



ISSN 2316-7785

## **ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA EXPERIÊNCIA PARA INTRODUÇÃO DO CONCEITO DE P.A.**

Mariana Lopes Dal Ri  
Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete  
[marianadalri@yahoo.com.br](mailto:marianadalri@yahoo.com.br)

Régis Gindri Lançanova  
Instituto Federal Farroupilha – Campus Alegrete  
[regisgindri@hotmail.com](mailto:regisgindri@hotmail.com)

### **Resumo**

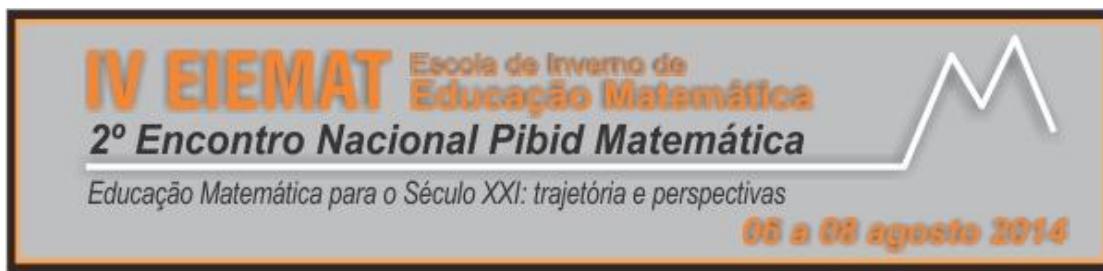
Este trabalho relata a aplicação da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através resolução de problemas aliado a possibilidade de criação de novos problemas. A proposta foi realizada com uma turma de terceiro ano do ensino médio do curso integrado em agropecuária, da rede federal de ensino, situada no município de Alegrete. As atividades desenvolvidas totalizaram 6 horas aula e constatou-se que os estudantes envolvidos possuem muita dificuldade na interpretação, compreensão e resolução de problemas. Inicialmente, de maneira intuitiva, realizam as atividades de maneira satisfatória, entretanto, quando necessitam formalizar o conteúdo e expressar algebraicamente a compreensão acerca do problema e do conteúdo, demonstraram bastante dificuldade. Apesar disso, percebeu-se que o trabalho com resolução de problemas facilitou o processo de formalização do conteúdo e compreensão de conceitos importantes envolvendo progressão aritmética.

**Palavras-chave:** resolução de problemas; generalização de padrão; progressões; ensino médio.

### **INTRODUÇÃO**

O presente trabalho tem, como ponto de partida, as dificuldades apresentadas por estudantes de Ensino Médio quanto ao ensino-aprendizagem de progressões. O tema abordado é a resolução de problemas de álgebra e a generalização de padrão. O ensino dessa área da matemática é não só decisivo para aquisição de inúmeros conteúdos e abordagens existentes na educação, como também enfrenta atualmente um sério problema de aprendizagem por parte dos estudantes.

Para o desenvolvimento deste tema, foi utilizada a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Esta dinâmica de trabalho foi



assim denominada pelo GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas), sob coordenação da Dr<sup>a</sup> Lourdes de la Rosa Onuchic desde 1992. (ZUFFI, 2007)

A partir daí, para o desenvolvimento e aplicação do projeto, buscamos responder as seguintes questões, norteadoras do trabalho em sala de aula:

- a) Quais as contribuições da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para introdução e construção de conceitos sobre sequências e progressões no Ensino Médio?
- b) Quais os benefícios de se utilizar um problema de matemática para introdução de novos conceitos, descoberta e generalização de padrões?
- c) De que forma os alunos podem se beneficiar, quando enfrentam a questão de elaborar novos problemas, buscando semelhanças com a situação anteriormente estudada?

