



Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Ciências Naturais e Exatas  
Programa de Pós-Graduação em Física  
Grupo de Teoria da Matéria Condensada



## Quantificação, Dinâmica, Testemunho e Aplicações de Correlações Quânticas

Jonas Maziero

Santa Maria - RS, 26 de Março de 2012

## Sumário

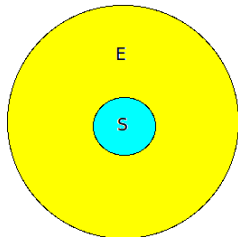
- ① Operações Quânticas e Correlações Quânticas
- ② Discórdia Quântica Simétrica
- ③ Correlações Quânticas em RMN a Temperatura Ambiente
- ④ Mudança Súbita da Discórdia Quântica sob Decoerência
- ⑤ Testemunha de Classicalidade
- ⑥ Discórdia Quântica em Sistemas de Spins
- ⑦ Considerações Finais e Perspectivas Futuras

# Operações Quânticas e Correlações Quânticas

## Operações Quânticas

- Sistemas físicos são descritos por operadores densidade  $\rho \in \mathcal{D}(\mathcal{H})$
- A evolução temporal de um sistema fechado é dada por uma transformação unitária:  $\rho_{SE}(t) = U_{SE}(t)\rho_{SE}(t_0)U_{SE}^\dagger(t)$

Sistema + Meio Ambiente



- O estado evoluído do sistema S:

$$\mathcal{E}(\rho_S) := \rho_S(t) = \text{tr}_E(\rho_{SE}(t)) = \sum_k K_k \rho_S K_k^\dagger$$

- Operadores de Kraus

$$K_k := \langle E_k | U_{SE}(t) | E_0 \rangle$$

- Decoerência



## Correlações Quânticas



- Einstein, Podolsky e Rosen, 1935; Schrödinger, 1935
- **Correlações Quânticas Não Locais** (Bell, 1964)
- **Estados Separáveis** (Werner, 1989; Popescu, 1994)

$$\rho_{AB}^{\text{sep}} = \sum_j p_j \rho_j^A \otimes \rho_j^B$$

- **Teorema da Não-Transmissão-Local** (Piani & Horodecki, 2008)  
Estados Clássicos ou Classicamente Correlacionados

$$\rho_{AB}^{\text{cc}} = \sum_{j=1}^{\dim \mathcal{H}_1} \sum_{k=1}^{\dim \mathcal{H}_2} p_{jk} |j_A\rangle \langle j_A| \otimes |k_B\rangle \langle k_B|$$

- **Discórdia Quântica**  $> 0$  ( $\rho_{AB} \neq \rho_{AB}^{\text{cc}}$ )

## Correlações Quânticas em Estados Bell-Diagonal

Estados Bell-diagonal:

$$\rho_{AB}^{bd} = \frac{1}{4} \left( \mathbb{I}_{AB} + \sum_{i=1}^3 c_i \sigma_i^A \otimes \sigma_i^B \right)$$

Matrizes de Pauli e Matriz Identidade

$$\sigma_1^s = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \sigma_2^s = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \sigma_3^s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

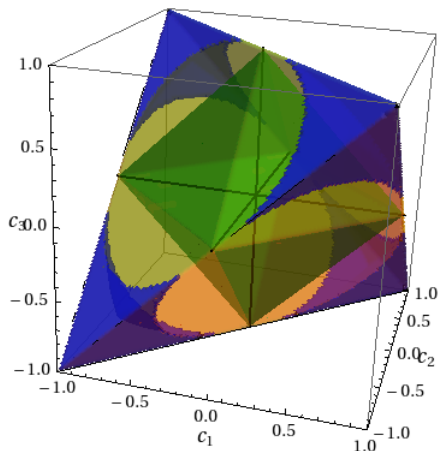
$$\mathbb{I}_{AB} = \mathbb{I}_A \otimes \mathbb{I}_B \text{ com } \mathbb{I}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Base de Bell

$$|\Phi_{AB}^{\pm}\rangle = 2^{-1/2}(|0,0\rangle \pm |1,1\rangle)$$

$$|\Psi_{AB}^{\pm}\rangle = 2^{-1/2}(|0,1\rangle \pm |1,0\rangle)$$

- \* Estados Não Locais
- \* Estados Separáveis
- \* Estados Clássicos

Espaço de parâmetros de  $\rho_{BD}$ 

## Discórdia Quântica

*Informação mútua* em teoria da informação **clássica** (Shannon, 1948)

$$J(A:B) = H(A) - H(A|B) \qquad I(A:B) = H(A) + H(B) - H(A, B)$$

$$J(A : B) = I(A : B)$$

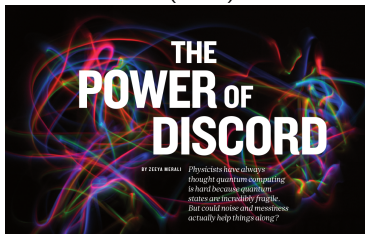
*Informação mútua* em teoria da informação **quântica**

$$\mathcal{J}_B(\rho_{AB}) = S(\rho_A) - S(\rho_{A|B}) \qquad \mathcal{I}(\rho_{AB}) = S(\rho_A) + S(\rho_B) - S(\rho_{AB})$$

**Discórdia quântica** (Ollivier & Zurek, 2001)

$$\mathcal{D}_B(\rho_{AB}) = \mathcal{I}(\rho_{AB}) - \max_{\{\Pi_B^{(i)}\}} \mathcal{J}_B(\rho_{AB})$$

Nature 474, 24 (2011)



International Journal of Quantum Information (IJQI)

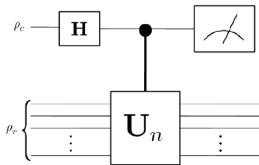
Accepted Papers | Current Issue | 2011 | 2010 | 2009 | All Volumes (2003-2011)

For Authors: Call for Papers

Special Issue on

- Quantum Correlations: entanglement and beyond

CQD1



- ◇ Comp. Quântica Determinística com 1 qubit
- ◇ Metrologia Quântica com Estados Mistos
- ◇ Protocolos quânticos (state merging, ...)
- ◇ Eficiência do demônio de Maxwell quântico
- ◇ Condição para mapas positivos
- ◇ Computação quântica com RMN
- ◇ Transições de Fases Quânticas

