

# Método de Gardner Para a Silogística

## *Gardner's Method for Syllogistic*

**Frank Thomas Sautter**

Professor Associado da UFSM - Brasil  
Bolsista de Produtividade em Pesquisa do CNPq  
ftsautter@ufsm.br

**Resumo:** Martin Gardner apresentou, na década de 1950, um método por digrafos para a lógica proposicional clássica. Ele propôs, como um problema em aberto, a adaptação do método para a silogística. Neste trabalho respondo afirmativamente à questão de Gardner. O método resultante reforça teses apresentadas em outros trabalhos, a saber, a validade dos silogismos se segue da aplicação de somente duas regras, e, porque ele revela a existência de uma quantidade muito menor de formas silogísticas válidas do que a sugerida pela divisão em figuras e modos, essa divisão é artificial. Além disso, ele destaca a natureza muito distinta de dois tipos de componentes dos silogismos (proposições de existência e regras para a passagem de uma proposição de existência a outra proposição de existência), cuja distinção está espontaneamente consagrada em sua utilização por filósofos e juristas. Finalmente, ele demonstra que BRAMANTIP, um modo da quarta figura, deve ser considerado um silogismo válido enfraquecido.

**Palavras-chave:** Silogismo. Regra. Proposição de existência. Método diagramático.

**Abstract:** Martin Gardner introduced, in the 1950s, a method by digraphs for classical propositional logic. He proposed, as an open problem, the adaptation of the method for syllogistic. In this paper I answer in the affirmative to Gardner's question. The resulting method reinforces theses presented in previous works, namely that the validity of syllogisms follows from applications of only two rules, and because it reveals a much smaller number of valid syllogistic forms than suggested by the division in figures and moods, this division is artificial. Furthermore, it highlights the very different nature of two types of components of syllogisms (propositions of existence and rules for passing from a proposition of existence to another), whose distinction has been spontaneously acknowledged in its use by philosophers and jurists. Finally, it demonstrates that BRAMANTIP, a mood of the fourth figure should be considered a weakened valid syllogism.

**Keywords:** Syllogism. Rule. Proposition of existence. Diagrammatic method.

## Introdução

Martin Gardner (2001) desenvolveu um método de decisão para a lógica proposicional clássica que ele qualificou, mencionando Charles Sanders Peirce, de “icônico” porque “assemelha-se fortemente à estrutura formal do que está sendo analisado” (GARDNER, 2001, p. 27). As figuras utilizadas por Gardner são digrafos, ou seja, grafos dirigidos: círculos representam proposições e setas de um círculo a outro representam condições de verdade. Ao final do trabalho, Gardner (2001, p. 33) indaga sobre a possibilidade de estender o método para diversos outros sistemas de lógica; em particular, ele indaga sobre a possibilidade de estendê-lo à “[...] lógica de inclusão de classes com quantificadores existenciais tal como a premissa silogística ‘algum A é B[...]’ (GARDNER, 2001, p. 33). Neste trabalho respondo afirmativamente a essa questão posta por Gardner.

A resposta aqui oferecida reforça a tese de que somente duas regras são necessárias para o teste de validade de silogismos categóricos, fornecendo uma alternativa gráfica ao *dicto de omni et de nulla*. Outra solução na qual apenas duas regras são empregadas, e que é uma variante do método diagramático de Lewis Carroll, encontra-se no trabalho de Sautter (2010a).

Na próxima seção apresentarei brevemente o método por digrafos para a lógica proposicional clássica. Nele já há a diferenciação de duas regras de natureza muito distinta, ainda que Gardner não o perceba claramente, ou, ao menos, não perceba claramente a importância dessa diferenciação.

Na segunda seção apresentarei a adaptação do método por digrafos à silogística categórica. Mostrarei como representar os diversos tipos de proposições categóricas e como testar a validade de silogismos. A relação entre as versões proposicional e silogística do método será cotejada com a relação entre o método de Venn para a silogística e o seu correlato proposicional, a saber, o método de Johnston. Sugiro que as duas regras propostas fazem justiça ao emprego do chamado “silogismo teórico” em Filosofia e ao emprego do chamado “silogismo jurídico” no Direito. Esses empregos atribuem papéis distintos às premissas do silogismo. Uma ideia semelhante pode ser encontrada no modelo de Stephen Toulmin (2006), no qual uma premissa (menor) desempenha o papel de “dado”, enquanto que a outra premissa (maior) desempenha o papel de “garantia” ou “respaldo”.