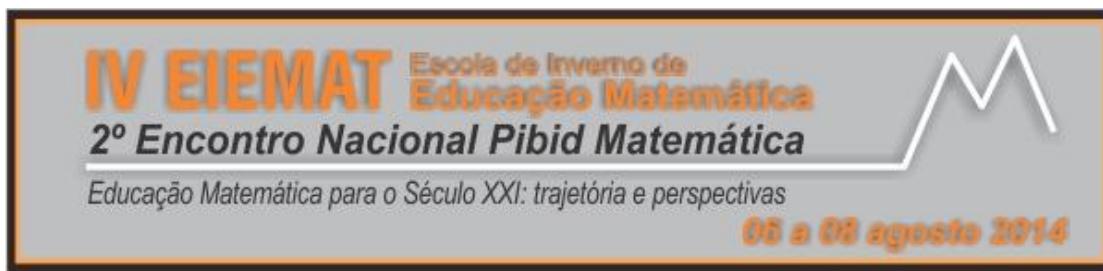
Nesse contexto, a metodologia de trabalho se desenvolveu a partir de um problema gerador, onde os alunos tiveram a oportunidade de ler o problema, responder a algumas questões iniciais individualmente e, na sequência, trabalhando em grupos de até três alunos, responderam questões que exigia um raciocínio mais formal e utilização de técnicas e habilidades matemáticas já desenvolvidas anteriormente.

## JUSTIFICATIVAS

Compreender o mundo, o universo e as ciências requerem habilidades, que são desenvolvidas ao longo da vida estudantil e, o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser fator decisivo para a formação de um cidadão capaz de analisar e compreender o mundo que o cerca.

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. (BRASIL, 1998, p.26)

Nesse sentido, a resolução de problemas reveste-se de importância, pois busca exatamente o desenvolvimento da capacidade de formular hipóteses, testar e verificar a validade de tais possibilidades.



PEREZ (2006 p.19) salienta em seu trabalho que as dificuldades dos alunos com a álgebra estão principalmente relacionadas com a resolução de problemas, não se restringindo apenas ao processamento algébrico. Pesquisas como, por exemplo, a de Lee (1996), não só comprovam este fato, como mostram que erros e dificuldades apresentados por alunos na aprendizagem de Álgebra elementar no Ensino Fundamental persistem no Ensino Médio e, sucessivamente, no Ensino Superior.

Sobre uma perspectiva atual, Mendes (2009) destaca que

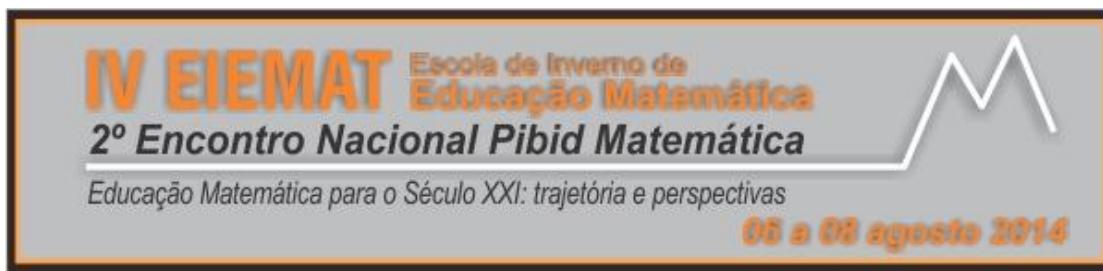
Atualmente, a resolução de problemas é encarada como uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações-problema caracterizadas pela investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, porém, tem uma grande tendência de ver a Matemática como autocontida e interessante por si mesma, o que não é uma atitude sempre compartilhada pelo aluno. (MENDES, 2009, p. 71)

Segundo o autor, a característica de investigação, a qual o trabalho se propôs a desenvolver, nem sempre é bem visto pelo estudante. Entretanto, a metodologia aqui proposta justifica-se também pelo fato de que é inviável resolver com os estudantes todos os tipos de questões que podem existir, ou ‘treinar’ um algoritmo para cada tipo de problema, por isso é realmente muito importante que eles aprendam a pensar por si mesmos, utilizando os mecanismos já conhecidos, buscando seu próprio desenvolvimento, com mais autonomia e confiança, diferentemente do que se faz, na grande maioria, em nossas salas de aula.