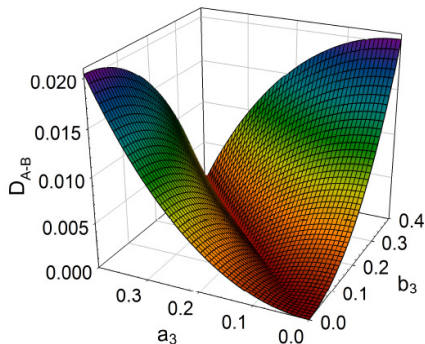
# Discórdia Quântica Simétrica

- **J. Maziero, L. C. Céleri, R. M. Serra**, "Symmetry aspects of quantum discord", *arXiv:1004.2082*
- **L. C. Céleri, J. Maziero, R. M. Serra**, "Theoretical and experimental aspects of quantum discord and related measures", *Int. J. Quant. Inf.* **9**, 1837 (2011)

## Assimetria da Discórdia Quântica: Exemplo

Estados do tipo X-real:

$$\rho_{AB}^x = \frac{1}{4} \left( \mathbb{I}_{AB} + \sum_{k=1}^3 c_k \sigma_k^A \otimes \sigma_k^B + a_3 \sigma_3^A \otimes \mathbb{I}_B + b_3 \mathbb{I}_A \otimes \sigma_3^B \right)$$



$D_{A-B} := |\mathcal{D}_A(\rho_{AB}^x) - \mathcal{D}_B(\rho_{AB}^x)|$   
 como função de  $a_3$  e  $b_3$  para  
 $c_1 = 0.6$ ,  $c_2 = 0$  e  $c_3 = 0$ .

Correlação é informação compartilhada e portanto se espera que a função que a quantifica seja simétrica.

## Discórdia Quântica Simétrica

- DQS

$$\mathcal{D}(\rho_{AB}) := \mathcal{I}(\rho_{AB}) - \mathcal{C}(\rho_{AB})$$

- Correlação clássica

$$\mathcal{C}(\rho_{AB}) := \max_{\Pi^{AB}} \mathcal{I}(\Pi^{AB}(\rho_{AB}))$$

Máximo sobre um MMPL:

$$\Pi^{AB}(\rho_{AB}) = \sum_{i,j} (\Pi_i^A \otimes \Pi_j^B) \rho_{AB} (\Pi_i^A \otimes \Pi_j^B),$$

com

$$\sum_i \Pi_i^{A(B)} = \mathbb{I}_{A(B)} \text{ e } \Pi_i^{A(B)} \Pi_j^{A(B)} = \delta_{ij} \Pi_i^{A(B)}.$$

## DQS para Estados de Dois Qubits

- Estados de dois qubits:

$$\rho_{AB} = \frac{1}{4} \left( \mathbb{I}_{AB} + \sum_{k=1}^3 a_k \sigma_k^A \otimes \mathbb{I}_B + \sum_{k=1}^3 b_k \mathbb{I}_A \otimes \sigma_k^B + \sum_{k=1}^3 c_k \sigma_k^A \otimes \sigma_k^B \right)$$

- Estado medido ( $\Pi_j^s := R_s |j\rangle \langle j| R_s^\dagger$  com  $j = 0, 1$  e  $R_s R_s^\dagger = \mathbb{I}_s$ ):

$$\Pi^{AB}(\rho_{AB}) = \frac{1}{4} (\mathbb{I}_{AB} + \alpha \sigma_3^A \otimes \mathbb{I}_B + \beta \mathbb{I}_A \otimes \sigma_3^B + \gamma \sigma_3^A \otimes \sigma_3^B)$$

- Correlação clássica

$$\mathcal{C}(\rho_{AB}) = \max_{\alpha, \beta, \gamma} \mathcal{I}(\Pi^{AB}(\rho_{AB}))$$

- Correlação clássica para estados Bell-diagonal ( $\kappa = \max(|c_1|, |c_2|, |c_3|)$ )

$$\mathcal{C}(\rho_{AB}^{bd}) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^1 [1 + (-1)^i \kappa] \log_2 [1 + (-1)^i \kappa]$$

$$\mathcal{D}(\rho_{AB}^{bd}) = \mathcal{I}(\rho_{AB}^{bd}) - \mathcal{C}(\rho_{AB}^{bd})$$



## Discórdia Quântica Multipartite

- Correlações totais

$$I(\rho) := S(\rho \| \rho_1 \otimes \rho_2 \otimes \cdots \otimes \rho_n)$$

- Entropia relativa

$$S(\rho \| \sigma) := \text{tr}[\rho(\log_2 \rho - \log_2 \sigma)]$$

- Estado Medido

$$\tilde{\rho} := \Pi^{12 \cdots n}(\rho)$$

- Correlações clássicas

$$I(\tilde{\rho}) := S(\tilde{\rho} \| \tilde{\rho}_1 \otimes \tilde{\rho}_2 \otimes \cdots \otimes \tilde{\rho}_n)$$

- Discórdia quântica multipartite

$$\begin{aligned} Q(\rho) &:= I(\rho) - \max_{\Pi^{12 \cdots n}} I(\tilde{\rho}) \\ &= Q_{nl}(\rho) - Q_l(\rho) \end{aligned}$$

- Perturbação não local

$$Q_{nl}(\rho) := S(\tilde{\rho}) - S(\rho)$$

- Perturbação local

$$Q_l(\rho) := \sum_{s=1}^n [S(\tilde{\rho}_s) - S(\rho_s)]$$

# Correlações Quânticas em RMN a Temperatura Ambiente

- **D. O. Soares-Pinto, L. C. Céleri, R. Auccaise, F. F. Fanchini, E. R. deAzevedo, J. Maziero, T. J. Bonagamba, R. M. Serra**, "Nonclassical correlation in NMR quadrupolar systems", *Phys. Rev. A* **81**, 062118 (2010)
- **D. O. Soares-Pinto, M. H. Y. Moussa, J. Maziero, E. R. deAzevedo, T. J. Bonagamba, R. M. Serra, L. C. Céleri**, "Equivalence between Redfield and master equation approaches for a time-dependent quantum system and coherence control", *Phys. Rev. A* **83**, 062336 (2011)
- **D. O. Soares-Pinto, R. Auccaise, J. Maziero, A. Gavini-Viana, R. M. Serra, L. C. Céleri**, On the quantumness of correlations in nuclear magnetic resonance, *Phil. Trans. R. Soc. A* (2012)
- **J. Maziero, R. Auccaise, L. C. Céleri, D. O. Soares-Pinto, E. R. deAzevedo, T. J. Bonagamba, R. S. Sarthour, I. S. Oliveira, R. M. Serra**, Quantum discord in NMR systems at room temperature, *Braz. J. Phys.* (2012)