Na terceira seção apresentarei todos os modos válidos da silogística categórica, distinguindo aqueles que independem de pressupostos existenciais, aqueles que dependem de pressupostos existenciais, e os modos enfraquecidos<sup>1</sup>. Destacarei a artificialidade da divisão em figuras e modos, uma vez que modos de diferentes figuras são representados pelo mesmo digrafo. Além disso, sugirirei que BRAMANTIP, um modo da quarta figura e considerado um modo dependente de pressuposto existencial, mas não um modo enfraquecido, é, na verdade, um modo enfraquecido. Essa concepção errônea sobre a natureza de BRAMANTIP se deve à utilização tardia de termos negativos na história da Lógica.

1 Os modos enfraquecidos, ou subordinados, também dependem de pressupostos existenciais. Eu os estou distinguindo daqueles modos que dependem de pressupostos existenciais, mas não são enfraquecimentos de outros modos válidos.

## 1. O Método por Dígrafos Para a Lógica Proposicional Clássica

O método por dígrafos (GARDNER, 2001) é uma variante do método por redes (GARDNER, 1958). Um dígrafo é um grafo, ou seja, uma estrutura matemática constituída por arestas e por vértices, em que se leva em conta a orientação das arestas, e não apenas a sua direção como no caso de um grafo simples. No topo da Figura 1 está representado o dígrafo da condicional material cujo antecedente é a proposição  $p$  e cujo consequente é a proposição  $q$ . Para cada átomo de uma proposição a ser representada, utiliza-se um par de vértices. Esse par representa o literal do átomo, ou seja, um vértice representa o átomo (a situação em que ele é verdadeiro) e o outro vértice representa a negação do átomo (a situação em que o átomo é falso). Por exemplo, na Figura 1, há dois pares de vértices:  $p$  e  $\neg p$  ocorrem no dígrafo devido ao antecedente atômico  $p$  de  $p \rightarrow q$ , e  $q$  e  $\neg q$  ocorrem no dígrafo devido ao consequente atômico  $q$  de  $p \rightarrow q$ . A seta superior, de  $p$  para  $q$ , indica que se pode obter a verdade de  $q$  dada a verdade de  $p$ , e a seta inferior, de  $\neg q$  para  $\neg p$ , indica que se pode obter a falsidade de  $p$  dada a falsidade de  $q$ . Casos mais complicados, envolvendo a representação de proposições em que há mais de dois átomos ou mais de um conetivo podem ser tratados por uma versão estendida do método. Gardner (1958, p.68ss.) fornece exemplos detalhados desses casos na variante principal do método que utiliza redes. Aqui essa extensão é desnecessária, porque uma proposição categórica envolve uma única operação (quantidade combinada com qualidade) e tão somente dois átomos em sua constituição (termo sujeito e termo predicado). Além disso, a verdade de um átomo ou da negação de um átomo é dada por uma marcação no correspondente vértice.

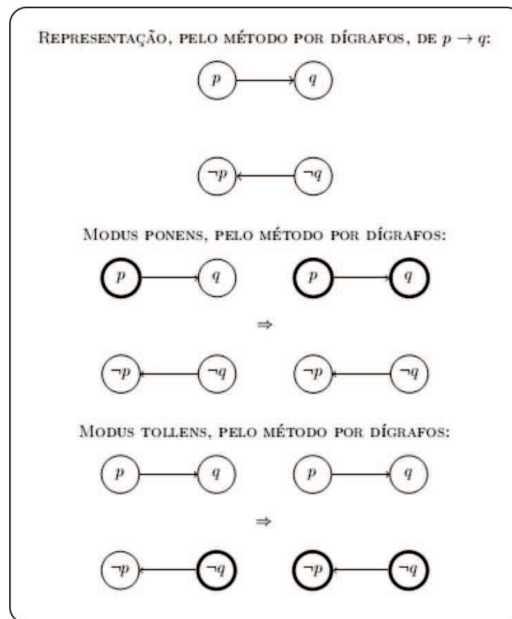


Figura 1. Exemplo do Método por Dígrafos.

O centro da Figura 1 apresenta a validade de *Modus Ponens* ( $\{p \rightarrow q, p\} \vdash q$ ). O método incorpora o que Charles Sanders Peirce denomina “iconicidade”, a saber, “a semelhança formal à estrutura lógica à qual ele pretende ser um auxílio visual” (Gardner, 1958, p. 60). O digrafo à esquerda representa a situação inicial, as premissas, em que o par de setas representa a premissa  $p \rightarrow q$  e o destaque do vértice  $p$  representa a outra premissa. O digrafo à direita representa a situação inicial acrescida da conclusão válida, a saber, a verdade de  $q$ .

