



ISSN 2316-7785

FRACTAL COMO UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO DA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Jusiara de Lima

Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
dudylima@yahoo.com.br

Tamara Ost Fracari

Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
tamara_ostfracari@hotmail.com

Vanessa Günzel

Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
vanessa.gunzel@gmail.com

Elizangela Weber da Luz

Instituto Federal de Ciência, Educação e Tecnologia Farroupilha – Campus Santa Rosa
elizangela.luz@iffarroupilha.edu.br

Resumo

O presente trabalho relata uma prática pedagógica realizada por acadêmicas do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha Campus Santa Rosa. A prática realizou-se com três alunos do 3º ano do Curso Técnico em Edificações Integrado da mesma instituição de ensino. Objetivou-se retomar o conteúdo de Progressão Geométrica (PG), mais especificamente os conceitos de PG Infinita, PG Crescente e Decrescente, Razão de uma PG e Soma dos Termos de uma PG Infinita, através de uma nova perspectiva de ensino. Como recurso didático-pedagógico utilizou-se um modelo de fractal estudando-o na sua forma planificada e espacial e um programa matemático desenvolvido com o software SciLab. Através da prática pode-se perceber que com o uso de material concreto-manipulativo e o auxílio do software matemático os alunos foram mais participativos e demonstraram interesse a construir seu próprio conhecimento. Assim, como futuras docentes vê-se a importância de pesquisar e buscar ferramentas que facilitem e que tornem mais prazeroso o ensino e a aprendizagem da matemática.

Palavras-chave: Aprendizagem; Progressão Geométrica; Fractal; Software SciLab.

Introdução



Este trabalho traz o relato de experiência de uma prática pedagógica realizada por acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - Câmpus Santa Rosa. Essa prática foi desenvolvida de forma integrada entre os componentes curriculares: Laboratório em Educação Matemática II, Matemática Computacional e Educação para a Diversidade e Inclusão. O trabalho partiu da necessidade de, enquanto alunas de um curso de licenciatura, desenvolver e vivenciar atividades de ensino e aprendizagem durante o processo de formação acadêmica, tendo a oportunidade de buscar e testar novos caminhos para motivar o ensino de Matemática.

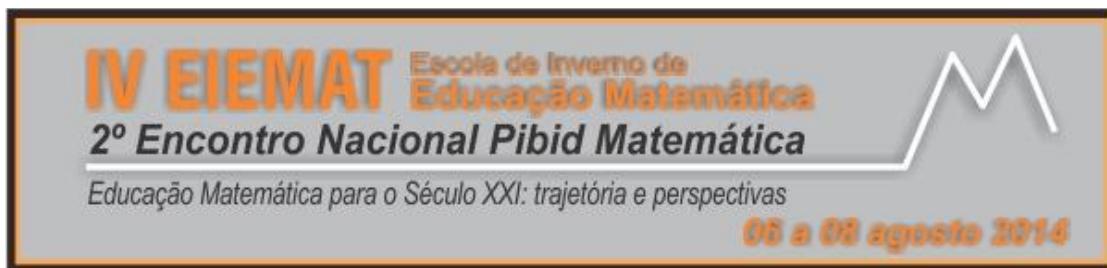
Esta prática teve como objetivo retomar o conteúdo de Progressão Geométrica (PG), mais especificamente os conceitos de PG Infinita, PG Crescente e Decrescente, Razão de uma PG e Soma dos Termos de uma PG Infinita, através de uma nova perspectiva de ensino. Como recurso didático-pedagógico da experiência utilizou-se um modelo de fractal estudando-o na sua forma planificada e espacial e um programa matemático desenvolvido com o software SciLab.

Os planejamentos da atividade proposta, assim como a prática pedagógica, desenvolveram-se no decorrer do primeiro semestre de 2014. A prática realizou-se com três alunos do 3º ano do Curso Técnico em Edificações Integrado ao Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - Câmpus Santa Rosa, que se encontram em situação de pendência do ano anterior na disciplina de Matemática. A atividade foi desenvolvida em um encontro, no turno inverso às aulas, com os alunos trabalhando individualmente e seguindo um roteiro de atividades.

Este trabalho apresenta alguns pressupostos teóricos que o fundamentam, a proposta da prática pedagógica e o relato das experiências e resultados através dela obtidos.