---

## Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance

Lieven M. K. Vandersypen<sup>\*†</sup>, Matthias Steffen<sup>\*†</sup>, Gregory Breyta<sup>\*</sup>, Costantino S. Yannoni<sup>\*</sup>, Mark H. Sherwood<sup>\*</sup> & Isaac L. Chuang<sup>\*†</sup>

*\* IBM Almaden Research Center, San Jose, California 95120, USA*

*† Solid State and Photonics Laboratory, Stanford University, Stanford, California 94305-4075, USA*

---

## Complete quantum teleportation using nuclear magnetic resonance

M. A. Nielsen<sup>\*†</sup>, E. Knill<sup>‡</sup> & R. Laflamme<sup>\*</sup>

*\* Theoretical Astrophysics T-6, MS B-288, and ‡ Computer Research and Applications CIC-3, MS B-265, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, New Mexico 87545, USA*

*† Department of Physics and Astronomy, University of New Mexico, Albuquerque, New Mexico 87131-1131, USA*

VOLUME 80, NUMBER 15

PHYSICAL REVIEW LETTERS

13 APRIL 1998

---

## Experimental Implementation of Fast Quantum Searching

Isaac L. Chuang,<sup>1,\*</sup> Neil Gershenfeld,<sup>2</sup> and Mark Kubinec<sup>3</sup>

VOLUME 88, NUMBER 18

PHYSICAL REVIEW LETTERS

6 MAY 2002

---

## Approximate Quantum Cloning with Nuclear Magnetic Resonance

Holly K. Cummins,<sup>1</sup> Claire Jones,<sup>2</sup> Alistair Furze,<sup>2</sup> Nicholas F. Sofie,<sup>3</sup> Michele Mosca,<sup>4</sup> Josephine M. Peach,<sup>2</sup> and Jonathan A. Jones<sup>1,3,\*</sup>

⋮

VOLUME 83, NUMBER 5

PHYSICAL REVIEW LETTERS

2 AUGUST 1999

---

## **Separability of Very Noisy Mixed States and Implications for NMR Quantum Computing**

S. L. Braunstein,<sup>1</sup> C. M. Caves,<sup>2</sup> R. Jozsa,<sup>3</sup> N. Linden,<sup>4</sup> S. Popescu,<sup>4,5</sup> and R. Schack<sup>2,6</sup>

VOLUME 91, NUMBER 14

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
3 OCTOBER 2003

---

## **Efficient Classical Simulation of Slightly Entangled Quantum Computations**

Guifré Vidal

*Institute for Quantum Information, California Institute of Technology, Pasadena, California 91125, USA*

## **On the role of entanglement in quantum-computational speed-up**

Richard Jozsa and Noah Linden

*Proc. R. Soc. Lond. A* 2003 **459**, 2011-2032

## Simulating Concordant Computations

Bryan Eastin\*

*National Institute of Standards and Technology, Boulder, CO 80305*

A quantum state is called concordant if it has zero quantum discord with respect to any part. By extension, a concordant computation is one such that the state of the computer, at each time step, is concordant. In this paper, I describe a classical algorithm that, given a product state as input, permits the efficient simulation of any concordant quantum computation having a conventional form and composed of gates acting on two or fewer qubits. This shows that such a quantum computation must generate quantum discord if it is to efficiently solve a problem that requires super-polynomial time classically. While I employ the restriction to two-qubit gates sparingly, a crucial component of the simulation algorithm appears not to be extensible to gates acting on higher-dimensional systems.

Found Phys (2010) 40: 1141–1154  
DOI 10.1007/s10701-010-9452-0

---

## The Elusive Source of Quantum Speedup

Vlatko Vedral

PRL **100**, 050502 (2008)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
8 FEBRUARY 2008

---

### Quantum Discord and the Power of One Qubit

Animesh Datta,\* Anil Shaji, and Carlton M. Caves

*Department of Physics and Astronomy, MSC07-4220, University of New Mexico, Albuquerque, New Mexico 87131, USA*

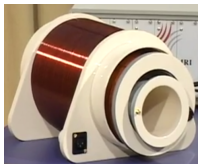
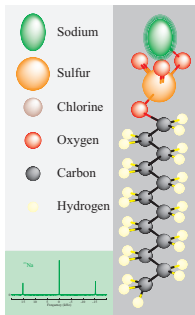
## Presença e Dinâmica da DQS em RMN

Dois qubits codificados no  $\text{spin-}\frac{3}{2}$  do  $^{23}\text{Na}$ , numa amostra de DSS a  $26^\circ\text{C}$ .

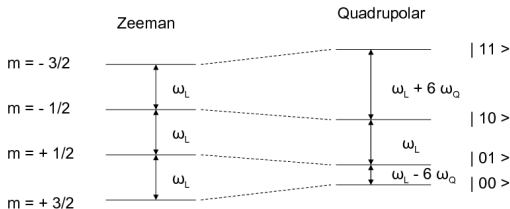
Hamiltoniano:

$$H = -\hbar\omega_L I_z + \hbar\omega_Q (3I_z^2 - I^2) + \text{RF}$$

$$B_0 = 9.4\text{T}, 6\omega_Q/2\pi = 15\text{kHz}$$



Espectrômetro na USP-São Carlos



## DQS e a Matriz de Desvio

- Matriz densidade típica de sistemas RMN

$$\rho_{AB} = Z^{-1} \exp(-H/k_B T) \approx \frac{\mathbb{I}_{AB}}{4} + \epsilon \Delta \rho_{AB},$$

onde  $Z = \text{tr}(e^{-H/k_B T})$ ,  $\text{tr}(\Delta \rho_{AB}) = 0$  e  $\epsilon = \frac{\hbar \omega_L}{4k_B T} \approx 10^{-5}$ .

