



## O SOFTWARE GEOGEBRA E A CONSTRUÇÃO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO: UMA CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA

Charles Bruno da Silva Melo

Centro Universitário Franciscano

xarlesdemelo@yahoo.com.br

José Carlos Pinto Leivas

Centro Universitário Franciscano

leivasjc@unifra.br

### Resumo

Este trabalho apresenta um relato de uma experiência e descreve uma utilização do *software* GeoGebra como ferramenta para a introdução da trigonometria por meio da construção do ciclo trigonométrico. Considera-se que o ensino ainda está ligado à aula expositiva e ao livro didático, porém essa prática não atende mais às exigências do contexto atual. A aplicação do experimento ocorreu em uma escola pública estadual no município de Candelária/RS em uma turma do 2º ano do Ensino Médio e teve por objetivo explorar a visualização, de modo dinâmico, das relações trigonométricas seno, cosseno e tangente, bem como apresentar o conteúdo matemático de uma forma atraente, utilizando uma tecnologia computacional, a qual desperta o interesse dos estudantes. As atividades realizadas pelos alunos foram enviadas por email para o professor, de modo que eles pudessem também utilizar essa ferramenta tecnológica. Conclui-se que os objetivos foram alcançados, pois possibilitou aos alunos aprenderem em ação, ou seja, foram sujeitos ativos no processo de construção de seu conhecimento, apesar de apresentarem algumas dificuldades iniciais quanto à manipulação do software.

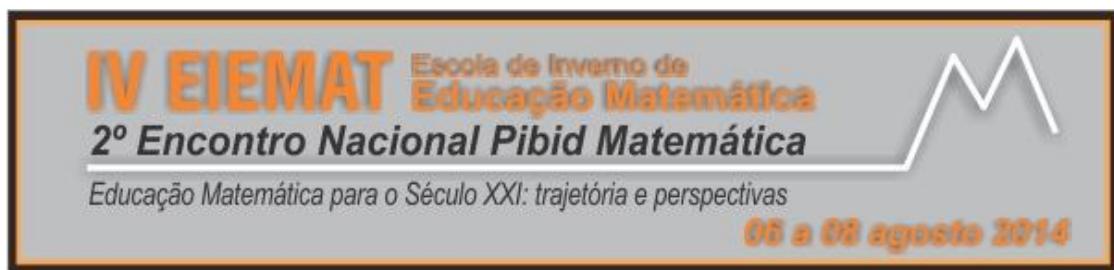
**Palavras-chaves:** *software* GeoGebra; ciclo trigonométrico; trigonometria; tecnologias.

### Introdução

A sociedade passa por contínuas transformações e, atualmente, essas ocorrem em uma velocidade surpreendente. Dentro desse contexto, está posto um desafio aos professores, qual seja, preparar os alunos para essa sociedade otimizada pelas tecnologias.

Moran (2008) afirma que:

as tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes



tipos de inteligência, habilidades e atitudes. Desse modo, é difícil negar a importância do uso das tecnologias na escola. (p. 04)

Corrobora-se com o autor, na medida em que o ensino não pode mais estar restrito aos livros didáticos, às apostilas ou à lousa. O contexto atual exige uma educação mais completa, uma educação que realmente seja eficaz e atinja o mundo de uma forma global.

[...] chama-se a atenção para a necessidade de se relacionar a Matemática com os demais setores da sociedade, sobretudo reconhecendo os novos desenvolvimentos das ciências e da tecnologia. O grande desafio que nós, educadores matemáticos, encontramos é tornar a matemática interessante, isto é, atrativa, relevante, isto é, útil; e atual, isto é, integrada no mundo de hoje. (DAMBRÓSIO, 2001, p. 14 - 15).

Assim sendo, é fundamental uma reflexão sobre o ensino. Partindo da ideia de que ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para a sua construção, é o que se adotou, na experiência aqui relatada, o uso do software GeoGebra como uma ferramenta pedagógica para a introdução da trigonometria a partir da construção do ciclo trigonométrico. Teve-se como objetivo principal explorar a visualização de modo dinâmico das funções seno, cosseno e tangente, bem como apresentar o conteúdo matemático de uma forma atraente aos estudantes, como geralmente ocorre quando se usa o computador em sala de aula.