## REFERÊNCIAL TEÓRICO

A partir da década de 80, iniciou-se em todo o mundo uma renovação quanto ao ensino de Matemática. No documento “*Uma Agenda para Ação*” (An Agenda for Action, 1983.), criado no NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), dos Estados Unidos, destacou-se a solução de problemas como foco do ensino de Matemática para os anos 80. Entre essas ideias também se compreendiam a importância de aspectos sociais, antropológicos, linguísticos, além dos cognitivos, na aprendizagem da Matemática, o que imprimiu novos rumos às discussões curriculares. (BRASIL, PCN, 1998, p.20)

Entre as reformas descritas no PCN, as propostas elaboradas no período de 1980/1995, em diferentes países, apresentaram pontos de convergência, como: ênfase na resolução de



problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas; importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento; importância de trabalhar com amplo espectro de conteúdos, incluindo já no ensino fundamental, por exemplo, elementos de estatística, probabilidade e combinatória para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos; necessidade de levar os alunos a compreender a importância do uso da tecnologia e a acompanhar sua permanente renovação.

Na atual conjectura do Ensino Médio brasileiro, no que diz respeito à disciplina de Matemática, a Resolução de Problemas caracteriza-se como importante ferramenta para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Nesse trabalho, o aluno encara o problema como ponto de partida para sua aprendizagem e a resolução como a construção desse conhecimento.

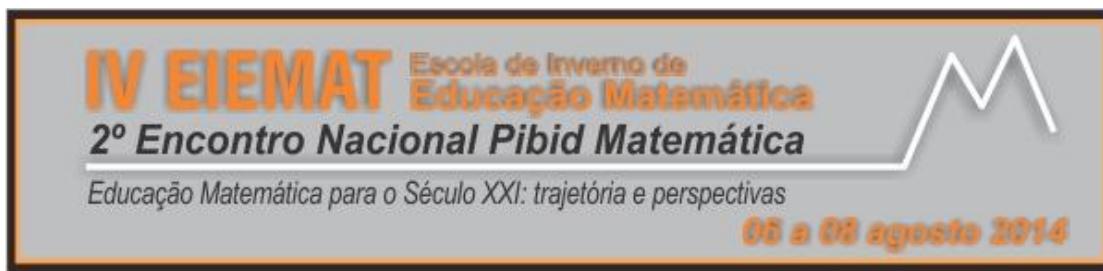
A partir dessa concepção, de que o problema deva ser o ponto de partida para aprendizagem Matemática, Hibert (1997, apud ALLEVATO, 2005) afirma que um problema é considerado “qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm regras ou métodos prescritos ou memorizados, nem há um sentido por parte dos estudantes de que há um método ‘concreto’ específico de solução” (p.40).

Diferentemente do que ocorre na maioria dos casos, a proposta atual é de que o problema seja apresentado aos alunos antes do conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução.

Um bom problema deve ser interessante, criativo, desenvolver o pensamento, capaz de instigar o aluno a resolvê-lo e desafiá-lo constantemente, caso contrário, ele ficará desmotivado. Pode envolver muito mais do que simples operações, deve possibilitar ao aluno o desenvolvimento de estratégias, a busca de vários caminhos para que este seja solucionado a sua maneira, de acordo com a sua realidade e raciocínio. (RODRIGUES; MAGALHÃES, 2011)

## METODOLOGIA

Aqui utilizamos uma metodologia onde o professor e os alunos, juntos, desenvolvem um trabalho colaborativo em sala de aula. O professor apresenta situações-problemas que os levem a



raciocinar sobre a construção de novos conceitos e processos, já no inicio do tratamento de um determinado conteúdo de Matemática.

Allevato e Onuchic (2009) justificam a opção de se utilizar a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, com o objetivo de expressar uma concepção de que o ensino e a aprendizagem devem ocorrer simultaneamente e, a avaliação deve estar integrada a esse processo. No momento em que ocorre a construção do conhecimento, o professor atua como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento, por isso, a avaliação deve estar aliada a esse processo, com a finalidade de acompanhar o crescimento dos alunos e reorientar as práticas de sala de aula sempre que necessário. “Essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução do problema [...]” (p.6).

As etapas de um roteiro atual para o trabalho em sala de aula com a utilização da metodologia de ensino através da resolução de problemas são: 1) preparação do problema; 2) leitura individual; 3) leitura em conjunto; 4) resolução do problema; 5) Observar e incentivar; 6) registro das soluções na lousa; 7) plenária; 8) busca do consenso; 9) Formalização do conteúdo.

