



MÓDULO INSTRUCIONAL PARA O ENSINO BÁSICO DE MATEMÁTICA: FÓRMULAS PARA O CÁLCULO DA ÁREA DE POLÍGONOS

Ana Maria Kaleff
Universidade Federal Fluminense
anakaleff@vm.uff.br

Anne Michelle Dysman
Universidade Federal Fluminense
midysg@gmail.com

Cristiane Guimarães Lima
Instituto de Educação Professor Ismael Coutinho
lima-cristiane@hotmail.com

Matheus Freitas de Oliveira
Universidade Federal Fluminense
matheusfreitas@id.uff.br

Stella Diniz de Oliveira
Universidade Federal Fluminense
stelladiniz@id.uff.br

Resumo

Este relato apresenta uma alternativa para o ensino das fórmulas para o cálculo da área dos principais polígonos com uso de um recurso didático baseado em jogos de quebra-cabeças concretos. Propõe-se uma sequência de experimentos destinados a alunos e professores do Ensino Básico que, através do manuseio de peças de um jogo de encaixe, deverão obter relações entre as áreas de diferentes polígonos para poderem deduzir, de forma autônoma, suas fórmulas com base em fórmulas mais simples, como por exemplo, a do retângulo. Os recursos necessários para utilização do módulo são recortes de polígonos em papelão Paraná e uma malha quadriculada impressa em acetato. Este material foi desenvolvido visando ao baixo custo e ao fácil acesso a realidade tanto do professor quanto do aluno da rede pública de ensino. O presente trabalho é fruto da parceria entre universidade e escola, propiciada pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID/CAPES) que enlaça, dentre outras, a escola pública Instituto de Educação Professor Ismael Coutinho (IEPIC) e o Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (LEG/UFF). Os experimentos foram desenvolvidos para alunos que estejam cursando o 1º ano do Ensino Médio, conforme as diretrizes dadas pelo Currículo Mínimo do Estado do Rio de Janeiro, mas acredita-se que as atividades possam ser aplicadas a alunos do 6º ano do Ensino Fundamental que dominem as noções básicas de área, paralelismo e perpendicularismo entre retas. Na utilização do módulo instrucional, para a obtenção das fórmulas, os alunos serão levados a construir os conceitos que caracterizam os polígonos a serem estudados. A elaboração do módulo instrucional aqui



apresentado foi norteada pelos princípios educacionais elencados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Básico (PCN) e no Modelo de van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Palavras-chave: Polígonos; áreas; fórmulas.

Apresentação e Justificativa

De acordo com a *Focus in a High School Mathematics: Reasoning and Sense Making in Geometry*¹, “A geometria plana fornece um caminho para o mundo real e também um modo de organizar e simplificar ideias que podem ser difíceis para estudantes iniciantes.” (MCCRONE et al., 2010, tradução nossa).

Contudo, ainda segundo estes autores, não basta ensinar de forma expositiva os conceitos da geometria plana, é fundamental que os estudantes sejam desafiados a assumir uma postura ativa na aprendizagem:

“Por exemplo, ao invés do professor apresentar uma forma geométrica para os alunos, encorajá-los a inventar suas próprias definições pode ser muito mais eficaz, permitindo-lhes tirar proveito de sua própria capacidade de raciocínio indutivo e utilizar duas características observadas para chegar a uma definição generalizada.” (Ibid., 2010, tradução nossa).

Tais autores destacam que ao conduzir o aluno a construir seus próprios conceitos matemáticos, esta metodologia garante não apenas o interesse dos estudantes, como também propicia a percepção de que, de fato, todos têm potencial matemático, porque todos podem pensar sobre, argumentar e processar ideias matemáticas.

O presente módulo educacional foi norteado pelas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que no âmbito do Ensino Médio, relevam o papel estruturado do pensamento e

1 Este volume é parte da série de livros *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making* da *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) que busca fornecer orientações adicionais para que o raciocínio e a aprendizagem significativa façam parte das experiências matemática de todos os estudantes do Ensino Médio em seus cotidianos.



do raciocínio dedutivo da matemática, enfatizando seu cunho instrumental, porém apontando para seu papel como ciência:

“(...). Contudo a Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas.” (BRASIL, 2000, p.40).