- Entropia de von Neumann

$$S(\rho_{AB}) = 2 - \frac{2\epsilon^2}{\ln 2} \text{tr}(\Delta \rho_{AB}^2) + \dots$$

- Informação mútua quântica

$$\mathcal{I}(\rho_{AB}) \approx \frac{\epsilon^2}{\ln 2} [2\text{tr}(\Delta \rho_{AB}^2) - \text{tr}(\Delta \rho_A^2) - \text{tr}(\Delta \rho_B^2)]$$

# DQS e a Matriz de Desvio

- Estado medido

$$\eta_{AB} := \frac{\mathbb{I}_{AB}}{4} + \epsilon \Delta \eta_{AB}$$

- Informação mútua

$$\mathcal{I}(\eta_{AB}) \approx \frac{\epsilon^2}{\ln 2} [2\text{tr}(\Delta \eta_{AB}^2) - \text{tr}(\Delta \eta_A^2) - \text{tr}(\Delta \eta_B^2)]$$

- Correlação clássica

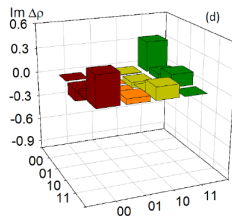
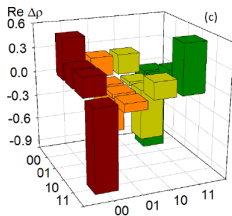
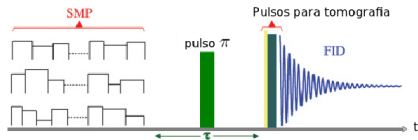
$$\mathcal{C}(\rho_{AB}) = \max_{\{\Pi_i^A \otimes \Pi_j^B\}} \mathcal{I}(\eta_{AB})$$

- Discórdia quântica simétrica

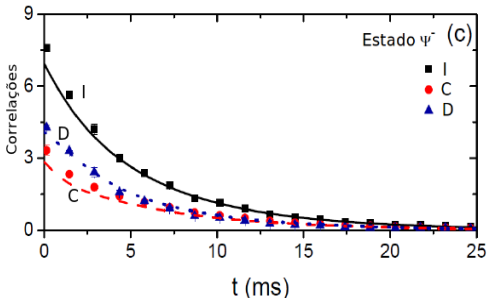
$$\mathcal{D}(\rho_{AB}) = \mathcal{I}(\rho_{AB}) - \mathcal{C}(\rho_{AB})$$



# Presença e Dinâmica da DQS em RMN a $T = 26^{\circ}\text{C}$



- Estado inicial com matriz de desvio análoga ao estado de Bell  $|\Phi^+\rangle$ .
- As correlações estão mostradas em unidades de  $\epsilon^2/\ln 2$ .
- Os pontos são os resultados experimentais e as linhas são os cálculos teóricos.



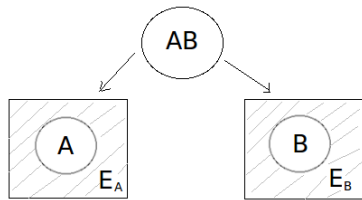
Informação Mútua, [Discórdia Quântica](#) e [Correlação Clássica](#)

## Mudança Súbita da Discórdia Quântica sob Decoerência

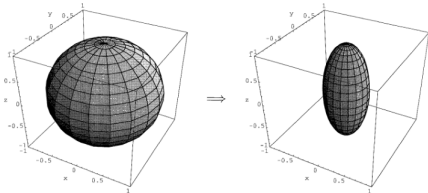
- **J. Maziero, L. C. Celeri, R. M. Serra, V. Vedral**, "Classical and quantum correlations under decoherence", *Phys. Rev. A* **80**, 044102 (2009)
- **J. Maziero, T. Werlang, F. F. Fanchini, L. C. Céleri, R. M. Serra**, "System-reservoir dynamics of quantum and classical correlations", *Phys. Rev. A* **81**, 022116 (2010)
- **R. Auccaise, L. C. Celeri, D. O. Soares-Pinto, E. R. deAzevedo, J. Maziero, A. M. Souza, T. J. Bonagamba, R. S. Sarthour, I. S. Oliveira, R. M. Serra**, "Environment-induced sudden transition in quantum discord dynamics", *Phys. Rev. Lett.* **107**, 140403 (2011)

# O Fenômeno de Mudança Súbita

## Sistema Composto com Ruídos Independentes



Ação do canal phase-damping na esfera de Bloch



O estado evoluído do sistema:

$$\mathcal{E}(\rho_{AB}) = \sum_{i,j} (K_i^A \otimes K_j^B) \rho_{AB}^{bd} (K_i^A \otimes K_j^B)^\dagger$$

Operadores de Kraus ( $s = A, B$  e  $0 \leq p_s \leq 1$ ,  $p := p_A = p_B$ )

$$K_0^s = \sqrt{1 - \frac{p_s}{2}} \mathbb{I}_s, \quad K_1^s = \sqrt{\frac{p_s}{2}} \sigma_3^s.$$

## Estado Inicial Bell-Diagonal sob Phase-Damping Local

Estado evoluído também é Bell-diagonal

$$\mathcal{E}_{pd}(\rho_{AB}^{bd}) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 + \gamma & 0 & 0 & \alpha - \beta \\ 0 & 1 - \gamma & \alpha + \beta & 0 \\ 0 & \alpha + \beta & 1 - \gamma & 0 \\ \alpha - \beta & 0 & 0 & 1 + \gamma \end{bmatrix}$$

com

$$\alpha = (1 - p)^2 c_1, \beta = (1 - p)^2 c_2 \text{ e } \gamma = c_3$$

Correlações ( $\chi := \max(|\alpha|, |\beta|, |\gamma|)$ )

$$\mathcal{C}(\mathcal{E}_{pd}(\rho_{AB}^{bd})) = \sum_{j=1}^2 \frac{1 + (-1)^j \chi}{2} \log_2(1 + (-1)^j \chi)$$

e

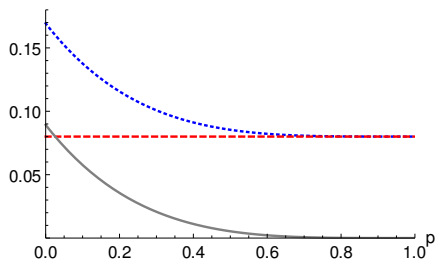
$$\mathcal{D}(\mathcal{E}_{pd}(\rho_{AB}^{bd})) = \mathcal{I}(\mathcal{E}_{pd}(\rho_{AB}^{bd})) - \mathcal{C}(\mathcal{E}_{pd}(\rho_{AB}^{bd}))$$

## Estado Inicial Bell-Diagonal sob Phase-Damping Local

Tipos de comportamento dinâmico dessas correlações:

(i) Se  $|c_3| \geq |c_1|, |c_2|$ , temos  $\mathcal{C}$  = constante enquanto que a correlação quântica decai monotonicamente.