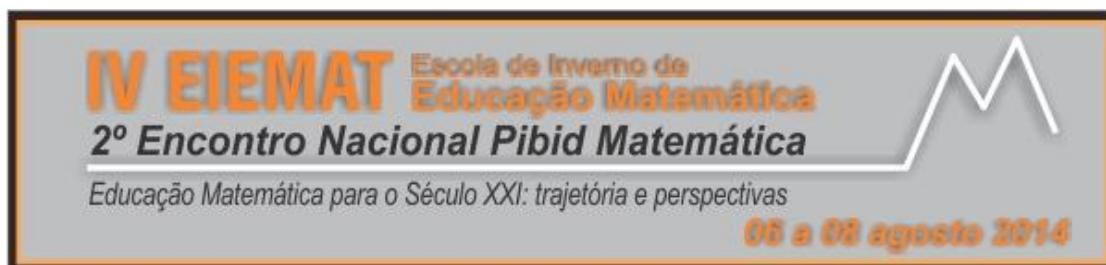
Visualização é uma habilidade que vem ganhando terreno nas pesquisas em Educação Matemática. Leivas (2009) a define como sendo “um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos.” (p. 22).

Arcavi (1999, p. 217) caracteriza essa habilidade como

o processo e o produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes, em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de desenhar e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias não conhecidas e avançar na compreensão.

Por outro lado, Fischbein (1987, p. 104) acrescenta que

representações visuais não somente auxiliam na organização da informação em representações como constituem um importante fator de globalização. Por outro lado, a concretude de imagens visuais é um fator essencial para a criação de um sentimento de auto evidência e imediaticidade. Uma imagem



visual não somente organiza os dados em estruturas significativas, mas é também um fator importante para orientar o desenvolvimento de uma solução analítica; representações visuais são essenciais dispositivos antecipatórios.

Assim, utilizar o GeoGebra, para desenvolver essa habilidade com estudantes do Ensino Médio, para a compreensão de funções trigonométricas e as respectivas relações no ciclo trigonométrico é importante para motivação ao estudo de trigonometria.

### Orientações Teóricas

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN+) têm indicado ações e estratégias mais eficientes para o trabalho docente. Conforme esse documento, a escola tem um novo sentido:

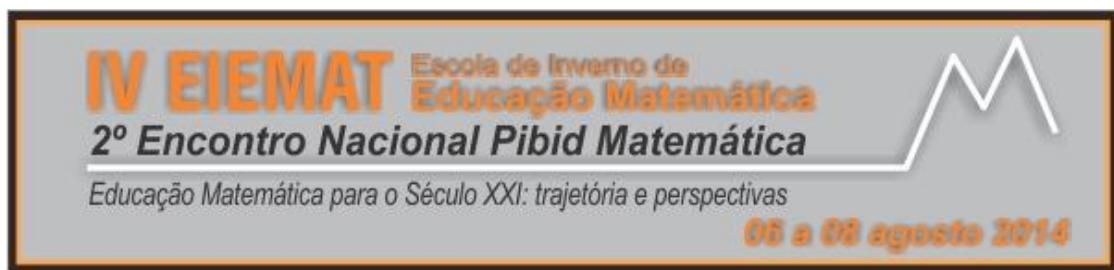
a nova escola de Ensino Médio não há de ser mais um prédio, mas um projeto de realização humana, recíproca e dinâmica, de alunos e professores ativos e comprometidos, em que o aprendizado esteja próximo das questões reais, apresentadas pela vida comunitária ou pelas circunstâncias econômicas, sociais e ambientais. (BRASIL, 2002a, p. 11).

Diante dessa concepção, o papel do docente é essencial para que o estudante sinta-se motivado a construir conhecimento relacionado com o mundo que o cerca, porém, depende do modo como se propõe atividades bem como uso que se faz das tecnologias.

Fioreze (2010, p. 54), sobre o uso de novas tecnologias no ensino, afirma que “O computador não pode ser concebido simplesmente como um gerador de respostas para os alunos, pois se estará podando a capacidade criadora do ser humano, construtora de novas habilidades e perspectivas”.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998b), há a recomendação de que os recursos tecnológicos podem ser usados em aulas de Matemática com várias finalidades, tais como “meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções”. (p. 44)

Portanto, o uso de tecnologias não tem o intuito de substituir aulas baseadas apenas em recursos como quadro e giz, mas contribuir para que o ensino de trigonometria, nesse caso, possa desenvolver a autonomia nos alunos, bem como



possibilitar a explorar a visualização de modo dinâmico das relações seno, cosseno e tangente, dando mais sentido ao que estão realizando.

No que se refere ao ensino de trigonometria, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio” (BRASIL, 2006c, p. 73), indicam:

na introdução das razões trigonométricas seno e cosseno, inicialmente para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ . A partir das definições e de propriedades básicas de triângulos, devem ser justificados os valores de seno e cosseno relativos aos ângulos de medida.