As autoras afirmam, que para essa metodologia não existem regras ou forma rígidas de trabalho e, ressaltam que esse roteiro foi criado para auxiliar o trabalho e facilitar a implementação da resolução de problemas em sala de aula. Nesse sentido, o trabalho aqui relatado, incorpora a sugestão de uma forma mais dinâmica e acrescenta outras possibilidades, como a criação de novos problemas e resolução de problemas criados pelos colegas.

## O PROBLEMA GERADOR, AS FASES DO TRABALHO E QUESTÕES NORTEADORAS

Para realização do trabalho, foi traduzido e adaptado um problema disponível na Revista Iberoamericana de Educação Matemática – UNIÓN (edição de junho de 2012, número 30, páginas 151-158).

Com intuito de facilitar o trabalho, resolvemos dividi-lo em fases distintas, são elas:

**1ª FASE:** Apresentação da situação e trabalho individual



Aqui o problema foi entregue aos alunos, em uma folha, para que realizassem a leitura individual. Na sequência, professor e alunos, juntos realizam uma leitura em conjunto com objetivo de esclarecer qualquer dúvida sobre seu enunciado.

Posteriormente e, ainda individualmente, os alunos tentam resolver e responder as questões norteadoras desta primeira fase.

Quadro 1: Problema gerador

- Cláudia constrói quadrados em fila, usando palitos de madeira do mesmo tamanho, de modo que para cada lado de um quadrado usa um palito. Ela coloca em fila as figuras que vai construindo, como mostra a figura abaixo:



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

Quadro 2: questões norteadoras da primeira fase

1. Júlio afirma: “Claudia usou 13 palitos de madeira na figura 4, então na figura 8 usará o dobro, ou seja, 26 palitos de madeira.” A proposição expressa por Julio é verdadeira ou falsa? Por quê? Justifique sua resposta com as operações que realizaste, a partir das regularidades que encontrou no problema.
2. Quantos palitos de madeira usará Cláudia para construir a figura 25? Por quê?

**2ª FASE:** Trabalho em grupo com atividades de maior dificuldade e ideias para criar problemas

Os alunos formaram grupos de no máximo três integrantes e, juntos, tentaram responder as questões norteadoras.

Quadro 3: questões norteadoras da segunda fase

3. Encontrar, com três raciocínios diferentes, uma expressão geral que permita determinar o número de palitos de madeira que tem a figura que ocupa o lugar  $n$  na sequência.
4. Mostrar graficamente a variação do número de palitos conforme a variação do número correspondente de ordem da figura.
5. Fazer atividades similares as anteriores, considerando que os palitos de madeira que se contam em cada figura são apenas o perímetro da figura.



**3ª FASE:** Formalização do conteúdo

**4ª FASE:** Trabalho em grupo para criar um problema que será resolvido por outro grupo

Aqui a proposta foi criar um problema similar ao apresentado inicialmente.

Quadro 4: questão norteadora da terceira fase

6. Propor atividades similares as propostas nesta situação, considerando triângulos, pentágonos e outras figuras de forma poligonal. Dar a solução correspondente.

**5ª FASE:** Trabalho em grupo para resolver o problema criado por outro grupo

**6ª FASE:** Exposição dos problemas resolvidos pelos grupos

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

As questões norteadoras da primeira fase foram realizadas de forma satisfatória. A grande maioria dos estudantes, individualmente, conseguiu responder corretamente e, fizeram isso de maneira bem mais intuitiva do que formal. Alguns dos alunos tiveram dificuldade em observar, analisar, contar e responder corretamente a primeira questão, o que acarretou em erros na resposta. Já a segunda questão os alunos apresentaram apenas respostas corretas.

Quadro 5: algumas respostas obtidas na primeira fase

<b>Questão 1</b>	<p>Falsa. Pois os quadrados estão em conjuntos e vai diminuir + só se estivesse separado seria 26.</p> <p>25 Tudo juntos</p> <p>26 separado</p>
------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



É falsa porque Cláudia na verdade usou 25 palitos de madeira.

O palito que está localizado no meio da figura também está servido para formar o quadrado seguinte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23

É verdadeira. Porque se na figura 4 ela usou 13 e na figura 8 ela usará o dobro que seriam os 26 palitos.

A multiplicação.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 2 \\ \hline 26 \end{array}$$

**Questão 2**

76 palitos. Porque faz 13 os 25 quadrados, depois soma.