Referencial teórico

Os alunos participantes da prática pedagógica apresentam dificuldade na aprendizagem e se encontram em situação de pendência na disciplina de Matemática, ou seja, reprovaram no ano anterior apenas nesse componente curricular. Muitas vezes, os



alunos que possuem dificuldade na aprendizagem não possuem um laudo médico comprovando essa dificuldade. Maluf (2013) aponta que a dificuldade de aprendizagem não tem causa única, mas ocorre por vários fatores. A autora cita alguns sintomas que os alunos podem apresentar durante todo o trajeto escolar e caracterizam a dificuldade de aprendizagem:

- Persistentes problemas na área da Linguagem: de articulação, aquisição lenta de vocabulário, restrito interesse em ouvir histórias, dificuldade em seguir instruções orais, soletração empobrecida, dificuldade em argumentar, problemas em redigir e resumir, etc.;
- Problemas com a Memória: dificuldades na aprendizagem de números, dos dias da semana, em recordar fatos, em adquirir novas habilidades, em recordar conceitos, na memória imediata e de longo tempo, etc.;
- Atenção: dificuldade em concentrar-se em algo que não seja de seu interesse pessoal, de planejar, de autocontrole, impulsividade, atenção inconstante, etc.;
- Problemas com a Motricidade: problemas na aquisição de comportamentos de autonomia (ex. amarrar os cordões do tênis); relutância para desenhar; problemas grafo-motores da escrita (forma da letra, pressão do traço, etc.); escrita ilegível, lenta ou inconsistente; relutância em escrever;
- Lentidão na aquisição das noções de espaço e tempo, domínio pobre de conceitos abstratos; dificuldade na planificação de tarefas; dificuldades na realização de tarefas acadêmicas, provas, etc.; dificuldade de aquisição de novas aprendizagens cognitivas; problemas sociais. (MALUF, 2013)

Em vista dos pontos acima citados, buscou-se desenvolver um trabalho a partir da manipulação e análise de material concreto e questionamentos, instigando os alunos a serem agentes participativos e construtores da sua aprendizagem.

A prática pedagógica foi elaborada a partir da adaptação de uma parte do trabalho intitulado “Progressão Aritmética, Geométrica e Fractais”, desenvolvido por Márcio Macário da Cunha em seu Mestrado Profissional (CUNHA, 2013). Todas as atividades foram desenvolvidas a partir de um fractal, que conforme a definição de Sallum (2005) “é uma figura que pode ser quebrada em pequenos pedaços, sendo cada um desses pedaços uma reprodução do todo. [...] Seu nome se deve ao fato de que a dimensão de um fractal não é um número inteiro.”

O fractal foi trabalhado num primeiro momento planificado e depois recortado e montado na forma espacial, conforme a figura 1.

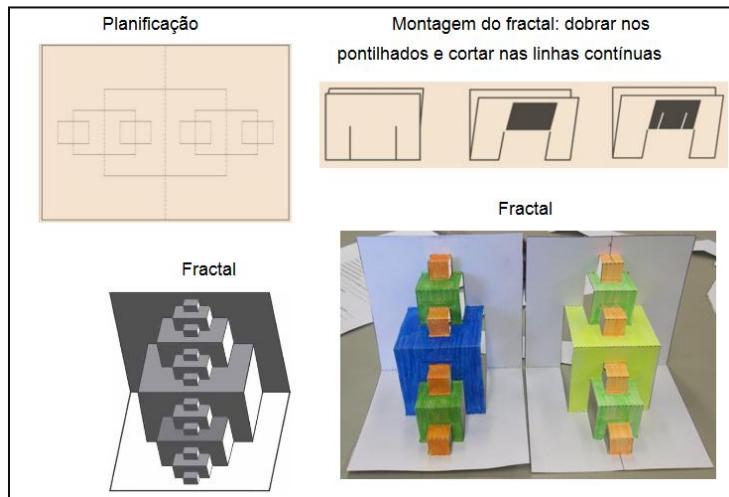


Figura 1: Modelo do fractal utilizado no trabalho.

Fonte: Cunha, 2013 e Arquivo pessoal, 2014.