Para colocar em prática o uso de tecnologias em sala de aula, foi escolhido o software GeoGebra, que é um programa livre de geometria dinâmica, adequado para a análise gráfica, pois, nele pode-se tanto explorar conceitos geométricos como algébricos. Ele permite que os alunos construam figuras, realizem investigações sobre propriedades e conceitos, manipulando objetos e os seus elementos.

Conforme Cruz (2005), a geometria dinâmica é aquela que permite sua exploração por meio do movimento de figuras na tela de um computador, cujas características estabelecem condições para que o usuário (aluno) manuseie seus componentes e realize conjecturas, atendendo aos requisitos necessários para que se observem regularidades.

A escolha desse software como ferramenta didática, surgiu a partir de experiências anteriores de ensino em que os alunos apresentavam dificuldades na compreensão do conteúdo trigonometria, principalmente relacionado aos significados de seno, cosseno e tangente.

Entretanto, não somente os softwares são ferramentas didáticas que podem promover significados a conceitos matemáticos. Santos e Cury (2011) utilizam maquetes, ou seja, materiais manipuláveis, em uma investigação com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, em aulas de reforço, para o ensino de conteúdos de trigonometria.

### **Aplicação em sala de aula**

As atividades foram aplicadas em uma turma do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, na qual o primeiro autor é regente de classe, no município de Candelária/RS, com 25 alunos. O tempo de execução foi de 12h/aula de

50 minutos cada. Os alunos trabalharam em duplas no laboratório de informática da escola. Todas as atividades propostas, após serem realizadas durante cada aula, foram enviadas para o email do professor, pois na aula seguinte os conceitos envolvidos eram retomados e discutidos com a turma.

Inicialmente o software foi apresentado aos alunos e foi explanado o uso das ferramentas básicas, bem como a exploração das mesmas. Na figura 1 uma imagem da tela do GeoGebra, na qual essas ferramentas básicas aparecem.

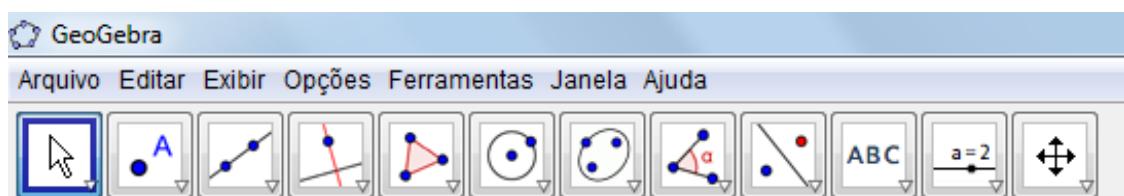


Figura 1 – Ferramentas básicas do GeoGebra.

Já na figura 2, ilustra-se uma construção realizada por uma das duplas de alunos, na qual se explora o uso de algumas dessas ferramentas, como circunferência, retas, segmento, etc.

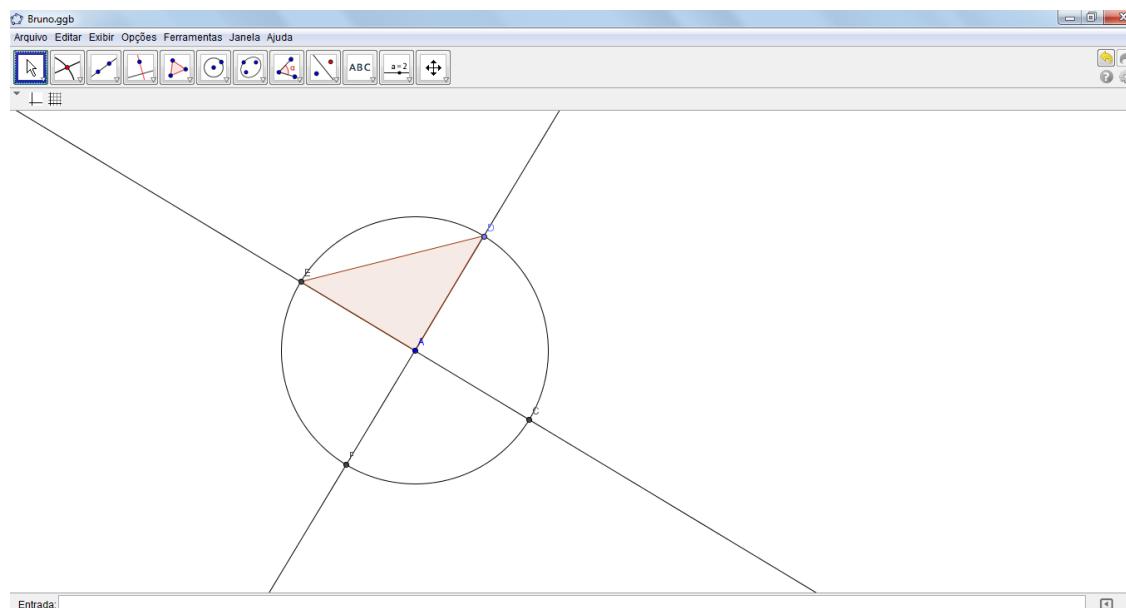
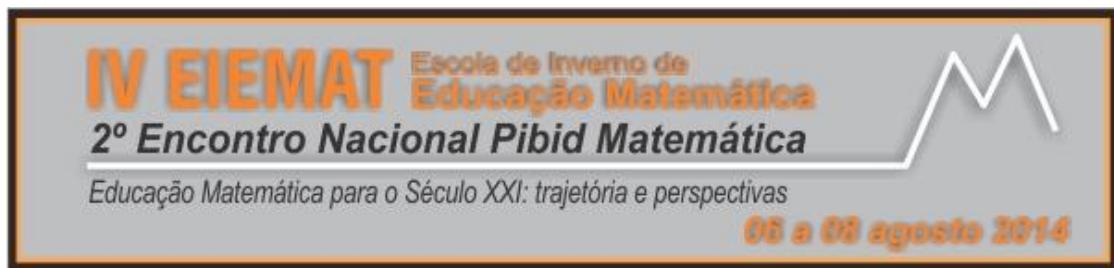


