



SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS E ENSINO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Eric de Oliveira Gomes
Instituto Federal do Rio de Janeiro – IFRJ
eog.eric@hotmail.com

Heitor Achilles Dutra da Rosa
Instituto Federal do Rio de Janeiro – IFRJ
heitor.rosa@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho apresenta reflexões e sugestões metodológicas referentes às práticas relacionadas ao Ensino da Matemática, em especial ao ensino de combinatória, nas séries do Ensino Médio e Técnico do Instituto Federal do Rio de Janeiro – Campus Nilópolis. O trabalho busca identificar parte dos componentes didáticos produzidos, nas salas de aula, durante o período de observação das aulas, que podem ser responsáveis por promover a compreensão dos entes matemáticos estudados. Além disso, discute algumas das características didáticas que contribuem para ou impedem o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem de estratégias utilizadas na resolução de problemas combinatórios. Após identificar e analisar tais meios didáticos são propostas sequências didáticas alternativas, pautadas na resolução de problemas, vinculadas aos objetivos e especificidades do ensino da combinatória, que servem como instrumentos facilitadores no processo de ensino e aprendizagem das técnicas de contagem – um dos objetos de estudo da combinatória. Tais sequências didáticas deram origem a um material didático teórico que tem como característica o processo de construção das ideias combinatórias por meio da resolução de problemas.

Palavras-chave: *Ensino de Matemática; Análise combinatória; Resolução de problemas.*

Introdução

As técnicas de contagem, usualmente realizadas no cotidiano, restringem-se, normalmente, à contagem direta, isto é, à exibição explícita dos objetos envolvidos e seu registro um a um. Essa técnica torna-se insuficiente quando se trata de situações em que o número de objetos é muito grande ou não se dispõe de uma maneira conveniente de listá-los. Para lidar com estas situações, é necessário dispor-se de bons métodos de contagem. Nesse contexto o objeto de estudo corresponde à resolução de situações em que a contagem se reduz em saber de quantas



maneiras um determinado grupo de objetos pode ser escolhido, sem e com restrições em relação à ordem em que são selecionados.

Dessa forma, pensar sob um ponto de vista combinatório requer que os alunos explorem criativamente os aspectos estruturais de uma situação problema, com o desejo de reduzi-lo a cada

caso mais simples ou a um problema previamente resolvido. Como resultado, muitas possibilidades de solução são analisadas sistematicamente, e um conhecimento útil é ganho a partir de certas tentativas corretas e incorretas.

Tal abordagem propicia o aprimoramento de técnicas de contagem e permitem formalizar os conceitos de arranjo, permutação e combinação com ou sem elementos repetidos. Isso permite, dentre outras coisas, evitar uma tendência decorrente dos erros de estratégias de ensino, em que o aluno adota a adivinhação como técnica para resolver os problemas de contagem.

Para contemplar tais objetivos de ensino foram criadas sequências didáticas, isto é, um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa. As sequências correspondem a um conjunto de problemas que tem como características cinco padrões de processos utilizados em suas resoluções: o padrão de argumentação e prova, de comunicação, conexões e representação.

O entrelace de todas as ideias apresentadas juntamente com as especificidades do ensino de Matemática foram os elementos necessários para propor as sequências didáticas adequadas a uma prática que requer a formação de indivíduos que valoriza a aquisição de competências e habilidades, significando o que se aprende.

A pesquisa teve como objetivo estruturar e apresentar um material didático de estudo voltado para professores de Matemática, estudantes de Licenciatura em Matemática, e áreas afins



interessados em questões referentes ao processo de ensino e aprendizagem de combinatória, proposto de acordo com as ideias preconizadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Metodologia

No primeiro momento foi feita uma revisão da literatura a partir da leitura de textos e artigos científicos. Esta revisão serviu como instrumento de discussão sobre o assunto em questão - combinatória e ensino da Matemática. Em seguida, através das observações das práticas em sala de aula no Instituto Federal do Rio de Janeiro, campus Nilópolis, foi possível a criação de algumas atividades que foram propostas aos professores e aos alunos das turmas. Após a aplicação dessas atividades e a análise dos dados obtidos a partir de observações e erros e ou equívocos dos alunos nas soluções apresentadas durante a realização das atividades, foi dado o início a elaboração das sequências didáticas a fim de compor um material didático na forma de texto.