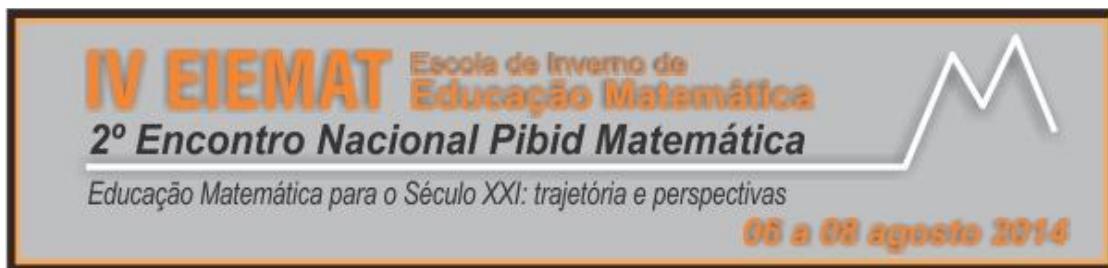
O conteúdo trabalhado na prática foi Progressão Geométrica que, segundo Dante (2005),

É toda sequência de números não nulos na qual é constante o quociente da divisão de cada termo (a partir do segundo) pelo termo anterior. Esse quociente constante é chamado razão (q) da progressão. Ou seja, uma progressão geométrica é uma sequência na qual a taxa de crescimento relativo de cada termo para o seguinte é sempre a mesma. (DANTE, 2005, p. 142)

Uma progressão geométrica pode ser classificada em crescente, decrescente, constante ou alternante. Na prática pedagógica estudou-se os conceitos de PG crescente e decrescente, que são definidas da seguinte maneira:

- Progressão Geométrica Crescente: “quando $q > 1$ e os termos são positivos ou quando $0 < q < 1$ e os termos são negativos.” (DANTE, 2005, p. 143).
- Progressão Geométrica Decrescente: “quando $0 < q < 1$ e os termos são positivos ou quando $q > 1$ e os termos são negativos”. (DANTE, 2005, p. 143).

O limite de uma Progressão Geométrica pode ser definido como finito ou infinito. Quando se deseja realizar a soma dos termos de uma PG são apresentadas duas fórmulas



distintas, que variam conforme o limite apresentado por ela. Como a progressão formada a partir do fractal possui um limite que tende ao infinito, utiliza-se a seguinte fórmula para calcular a soma de seus termos: $Sn = \frac{a_1}{1-q}$, onde a_1 é o primeiro termo da PG e q a razão.

A fim de auxiliar no cálculo da soma da PG, utilizou-se o SciLab, que consiste em um software livre “para ser empregado em ambientes de cálculos numéricos. É uma ferramenta de alta performance, utilizada em situações que requeiram soluções baseadas em complexos cálculos numéricos, sendo manipulada interativamente ou através de programação.” (LEITE, 2009, p. 1)

Com o SciLab criou-se um programa matemático a partir de um algoritmo como mostra a figura abaixo.

The figure shows the SciLab interface with two windows. The top window is a SciNotes document titled 'Trabalho Prática.sce' containing the following script code:

```

1 //Encontrar a soma dos termos de uma PG infinita
2 clc
3 a1=input("Entre com o primeiro termo da PG infinita: ");
4 q=input("Entre com a razão da PG infinita: ");
5 S=a1/(1-q); //razão: 0 < q < 1
6 printf("O valor da soma dos termos da PG infinita é %g\n",S);
7

```

The bottom window is the 'Scilab 5.4.1 Console' showing the execution results:

```

Entre com o primeiro termo da PG infinita: 200
Entre com a razão da PG infinita: 1/4
O valor da soma dos termos da PG infinita é 384
-->

```

Figura 2: Algoritmo de construção do programa e sua aplicação na soma da PG Infinita.
Fonte: Arquivo pessoal, 2014.



De acordo com Borba e Penteado (2010)

No momento em que os computadores, enquanto artefato cultural e enquanto técnica, ficam cada vez mais presentes em todos os domínios da atividade humana, é fundamental que eles também estejam presentes nas atividades escolares. Na escola, a alfabetização informática precisa ser considerada como algo tão importante quanto a alfabetização na língua materna e em matemática. (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 87)

Assim, para atender as novas demandas educacionais é importante que o professor procure introduzir as tecnologias de informação, bem como materiais didáticos que estimulem a curiosidade e facilitem o processo de ensino e aprendizagem.