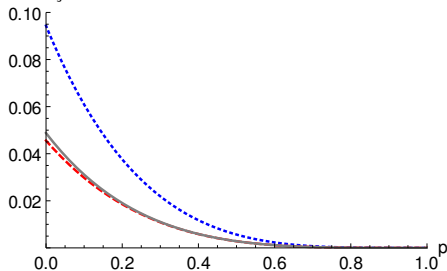
Correlações



Informação Mútua, Correlação Clássica e Discórdia Quântica sob o canal phase-flip com  $c_1 = 0.06$ ,  $c_2 = 0.3$  e  $c_3 = 0.33$ .

(ii) Se  $|c_3| = 0$  todas as correlações decaem monotonicamente.

Correlações

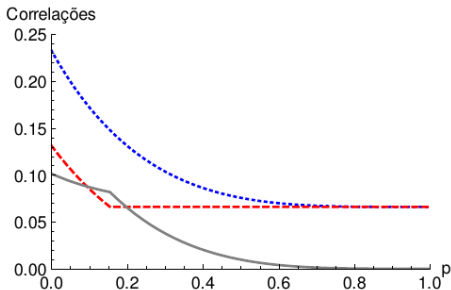


Informação Mútua, Correlação Clássica e Discórdia Quântica sob o canal phase-flip com  $c_1 = c_2 = 0.25$  e  $c_3 = 0$ .

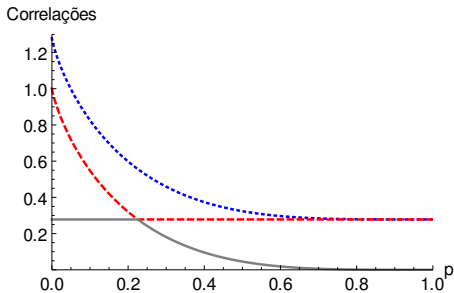
(iii) Se  $|c_1| \geq |c_2|, |c_3|$  ou  $|c_2| \geq |c_1|, |c_3|$  e  $|c_3| \neq 0$ ,  $\mathcal{C}$  decai monotonicamente até o tempo de mudança súbita

$$p_{SC} = 1 - \sqrt{\frac{|c_3|}{\max(|c_1|, |c_2|)}},$$

e permanece constante a partir desse tempo.

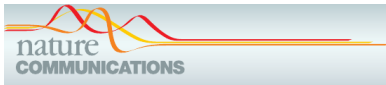


Informação Mútua, Correlação Clássica e Discórdia Quântica sob o canal phase-flip com  $c_1 = 0.06$  e  $c_2 = 0.42$  e  $c_3 = 0.3$ .



Informação Mútua, Correlação Clássica e Discórdia Quântica sob o canal phase-flip com  $c_1 = 1$  e  $c_2 = -c_3 = -0.6$ .

L. Mazzola et al., PRL 104, 200401 (2010)



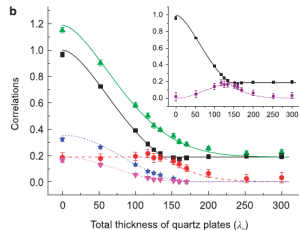
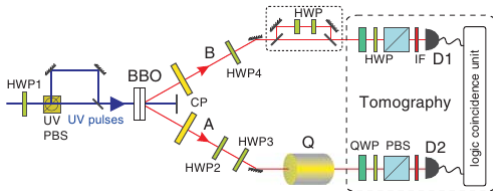
ARTICLE

Received 12 Feb 2010 | Accepted 3 Mar 2010 | Published 12 Apr 2010

DOI: 10.1038/ncomms1005

# Experimental investigation of classical and quantum correlations under decoherence

Jin-Shi Xu<sup>1</sup>, Xiao-Ye Xu<sup>1</sup>, Chuan-Feng Li<sup>1</sup>, Cheng-Jie Zhang<sup>1</sup>, Xu-Bo Zou<sup>1</sup> & Guang-Can Guo<sup>1</sup>



## Verificação Experimental em RMN

Hamiltoniano ( $^1\text{H}$  e  $^{13}\text{C}$ )

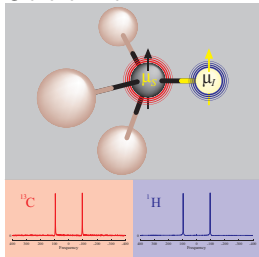
$$H = -\hbar\omega_H I_z^H \otimes \mathbb{I}^C - \hbar\omega_C \mathbb{I}^H \otimes I_z^C + 2\pi J I_z^H \otimes I_z^C + \text{RF}_H + \text{RF}_C.$$

Frequências:  $\omega_H/2\pi = 500\text{MHz}$ ,  
 $\omega_C/2\pi = 125\text{MHz}$ ,  $J = 215.1\text{Hz}$

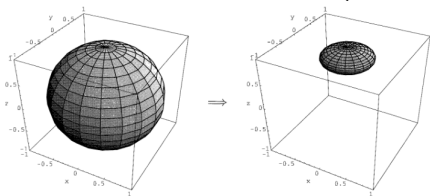
Espectrômetro no CBPF



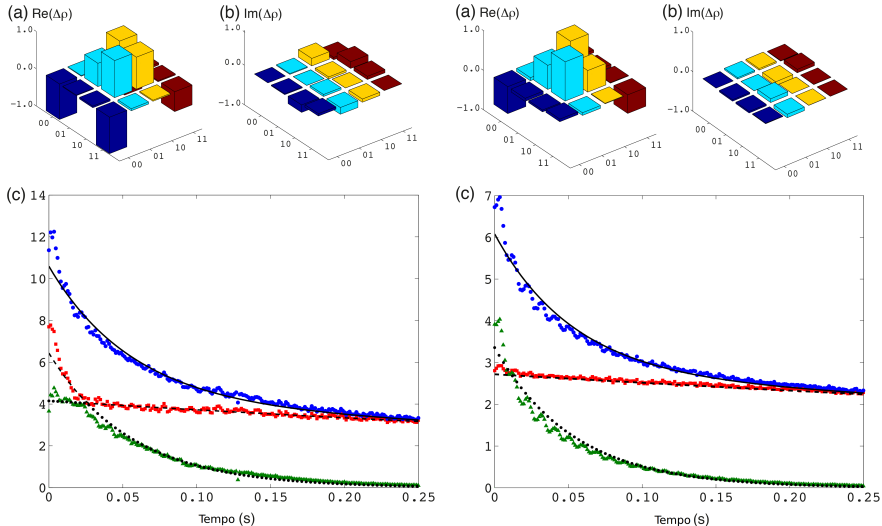
Clorofórmio



Processo de relaxação: phase-damping e amplitude-damping generalizado ( $T=25^\circ\text{C}$ )