Figura 2 – Arquivo de um aluno explorando as ferramentas básicas.

Na sequência foram retomados alguns conceitos relativos ao estudo da circunferência e comprimento de arcos, bem como as unidades de medidas de ângulos.



Esses conteúdos foram explorados antes de se iniciar o presente estudo, por meio de aula expositiva.

Nessa atividade os alunos foram desafiados a representar no software um arco em uma circunferência que tivesse o raio igual a 1 unidade. Alguns alunos tiveram dificuldades quanto a representação do arco na circunferência, bem como a medida desse arco, que deveria ser dada em graus. Na figura 3 se apresenta duas dessas construções, sendo que a da direita era a desejada.

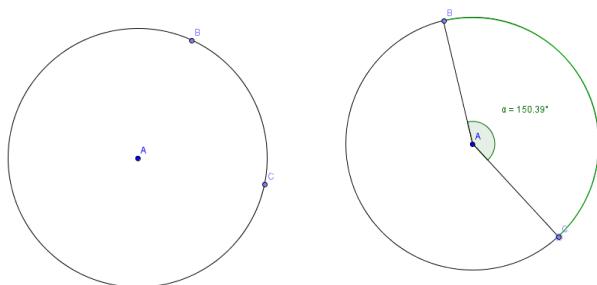


Figura 3 – Construções realizadas por dois alunos.

Após essa construção, pediu-se que os alunos ativassem os eixos coordenados e construissem novamente o arco a partir da circunferência com centro na origem do sistema cartesiano. Como os alunos, já tinham construído anteriormente o arco, não tiveram dificuldades na representação, como é indicado na figura 4.