Resultados e discussão

A observação das aulas permitiu verificar que a maior parte dos alunos se apresentou de forma passiva diante do que estava sendo exposto. Isso mostrou o quanto foi difícil perceber o nível de aquisição de novas aprendizagens. As atividades propostas pelos regentes eram cumpridas parcialmente, e muitos alegavam terem dificuldades em resolvê-las, isso porque os alunos não conseguiam aplicar a técnica de contagem apropriada para resolver os problemas propostos.

A análise das respostas dos problemas propostos aos regentes revelou que os mesmos não tiveram a preocupação em escrever de maneira formal as soluções e também omitiram as decisões tomadas para a resolução dos mesmos. A escrita simplificada foi uma característica comum a todos os participantes da pesquisa.



Ao propor a resolução de problemas de combinatória, pode-se estabelecer uma avaliação do processo de ensino e aprendizagem a partir da análise das respostas dadas pelos alunos. Ficou evidente que a maior parte dos alunos, isto é, 75% , apresentaram dificuldades frente à resolução de problemas que apresentavam restrições. Isso se mostra evidente à medida que se avalia as estratégias escolhidas pelos alunos para a resolução desses problemas, isto é, os alunos não eram capazes de identificar em quantos e quais casos o problema deveria ser dividido. Dessa forma, as soluções apresentavam respostas equivocadas, onde um mesmo agrupamento era contado mais de uma vez. Em muitos problemas as soluções encontradas pelos alunos não levavam em conta a precisão da notação apresentada o que evidenciou a falta de domínio no que se refere ao campo conceitual estudado. A dificuldade em se fazer a transposição de ideias também se revelou preocupante, uma vez que a maior parte dos alunos (70%) não conseguiu identificar e associar modelos vistos previamente em outros contextos. Além disso, 45% dos alunos revelaram em suas soluções dificuldades na aplicação do princípio fundamental da contagem e do princípio aditivo, ou seja, tais alunos ao invés de aplicarem o princípio fundamental da contagem, utilizaram o princípio aditivo. A falta de domínio na resolução de problemas que tinham como objetivo trabalhar a ideia de generalização também foi uma característica apresentada por 70% dos alunos que participaram dessa pesquisa. Nesse caso, os alunos optaram por técnicas de contagem elementares – utilizadas no cotidiano – por meio da listagem de todas as configurações possíveis.

A análise dos resultados obtidos pelos alunos na resolução dos problemas propostos permite identificar a ausência de um domínio conceitual no que se refere às técnicas de contagem estudadas pelos mesmos. Talvez a ausência de um processo formal tenha contribuído para gerar, muitas vezes, respostas oriundas de processos de adivinhação. Outra característica evidente apresentada pelos alunos frente à resolução dos problemas foi ignorar o fato de que tais problemas envolvem a tomada de decisões precisas e que esse é o principal foco para se estabelecer a solução correta do problema. Vale destacar que o foco dos alunos diante dos problemas foi tentar aplicar, de imediato, fórmulas previamente decoradas sem o entendimento



de seus significados. O conceito e a aplicação de combinações completas foi confundido com ideias relacionadas as combinações simples, principalmente quando a proposta se apresentava contextualizada.

A análise qualitativa dos erros cometidos pelos alunos, ao resolverem os problemas propostos, serviram de instrumento diagnóstico no que se refere ao processo de ensino aprendizagem de análise combinatória. Dessa forma tais constatações serviram de base para gerar um material didático em que o encadeamento dos assuntos e dos problemas propostos ocorre de forma construtiva valorizando o processo reflexivo e contribuindo para a aquisição de habilidades e competências facilitadoras para a construção de argumentos e ideias de soluções de problemas caracterizadas por processos de transposição.