Informação Mútua, Correlação Clássica, Discórdia Quântica e Teoria

# Testemunha de Classicalidade

- **J. Maziero, R. M. Serra**, “Classicality witness for two-qubit states”, *Int. J. Quant. Inf.* (2012)
- **R. Auccaise, J. Maziero, L. C. Celeri, D. O. Soares-Pinto, E. R. deAzevedo, T. J. Bonagamba, R. S. Sarthour, I. S. Oliveira, R. M. Serra**, “Experimentally witnessing the quantumness of correlations”, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 070501 (2011)
- **G. H. Aguilar, O. Jiménez Farías, J. Maziero, R. M. Serra, P. H. Souto Ribeiro, S. P. Walborn**, “Experimental estimate of a classicality witness via a single measurement”, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 063601 (2012)

# A Testemunha

Estados considerados:

$$\rho_{AB} = \frac{1}{4} \left( \mathbb{I}_{AB} + \vec{x} \cdot \vec{\sigma}^A \otimes \mathbb{I}_B + \mathbb{I}_A \otimes \vec{y} \cdot \vec{\sigma}^B + \sum_{i=1}^3 c_i \sigma_i^A \otimes \sigma_i^B \right)$$

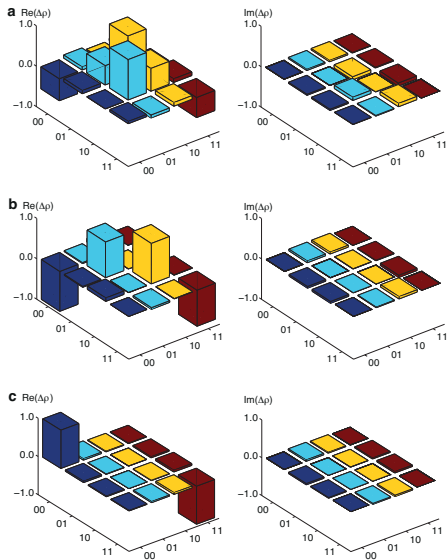
**Testemunha** (suficiente para que  $\rho_{AB} = \rho_{AB}^{cc}$ , necessária e suficiente para  $\rho_{AB}^{bd} = \rho_{AB}^{cc}$ ):

$$W_{\rho_{AB}} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 |\langle O_i \rangle_{\rho_{AB}} \langle O_j \rangle_{\rho_{AB}}| = 0 \implies \rho_{AB} = \rho_{AB}^{cc}$$

Observáveis:

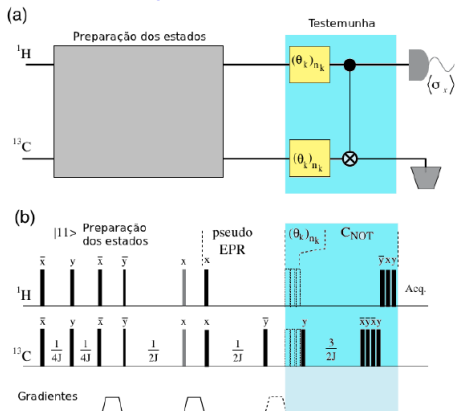
$$\begin{aligned} \langle O_i \rangle_{\rho_{AB}} &= \langle \sigma_i^A \otimes \sigma_i^A \rangle_{\rho_{AB}} = \langle \sigma_1^A \otimes \mathbb{I}_B \rangle_{\xi_{AB}^i}, \\ \langle O_4 \rangle_{\rho_{AB}} &= \langle \vec{z} \cdot \vec{\sigma}^A \otimes \mathbb{I}_B \rangle_{\rho_{AB}} + \langle \mathbb{I}_B \otimes \vec{w} \cdot \vec{\sigma}^B \rangle_{\rho_{AB}}, \end{aligned}$$

onde  $i = 1, 2, 3$  e  $\vec{z}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$  com  $\|\vec{z}\| = \|\vec{w}\| = 1$ .



(a)  $PQC$  (equivalente a  $c_1 = c_2 = -c_3 = 2\epsilon$ ); (b)  $PCC$  (equivalente a  $c_1 = c_2 = 0, c_3 = -4\epsilon$ ).

## Implementação em RMN: Estados Preparados e Protocolo

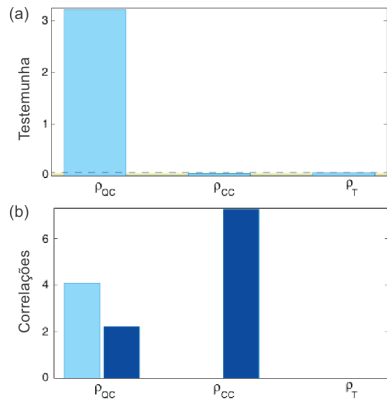


# Resultados

$$W_{\rho_{QC}} = 3.13, W_{\rho_{CC}} = 0.04 \text{ e}$$

$$W_{\rho_T} = 0.05$$

Figura: (a) testemunha (b) DQS (em azul claro) e correlação clássica (azul escuro)



## Testemunha para $\rho_{QC}$ sob decoerência

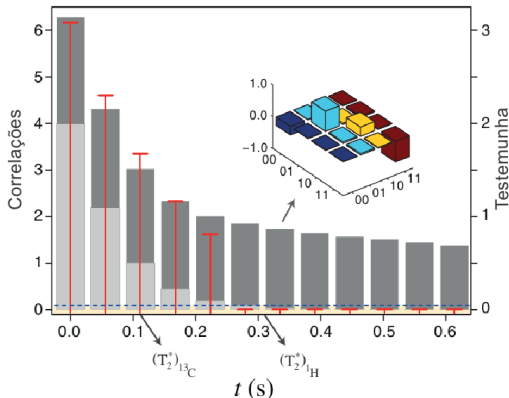


Figura: Testemunha de classicalidade e correlações de  $\rho_{QC}$  relaxando durante um intervalo de tempo  $t_n = n\delta t$  ( $\delta t = 55.7\text{ms}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, 11$ ) antes que as medidas sejam feitas.