Além disso, podemos encontrar incontáveis relações entre as formas geométricas e o mundo à nossa volta. Assim, como relatado em Kaleff, Reis e Garcia (2005), apesar dessa intensa relação, pouca atenção tem sido dada ao estudo das formas geométricas nas aulas de Geometria, pois quando estas são estudadas, a ênfase é dada somente às relações métricas de cálculo de medidas de comprimento de lados ou de medidas de áreas e de volumes. Deste modo, durante o ensino de geometria, os alunos da educação básica se deparam com inúmeras fórmulas que, muitas vezes, são memorizadas de maneira mecânica sem que o estudante atribua às mesmas qualquer significado ou interpretação geométrica.

Na busca por atividades que escapem a esta dinâmica produzimos o módulo instrucional que se segue desenvolvido no âmbito do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID/CAPES) no curso de Matemática da Universidade Federal Fluminense (UFF) em Niterói – RJ. Este trabalho é fruto da parceria entre universidade e escola que, propiciada pelo PIBID e pelo Laboratório de Ensino de Geometria (LEG), enlaça, dentre outras, a escola estadual Instituto de Educação Professor Ismael Coutinho (IEPIC) e a UFF. É importante salientar que estes laços são atados através de trabalho colaborativo: não se trata de utilizar a escola como um espaço de aplicação de projetos, simplesmente, mas sim de estabelecer com ela ações em cooperação, nas quais os professores e alunos são estimulados a participar ativamente do desenvolvimento das pesquisas e das ferramentas para ensino. Maiores detalhes sobre esta parceria podem ser encontrados em Dysman e Kaleff (2011).

Fundamentação Teórica e Metodologia



O módulo instrucional é composto por uma sequência de experimentos com material concreto de fácil confecção, que tem por objetivo conduzir o aluno à dedução e à compreensão das fórmulas das áreas dos principais polígonos convexos, de forma que o aprendizado das mesmas se realize de maneira plena e contribua para o desenvolvimento da percepção e da intuição geométrica do aluno que será o protagonista no processo de aprendizagem.

O presente módulo instrucional foi desenvolvido segundo o que foi apresentado sobre jogos quebra-cabeças ou de encaixes em Kaleff, Reis e Garcia (2005) e as sugestões para o ensino de fórmulas para o cálculo de áreas de figuras planas apresentadas em *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making – Geometry*. Os experimentos foram organizados conforme o Modelo do casal van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. Como citado em Kaleff (2008, p. 43), esse modelo consiste em duas partes: a primeira, da descrição da estrutura cognitiva, composta por cinco níveis mentais a serem necessariamente desenvolvidos pelo aluno para a compreensão de um conceito geométrico. Já a segunda parte apresenta uma metodologia de ensino para o desenvolvimento do conceito geométrico em cada nível de estrutura mental.

Nos trabalhos iniciais, o casal van Hiele desenvolveu experiências para o estabelecimento de níveis de pensamento com o objetivo de ajudar o estudante a ter um *insight* ao se deparar com uma situação não usual. Segundo van Hiele, como relatado por (KALEFF, 2008, p. 44), isso significa ser capaz de se colocar frente a uma situação, desenvolver corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação e desenvolver deliberadamente e conscientemente um método que resolva a situação.

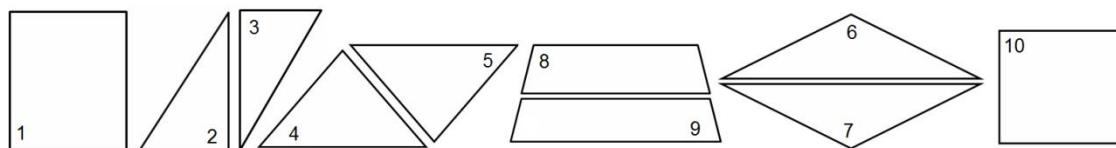
Os níveis referentes ao desenvolvimento cognitivo geométrico do aluno são os seguintes:

- Nível 0 – Visualização ou reconhecimento: Estágio inicial onde os alunos raciocinam basicamente por meio de considerações visuais.
- Nível 1 – Análise: Os alunos raciocinam sobre conceitos geométricos por meio de uma análise informal de suas partes e atributos através de observação e experimentação.
- Nível 2 – Dedução informal ou ordenação: Os alunos formam definições abstratas, podendo estabelecer inter-relações das propriedades nas figuras.