A base da Figura 1 apresenta a validade de *Modus Tollens* ( $\{p \rightarrow q, \neg q\} \vdash \neg p$ ). O digrafo à esquerda representa a situação inicial, as premissas, em que o par de setas representa a premissa  $p \rightarrow q$  e o destaque do vértice  $\neg q$  representa a outra premissa. O digrafo à direita representa a situação inicial acrescida da conclusão válida, a saber, a verdade de  $\neg p$ , ou seja, a falsidade de  $p$ .

A leitura dos trabalhos de Gardner (1958, 2001) passa a impressão de que ele entende as setas como o único *locus* de operações lógicas. Isso transparece, nos dois trabalhos, quando ele questiona a possibilidade de extensão do método para a silogística, especialmente para a representação de proposições categóricas particulares. Ele não percebe que esse recurso já está disponível sob a forma do destaque de vértices. Mostrarei, na próxima seção, como isso pode ser feito.

## 2. O Método por Digrafos Adaptado à Silogística

Gardner (1958, p.75) sugere que o método por redes possa ser aplicado, se convenientemente modificado ou ampliado, à silogística. Ao modo dos algebristas da lógica do século XIX ele demonstra a validade de CELARENT ao traduzir as proposições categóricas (universais) que a compõem em proposições da linguagem da lógica proposicional clássica<sup>2</sup>. Desse modo, “Nenhum X é Y” é traduzida em  $X|Y$ , onde  $|$  é a barra de Sheffer (negação da conjunção) e “Todo X é Y” é traduzida em  $X \rightarrow Y$ . Contudo, Gardner não encontra uma boa solução de representação, uma representação correta, para as proposições categóricas particulares.

Na Figura 2 forneço uma solução ao problema posto por Gardner. A proposição categórica universal afirmativa é uma regra que permite a passagem da proposição de existência de seu sujeito  $X$  para a proposição de existência de seu predicado  $Y^3$ , ou seja, se há ao menos um  $X$ , também há ao menos um  $Y$ ; e ela permite a passagem da proposição de existência do complemento de seu predicado<sup>4</sup> para a proposição de existência do complemento de seu sujeito, ou seja, se há ao menos um não- $Y$ , também há ao menos um não- $X$ . De modo semelhante, a proposição categórica universal negativa é uma regra que permite a passagem da proposição de existência de seu sujeito para a proposição de existência do complemento de seu predicado, e a passagem da proposição de existência de seu predicado para a proposição de existência do complemento

2 Englebretsen (1996, p.115) demonstra que o processo inverso também é possível, a saber, a acomodação da lógica proposicional clássica à lógica de termos. Em rigor, o processo de acomodação operado pelos algebristas da lógica no século XIX é o proposto por Englebretsen, e não o proposto por Gardner.

3 A proposição de existência de um termo expressa a não vacuidade de sua extensão.

4 O complemento de um termo  $X$  é anotado mediante uma barra acima de  $X$ .

de seu sujeito. As proposições categóricas particulares são muito distintas das universais: elas não são regras para a passagem de uma proposição de existência a outra, mas são proposições de existência. Proposições categóricas universais são “hipotéticas”, proposições categóricas particulares são existenciais. A proposição categórica particular afirmativa consiste na proposição de existência de ao menos um  $X$  que seja  $Y$ , por isso o destaque nos vértices e na aresta não-dirigida<sup>5</sup> (“sem flechas”) que os conecta. De modo semelhante, a proposição categórica particular negativa consiste na proposição de existência de ao menos algo um  $X$  que seja não- $Y$ . Finalmente, na base da Figura 2, a representação do pressuposto existencial de um termo  $X$  pelo destaque do respectivo vértice.