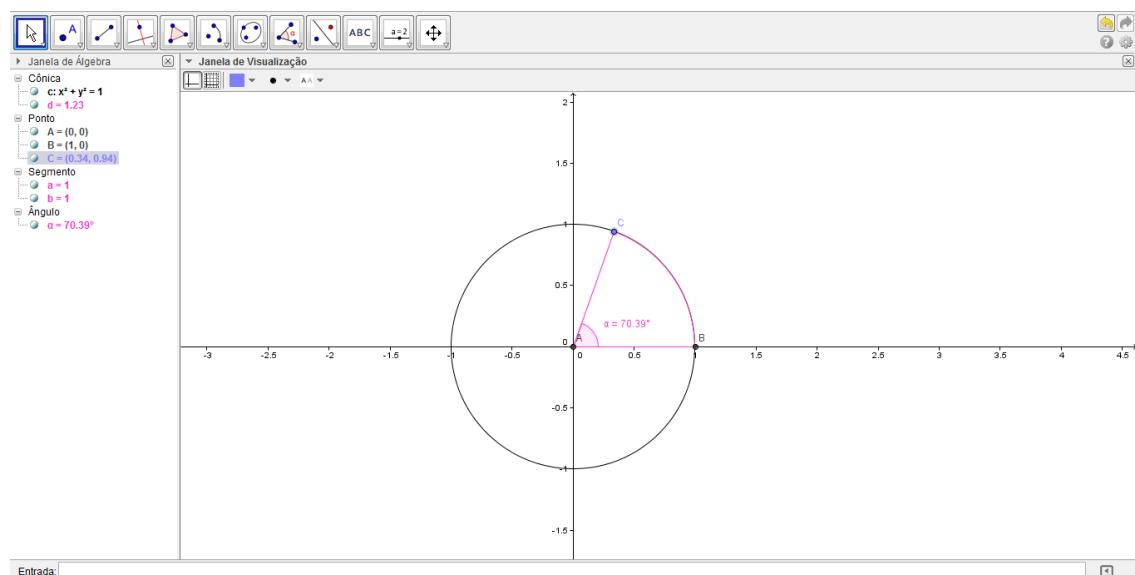


Figura 4 – Início da construção do ciclo trigonométrico.



Na sequência foram explorados os ângulos positivos (sentido anti-horário) e negativos (sentido horário), bem como os ângulos côngruos (negativos, positivos e maiores que uma volta). Também foram definidos os quadrantes e seus limites. A figura 5 ilustra uma dessas atividades propostas e os cálculos realizados por um dos alunos para obter a menor determinação e o número de voltas do arco.

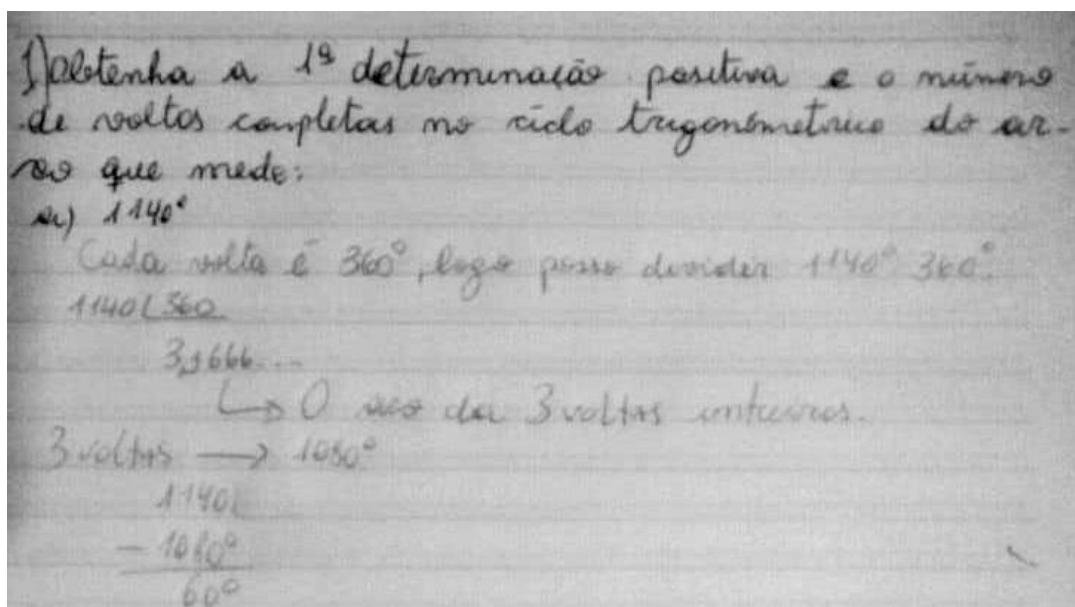


Figura 5 – Resolução de um dos exercícios propostos aos alunos.

A próxima atividade consistia na construção da representação do seno e do cosseno. Nessa exploração foram retomados alguns conceitos básicos de geometria, como reta perpendicular e paralela, ponto de intersecção e segmento de reta. Em seguida foram realizados alguns questionamentos de modo que os alunos pudessem estabelecer essas relações com as já estudadas no triângulo retângulo.

A maioria dos alunos relatou que, agora, conseguiam entender porque o seno era sempre a medida do cateto oposto e o cosseno, a medida do cateto adjacente, uma vez que a hipotenusa no círculo trigonométrico tem por medida a unidade. Assim, a razão da medida do cateto pela hipotenusa fica sendo sempre igual a medida do cateto. Na figura 6 há uma construção realizada por uma dupla de alunos, em que representam os catetos nos eixos coordenados.