- Nível 3 – Dedução formal: Os alunos desenvolvem sequências de afirmações deduzindo uma afirmação a partir de outra ou de outras.
- Nível 4 – Rigor: Os alunos entendem a estrutura de vários sistemas dedutivos com um alto grau de rigor. Comparam sistemas baseados em diferentes axiomas e estudam várias Geometrias na ausência de modelos concretos.

Para utilização desse módulo, são necessários alguns recursos didáticos: kits compostos por 10 recortes de polígonos em papelão Paraná e uma malha quadriculada impressa em acetato. Estes serão distribuídos para cada aluno permitindo a manipulação individual do material. Os alunos deverão manipular os recortes a fim de encontrar relações que os permitam chegar às fórmulas de algumas figuras planas com base na fórmula de polígonos de experimentos anteriores, sempre estimando as suas áreas com o auxílio da malha quadriculada.



Um modelo para o recorte dos polígonos

Como orientado pela teoria do casal van Hiele, cada experimento tem atividades relativas ao reconhecimento do polígono em questão, estimativa da área da figura plana utilizando malha quadriculada, relação entre áreas de polígonos equivalentes e, por fim, a dedução da fórmula para o cálculo da área e objetivam levar os alunos até o nível de ordenação informal.

O Módulo Instrucional

O módulo instrucional apresentado totaliza uma sequência de dez experimentos educacionais onde, a priori, os alunos devem apenas ter conhecimentos básicos sobre unidades de medida de área assim como as noções básicas sobre a mesma.

O Experimento 1 se dá com o recorte que tem a forma de um retângulo não-quadrado – o Polígono 1 –, pois acreditamos que os alunos já tragam noções intuitivas de como obter essa fórmula. Após estimarem a área do retângulo usando a malha quadriculada, partimos para alguns exemplos práticos. Perguntamos aos alunos se eles seriam capazes de dizer se há uma maneira



mais prática de contar quantas carteiras existem em uma sala de aula que tem quatro fileiras que contenham seis cadeiras cada e pedimos que ele associe essa maneira a contagem de quadradinhos da malha que cabem no Polígono 1. Depois pedimos ao aluno que, usando o método obtido, calcule a área de um campo de futebol com determinadas medidas até chegar à área de um campo de futebol que tenha a e b como dimensões (tratamento algébrico). Em geral, os alunos apresentam boa receptividade ao experimento, porém tomamos o cuidado com as passagens entre a contagem discreta para a abordagem contínua e da abordagem contínua para a generalização. Por fim, acreditamos que os alunos estejam aptos a verificar a fórmula para o cálculo da área de um retângulo em função das dimensões de sua base e de sua altura. Ao fim de cada experimento os alunos deverão armazenar os dados obtidos em uma tabela que organiza o nome do polígono, o número do polígono no kit, a estimativa da área obtida com a malha e a fórmula.

Ao final do Experimento 2, espera-se que os alunos sejam capazes de obter a fórmula para o cálculo da área de um triângulo retângulo. Nesse experimento, os alunos devem ter em mãos os dois triângulos retângulos do kit. Através da estimativa da área com o auxílio da malha quadriculada, espera-se que eles percebam que ambos são iguais e com esses mesmos triângulos eles devem montar um retângulo. Ainda nesse experimento, tomamos o cuidado em apresentar um exercício com valores numéricos para que eles possam calcular a área do triângulo retângulo. Usando a fórmula da área do retângulo e a relação que eles obtiveram entre o retângulo e o triângulo retângulo os alunos chegarão à fórmula conhecida para o cálculo da área de triângulo retângulo em função dos comprimentos da base e da altura.

Nos experimentos seguintes, os alunos devem seguir de maneira análoga aos dois experimentos anteriores. Com o auxílio da malha quadriculada, estimam ou determinam a área dos polígonos que irão utilizar e depois através da composição dos polígonos formam a figura plana do experimento e depois devem tentar formar um polígono cuja fórmula para o cálculo da área já seja conhecida. Os próximos polígonos serão: paralelogramo, triângulo genérico, losango e trapézio.



Ressaltamos que existem outras maneiras de dividir os polígonos para a construção dos quebra-cabeças de modo que possamos obter relações entre os polígonos. Como os alunos realizam as atividades de forma autônoma, alguns podem avançar mais nos experimentos do que outros. Sendo assim, propomos a esses alunos desafios que permitam encontrar outros cortes que favoreçam a obtenção da fórmula para o cálculo da área procurada.