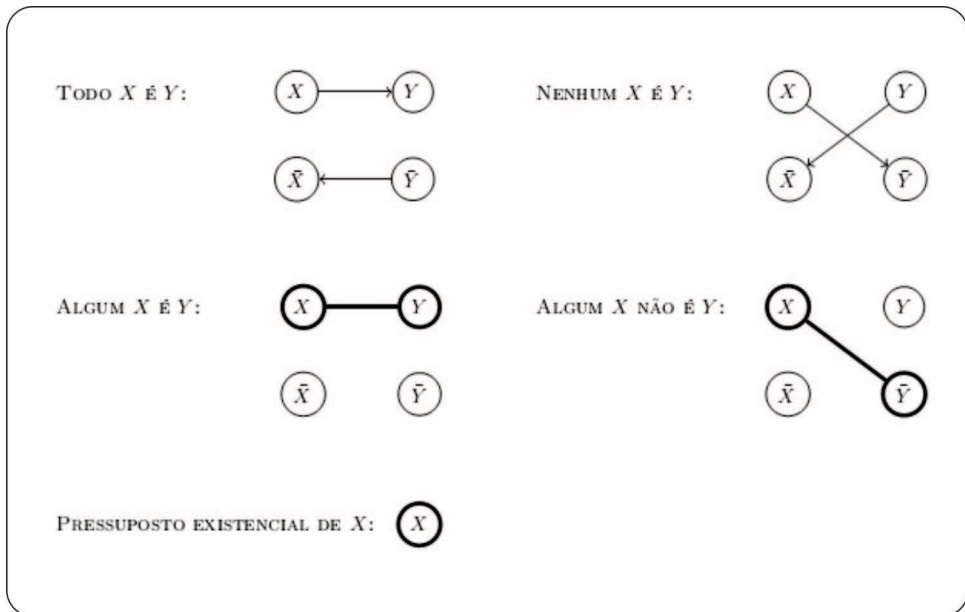


Figura 2. Representação de proposições categóricas e do pressuposto existencial.

No topo e no centro da Figura 3 constam as duas únicas regras para o teste de validade de silogismos que não dependem de pressuposto existencial: uma regra que permite a passagem de duas proposições categóricas universais, portanto “regras”, para uma outra proposição categórica universal, uma outra “regra”; e uma regra que permite a passagem de uma proposição categórica universal, uma “regra”, e uma proposição categórica particular, uma proposição de existência, para uma outra proposição categórica particular, uma outra proposição de existência. Finalmente, na base da Figura 3, a regra para lidar com pressupostos existenciais.

5 A aresta não-dirigida pode ser interpretada como uma dupla flecha: uma flecha em um sentido, e a outra, no outro.

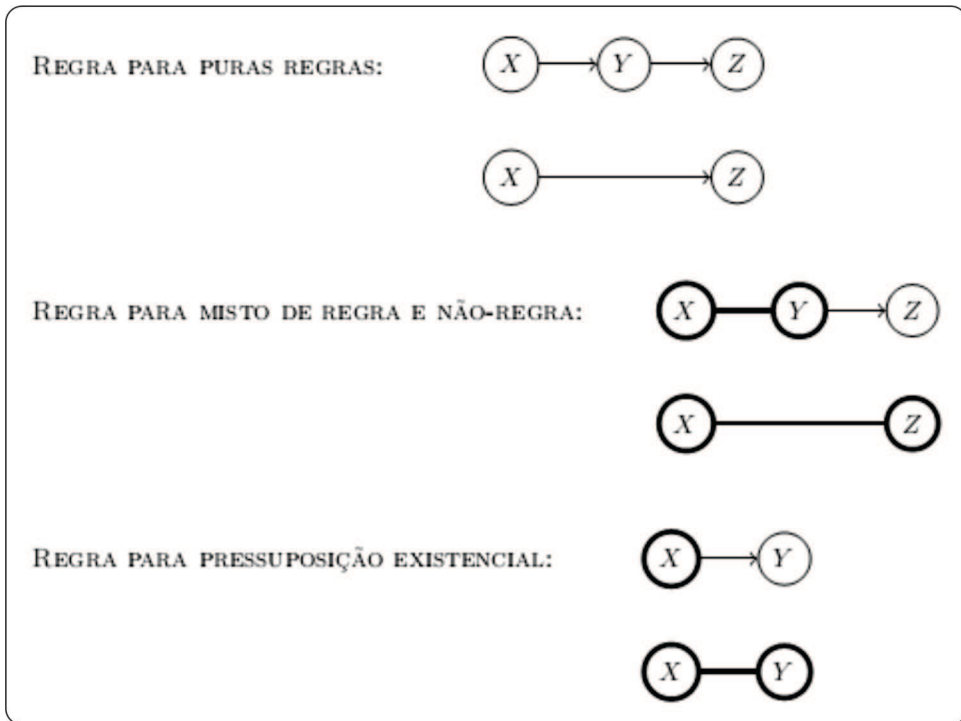


Figura 3. Regras do Método Adaptado à Silogística.

Sautter (2010a) já havia observado que duas regras, com as mesmas características das regras aqui apresentadas, são suficientes para testar a validade de todos os silogismos em que não há pressupostos existenciais envolvidos.

Outros métodos diagramáticos apresentam uma assimetria no tratamento de uma lógica de proposições em relação a uma lógica de termos. Por exemplo, os diagramas de Venn utilizam dois tipos de marcação para o tratamento de silogismos, enquanto que a sua versão proposicional, os diagramas de Johnston utilizam apenas um tipo de marcação. Nada semelhante ocorre aqui: tanto a versão original, proposicional, de Gardner, como a versão aqui apresentada, silogística, utilizam regras que atuam sobre arestas e vértices.