# Implementação no Contexto Óptico

## Testemunha modificada

$$\tilde{W}_{\rho_{AB}} = W_- + \frac{1}{6} \sum_{j=1}^3 |\langle O_j \rangle_{\rho_{AB}}| \sum_{v=1}^3 (\langle \sigma_v^A \otimes \mathbb{I}_B \rangle_{\rho_{AB}}^2 + \langle \mathbb{I}_A \otimes \sigma_v^B \rangle_{\rho_{AB}}^2),$$

onde

$$W_- = \sum_{j=1}^2 \sum_{k=j+1}^3 |\langle O_j \rangle_{\rho_{AB}}| |\langle O_k \rangle_{\rho_{AB}}|.$$

Usando

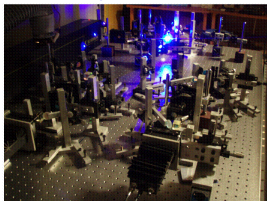
$$1/2 \leq \text{tr}(\rho_s^2) \leq 1,$$

para  $\rho_s = 2^{-1}(\mathbb{I}_s + \sum_{v=1}^3 \langle \sigma_v^s \rangle_{\rho_s} \sigma_v^s)$ , obtemos

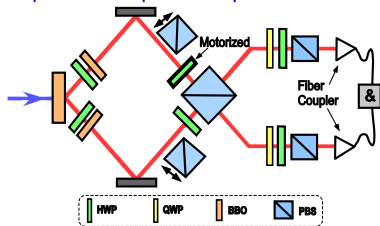
$$W_- \leq \tilde{W}_{\rho_{AB}} \leq W_+ = W_- + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 |\langle O_j \rangle_{\rho_{AB}}|.$$

○ Os limites inferior  $W_-$  e superior  $W_+$  podem ser obtidos através de medidas na base de Bell.

## Lab. de Óptica Quântica, UFRJ



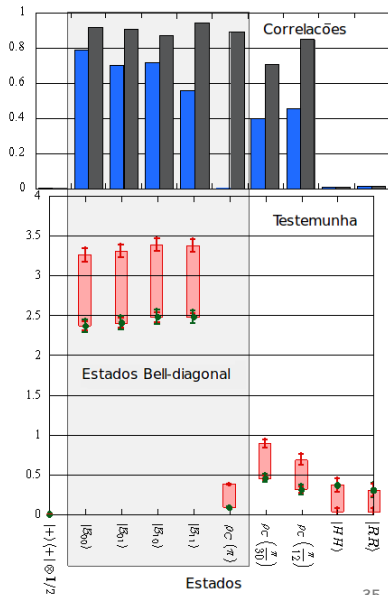
## Esquema do Aparato Experimental



$$|\Psi^+\rangle = 2^{-1/2}(|H, V\rangle + |V, H\rangle)$$

$$\rho_C = \sum_{a,b=0}^1 \int_{-\theta}^{\theta} d\tilde{\theta} (\sin \tilde{\theta})^{a+b} (\cos \tilde{\theta})^{2-a-b} |B_{a0}\rangle \langle B_{b0}|$$

## Resultados



# Discórdia Quântica em Sistemas de Spins Interagentes

- **J. Maziero, H. C. Guzman, L. C. Céleri, M. S. Sarandy, R. M. Serra**, "Quantum and classical thermal correlations in the XY spin-1/2 chain", *Phys. Rev. A* **82**, 012106 (2010)
- **J. Maziero, L. C. Céleri, R. M. Serra, M. S. Sarandy**, "Long-range quantum discord in critical spin systems", *Phys. Lett. A* (2012)



## Discórdia Quântica no Modelo XY

- Hamiltoniano normalizado

$$H_{XY} = - \sum_{j=0}^{N-1} \left\{ \frac{\lambda}{2} [(1 + \gamma)\sigma_j^x \sigma_{j+1}^x + (1 - \gamma)\sigma_j^y \sigma_{j+1}^y] + \sigma_j^z \right\}$$

- Estado térmico dos spins 0 e  $n$

$$\rho_{0n} = \frac{1}{4} \left[ \mathbb{I}_{0n} + \langle \sigma^z \rangle (\sigma_0^z + \sigma_n^z) + \sum_{k=x,y,z} \langle \sigma_0^k \sigma_n^k \rangle \sigma_0^k \sigma_n^k \right]$$

- Discórdia quântica (solução analítica)

$$\mathcal{D}(\rho_{0n}) = \mathcal{I}(\rho_{0n}) - \mathcal{C}(\rho_{0n})$$

Sistema

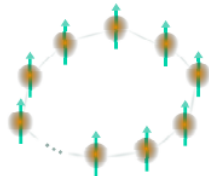
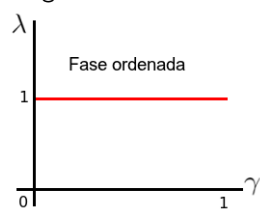
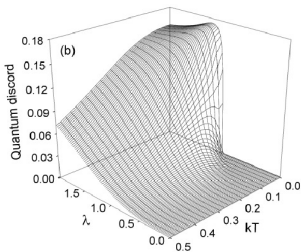
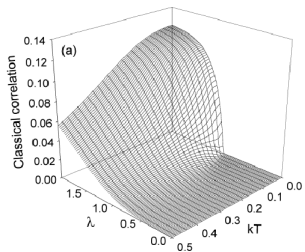


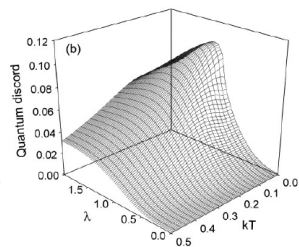
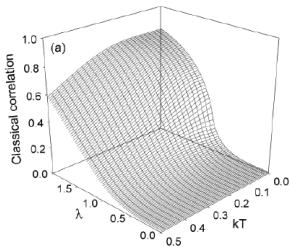
Diagrama de fases