Atividade Desenvolvida e Discussão dos Resultados

No primeiro momento, os três alunos receberam uma folha contendo a planificação do fractal e uma ficha de atividades e registros. Como primeira atividade sugeriu-se:

Atividade 1:

- 1 – Pinte os quatro retângulos menores com a cor laranja;
- 2 – Pinte os dois retângulos médios com a cor verde (só a parte que fica fora dos retângulos menores, já pintados);
- 3 – Pinte o retângulo central com a cor azul (apenas a parte que fica fora do que já foi pintado).
- 4 – Não pinte o retângulo maior.
- 5 – Utilizando a régua, meça e escreva as medidas dos lados de todos os retângulos contidos na folha.

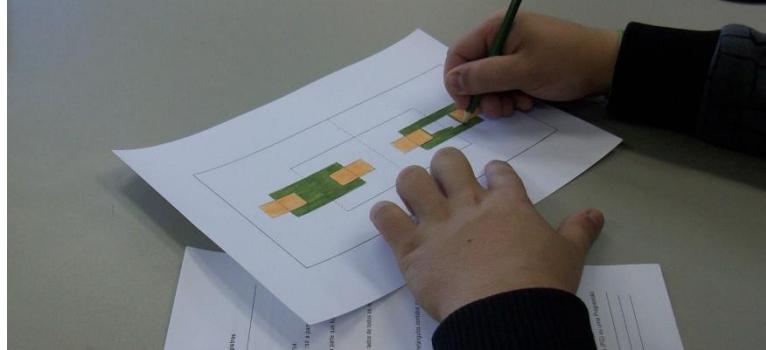


Figura 3: Aluno pintando o fractal planificado.

Fonte: Arquivo pessoal, 2014.

Os alunos desenvolveram bem essa primeira parte do trabalho, utilizando a régua e identificando corretamente as medidas dos lados dos retângulos.

Como segunda atividade os alunos deveriam calcular a área dos retângulos a partir das medidas dos lados encontradas e escrever a sequência de valores em forma de uma progressão, seguindo os questionamentos abaixo:

- a) Qual a área do retângulo branco?
- b) Qual a área do retângulo azul?
- c) Qual a área do retângulo verde?
- d) Qual a área do retângulo laranja?

e) Escreva essa sequência de valores → 288 72 18, 4.5, ...)

Figura 4: Progressão geométrica encontrada por aluno a partir das áreas dos retângulos.

Fonte: Registro do aluno.

A partir da análise da progressão encontrada, os alunos foram instigados a responder aos seguintes questionamentos:



f) Essa sequência representa uma Progressão Geométrica (PG) ou uma Progressão Aritmética (PA)? Justifique sua resposta: Progressão Geométrica (PG), pois está subdividindo o lado retângulo.

f) Essa sequência representa uma Progressão Geométrica (PG) ou uma Progressão Aritmética (PA)? Justifique sua resposta: Geométrica. Comprimento de menor retângulo, está se dividindo.

f) Essa sequência representa uma Progressão Geométrica (PG) ou uma Progressão Aritmética (PA)? Justifique sua resposta: PG. Pois os valores estão sendo divididos por uma razão.

Figura 5: Resposta dos alunos para a questão f.

Fonte: Registro dos alunos.

Observa-se, na figura 5, que os alunos conseguem identificar que é uma progressão geométrica, porém entendem que a mesma está sendo dividida por uma razão. Percebendo, nesse momento, o pensamento equivocado dos alunos, foi necessário retomar o conceito de que, em toda progressão geométrica, os termos são multiplicados por uma razão, e não divididos. Porém, os alunos permaneceram com dúvida, pois não compreendiam como era possível multiplicar os termos e mesmo assim eles continuarem diminuindo de valor. Essa dúvida só foi sanada quando os alunos foram instigados a calcular o valor da razão da PG, conforme mostra a figura 6.

h) Encontre e escreva a razão dessa Progressão.

$$q = \frac{18}{72} \quad q = \frac{18 \cdot 2}{72 \cdot 3} \quad q = \frac{6}{24} \quad q = \frac{1}{4}$$