Essa diferenciação entre dois tipos bastante distintos de proposições – hipotéticos e existenciais – e de regras inferenciais faz justiça ao emprego do modelo do silogismo na Filosofia, no Direito, e na Teoria da Argumentação. Na Filosofia da Ciência é costume modelar o processo de previsão e de retrodição a partir de um silogismo no qual a premissa maior é uma lei da natureza (a “regra”), a premissa menor é o estado do mundo em dado instante de tempo (a “proposição de existência”) e a conclusão é o estado do mundo em um momento posterior. No Direito é costume modelar o processo de justificação a partir de um silogismo no qual a premissa maior é uma norma jurídica (a “regra”), a premissa menor é o caso

jurídico (a “proposição de existência”, o “juízo de fato”) e a conclusão é a decisão judicial para aquele caso jurídico. No modelo de Toulmin (2006), um modelo no qual a validade formal é substituída pela validade processual, a premissa maior é uma garantia ou um respaldo e a premissa menor são os dados.

Na próxima seção demonstrarei a validade de todos os modos da silogística tradicional, aqueles que independem de pressupostos existenciais, aqueles que dependem de pressupostos existenciais, e aqueles modos subordinados.

### 3. A Validade dos Modos da Silogística Pelo Método por Digrafos

Nas Figuras 4 a 7 estão demonstradas as validades dos modos das quatro figuras silogísticas. Cada figura silogística consta de seis modos. A primeira figura silogística (Figura 4) consta dos modos BARBARA, CELARENT, DARII, e FERIO, que independem de pressupostos existenciais, e dos modos enfraquecidos BARBARI e CELARONT. A segunda figura silogística (Figura 5) consta dos modos CESARE, CAMESTRES, FESTINO, e BAROCO, que independem de pressupostos existenciais, e dos modos enfraquecidos CESARO e CAMESTROS. A terceira figura silogística (Figura 6) consta dos modos DISAMIS, DATISI, BOCARDO, e FERISON, que independem de pressupostos existenciais, e dos modos DARAPTI e FELAPTON, que dependem de pressupostos existenciais<sup>6</sup>. A quarta figura silogística (Figura 7) consta dos modos CAMENES, DIMATIS, FRESISON, e CAMENOP, que independem de pressupostos existenciais, de BRAMANTIP, aparentemente um modo que depende de pressupostos existenciais, mas que não é um modo subordinado, e de FESAPO, um modo que depende de pressupostos existenciais.

Examinarei, a seguir, um exemplo de cada tipo e, também, o modo BRAMANTIP, para lhe dar uma nova interpretação à luz do método por digrafos.

BARBARA, um modo da primeira figura silogística, utiliza a regra para puras regras, por se tratar de um modo composto somente por proposições universais, e não depende de pressupostos existenciais. Na Figura 4, relativamente a BARBARA, tem-se à esquerda o digrafo da situação inicial com os três termos do silogismo e à direita o digrafo da situação final com a eliminação do termo médio.

FERIO, outro modo da primeira figura silogística, utiliza a regra para misto de regra e não-regra (proposição de existência), por se tratar de um modo composto por proposição universal e proposições particulares. De modo semelhante ao caso anterior, na Figura 4, relativamente a FERIO, tem-se à esquerda o digrafo da situação inicial com os três termos do silogismo e à direita o digrafo da situação final com a eliminação do termo médio.

BARBARI, outro modo da primeira figura silogística, utiliza a regra para puras regras, por se tratar de um modo enfraquecido de BARBARA e a regra para pressuposição existencial. O pressuposto existencial, tanto no caso de modos enfraquecidos como naqueles que dele dependem mas não são enfraquecimentos de outros modos, é relativo a um único termo. No digrafo final, à direita, está indicado, em pontilhados, a inferência obtida no modo do qual ele é um enfraquecimento.

6 Em rigor, tanto os modos enfraquecidos como os modos (não enfraquecidos) que dependem de pressupostos existenciais não requerem a pressuposição existencial de todos os seus termos, mas tão somente de um deles.

Primeiro aplica-se a regra de pressuposição existencial, obtendo “Algum S é M”, depois, a regra para misto de regra e não-regra, obtendo “Algum S é P”.

DARAPTI, um modo da terceira figura silogística, utiliza a regra de pressuposição existencial seguida da regra para misto de regra e não-regra. Ele tem as duas características dos modos não-enfraquecidos, mas que dependem de pressupostos existenciais: a inexistência de pontilhados que indicam um modo mais forte, e a sequência necessária de aplicação, primeiro da regra de pressuposição existencial, e depois da regra para misto de regra e não-regra: da aplicação da primeira segue-se que “Algum S é M” e, da segunda, que “Algum S é P”.

