euler, colocando a quantidade de elementos dos conjuntos, começando sempre pelo número de



elementos da interseção. Como nenhum associado pode se inscrever simultaneamente em tênis e futebol, então:



- Observando o diagrama, temos:
 
$$\begin{aligned} y + z + 50 &= 85 \\ x + y &= 17 \\ x + z + 10 &= 38 \end{aligned}$$
- Organizando algebricamente, construímos o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} (1) \quad y + z &= 35 \\ (2) \quad x + y &= 17 \\ (3) \quad x + z &= 28 \end{aligned}$$

Em (1), adicionando o oposto de z, nos dois lados da igualdade, teremos:

$$\begin{aligned} y + z + (-z) &= 35 + (-z) \\ y &= 35 - z \end{aligned}$$

Substituindo em (2), o valor de y encontrado, teremos como resultado uma nova equação.

$$\begin{aligned} x + (35 - z) &= 17 \\ x - z &= 17 - 35 \\ x - z &= -18 \end{aligned}$$

Assim, (4)  $x - z = -18$ .

Adicionando (3) e (4), encontraremos o valor de x:

$$\begin{aligned} x - z + x + z &= -18 + 28 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

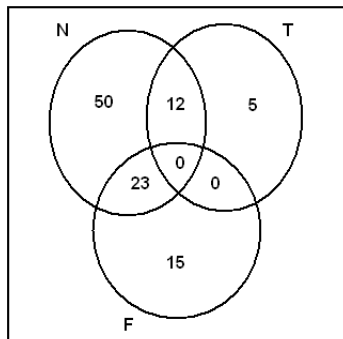
Substituindo em (3) o valor de x, encontraremos o valor de z:

$$\begin{aligned} 5 + z &= 28 \\ z &= 23 \end{aligned}$$

Da mesma forma, substituindo em (1), o valor de z, encontraremos o respectivo valor para y:

$$\begin{aligned} y + 23 &= 35 \\ y &= 35 - 23 \\ y &= 12 \end{aligned}$$

Logo,  $x = 5$ ,  $y = 12$  e  $z = 23$ . Utilizando os valores encontrados, poderemos resolver as questões a) e b) deste problema.



a) Nesta questão, os associados que se inscreveram simultaneamente para aulas de futebol e natação, no nosso diagrama pertencem à intersecção de F e N, logo foram 23 inscritos.

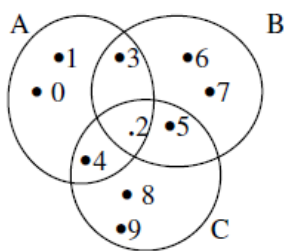
b) Nesta questão, os associados que se inscreveram simultaneamente para as aulas de tênis e natação, no nosso diagrama pertencem à intersecção de T e N, logo foram 12 inscritos.

### Exercícios de Fixação:

**01-** Sendo  $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  e  $B = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ , determine:

- $A \cap B$
- $A \cup B$

**02.** Observe o diagrama e responda:



Quais os elementos dos conjuntos abaixo:

- |                 |                      |                      |
|-----------------|----------------------|----------------------|
| a) $A =$        | d) $A \cap B$        | g) $A \cup B$        |
| b) $B =$        | e) $A \cap B \cap C$ | h) $A \cup B \cup C$ |
| c) $A \cap C =$ | f) $B \cap C$        | i) $A \cap B \cup C$ |

No problema dos associados no clube, podemos verificar que os alunos necessitam conhecimentos prévios de conteúdos específicos da matemática como, por exemplo, sistemas e equações, mas é necessário também o exercício da leitura, organização de dados, noções de união, intersecção e de conjuntos.

Durante a resolução deste problema, percebemos a dificuldade dos alunos em pensar, de forma clara, como poderiam iniciar a resolução do mesmo. Livres para organizar os dados e interpretá-los, mostraram-nos como estão acostumados em, após o conteúdo específico, resolver exercícios de fixação, de forma sistemática, precisando, para isto, apenas utilizar o conteúdo apresentado na aula, diferente da resolução de um problema. Por muitos alunos, o problema que propomos foi considerado um real problema, pois depararam-se com uma forma diferenciada de aprendizagem, aquela em que o aluno precisa, de forma autônoma, organizar suas ideias e os



dados principais do problema, associar, interpretar e relacionar, cabendo ao professor instigar o aluno, auxiliando-o na resolução do problema, que não possui uma resposta imediata.