76 palitos de madeira



Eu contei os palitos que formam os quadrados e cheguei na resposta que é 76 palitos.

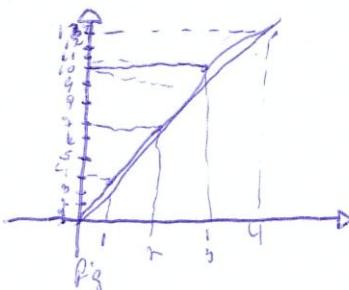
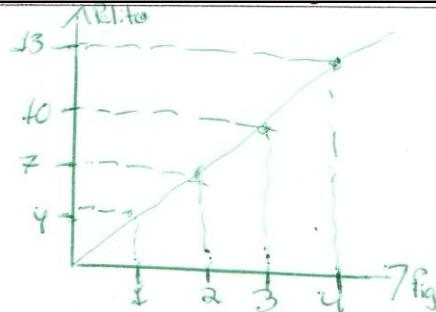
Percebeu-se que, durante as atividades da segunda fase, em grupos, os alunos apresentaram divergências de opiniões e tiveram muita dificuldade de expressar algebricamente o que conseguiram interpretar acerca do problema gerador. Muito embora alguns alunos até chegassem a uma expressão geral para a sequência apresentada no problema, o(s) outro(s) integrantes não



conseguiam compreender e/ou concordar com ela. Houve alguns casos em que a expressão estava incorreta.

Quadro 6: algumas respostas obtidas na segunda fase:

<b>Questão 3</b>	$f_4 = 4 \times 3 + 1 = 13$ $f_2 = 2 \times 3 + 1 = 7$ $f_3 = 3 \times 3 + 1 = 10$ $f_n = n \times 3 + 1$ $f_n = 5 \times 3 + 1 = 16$
	$\boxed{m \cdot 3 + 1}$ $F_4 = 4 \cdot 3 + 1 = 12 + 1 = 13$ $F_5 = 5 \cdot 3 + 1 = 15 + 1 = 16$ $F_6 = 6 \cdot 3 + 1 = 18 + 1 = 19$
	$F_m = m \cdot 3 + 1$ $F_m = 2 \cdot m + m + 1$ $F_m = m + m + m + 1$ $F_1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$ $F_2 = 2 + 2 + 2 + 1 = 7$ $F_3 = 3 + 3 + 3 + 1 = 10$ $F_4 = 4 + 4 + 4 + 1 = 13$
<b>Questão 4</b>	



**Questão 5**

figura 1



figura 2



figura 3



fig.1

fig.2

fig.3

fig.9



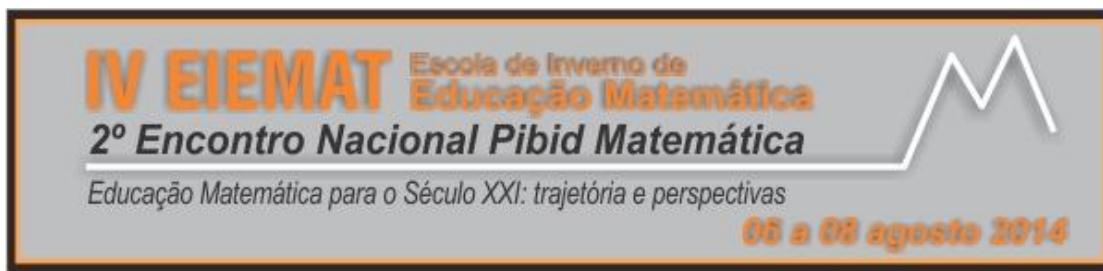
4

7

10

13

Como descrito anteriormente, percebeu-se dificuldade por parte dos alunos na interpretação formal do que se pretendia para o trabalho em questão. Logo, decidimos que era o momento de intervir e optamos em executar a formalização do conteúdo na terceira fase do trabalho. Aqui o professor, a partir do problema, fez uma explanação do que significava sequência, razão e termo geral de uma progressão aritmética. Fez uso do raciocínio apresentado



pelos alunos no processo de resolução e relacionou conceitos pertinentes ao conteúdo com as abordagens abstratas relatadas pelos estudantes.