Ao perceber que todos os alunos conseguiram chegar ao fim de um experimento, realizamos o seu fechamento, fazendo uma revisão e uma síntese do que foi estudado, visando uma integração global sobre o assunto. Participamos nesse momento, com um papel auxiliar, sem introduzir nenhum novo conceito.

Ao término de todos os experimentos, os alunos já devem ter completado toda a tabela e o próximo passo é a análise de um quadro que irá organizar suas ideias quanto aos conceitos que caracterizam os polígonos que foram construídos pelos alunos de forma significativa. Como atividade bônus, os alunos deverão relacionar os conceitos construídos respondendo, através de uma tabela, se afirmações do tipo “Todo retângulo é um paralelogramo” é sempre verdade ou não, distinguindo entre a necessidade e a suficiência de um conjunto de propriedades no estabelecimento de um conceito. Assim, classes de figuras são reconhecidas e inclusão ou interseção de classes são entendidas. Após o preenchimento dessa tabela, o aluno deve ser capaz de observar que o quadrado é um caso particular de retângulo e pedimos para que ele deduza a fórmula do quadrado com base nesse fato.

Resultados e Conclusão

O módulo instrucional aqui exposto foi utilizado em sala de aula com turmas do primeiro ano do Ensino Médio do IEPIC com aproximadamente 110 alunos e durante as atividades da Semana Pedagógica da mesma instituição, onde mais 13 alunos entre o primeiro e o segundo ano do Ensino Médio participaram da oficina. Esta escola situa-se em bairro próximo ao centro da cidade de Niterói – RJ e segundo seu plano de gestão, a composição de seu corpo discente reflete a localização geográfica da instituição: área nobre próxima à área social de risco e, mas também a um dos campi da UFF.



Através de uma avaliação das fichas de atividades por meio de três quesitos: reconhecimento de polígonos, estimativa e/ou cálculos da área dos polígonos com o uso da malha quadriculada e estabelecimento de relações entre as áreas de polígonos; pudemos qualificar se a dedução das fórmulas por parte dos alunos se deu de forma significativa. Em geral, obtivemos ótimos resultados e uma excelente receptividade por parte dos alunos.

Pudemos perceber ainda, que trabalhar com atividades que utilizem recursos didáticos e que proporcionem ao aluno a chance de estar à frente do processo de aprendizagem de forma autônoma e contribui para a melhora de sua auto-estima.

Dessa forma, esse tipo de atividade cumpre um papel de democratização da matemática, como esperado pelas atividades desenvolvidas no LEG, pois tal disciplina é muitas vezes vista como distante e inatingível pela maioria das pessoas, bem como a formação integral do aluno na medida em que se pretende levá-lo a se estabelecer como ser crítico e a se encontrar como ser humano e cidadão, consciente de sua condição de sujeito em transformação, participante ativo na construção do seu destino e da sua história, ou seja, de sua autonomia, como bem pontuado em Kaleff (2008).

Referências bibliográficas

- BRASIL (1998) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: matemática (5^a a 8^a séries)*. Brasília: MEC/SEF,
- _____, (1999) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio*. Brasília.
- _____, (2000) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Ensino Médio*. Brasília.
<http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=408&Itemid=394>
- _____, (2006) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. v. 02. Brasília.



RIO DE JANEIRO (2010) *Curriculum Mínimo do Governo do Estado do Rio de Janeiro*, Rio de Janeiro, Secretaria de Educação do Estado do Rio de Janeiro (SEERJ).

KALEFF, A. M.; Reis, D.M. e Garcia S. S.(2005) *Quebra-cabeças geométricos e formas planas*. 3^a Ed. 1^a Reimp. Niterói: EdUFF.

KALEFF, A. M. M. R. (2008) *Tópicos em Ensino de geometria: A sala de aula frente ao laboratório de ensino e à história da geometria*. Niterói: Pós-graduação Lato Sensu a distância da UAB.

MCCRONE, S. M.; KING, J.; ORIHUELA, Y.; ROBINSON, E., (2010) *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making – Geometry*. Capítulo 2. Nova Iorque: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

DYSMAN, A. M. KALEFF, A. M M R. (2011) *Parceria entre universidade e escola em prol de uma docência mais criativa*. Anais do V EBREM. *V Encontro Brasiliense de Educação Matemática*. Brasília.