Tivemos que intervir com algumas dicas necessárias para iniciarem a resolução, lembrando que, para resolver um problema, existem diferentes caminhos e, por isso, valorizamos todo e qualquer raciocínio apresentado por eles.

Os exercícios de fixação 1 e 2, como próprio nome diz, têm como principal objetivo, fixar o conteúdo estudado, com respostas imediatas, sem que o aluno seja estimulado a pensar, a refletir, a associar conhecimento e interpretar dados.

Segundo Pozo (1989, p.16) “um problema só se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução”. Por isso, temos que analisar o nível cognitivo dos alunos, pois dependendo do problema proposto, para alguns é considerado um exercício de fixação.

O professor, ao elaborar e ao propor um problema, precisa, antes, analisá-lo. Ele pode ser bem elaborado, requerer um estudo minucioso, atrativo aos olhares dos alunos, com o objetivo de desenvolver habilidades, gerar belas observações e conclusões, mas, dependendo do nível cognitivo dos alunos, para alguns será um problema e para outros um simples exercício.

Nas aulas ministradas no estágio curricular supervisionado na turma do 2º ano do ensino médio, na Escola Estadual de Ensino Médio Roque Gonzáles, observamos as aulas da professora regente da classe, que trabalhava com os alunos os cálculos de áreas e volumes de sólidos geométricos. Nos cálculos de áreas, apresentou fórmulas prontas. A professora não construiu com os alunos modelos matemáticos, a partir de planificações, por exemplo, onde o aluno observa as faces, compara, analisa e deduz, em conjunto com o professor, um modelo matemático para calcular a área, não sendo necessário “decorar” fórmulas. O mesmo aconteceu, também, com o cálculo de volume.

Dos exercícios de volume propostos pela professora, podemos citar:

1. Deseja-se construir um tanque no formato cilíndrico com volume de, aproximadamente, 250 m<sup>3</sup>(metros cúbicos) e altura igual a 9m. Determine a medida aproximada do raio da base, sabendo que a fórmula do volume é expressa:  $V = \Pi \cdot r^2 \cdot h$  ( $\Pi=3,14$ ).





Substituindo na fórmula dada os dados fornecidos, o aluno possui a resposta imediata, sendo necessários apenas alguns cálculos algébricos, desta forma nos deparamos com um exercício de fixação e não um problema matemático.

Diante desta situação, de forma diferenciada, propomos uma aula de laboratório.

Os alunos, inicialmente, estavam curiosos, pois relatavam não utilizar o laboratório de ciências para experimentos. Das atividades que propomos podemos destacar um problema.

1) ( Fonte: Lourdes de la Rosa Onuchic - adaptado) Com uma folha de papel, de 20 cm por 30 cm, e fita adesiva, enrole o papel e construa com ele um cilíndrico, uma as pontas de forma a não haver perda de papel. Compare com os seus colegas os cilíndricos construídos e analise os seus tamanhos. Agora, determine qual desses cilindros possui o maior volume.

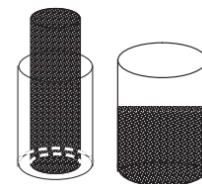
Seguindo as instruções, este problema resulta em duas construções de cilindros, pois os alunos só possuem duas formas de unir as pontas do papel. Ao comparar com os colegas as suas construções, perceberam que um dos cilindros é mais alto enquanto o outro é mais largo. A questão é perceber, sem cálculos matemáticos, qual dos cilindros possui o maior volume.

Pelas observações, ao compará-los, o cilindro mais alto e fino possui uma circunferência de base menor, enquanto o outro possui uma base maior e uma altura menor.