# IV EIEMAT

## Educação Matemática

### 2º Encontro Nacional Pibid Matemática

Educação Matemática para o Século XXI: trajetória e perspectivas

06 a 08 agosto 2014

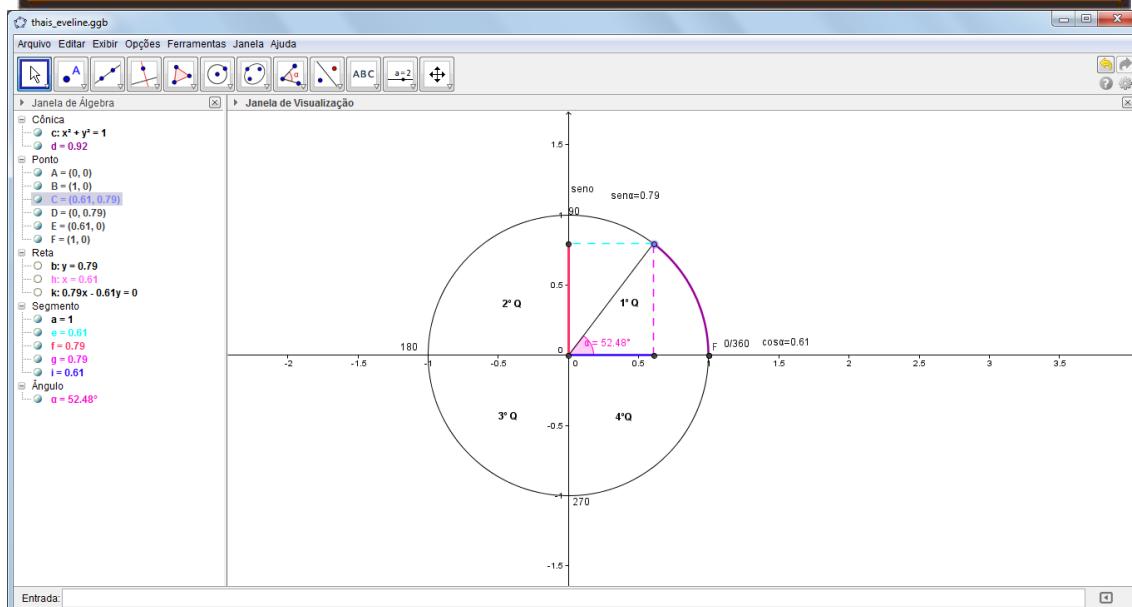


Figura 6 – Representação de seno e cosseno no círculo trigonométrico.

Na última atividade da experiência foi construída a representação da tangente de um ângulo. Em seguida, pediu-se aos alunos que calculassem a razão entre o seno e o cosseno desse mesmo ângulo e observassem o valor obtido. Os alunos puderam concluir que a tangente de um ângulo é sempre igual a essa razão. Na figura 7, a seguir, é ilustrada essa construção no GeoGebra.

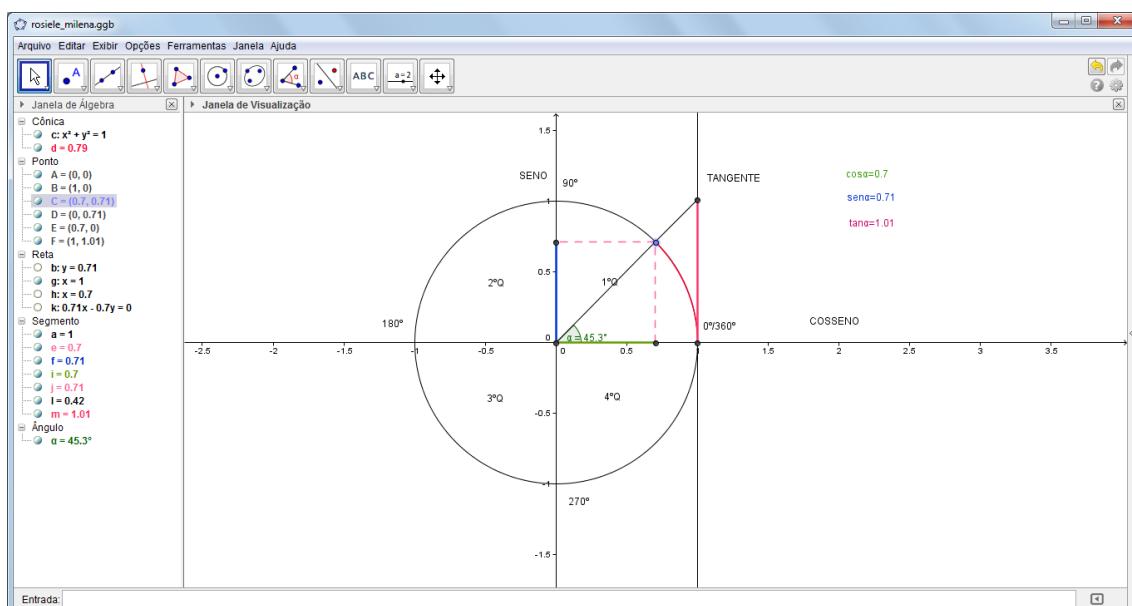
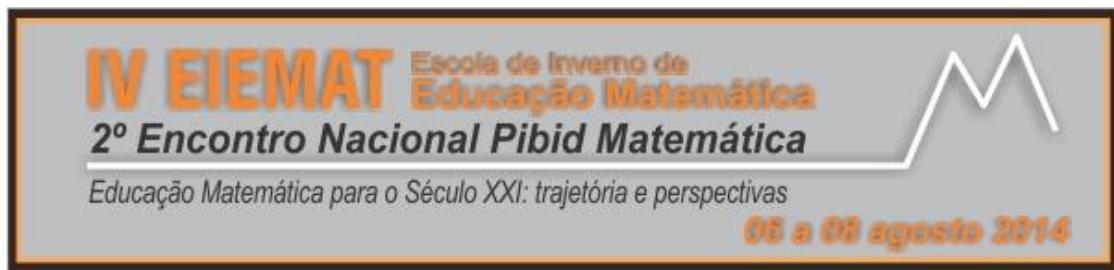