BRAMANTIP, um modo da quarta figura silogística, é considerado um modo não-enfraquecido com pressuposição existencial, por não haver, *na mesma figura silogística*, um modo do qual ele seja o enfraquecimento. Mas ele tem as características de um modo enfraquecido; na verdade, ele é a imagem especular de BARBARI. Isso reforça a ideia de que a divisão em figuras e modos é artificial.

A artificialidade dessa divisão evidencia-se pela existência de apenas cinco construções de modos sem pressuposição existencial: a construção de BARBARA, a construção de CELARENT, CESARE, CAMESTRES, e CAMENES, a construção de DARII, DISAMIS, DATISI, e DIMARIS, a construção de FERIO, FESTINO, FERISON, e FRESISON, e a construção de BAROCO e BOCARDO. Há apenas três construções de modos enfraquecidos: a construção de BARBARI e BRAMANTIP, a construção de CELARONT e CESARO, e a construção de CAMESTROS e CAMENOP. E há duas construções de modos não-enfraquecidos com pressuposição existencial: a construção de DARAPTI, e a construção de FELAPTON e FESAPO. Essa artificialidade já havia sido constatada em (Sautter, 2010b).



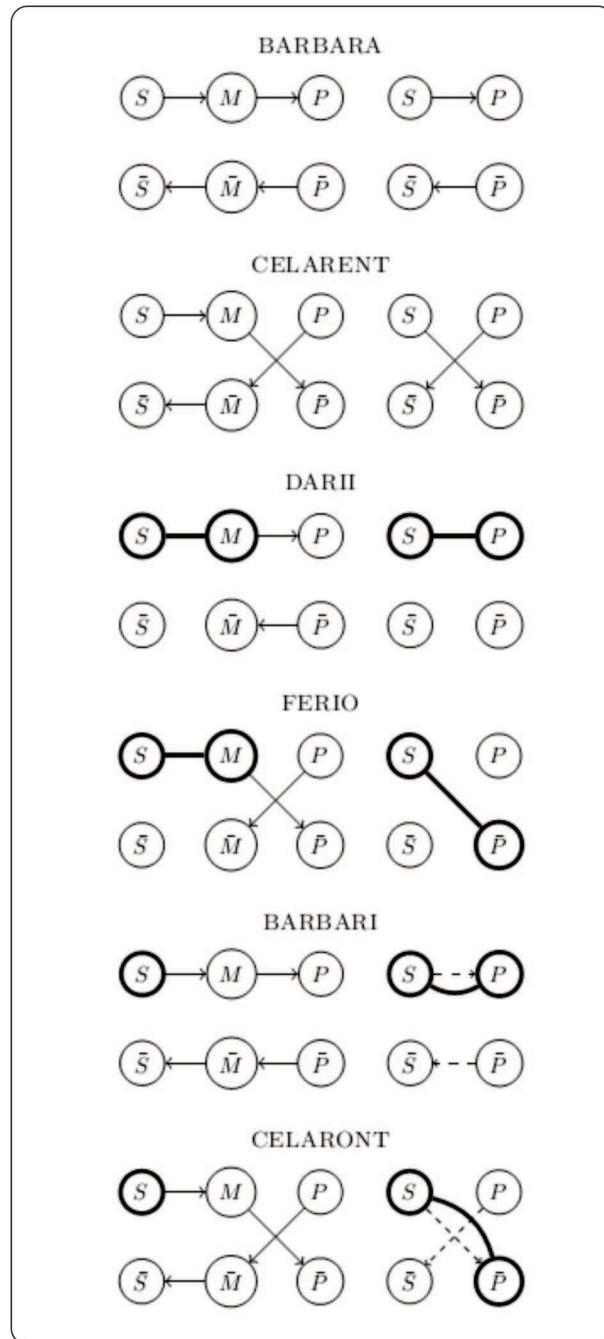


Figura 4. Primeira figura silogística.