Primeiramente, os alunos não compreendiam a atividade proposta, não conseguiam justificar as suas observações, demoraram a compreender que, na verdade, a atividade não tinha como objetivo principal conhecer matematicamente, com precisão, o valor do volume de cada cilindro e era exatamente o que queriam resolver desde o início.

Ao propormos a análise do volume com o uso de grãos, a atividade ficou mais atrativa, os alunos se mostraram curiosos e dispostos.

Sugerimos que, dentro do cilindro de base maior, colocássemos o cilindro mais alto, em seguida preencheram completamente de grãos o cilindro interior e ao retirar o mesmo, todos os grãos que estavam dentro dele, se acomodaram dentro do cilindro de base maior. Podemos perceber que a





quantidade de grãos para preencher o cilindro de base maior é superior ao da base menor. Logo, o cilindro mais alto, que possui a base menor, possui um volume inferior ao cilindro de base maior.

Depois das observações e conclusões, solicitamos a comprovação da nossa experiência por meio dos cálculos matemáticos, calculando a área da base e a altura, para que possamos calcular o volume do sólido.

Os alunos tinham o conhecimento da fórmula do volume e como calcular o mesmo, mas não compreendiam o que isso significava. Com a experiência e as conclusões, compreenderam que, aquele com o maior raio da base, terá maior volume, mesmo que a altura seja menor, isso porque ao calcularmos a área da circunferência o raio é elevado ao quadrado. Os alunos aproveitaram e exploraram o problema, fazendo perguntas e sugestões, foram estimulados a resolver o mesmo como um desafio e os resultados foram satisfatórios, embora no início da atividade os alunos apresentassem resistência em expressar ideias e questionamentos.

### **Considerações Finais**

A partir dessas experiências e observações, percebemos que a utilização de problemas matemáticos proporciona momentos dinâmicos e interessantes, tanto para os alunos quanto para os professores, pois os alunos compreendem o que estão aprendendo, dando um expressivo significado aos conteúdos.

No início, os alunos mostram-se resistentes, pois sabemos que é um método diferenciado de trabalho ao qual não estão acostumados, mas, como graduandos do curso de Licenciatura, é nosso dever proporcionar aos alunos novos métodos de ensino, que valorizem o pensamento, a reflexão, que associem os conteúdos específicos ao seu dia a dia, através de atividades dinâmicas, interativas, que os estimulam e incentivam a estudar, a pesquisar e buscar novos conhecimentos.

### **Referências bibliográficas**





LUPINACCI, M. L. V. e BOTIN, M. L. M. *Resolução de problemas no ensino de matemática*. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, 2004, p. 1–5.

PCNS. *Orientação Curriculares para o ensino médio*. Volume2. Secretária de Educação Básica, 2006.

POZO, J.I.(org.); ECHEVERRÍA, M. D.P.;...[et.al.]; tradução Beatriz Affonso Neves – *A Solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

### Sites acessados

<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html> acessado em 20.03.2012

[http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/RE/RE\\_07.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/RE/RE_07.pdf) acessado em 20.03.2012

[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm) acessado em 21.03.2012

[http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/edicao\\_3/inscricao.html](http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/edicao_3/inscricao.html) acessado em 04.06.2012

[http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2006/huamanhuanca\\_rr\\_me\\_rcla.pdf](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137031P7/2006/huamanhuanca_rr_me_rcla.pdf) acessado em 07.06.2012

<http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=problemas> acessado em 04.06.2012

[http://diadematematica.com/alunos/uniban/CONJUNTOS\\_3.pdf](http://diadematematica.com/alunos/uniban/CONJUNTOS_3.pdf) acessado em 04.06.2012

<http://lourdesonuchic.blogspot.com.br/2008/07/o-ensino-aprendizagem-de-matemtica.html> acessado em 04.06.2012

<http://www.bancodeconcursos.com/matematica/problemas-envolvendo-teoria-conjuntos.html> acessado em 04.06.2012

[http://sumarios.org/sites/default/files/pdfs/58742\\_6785.PDF](http://sumarios.org/sites/default/files/pdfs/58742_6785.PDF) acessado em 25.06.2012