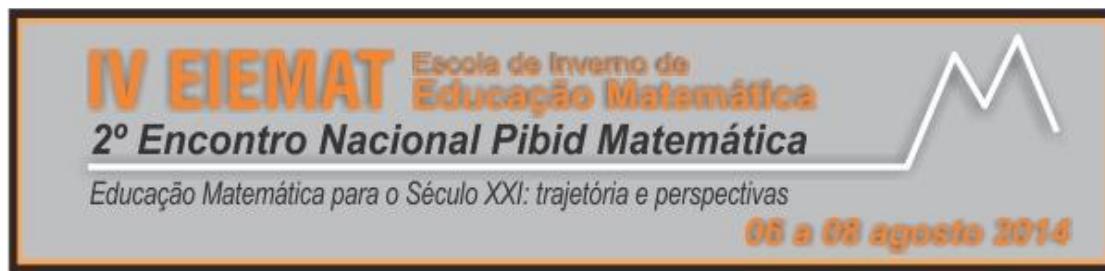
$$\frac{72}{72} \cdot \frac{18}{18} \dots$$

$$\frac{72}{72} \cdot \frac{18}{18} \dots$$

Figura 6: Razão da PG calculada por aluno.

Fonte: Registro do aluno.

Para que os alunos conseguissem calcular a razão, foi preciso relembrar a maneira pela qual ela é calculada. Assim puderam perceber que a PG tinha uma razão fracionária e, por isso, quanto mais os termos fossem multiplicados, mais eles decresciam. Isso facilitou, quando os alunos foram questionados se a progressão era crescente ou decrescente. Eles



automaticamente verificaram que, se os valores diminuam, a PG era decrescente, relacionando que os retângulos do fractal também iam diminuindo de tamanho.

Outro questionamento feito aos alunos foi sobre a continuidade da PG, conforme demonstra a figura abaixo.

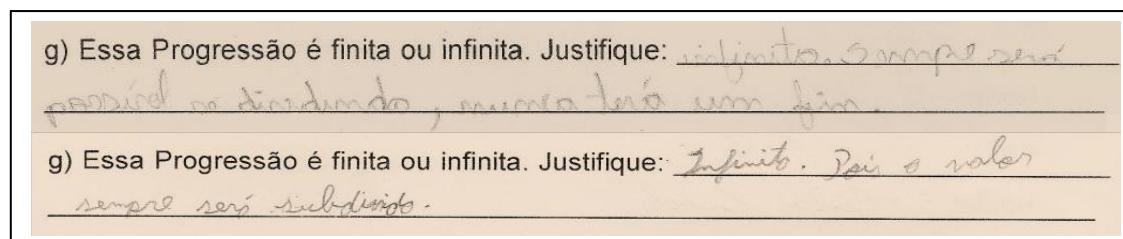


Figura 7: Resposta de dois alunos sobre a continuidade da PG.

Fonte: Registro dos alunos.

Seguindo com as atividades, instigou-se os alunos a calcularem a soma dos termos da PG. Eles sabiam que para isso existia uma fórmula, mas não lembravam da mesma, então foi preciso disponibilizá-la. Nesse momento, também sugeriu-se que os alunos criassem um algoritmo para calcular a soma da PG. Os alunos não sabiam a definição de algoritmo, então explicou-se e como exemplo prático sugeriu-se que eles respondessem à pergunta “Quais são todos os passos (etapas) que você faz, a partir do momento que acorda, para chegar à escola em que estuda?” Após o entendimento do significado, os alunos construíram o algoritmo da soma conforme mostra a figura 8.

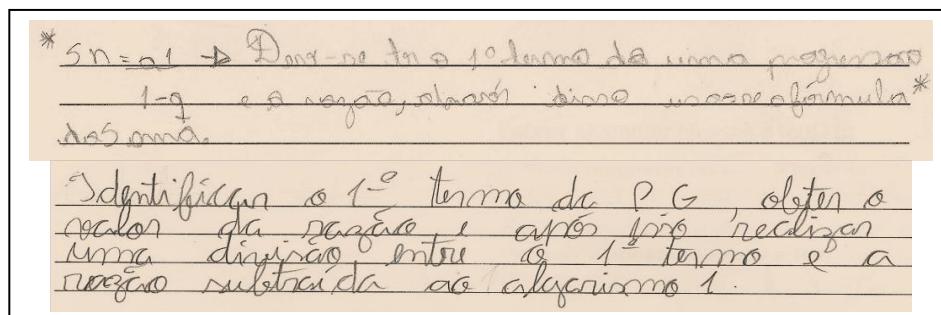


Figura 8: Algoritmo da soma construído pelos alunos.