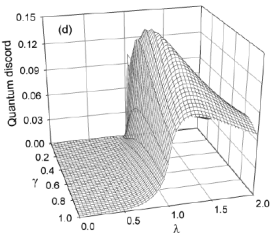
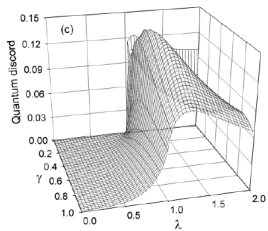
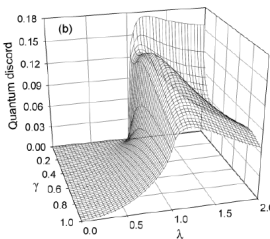
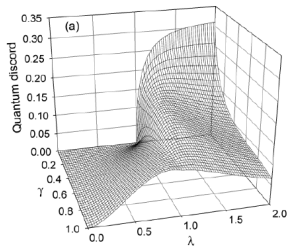
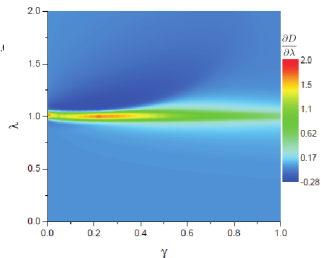


CC e DQ no Modelo XY para  $T > 0$ 

$\mathcal{C}(\rho_{02})$  e  $\mathcal{D}(\rho_{02})$   
no limite XX ( $\gamma = 0$ )

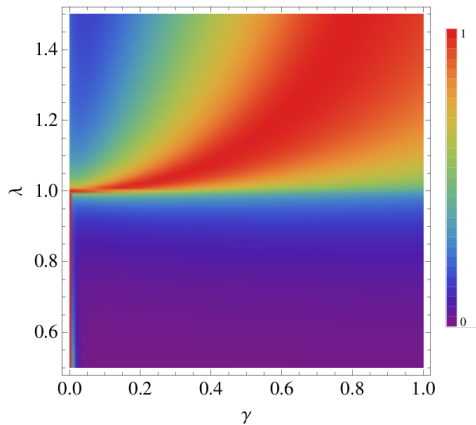
$\mathcal{C}(\rho_{02})$  e  $\mathcal{D}(\rho_{02})$   
no limite Ising  
( $\gamma = 1$ )



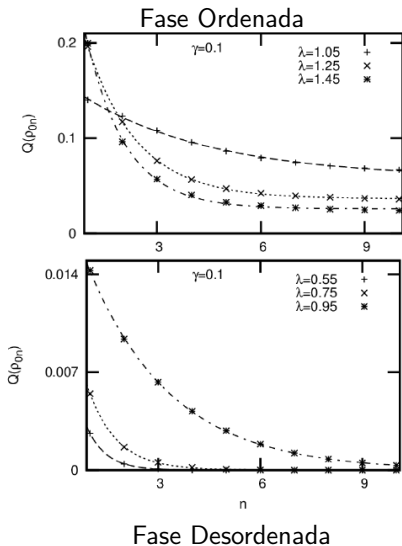
$\mathcal{D}(\rho_{01}), \mathcal{D}(\rho_{02}), \mathcal{D}(\rho_{03})$  e  $\mathcal{D}(\rho_{04})$ 
 $T \rightarrow 0$ 

 $\partial_{\lambda} \mathcal{D}(\rho_{04})$ 


## Longo Alcance da Discórdia Quântica: XY

$$\sum_{n=1}^N \mathcal{D}(\rho_{0n}) / N \mathcal{D}(\rho_{01})$$



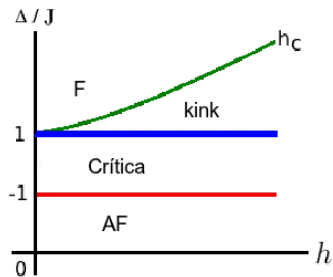
$$N = 10$$



## Longo Alcance da Discórdia Quântica: XXZ

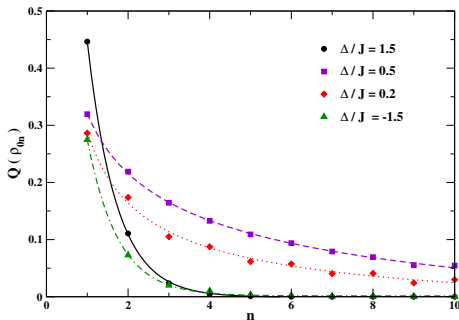
## Modelo XXZ com paredes de domínio

$$H_{xxz} = -\frac{J}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (\sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + \sigma_i^y \sigma_{i+1}^y) - \frac{\Delta}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z - h(\sigma_1^z - \sigma_N^z)$$



- TFQ de **1ª ordem** em  $\Delta = 1$  e em  $h_c = 2^{-1} \sqrt{\Delta^2 - 1}$
- TFQ de **ordem  $\infty$**  em  $\Delta = -1$

- Diagonalização exata:  $\mathcal{D}(\rho_{0n})$ , para  $(0, n) \rightarrow (\frac{N}{2}, \frac{N}{2} + n)$ ,  $N = 22$  e  $h/J = 5$



- Na região crítica:  $\mathcal{D}(n) = a + bn^{-c}$
- Em outras regiões:  $\mathcal{D}(n) = a + b \exp(-cn)$

# Considerações Finais e Perspectivas Futuras

## Considerações Finais

- Discórdia quântica simétrica (DQS) e seu cálculo analítico;
- DQS em estados descritos por uma matriz de desvio ( $\Delta\rho$ );
- Presença e dinâmica da DQS em um sistema de RMN quadrupolar a temperatura ambiente;
- O fenômeno da mudança súbita da DQ sob decoerência e sua verificação experimental em RMN;
- Testemunha de classicalidade e sua implementação direta em RMN e em óptica;
- O comportamento de longo alcance da DQ pode identificar e caracterizar transições de fases quânticas (TFQ) em alguns sistemas de spins interagentes.

## Perspectivas Futuras

- DQS usando **POVMs** (comparação);
- **Interpretação** da DQS em termos de protocolos de CIQ;
- **Cálculo numérico** da discórdia quântica multipartite (DQM);
- **DQM** sob decoerência e em sistemas de spins (com desordem e frustração de interações);
- Lei de **fatorização** para a DQ:

$$\mathcal{D}(\rho(t)) = \mathcal{P} \cdot \mathcal{D}(\rho(0));$$

- Capacidade de Hamiltonianos e de operações quânticas locais (com e sem comunicação clássica) para **criar DQ**;
- Investigar melhor a possível relação entre discórdia quântica e a **vantagem quântica**;
- Relações de **complementaridade** envolvendo a DQ.



Obrigado pela Atenção