Considerações finais

Para a construção do processo de ensino e aprendizagem da Análise Combinatória deve-se levar em conta o raciocínio recursivo e os procedimentos sistemáticos de enumeração no lugar da centralização de esforços em valorizar a memorização algorítmica ou a memorização de fórmulas combinatórias. A aprendizagem deve ocorrer de forma gradativa valorizando iniciativas que permitem os alunos a chegar ao conhecimento por si só, construindo sentido para o que está se aprendendo. A resolução de problemas aparece como uma alternativa capaz de fazer com que os alunos possam refletir a respeito do problema e analisar uma estratégia para resolvê-lo.

O processo de ensino aprendizagem de combinatória deve valorizar discussões envolvendo professor e aluno. Para o professor, muitas vezes, é difícil ouvir sem fazer interferências no discurso do aluno. Mas esta relação pode ser mais democrática quando professor e alunos juntos buscam aprender utilizando recursos que possibilitem uma interação capaz de gerar conhecimento. As interações estabelecidas na sala de aula podem interferir positivamente no processo de ensino e aprendizagem na medida em que torna possível aprender com o outro.



Entender um problema de análise combinatória como um problema de tomada de decisão não só desenvolve a autonomia quanto propicia uma variedade de estratégias de soluções por parte dos alunos. Sendo assim, é importante destacar que a escrita das decisões a serem tomadas é uma estratégia didática que favorece a contagem precisa e ou a aplicação correta da ferramenta de contagem a ser utilizada. O exemplo a seguir mostra como essa ideia pode ser aplicada na resolução de problemas.

Exemplo: De quantas maneiras 3 pessoas podem sentar-se em 8 cadeiras em fila?¹

O exemplo refere-se a um problema de tomada de decisão em que a escolha a ser feita corresponde ao lugar em que uma pessoa deve sentar. Isto é:

d₁: escolher um lugar para a 1^a pessoa sentar;

d₂: escolher um lugar para a 2^a pessoa sentar, após ter ocorrido d₁;

d₃: escolher um lugar para a 3^a pessoa sentar, após terem ocorrido d₁ e d₂

Logo:

$$\#d_1 = 8; \#d_2 = 7 \text{ e } \#d_3 = 6$$

Portanto, pelo *princípio fundamental da contagem*: $8 \times 7 \times 6 = 336$ modos. Os pressupostos apresentados juntamente com os resultados obtidos com a pesquisa realizada permitiu a construção de uma proposta de material didático teórico que procura valorizar a construção de estratégias para a resolução de problemas a partir da aplicação da transposição de modelos matemáticos. Sendo assim, esse material didático conta com a apresentação do desenvolvimento conceitual de técnicas de contagem, bem como um roteiro de exercícios propostos de forma encadeada, a fim de serem utilizados como modelos para a solução de problemas contextualizados, também presentes nesse material.



Referências bibliográficas

- BACHELARD, G. *A informação do espírito científico*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; MORGADO, E. W. A. *A matemática no ensino Médio v.2*. Rio de Janeiro: SBM, 1998.
- LIU, C. L. *Introduction to combinatorial mathematics*. New York: Mc-Graw hill, 1968.
- MACHADO, S. D. A. (Org.) *Educação Matemática: Uma introdução*. São Paulo: EDUC, 2002.
- MORGADO, A. C. O.; CARVALHO, J. B. P. CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. *Analise combinatória e probabilidade*. Rio de Janeiro: IMPA, 2004.
- MORIN, E. *Inteligência da complexidade*. São Paulo: Petrópolis, 2000.
- PAIS, L.C. *Didática da matemática: Uma analise da influencia francesa*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- _____. *Ensinar e aprender matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- ROXO, E. et al. *Matemática 2º ciclo, 2ª série. 2ªed.* Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1944.
- ROMBERG, T. A. *Perspectives on Scholarship and Research Methods*. In _: Grouws, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (p. 49-64). NCTM. New York: Simon & Schuster, 1992.
- SANTOS, J. P O.; MELLO, M. P.; MURARI, I. T. C. *Introdução à análise combinatória*. Campinas: UNICAMP, 2002.
- TUCKER, A. *Applied combinatorics*. New York: John Wiley, 1980.
- WALLE, J. A. V. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed, 2009.