Fonte: Registro dos alunos.



Nessa mesma atividade, disponibilizou-se computadores aos alunos para a verificação, a partir do programa construído com o software SciLab, da soma da PG infinita, calculada anteriormente.

No segundo momento da prática os alunos recortaram e montaram o fractal e foram orientados a fazer as seguintes atividades:

Analise o fractal e responda:

- a) Quantos cubos azuis possui?
- b) Quantos cubos verdes possui?
- c) Quantos cubos laranjas possui?



Figura 9: Alunos analisando o fractal.

Fonte: Arquivo pessoal, 2014.

Em seguida, os alunos deveriam escrever os resultados das questões **a**, **b** e **c** em forma de uma progressão e responder aos questionamentos, conforme a figura 10:



- d) Escreva essa sequência de valores → (1, 2, 4, ...)
- e) Essa sequência é uma PA ou PG? Justifique sua resposta: PG Multiplicativa por 2, ou seja, o valor sempre aumenta o dobro.
- f) Encontre e escreva a razão dessa Progressão.
- $$\frac{4}{2} = 2 \rightarrow \text{razão } 2$$
- g) Essa progressão é crescente ou decrescente? Justifique sua resposta: crescente, pois os valores estão aumentando

Figura10: Respostas dos alunos.

Fonte: Registro do aluno.

Observa-se pelas respostas, que os alunos conseguiram identificar e justificar corretamente que o fractal representava uma PG e que esta era crescente, bem como calcular corretamente a razão. Isso se deve ao fato de que, na atividade anterior, os alunos já haviam sanado suas dúvidas e, consequentemente, conseguiram desenvolver essa atividade de forma mais autônoma.

Para concluir o trabalho, os alunos foram instigados a conversar entre si e escrever com suas palavras o conceito de Progressão Geométrica.

Esses valores que são sempre multiplicados por umas razões que é um valor fixo para todos.

Figura 11: Conceito de Progressão Geométrica descrito pelos alunos.

Fonte: Registro do aluno.

Percebe-se na figura 11 que, apesar de escreverem de forma informal, os alunos conseguiram formar o conceito de Progressão Geométrica, o que vem a validar o trabalho desenvolvido.



Considerações finais

Por meio da análise de todo o trabalho desenvolvido pelos alunos, considera-se que os objetivos da prática pedagógica foram atingidos. Pode-se perceber que a proposta de trabalhar a partir da construção e análise de um fractal contribuiu de forma significativa para a aprendizagem dos conceitos referentes ao conteúdo de Progressão Geométrica.

Apesar dos educandos apresentarem dificuldade na aprendizagem da Matemática, eles desenvolveram bem as atividades propostas de forma que, ao fim das mesmas, conseguiram sanar as dúvidas inicialmente apresentadas. Com essa experiência também observou-se que, com o uso de material concreto-manipulativo e o auxílio do software matemático, os alunos se mostraram mais participativos e instigados a construir seu próprio conhecimento.

Assim, como futuras docentes vê-se a importância de sempre pesquisar e buscar ferramentas que facilitem e que tornem mais prazeroso o ensino e a aprendizagem da matemática.

Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

CUNHA, M. M. *Progressão Aritmética, Geométrica e Fractais*. Campo Grande, 2013. Disponível em:
<<https://sistemas.ufms.br/sigpos/portal/trabalhos/buscarPorCurso/cursoId:148>>. Acesso em: 09 maio 2014.

DANTE, L. R. *Matemática Volume Único*. 1 ed. São Paulo: Ática, 2005.

MALUF, M. I. *Crianças com Dificuldade de Aprendizagem*. Disponível em:
<<http://direcionaescolas.com.br/2013/12/10/criancas-com-dificuldade-de-aprendizagem/>>. Acesso em: 16 jun 2014.

LEITE, M. *Scilab: Uma abordagem prática e didática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

IV EIEMAT Escola de Inverno de
Educação Matemática

2º Encontro Nacional Pibid Matemática

Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas

05 a 08 agosto 2014



SALLUM, É. M. *Fractais no Ensino Médio*. Disponível em:
<<http://www.rpm.org.br/conheca/fractais.pdf>>. Acesso em: 18 jun 2014.