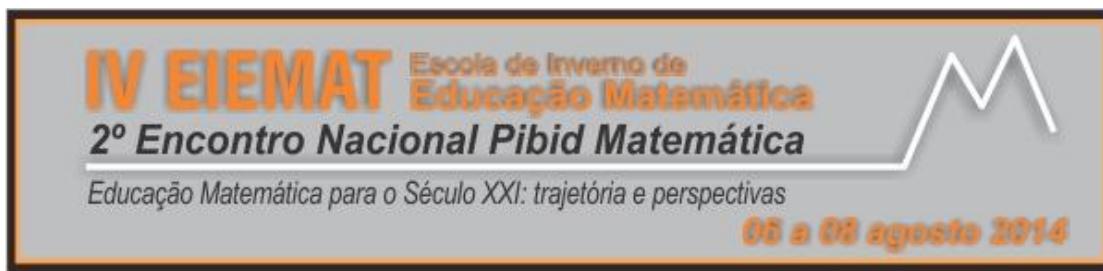
A quarta fase, onde os estudantes, em grupo deveriam criar um problema para ser resolvido por outro grupo, não ocorreu de maneira satisfatória. Alguns alunos até conseguiram elaborar desenhos e outras formas geométricas para inicio de um trabalho similar ao apresentado e, conforme proposta na fase anterior, entretanto, não formularam um novo problema a ser apresentado para os colegas. Por motivo de falta de tempo, a quinta e a sexta fase (trabalho em grupo para resolver o problema criado por outro grupo; exposição dos problemas resolvidos pelos grupos) não foram realizadas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade de resolução de problemas é um campo importante da matemática, não deve tomar o lugar de outras metodologias e técnicas já utilizadas até então, mas sim complementar e aperfeiçoar o trabalho do professor e a formação que desejamos para nossos discentes da educação básica. Um trabalho diferenciado requer organização e tempo, assim, deixamos a sugestão de um roteiro e metodologia de trabalho que possibilita os alunos a construírem seus próprios conceitos a partir de suas próprias descobertas.

O problema aqui utilizado e relatado pode beneficiar e auxiliar o trabalho para introdução de sequências e progressões. Dependendo dos objetivos que se pretenda alcançar, é possível adaptá-lo para o ensino fundamental, ensino superior e até mesmo utilizá-lo para aprofundar e/ou introduzir conceitos acerca do tema progressões e resolução de problemas em um curso de formação de professores.

Pode-se concluir que, apesar de algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes em expressar uma sequência de forma algébrica e construir conhecimento de forma mais autônoma, o problema facilita o processo de ensino e aprendizagem, pois o professor quando introduz formalmente o conteúdo percebe que as relações feitas pelos estudantes já estão mais organizadas e já foram refletidas antes mesmo de sua formalização. Por isso consideramos



relevante a utilização do método e a incorporação de problemas para introdução de conteúdos pertinentes a disciplina de matemática.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Associando o computador à resolução de problemas fechados: análise de uma experiência.** 2005. 370 f. Tese de Doutorado (Instituto de Geociências e Ciências Exatas) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. [Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic].

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. **Ensino Matemática Na Sala De Aula Através Da Resolução De Problemas.** In: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - Boletim GPEM 55, 2009, Rio de Janeiro – RJ. p. 133-154. Disponível em:

[http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path\[\]&path\[1\]=87](http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=article&op=view&path[]&path[1]=87). Acesso em 22 maio 2013.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática. Brasília, D.F: MEC/SEF, 1998.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

PEREZ, Elisangela Parra Zigart. **Alunos do Ensino Médio e a Generalização de Padrão.** 2006. 126 f. Dissertação de Mestrado (Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2006. [Orientador: Silvia Dias A. Machado]. Disponível em:

[http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elisangela\\_parra\\_zigart\\_perez.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elisangela_parra_zigart_perez.pdf). Acesso em 17 junho 2013.

RODRIGUES, Adriano; MAGALHÃES, Shirlei Cristina. **A Resolução de Problemas nas aulas de Matemática: diagnosticando a prática pedagógica.** Revista Acadêmica Feol, 2011. Disponível em: <http://feol.com.br/revista/index.php/R1/article/view/11>. Acesso em 18 julho 2013.