Figura 7 – Construção da tangente no ciclo trigonométrico.



Após a construção do ciclo trigonométrico, pediu-se aos alunos que fizessem uma pesquisa envolvendo as funções cotangente, secante e cossecante e, na sequência, que tentassem representá-las no GeoGebra, sem a necessidade da dinâmica de movimentá-las. Alguns alunos conseguiram esboçar essas relações, como ilustrado na figura 8.

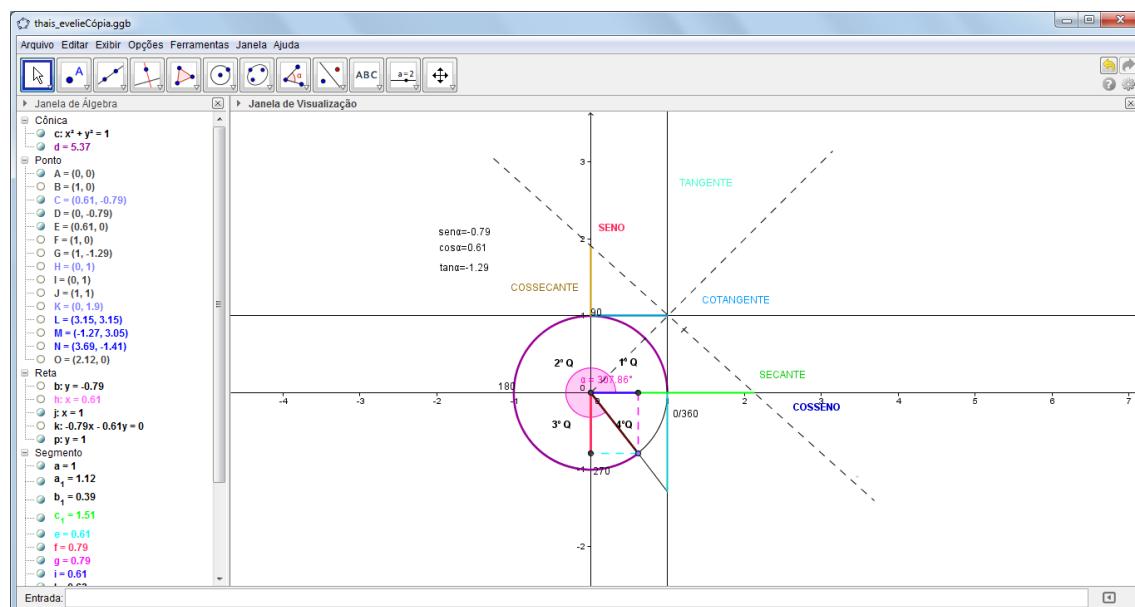
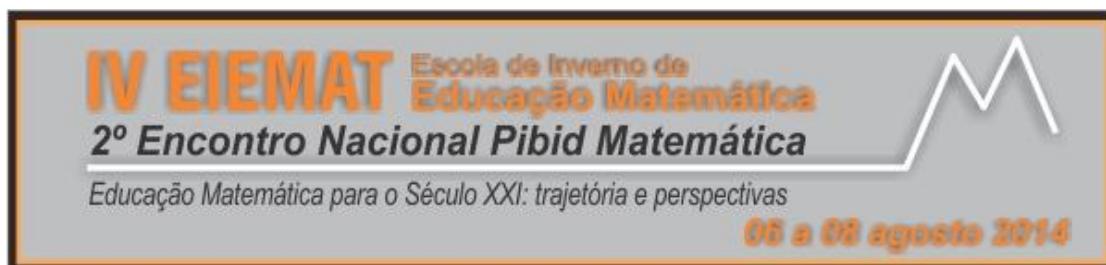


Figura 8 – Representação da secante, cossecante e tangente construída por alunos.