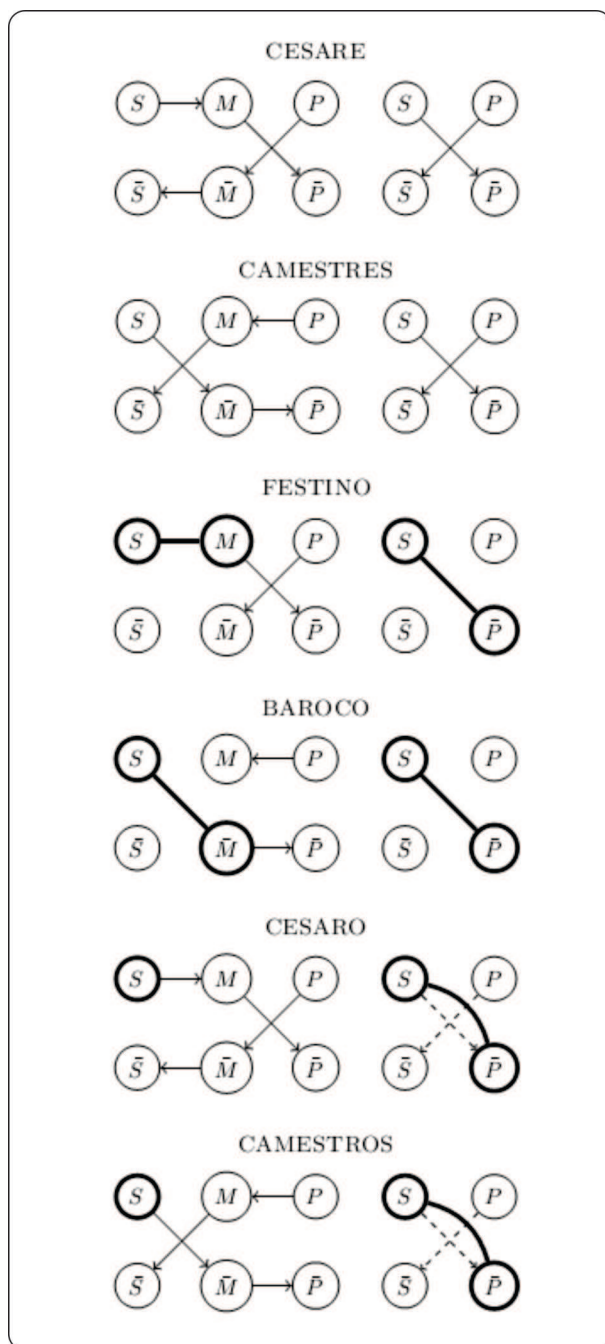


Figura 5. Segunda figura silogística.

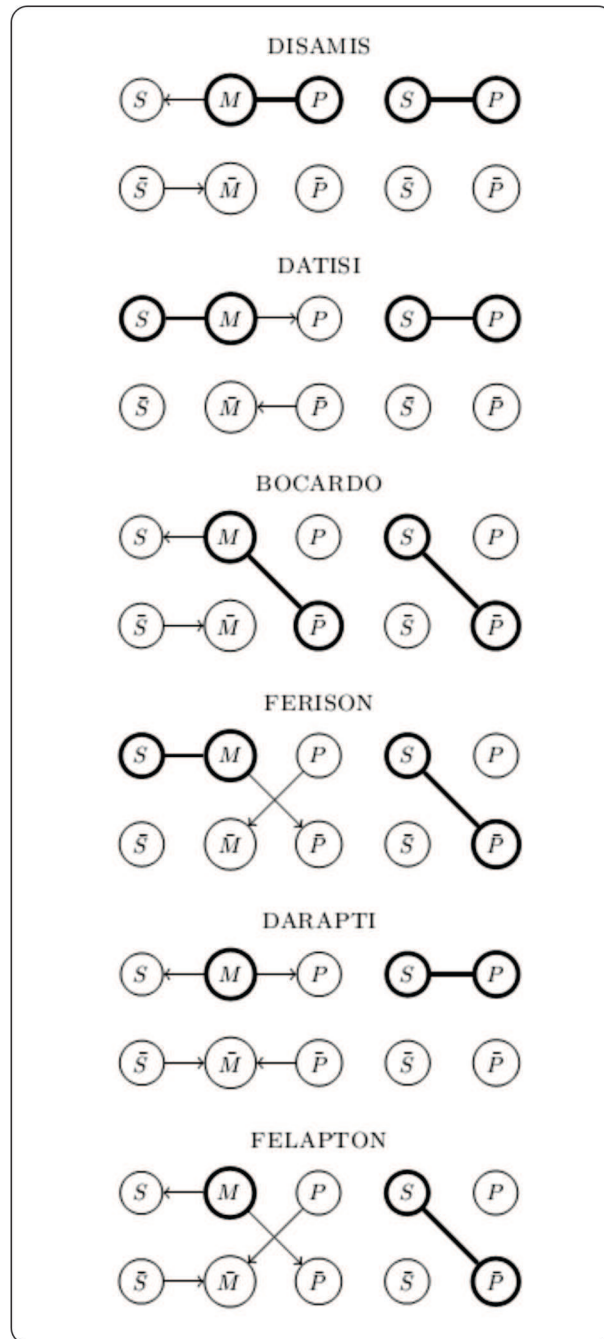


Figura 6. Terceira figura silogística.