Junto ao envio dessa tarefa, foi pedido que os alunos fizessem comentários sobre a atividade. Muitos deles relataram que foi a primeira vez que utilizaram algum recurso tecnológico parecido (software); que gostaram da atividade, pois ela foi realizada no computador e afirmaram que, agora, conseguiam entender a relações trigonométricas no triângulo retângulo estudadas na oitava série.

### Considerações finais

Com o trabalho desenvolvido foi possível observar que o uso da tecnologia é um aliado ao trabalho do professor e um facilitador do processo de ensino/aprendizado dos estudantes. A partir do recurso computacional GeoGebra, foi possível aos alunos



construírem o ciclo trigonométrico de modo que puderam movimentá-lo e, com isso, visualizar o que antes era apenas representado no quadro pelo professor.

A exploração da visualização do seno, cosseno e tangente proporcionou, também, aos alunos compreenderem essas relações no triângulo retângulo, estudadas inicialmente no Ensino Fundamental.

Outro ponto positivo do experimento foi que muitos alunos aprenderam a utilizar o email, pois todas as atividades desenvolvidas em aula deveriam ser enviadas para o professor eletronicamente.

Entende-se que o objetivo do experimento foi alcançado, já que possibilitou aos alunos aprenderem em ação, ou seja, foram sujeitos ativos no processo de construção de seu próprio conhecimento, apesar de apresentarem algumas dificuldades quanto à manipulação do software.

Percebe-se que é necessário também arriscar novas práticas, não temer aplicar inovações didáticas. No primeiro momento, os alunos estranharam a proposta, mas no decorrer das aulas se mostraram interessados e entusiasmados. O professor estava receoso com a aplicação, pois era a primeira proposta diferenciada, utilizando o software GeoGebra, aplicada em sua sala de aula, mas foi possível construir o ciclo trigonométrico e explorá-lo satisfatoriamente.

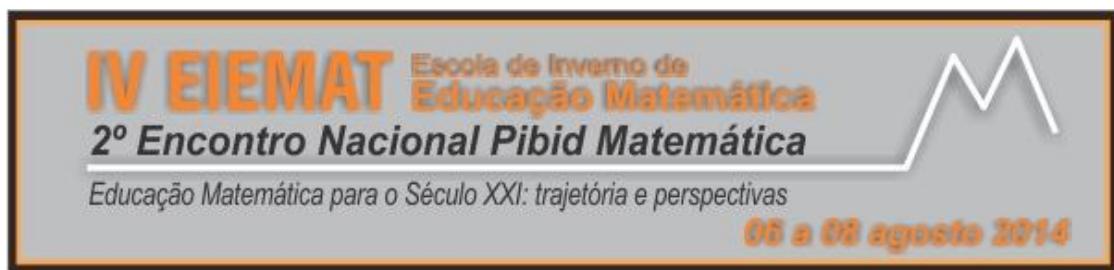
## Referências

ARCAVI, A. . The role of visual representation in the learning of mathematics. In: NORTH AMERICAN CHAPTER OF THE PME, 1999. *Proceedings*. Disponível em: <<http://www.clab.edc.uoc.gr/aestit/4th/PDF/26.pdf>>. Acesso em: 14 jun. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília, 2002a.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Brasília, 1998b.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2006c.



CRUZ, D. G. *A utilização do ambiente dinâmico e interativo na construção de conhecimento distribuído*. Curitiba – PR, 2005. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação – linha de pesquisa educação matemática). Setor de Educação. UFPR.

DAMBRÓSIO, U. Desafio da Educação Matemática no novo milênio. *Revista da Sociedade Brasileira de Matemática*, São Paulo, v. 8, n. 11, p. 14-17, dez. 2001.

FIOREZE, L. A. *Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais*. 2010. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

FISCHBEIN, E.. *Intuition in science and mathematics: an educational approach*. Dordrecht: Reidel, 1987.

LEIVAS, J. C. P. *Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática*. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2009, 294 p.

MORAN, J. M. *A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá*. 2. Ed. Campinas: Papiros, 2008.

SANTOS, D. C. dos; CURY, H. N. O uso de materiais manipuláveis como ferramenta na resolução de problemas trigonométricos. *Vidya*, v. 31, n. 1, p. 49-61, jan./jun., 2011.