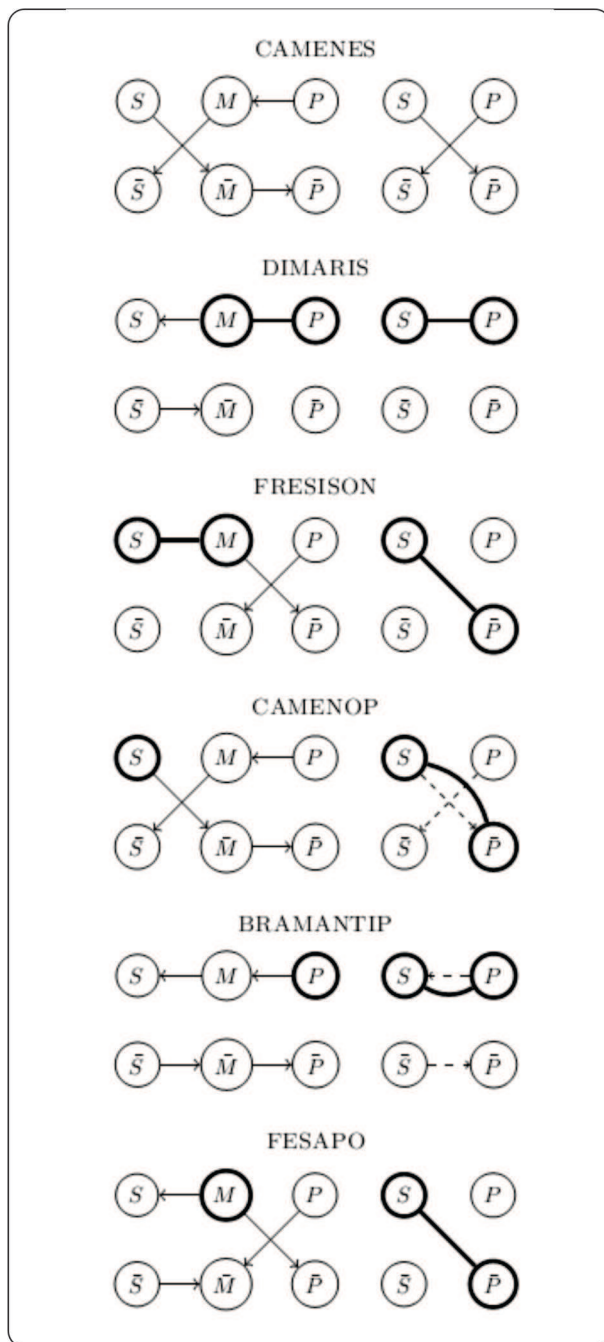


Figura 7. Quarta figura silogística.

## Considerações Finais

A despeito de sua elegância, o método por digrafos adaptado à silogística padece dos mesmos defeitos de outros métodos diagramáticos, a saber, sua aplicação a casos mais complexos requer adaptações que o fazem perder a principal característica e interesse dos métodos diagramáticos: o caráter sinótico. Aqui, como em tantas outras situações, cabe a sabedoria antiga: *Aliud alic vitio est*.

## Referências

ENGLEBRETSSEN, G. *Something to reckon with: The logic of terms*. Ottawa: University of Ottawa Press, 1996.

GARDNER, M. A Network Diagram for the Propositional Calculus. In: *Logic Machines and Diagrams*. New York: McGraw Hill, 1958, p. 60-79.

GARDNER, M. The Propositional Calculus with Directed Graphs. In: *A Gardner's Workout: Training the Mind and Entertaining the Spirit*. Natick: A.K.Peters, 2001, p. 25-33.

SAUTTER, F. T. As Regras Supremas dos Silogismos. *Kant e-Prints*, s. 2, v. 5, n. 1, p. 15-26, 2010a.

\_\_\_\_\_. A Essência do Silogismo: Uma Abordagem Visual. *Cognitio*, v. 11, n. 2, p. 316-332, jul./dez. 2010b.

TOULMIN, S. E. *Os Usos do Argumento*. São Paulo: Martins Fontes, 2006 [1958].

## Endereço/ Address

Frank Thomas Sautter  
Universidade Federal de Santa Maria  
Departamento de Filosofia  
Avenida Roraima, 1000, Cidade Universitária  
97105-900  
Santa Maria, RS – Brasil

Data de recebimento: 04-02-2013

Data de aprovação: 02-05-2013

